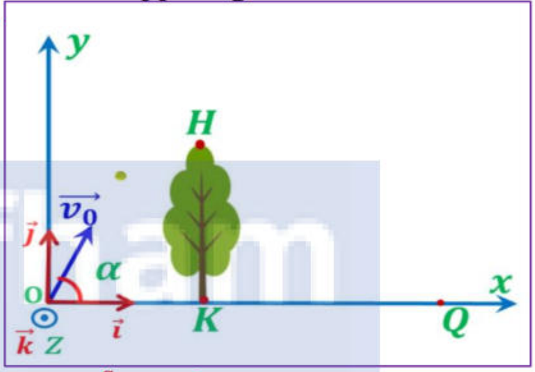
Série d'exercice : Mouvement de projectile

Exercice 1

Durant une séance d'entrainement et en absence du vent , un joueur de golf a essayé de trouver les conditions initiales pour envoyer une balle de golf de masse m d'un point O . Et le faire tomber dans un trou Q , un arbre de hauteur H se trouvant enter le point O et le trou Q .

Données : Masse de la balle du golf : $m = 45g$; Accélération de pesanteur : $g = 10m/s^2$
$KH = 4m$; $OK = 15m$; $OQ = 120m$; $v_0 = 40m/s$; $\alpha = 20°$
La poussée d'Archimède , et les frottements sont négligeables .

À l'instant $t = 0$, le joueur a envoyé la balle d'un point O avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ forme un angle α avec le plan horizontal, Etudions le mouvement de G centre d'inertie du ballon dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen .



❶ Déterminer les composantes de la vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$
❷ En appliquant la deuxième loi de Newton , déterminer les composantes de l'accélération de G centre d'inertie de la balle.
❸ On se basant sur les résultats de la question précédente , et par intégration , trouver les composantes du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$
❹ Déterminer les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du point G .
❺ Montrer que l'équation de la trajectoire de G est : $y = \frac{-g}{2{v_0}^2 cos^2(\alpha)}x^2 + xtan(\alpha)$.
❻ On considère un point B de la trajectoire de G d'abscisse $x_B = OK$,et d'ordonnée y_B .
  a − Calculer la valeur de y_B .
  b − Vérifier que la balle dépasse l'arbre sans le toucher .
❼ Trouver les coordonnées du point P d'impact de la balle avec l'axe des abscisses (Ox) . La balle est-elle passée du trou Q ? Justifier la réponse .
❽ Calculer la vitesse de la balle lorsqu'elle passe par le point P .

Exercice 2

Le saut en longueur avec moto est considéré parmi les sports motivant, attirant et défiant pour dépasser certains obstacles naturels et artificiels.
Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement du centre d'inertie G d'un système (S) de masse m constitué d'une moto avec motard sur une piste de course.
La piste de course est constituée d'une partie rectiligne horizontale, d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une zone de chute comportant un obstacle (E) de hauteur L situé à la distance d de l'axe vertical passant par le point D , (fig1) (Page (6/7).

Données :

- Tous les frottements sont négligeables ;
- $\alpha=26°$; $d=20\ m$; $L=10\ m$; $m=190\ kg$

