

MECANIQUE 2022 S.NORMALE

Les deux parties sont indépendantes

Partie I : Mouvement d'un jouet sur une gouttière

Un jouet modélisé par un solide (S) de masse $m = 50\text{g}$ et de centre d'inertie G est abandonné sans vitesse initiale en un point A d'une gouttière ABCD (figure 1). Cette gouttière est constituée:

- d'un tronçon rectiligne AB incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal et de longueur $AB = 1,6\text{ m}$.
- d'un tronçon horizontal BC.
- d'un tronçon circulaire CD de centre O et de rayon r et tel que OC est perpendiculaire à BC.

La trajectoire du mouvement de (S) se trouve dans un plan vertical.

On étudie le mouvement du solide (S) sur le parcours AB dans un repère orthonormé $R(A, \vec{i}, \vec{j})$, et son mouvement sur le parcours BC dans un repère orthonormé $R(B, \vec{i}', \vec{j}')$. Les deux repères sont liés à un référentiel terrestre supposé galiléen.

Donnée : - Intensité de la pesanteur $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

1-Tronçon AB :

Le long du parcours AB les frottements sont négligeables.

1-1-Calculer la durée t_{AB} du parcours AB. (0,5pt)

1-2-Déduire que la valeur de la vitesse de (S) à son arrivée au point B est $V_B = 4\text{m.s}^{-1}$. (0,25pt)

2-Tronçon BC :

Le long du parcours BC la force de frottement \vec{f} qui

s'applique sur (S) est horizontale, de sens contraire à la vitesse de (S) et d'intensité constante.

On considère que le changement de direction au point B n'a pas d'influence sur la valeur de la vitesse.

Trouver l'intensité f sachant que la durée du parcours BC est $t_{BC} = 0,5\text{ s}$ et que (S) arrive en C avec une vitesse nulle. (0,5pt)

3-Tronçon CD :

Le long du parcours CD les frottements sont négligeables. Le solide (S) part du point C avec une vitesse pratiquement nulle et aborde le tronçon circulaire CD. La position de G en un point M de CD est repérée par l'angle $\theta = (\overline{OC}, \overline{OM})$.

3-1- En se basant sur l'application de la deuxième loi de Newton sur (S) dans la base de Freinet (M, \vec{u}, \vec{n}) (figure 1) :

3-1-1- Trouver l'expression de R l'intensité de la réaction de la gouttière sur (S) au point M en fonction de m, θ, g, r et $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ vitesse angulaire du mouvement de (S). (0,25pt)

3-1-2- Exprimer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ en fonction de g, θ et r . (0,25pt)

3-2- A partir de l'expression de $\ddot{\theta}$ on a : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{r}(1 - \cos\theta)}$. En déduire l'expression de R en fonction de m, g et θ . (0,25pt)

3-3-Pour quelle valeur de θ le solide (S) quitte la gouttière ? (0,25pt)

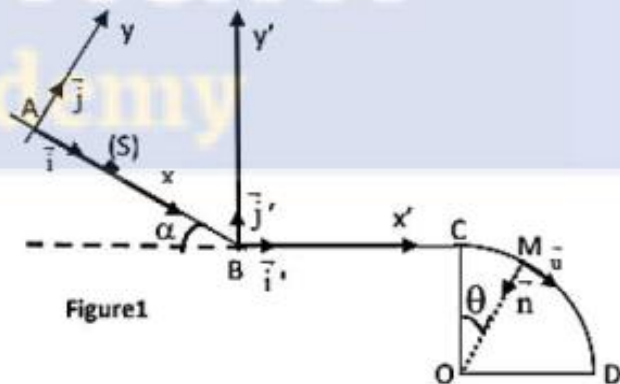


Figure1