Concours d'accès en 1ère année des ENSA Maroc

Août 2014

Epreuve de Mathématiques — **Durée : 1H30 min**

Exercice 1 :

Soit u_n et v_n les suites réelles définies par :

$$u_0 = \alpha\ ,\ v_0 = \beta \quad avec\ \ 0 < \alpha < \beta \ \ et \ \ \forall\, n \in \mathbb{N} : \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n{}^2}{u_n + v_n} \\ v_{n+1} = \dfrac{v_n{}^2}{u_n + v_n} \end{cases}$$

On pose : $\quad x_n = \dfrac{u_n}{v_n} \quad et \quad y_n = u_n - v_n$

Q1. La suite (x_n) :

A) Converge vers $\frac{\alpha}{\beta}$	B) Converge vers 1	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q2. La suite (y_n) :

A) Converge vers $\alpha - \beta$	B) Converge vers $\alpha + \beta$	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q3. La suite (u_n):

A) Converge vers α	B) Converge vers β	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q4. La suite (v_n):

A) Converge vers $\alpha - \beta$	B) Converge vers $\beta - \alpha$	C) Converge vers β	D) Diverge

Q5. Soit δ un élément de $]0,1[$.

$$\lim_{n\to+\infty} \prod_{k=0}^{n} (1 + \delta^{2^k}) =$$

A) 1	B) $+\infty$	C) $\frac{1}{1-\delta}$	D) $\frac{1}{1+\delta}$

Exercice 2 :

Calculer les intégrales suivantes:

Q6. $\int_0^{\pi} e^t \cos 2t \ dt =$

A) $\frac{e^{\pi}}{5}$	B) $\frac{e^{\pi}+1}{5}$	C) $\frac{e^{\pi}-2}{5}$	D) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$

Q7. $\int_0^{\pi} e^t \cos^2 t \ dt \ =$

A) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$	B) $\frac{4(e^{\pi}+1)}{5}$	C) $\frac{3(e^{\pi}-1)}{5}$	D) $\frac{e^{\pi}+2}{5}$

Exercice 3:

Soit f une fonction continue sur $[a,b]$ et telle que : $\forall\, x \in [a,b], f(a+b-x) = f(x)$.

Q8. L'intégrale

$$\int_a^b t\, f(t)dt =$$

A) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(t)dt$	B) $\frac{a-b}{2}\int_a^b f(t)dt$	C) $\frac{a}{2}\int_a^b f(t)dt$	D) $\frac{b}{2}\int_a^b f(t)dt$

Q9. L'intégrale

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{3+\cos^2 t} dt =$$

A) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$	B) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$	C) $\frac{\pi}{3}$	D) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

Q10. L'intégrale

$$\int_0^{\pi} \frac{t \sin t}{3+\cos^2 t} dt =$$

A) $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$	B) $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$	C) $\frac{\pi^3}{6\sqrt{3}}$	D) $\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}}$

ENSA

Royaume du Maroc

Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres

Exercice 4:			
On note $a = \frac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}+54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$, $b = \frac{\sqrt[3]{54\sqrt{3}-41\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$ et $\lambda = a + b$.			
Q11. Le produit ab vaut			
A) $\frac{1}{3}$	B) $\frac{2}{3}$	C) $\frac{7}{3}$	D) 1
Q12. λ est solution de l'équation			
A) $x^3 - 7x - 36 = 0$	B) $x^3 + 7x - 21 = 0$	C) $x^3 - 7x = 0$	D) $x^3 - 7x - 35 = 0$
Q13. La valeur de λ est alors			
A) nulle	B) un réel pair	C) un réel impair	D) $\lambda > 4$

Exercice 5:

Un candidat se présentant à un concours, doit répondre d'une manière successive à une série de questions $(Q_n)_{n>0}$. L'épreuve est présentée en ligne et autre que Q_1, l'accès à Q_n n'est possible que si le candidat donne une réponse à Q_{n-1}. On admet que:

- la probabilité de donner une bonne réponse à Q_1 est 0,1.
- pour $n > 1$;
  - si le candidat donne une bonne réponse à Q_{n-1}, la probabilité de donner une bonne réponse à Q_n est 0,8.
  - si le candidat donne une mauvaise réponse à Q_{n-1}, la probabilité de donner une bonne réponse à Q_n est 0,6.

On note pour tout entier naturel n non nul, B_n l'évènement "L'étudiant donne une bonne réponse à la question Q_n" et P_n la probabilité de B_n

Q14. La valeur de P2 est :			
A) 0,52	B) 0,59	C) 0,54	D) 0,62
Q15. L'étudiant a répondu correctement à la deuxième question, la probabilité qu'il ait donné une mauvaise réponse à la première vaut			
A) $\frac{27}{37}$	B) $\frac{21}{37}$	C) $\frac{27}{31}$	D) $\frac{21}{31}$
Q16. La probabilité que le candidat ait au moins une bonne réponse aux trois premières questions est			
A) 0,856	B) 0,865	C) 0,685	D) 0,585

Exercice 6:

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; unité graphique 1cm.
Soit A le point d'affixe $3i$. On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe z, distinct de A, associe le point M' d'affixe z' définie par

$$z' = \frac{3iz - 7}{z - 3i}$$

On dit que M est invariant si M=M'.

Q17. f admet deux points invariants B et C et on note z_B et z_C les affixes respectives. Montrer que la somme des parties imaginaires de z_B et z_C vaut

A) -6	B) 6	C) 5	D) -5

On admet que B et C sont tels que $|im(z_B)| > |im(z_C)|$ et on appelle $\mathcal{E}$ le cercle de diamètre $[BC]$.
Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$ différent de B et de C et M' son image par f

Q18. Il existe un réel Θ tel que l'affixe z de M s'écrit

A) $3i - 4e^{i\Theta}$	B) $-3i - 4e^{i\Theta}$	C) $3i + 4e^{-i\Theta}$	D) $3i + 4e^{i\Theta}$

Q19. Il existe un réel Θ tel que l'affixe z' de M' s'écrit

A) $3i - 4e^{-i\Theta}$	B) $-3i + 4e^{i\Theta}$	C) $-3i - 4e^{-i\Theta}$	D) $3i + 4e^{-i\Theta}$

Q20. Le point M'

A) est à l'intérieur du cercle $\mathcal{E}$	B) est à l'extérieur du cercle $\mathcal{E}$	C) appartient au cercle $\mathcal{E}$	D) est le centre du cercle $\mathcal{E}$