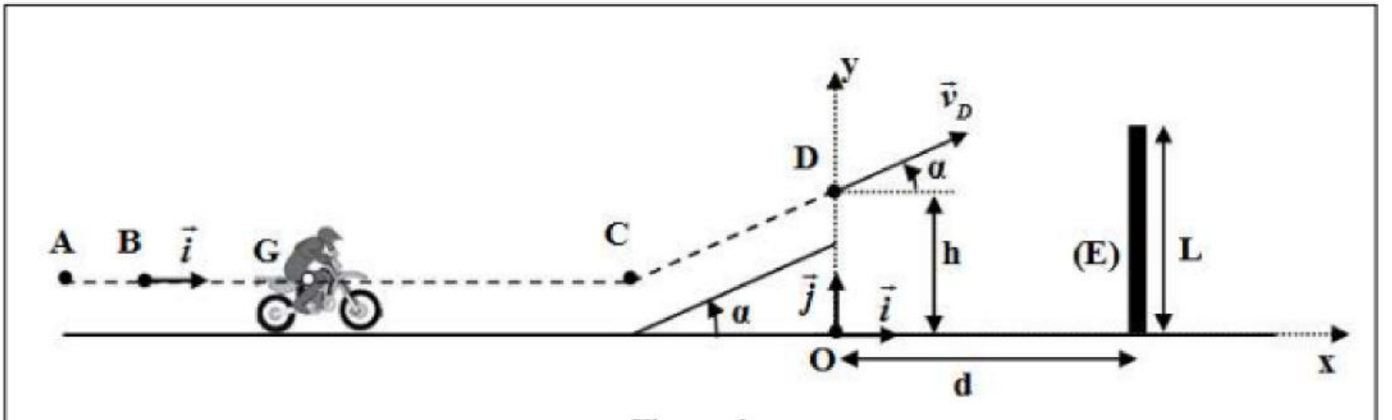


Figure 1

1. Mouvement du système (S) sur la partie horizontale

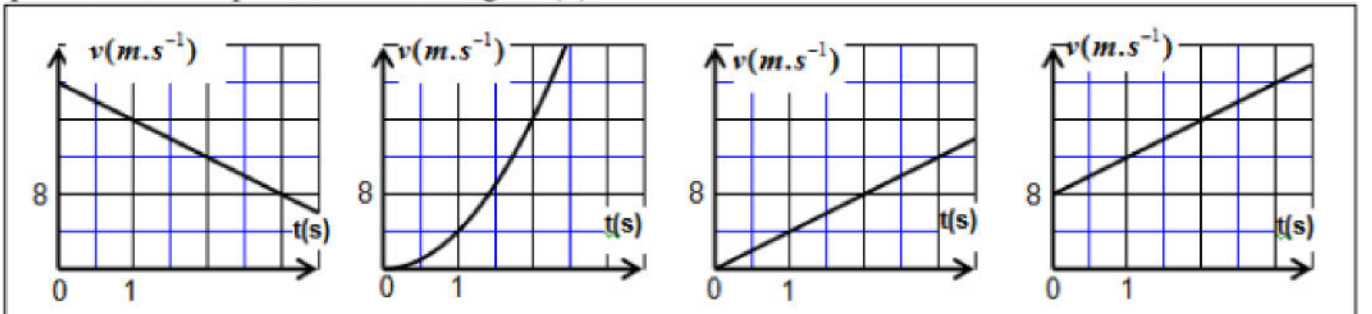
Le système (S) démarre d'une position ou son centre d'inertie G coïncide avec le point A. G passe par le point B avec la vitesse $\vec{v}_0=v_0.\vec{i}$ à l'instant $t_0=0$. Au cours de son mouvement, le système (S) est soumis à une force motrice horizontale constante $\vec{F}$ ayant le même sens du mouvement. La trajectoire de G est rectiligne.

Pour étudier le mouvement de G entre B et C on choisit le repère $(B.\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen. A $t_0=0$, on a : $x_G = x_B = 0$.

1.1. En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que l'expression de l'accélération de G s'écrit : $a_G=\dfrac{F}{m}$. En déduire la nature du mouvement de G.

1.2. L'expression de la vitesse instantanée de G s'écrit $v_G(t)=a_G.t+v_0$.

a. Choisir, en justifiant votre réponse, la courbe qui représente la vitesse instantanée $v_G(t)$ parmi les quatre courbes représentées sur la figure (2).



Courbe 1 **Courbe 2** **Courbe 3** **Courbe 4**

b. En déduire les valeurs de la vitesse initiale v_0, et de l'accélération a_G de G.

1.3. Calculer l'intensité de la force motrice $\vec{F}$.

2. Mouvement du système (S) durant la phase du saut

Le système (S) quitte la piste de course au passage de G par le point D avec une vitesse $\vec{v}_D$ formant un angle α avec le plan horizontal pour sauter à travers l'obstacle (E) (voir fig. (1)). Au cours du saut le système (S) n'est soumis qu'à son poids.

On étudie le mouvement de G dans le champ de pesanteur uniforme dans un repère orthonormé $(O.\vec{i}.\vec{j})$ lié à la terre considéré comme galiléen. On choisit l'instant de passage de G par le point D comme nouvelle origine des dates $t_0 = 0$, tel que : $y_0 = OD = h$.

