Résumé : dérivabilité en un point et intérprétation graphique .

Cas 1 : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}$

$$\Downarrow$$

f est dérivable en x_0

et $l = f'(x_0)$

I.G : (C_f) admet une tangente au point $(x_0; f(x_0))$

d'équation $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Cas 2 : $\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}$

$$\Downarrow$$

f est dérivable en x_0 à droite

et $l = f'_d(x_0)$

I.G : (C_f) admet une demi tangente à droite en x_0

d'équation $y = f'_d(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Cas 3 :

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} f \text{ est dérivable en } x_0 \text{ à droite} \\ \text{et } l = f'_g(x_0) \\ \text{I.G : } (C_f) \text{ admet une demi tangente} \\ \text{à gauche en } x_0 \\ \text{d'équation } y = f'_g(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \end{array}}$$

Cas 4 :

$$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$+\infty$ → (C_f) admet une demi tangente verticale dirigée vers le haut à droite en x_0

$-\infty$: (C_f) admet une demi tangente verticale dirigée vers le bas à gauche en x_0

Cas 5 :

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$-\infty$ → (C_f) admet une demi tangente verticale dirigée vers le haut à droite en x_0

$+\infty$: (C_f) admet une demi tangente verticale dirigée vers le bas à gauche en x_0