

Série 1 Calcul trigonométrique

T.C.S

Ex1

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de rayon 4cm.

Compléter le tableau suivant où l est la longueur en cm d'un arc, du cercle $(\mathcal{C})$, de mesure β en radians.

Longueur l de l'arc (en cm)		7		11,6		1,25
Mesure β (en rad)	$\frac{6\pi}{13}$		$\frac{\pi}{12}$		16π	

Ex2

Sachant que $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

- 1) Calculer la valeur exacte de $\sin \frac{2\pi}{5}$.
- 2) En déduire les valeurs exactes des réels

$$\sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right) ; \sin \frac{3\pi}{5} \text{ et } \cos \frac{\pi}{10}$$

Ex3

Soient A et B deux points du plan tels que : $AB = 5$.
Construire les points M, P, Q et R tels que :

- 1) $AM = 3$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$
- 2) $AP = 5$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AP}) = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$
- 3) $AQ = 6$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AQ}) = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$
- 4) $AR = 2$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AR}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Ex4

Sachant que : $\tan \frac{\pi}{10} = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}$

1) Montrer que : $\cos \frac{\pi}{10} = \frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$.

2) Calculer $\sin \frac{\pi}{10}$.

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{9\pi}{10}$ et $\sin \frac{3\pi}{10}$.

Ex5

Soit α le réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

1) Calculer $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$.

2) Calculer $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

Ex6

Calculer A et B où :

$$A = \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4} + 3\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$B = 5\sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} + 7 \tan \frac{3\pi}{4}$$

Ex7

Simplifier les expressions suivantes :

- 1) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$
- 2) $\sin^4 x - \cos^4 x - \sin^2 x + \cos^2 x$
- 3) $\sin^4 x - \cos^4 x + 2 \cos^2 x$

Ex8

Soit x un nombre réel différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

1) Calculer $\tan x$ sachant que :

$$\cos \frac{2\pi}{3} + \tan(\pi + x) + \sin \frac{3\pi}{2} = 0$$

2) Calculer, en fonction de $\sin x$, l'expression suivante :

$$\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

3) Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation :

$$2 \sin x - \sqrt{2} = 0$$

4) Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation :

$$2 \sin x - \sqrt{2} \leq 0$$

Ex9

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}$.

2) On déduit, dans l'intervalle $[-\pi; 2\pi]$, les solutions de l'équation : $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}$