2.1. En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que les équations différentielles vérifiées par $x_G(t)$ et $y_G(t)$ coordonnées de G dans le repère $(O.\vec{i}.\vec{j})$ sont :

$$\frac{dx_G}{dt} = v_D.cos\alpha \qquad ; \qquad \frac{dy_G}{dt} = -g.t + v_D.sin\alpha$$

2.2. L'expression numérique des équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement de G est :

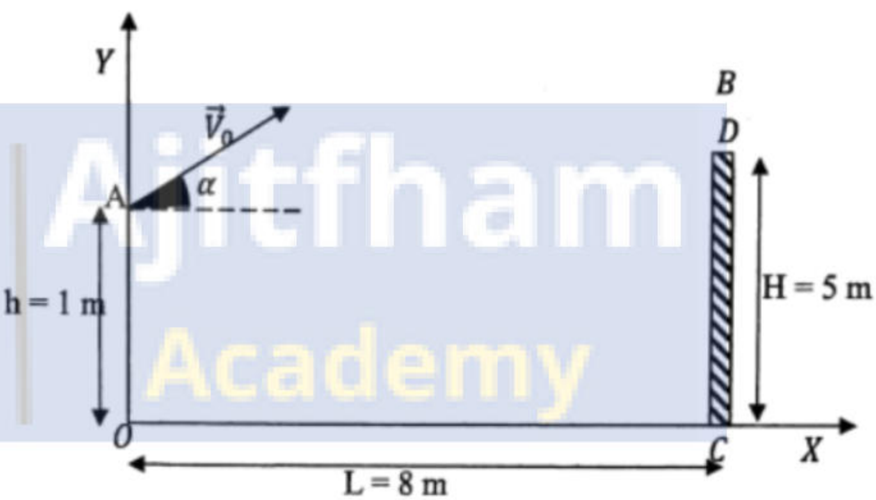
$$x_G(t) = 22,5.t \ (m) \qquad ; \qquad y_G(t) = -5.t^2 + 11.t + 5 \ (m)$$

Déterminer les valeurs de la hauteur h, et de la vitesse v_D.

2.3. Le saut est réussi si la condition : $y_G > L + 0,6 \ (m)$ est vérifiée. Est-ce que le saut du motard est réussi ? Justifier votre réponse.

Exercice 3

Un projectile considéré comme ponctuel est lancé, dans le champ de pesanteur, à partir d'un point A situé à la distance h = 1 m du sol, avec une vitesse faisant un angle α avec l'horizontale et de valeur $V_0 = 16 \ m.s^{-1}$. Un mur de hauteur H = 5 m est disposé à la distance L = 8 m du lanceur.



Données : $g = 9.8 \ m.s^{-2}$

1) Établir l'équation du mouvement du projectile dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

2) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile. Quelle est sa nature ?

3) Entre quelles valeurs doit être compris l'angle α pour que le projectile passe au-dessus du mur ?

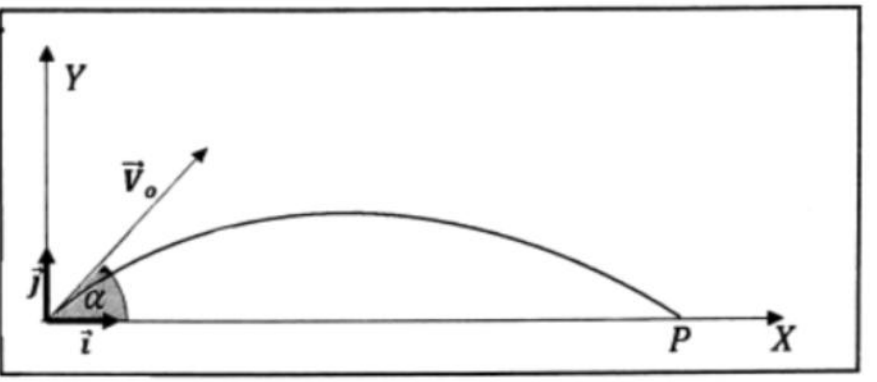
4) On fixe la valeur de α à 45°.

4.a-Soit B le point de passage du projectile au-dessus du mur. Calculer la distance d séparant le sommet du mur au point B.

4.b- Soit $\vec{V_B}$ le vecteur vitesse du projectile au point B. Notons β l'angle formé par la vitesse $\vec{V_B}$

4.c- Calculer l'altitude maximale Ymax atteinte par le projectile. Déterminer la portée X_m du tir.

Exercice 4



1- Un projectile de masse m est lancé à partir de l'origine O d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ attaché au référentiel terrestre considéré comme étant galiléen. Le vecteur vitesse initiale du projectile se trouve dans le plan vertical (xoy) et fait un angle α (compris entre 0° et 90°) avec l'axe horizontal $(O, \vec{i}\,)$

Etablir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G du projectile. On néglige toute influence de l'air.

