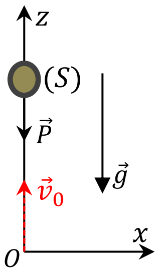
# *Résumé du mouvement de projectile*

## I. Mouvement d'une particule dans le champ de pesanteur cas où $\vec{v}_0$ est parallèle à $\vec{g}$

Un projectile de masse m est lancé à partir d'un point O verticalement vers le haut avec une vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant t=0.

### 1. Lois horaires du mouvement




Le projectile est soumis à son poids $\vec{P}$

Condition initiale :

$$\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \end{vmatrix} ,\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$$

T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Dans la base (ox,oz)

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = 0 \\ v_z = -gt + v_0 \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{vmatrix}$$

D'où les lois horaires du mouvements sont :

$$\begin{cases} v = gt + v_0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$$

**Nature du mouvement :**

Si $v_0$ est initialement dirigé vers le haut, le mouvement est d'abord uniformément décéléré. Au point maximal $v = 0$, ensuite le mouvement est rectiligne uniformément accéléré vers le bas.

### 2. Hauteur maximale atteinte par le projectile

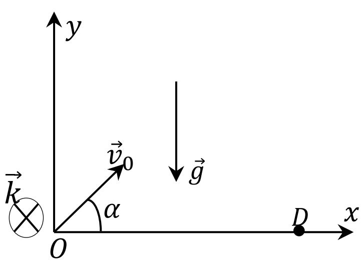
Au point maximal, $v = 0 \Rightarrow v(t) = -gt + v_0 = 0$

$$soit\ t_{max} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow z_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$La\ hauteur\ maximale\ est\ :\ H_{max} = z_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

## II. Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur Cas où $\vec{v}_0$ non parallèle à $\vec{g}$.

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ avec une vitesse initiale de lancement $\vec{v}_0$. Ce vecteur fait avec l'horizontale un angle $\alpha$, appelé angle de tir.




### 1. Mouvement plan

- Condition initiale $\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \\ v_{0z} = 0 \end{vmatrix} ,\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix}$

Le projectile est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

*T.C.I :* $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{vmatrix} , \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \\ v_z = 0 \end{vmatrix}\ et$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \\ z = 0 \end{vmatrix}$$

Comme $z = 0$, alors le mouvement est plan et a eu lieu dans le plan $(Ox, Oy)$

### 2. Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}$$

$$soit\ \ x = (v_0 \cos\alpha)t \Longrightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

### 3. Porté horizontale

La portée est l'abscisse du point d'impact D d'ordonnée y=0.

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = 0 \Longrightarrow x = \frac{2{v_0}^2 cos^2\alpha}{g} \times \tan\alpha$$

$$\Longrightarrow x = \frac{2{v_0}^2 cos^2\alpha}{g} \times \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2{v_0}^2 \cos\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{2{v_0}^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$D'où : x_D = x = \frac{2{v_0}^2 \sin 2\alpha}{g}$$

### 4. Flèche

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire : $v_y = 0$.

$$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha = 0 \Longrightarrow t_{max} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$y_{max} = -\frac{1}{2}g{t_{max}}^2 + (v_0 \sin\alpha)t_{max}$$

$$\Longrightarrow y_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + (v_0 \sin\alpha).\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$\Longrightarrow y_{max} = \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha}{2g}$$