Le champ de pesanteur est uniforme et le vecteur pesanteur terrestre peut s'écrire $\vec{g} = -g.\vec{j}$

2- Déterminer l'équation de la trajectoire de G. quelle est sa nature ? Justifier

3- Déterminer la portée (distance OP, sur le sol horizontal, séparant le point de départ O du projectile et son point de chute P sur ce sol, d'altitude 0).

4- Pour quelle valeur α' de l'angle α la portée est-elle maximale (la vitesse initiale conservant la même norme) ?

5- Déterminer la hauteur maximale (ou flèche) atteinte par le projectile.

6- Pour quelle valeur α" de l'angle α la flèche est-elle la plus importante (la vitesse initiale conservant la même norme) ?

Exercice 5

Partie 1 : Étude de mouvement d'un skieur

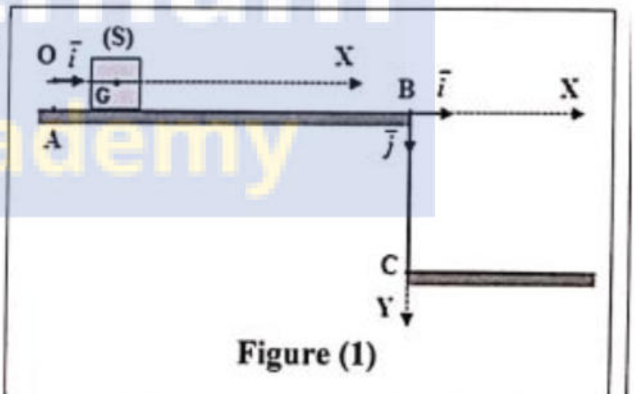


Figure (1)

Un skieur aborde une piste horizontale AB. On modélise le skieur avec ses accessoires par un solide (S), de masse m et de centre d'inertie G.

1. Le mouvement du solide (S) sur la piste AB se fait avec frottement équivalent à une force unique $\vec{f}$ constante et de sens opposé au vecteur vitesse du skieur. Pour étudier le mouvement de (S) sur le trajet AB, on choisit un repère $(O,\vec{i}\,)$ lié à la Terre supposé galiléen, et l'instant de passage de G en A comme origine des dates $(t_0 = 0)$. On repère la position de G à un instant t par son abscisse x dans ce repère.

À $t_0 = 0 : x_G = x_0 = 0$ (figure 1).

Données : $f = 70\ N$; $m = 70\ kg$; $g = 10\ m.s^{-2}$

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x_G

1.2. Déterminer la nature du mouvement de G. Calculer l'accélération a_G du mouvement de G.

1.3. Le skieur passe en A avec la vitesse $V_A = 25\,m.s^{-1}$ et parcourt le trajet AB pendant une durée égale à $4{,}4\,s$. Montrer que le skieur ne peut éviter la chute après la position B.

2. Le skieur passe en B avec une vitesse horizontale $\vec{V}_B$. Il tombe en chute libre sur le sol situé à la hauteur $h = BC = 3{,}2\ m$ de la piste AB et touche le sol en un point P d'abscisse $x_P = 16{,}48\ m$ dans le repère orthonormé $(B, \vec{i}, \vec{j})$ lié à la Terre supposé galiléen. On choisit comme nouvelle origine des dates, l'instant de passage de G en B.

2.1 Les équations horaires du mouvement de G s'écrivent: $x_G(t) = V_B.t$ et $y_G(t) = \frac{1}{2} g.t^2$

2.2 Déterminer l'instant t_P où le skieur touche le sol au point P .

2.3. Pour améliorer sa performance, le skieur a réalisé un deuxième essai sur la même piste AB. Il est passé en B avec une vitesse V'_B pour atteindre une portée $x'_P = 18\ m$.

Déterminer la valeur de la vitesse V'_B .

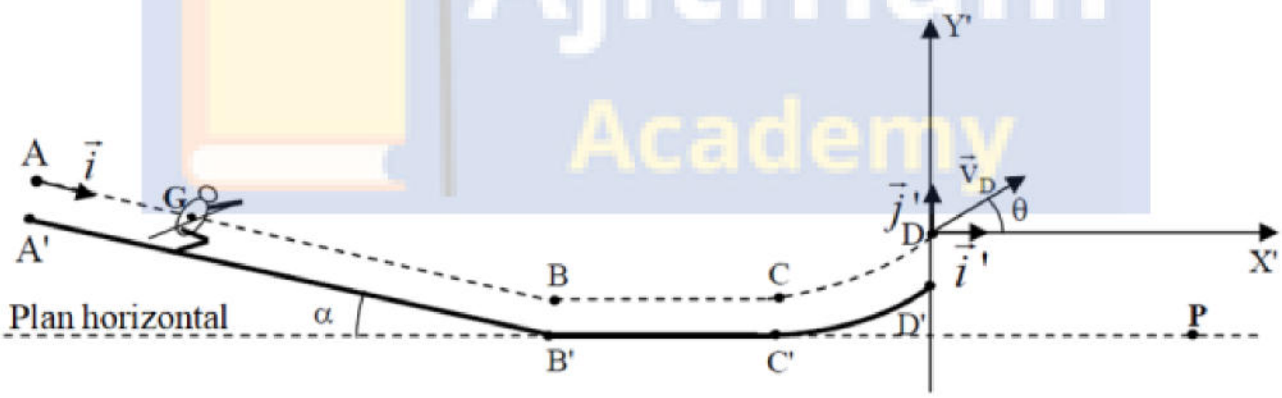
Exercice 6

Le ski sur la glace, est l'un des sports les plus répandus dans les régions montagnards. Les pratiquants de ce sport visent à réaliser des résultats positifs et battre des records.

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement d'un sportif, pratiquant le ski sur des trajectoires de glace diverses.

Le circuit de ski représenté sur la figure ci-dessous, est constitué de trois parties :

- Une partie A'B' rectiligne de longueur A'B' = 82,7 m, inclinée d'un angle $\alpha = 14°$ par rapport au plan horizontal ;
- Une partie B'C' rectiligne horizontale, de longueur L = 100 m ;
- Une partie C'D' circulaire.



On modélise le sportif et ses accessoires par un solide (S) de masse m = 65 Kg, et de centre d'inertie G. On prendra : $g = 10\ m.s^{-2}$.

G passe au cours de son mouvement par les positions A, B, C et D représentées sur la figure, tel que : A'B' = AB et B'C' = BC.

1- **Etude du mouvement sur la partie A'B' :**

A l'instant t = 0, G part de A sans vitesse initiale, le solide (S) glisse ainsi sans frottements sur la partie A'B'.

On repère la position de G, à un instant t, par l'abscisse x dans le repère $(A.\vec{i})$, et on considère que $x_G = 0$ à l'instant t = 0.

1-1- Par application de la deuxième loi de Newton, établir l'expression de l'accélération a_G du mouvement de G en fonction de g et α.

1-2- Déterminer en justifiant votre réponse la nature du mouvement de G sur cette partie.

1-3- A l'aide des équations horaires du mouvement, trouver la valeur v_B de la vitesse de G lors du passage par la position B.

2- **Etude du mouvement sur la partie B'C' :**

Le solide (S) poursuit son mouvement sur la partie B'C', où il subit des frottements modélisées par une force $\vec{f}$ constante, tangente à la trajectoire et de sens inverse à celui du mouvement.

On considère que la valeur de la vitesse de G au point B ne varie pas lors du passage du solide (S) du plan incliné au plan horizontal.

Pour étudier le mouvement de G sur cette partie, on choisit, un repère horizontal d'origine confondue avec le point B, et l'instant du passage de G en ce point comme nouvelle origine des temps

2-1- En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer la nature du mouvement de G sur le trajet BC.

2-2- Trouver l'expression de l'intensité f de la force de frottement en fonction de m, L, v_B et v_C vitesse de G au point C, puis calculer f.

On donne : $v_C = 12\ m.s^{-1}$.

3- **Etude du mouvement dans le champ de pesanteur uniforme :**

Lorsque le solide (S) quitte la piste, G passe en D, à un instant considéré comme nouvelle origine des temps, avec une vitesse $\vec{v}_D$ inclinée d'un angle $\theta = 45°$ par rapport au plan horizontal. Le solide (S) tombe à la position P.

On étudie le mouvement de G dans le repère galiléen $(D, \vec{i}', \vec{j}')$, et on néglige l'action de l'air au cours du mouvement.

3-1- Trouver les expressions littérales des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G, et déduire l'expression littérale de l'équation de la trajectoire.

3-2- Déterminer v_D, la vitesse de G au moment où il quitte le point D, sachant que les coordonnées de G à l'arrivée en P sont : $x_G = 15\ m$ et $y_G = -5\ m$.

Exercice 7

Le saut des tranchées ou des barrières à l'aide des voitures ou vélomoteurs, est l'un des grands défis affrontés par les cascadeurs.

Le but de cet exercice est de mettre en évidence quelques conditions nécessaires pour réaliser ce défi.

Un circuit de course est constitué d'une partie rectiligne AB, d'une partie BO incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal AC et d'une tranchée D (Figure 1)

On modélise le (Conducteur + Voiture) par un système (S) non déformable de masse m et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère terrestre supposé galiléen, et on néglige l'action de l'air sur le système (S) ainsi que ses dimensions par rapport aux distances parcourues.

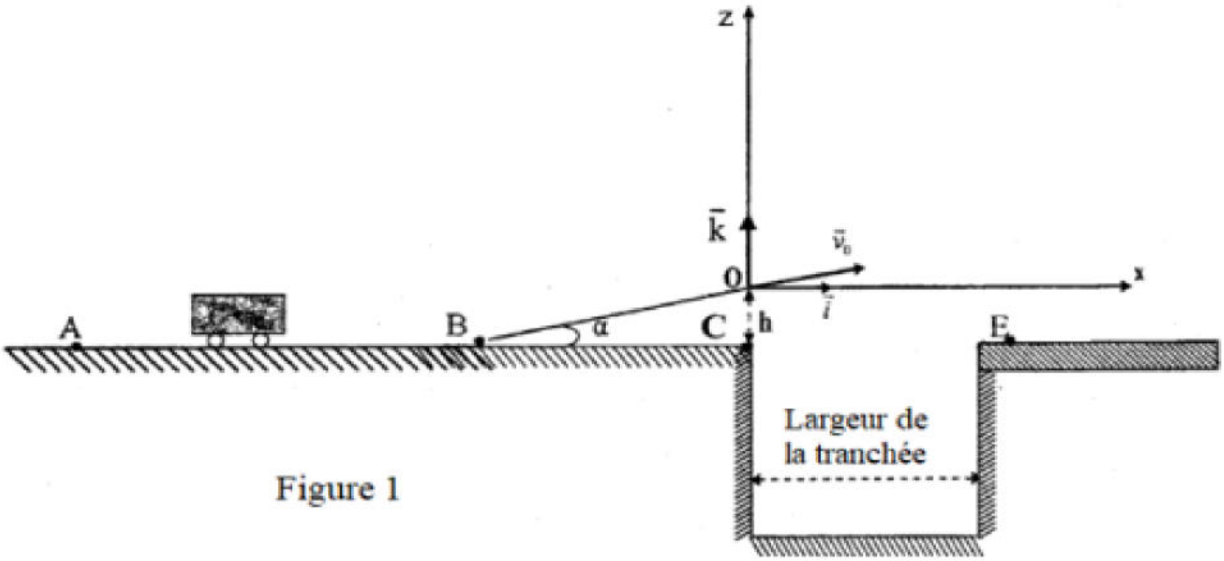


Figure 1

Données :
- Masse du système (S) : m = 1200 Kg
- L'angle α = 10°
- L'intensité de pesanteur : g = 9,80 m.s^{-2}

1- Etude du mouvement rectiligne du système (S) :

Le système (S) passe à l'instant $t_0 = 0$ au point A et à l'instant $t_1 = 9{,}45$ s au point B.

La figure (2) représente les variations de la vitesse v du mouvement de G sur la partie AB en fonction du temps.

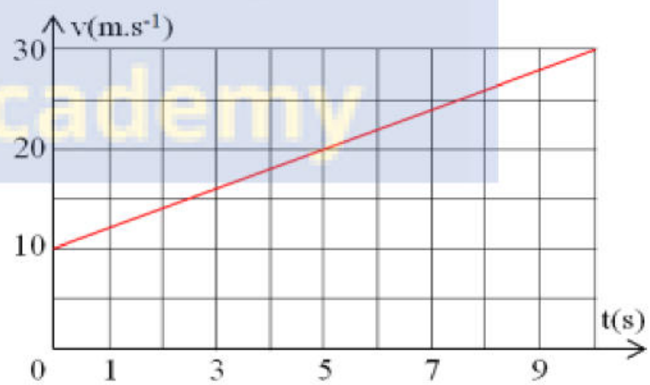


Figure 2

1-1- Quelle est la nature du mouvement de G sur la partie AB ? Justifier.

1-2- Déterminergraphiquementla valeur de l'accélération a du mouvement de G.

1-3- Calculer la distance AB.

1-4- Sur la partie BO le système (S) subit l'action d'une force F du moteur et d'une force de frottement f d'intensité f = 500N. On considère que les deux forces sont constantes et parallèles à la partie BO. Déterminer, en appliquant la deuxième loi de Newton, l'intensité F de la force motrice pour que le système conserve la même accélération a de son mouvement sur la partie AB.

2- Etude du mouvement du système (S) dans le champ de pesanteur uniforme:

Le système (S) arrive en O avec une vitesse $\vec{v}_o$ de module $v_0 = 30 m.s^{-1}$, et poursuit son mouvement pour tomber en E distant de C de la distance CE = 43 m.

On prendra comme instant du début du saut sur la tranchée comme nouvelle origine des dates lorsque G coïncide avec O origine du repère $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$ (Figure 1).

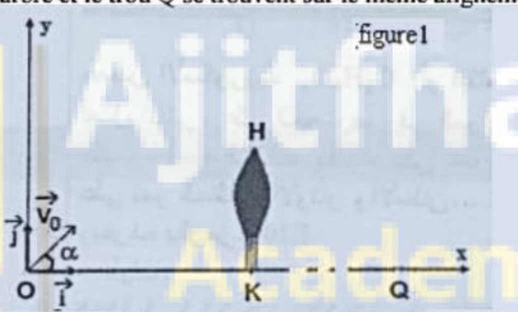
2-1- Ecrire les équations horaires x(t) et z(t) du mouvement de G dans $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$.

2-2- Déduire l'équation de la trajectoire et déterminer les coordonnées de son sommet.

2-3- Déterminer la différence d'altitude h entre C et O.

Exercice 8

La balle de golf utilisée dans les compétitions officielles reçoit plusieurs descriptions mondiales. Sa surface externe est caractérisé par un grand nombre d'alvéoles qui permettent à l'air de pénétrer facilement dans la balle pour éviter les frottements.
Durant une session de formation et en absence de l'air, un joueur de golf a essayé de découvrir les conditions initiales dont il doit envoyer la balle de golf d'un point O, pour qu'elle tombe dans un trou Q sans qu'elle se heurte avec un arbre KH qui se trouve entre eux. Le point O et la position K de l'arbre et le trou Q se trouvent sur le même alignement. (figure1)



Données : La masse de la balle de golf : m = 45 g l'accélération de pesanteur : $g = 10 m.s^{-2}$

OQ = 120 m , OK = 15 m , KH = 5 m

On néglige la poussée d'Archimède ainsi que tous les frottements.

1) Etude du mouvement de la balle de golf dans le champ de pesanteur uniforme:

A l'instant t=0, le joueur a envoyé la balle de golf d'un point O avec une vitesse V_o=10m.s^{-1} son vecteur $\overrightarrow{V_o}$ forme un angle

forme un angle $\overrightarrow{V_o}$ A l'instant t=0, le joueur a envoyé la balle de golf d'un point O avec une vitesse V_o=10m.s^{-1} son vecteur avec le plan horizontal .Pour étudier le mouvement de G centre d'inertie de la balle dans le plan vertical, on choisi $\alpha = 20^o$ son origine est confondu avec le point O. $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé

1-1- En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les deux équations différentielles vérifiées par v_x et v_y coordonnées du vecteur vitesse du centre d'inertie G de la balle.

1-2- Déterminer l'expression littéraire des deux équations x(t) et y(t) du mouvement de G . Déduire l'expression littéraire de l'équation de la trajectoire.

1-3- On considère un point B de la trajectoire du centre d'inertie de la balle d'abscisse $x_B = x_K$= 15m et d'ordonnée y_B.
Calculer y_B . Est-ce que l'arbre va heurter la balle ?

, l'arbre ne va pas heurter la balle Déterminer la valeur de V_o vitesse initiale avec laquelle le $\alpha = 24^o$ 1-4- Pour l'angle joueur doit lancer la balle de golf pour qu'elle tombe dans le trou Q.

2) Etude du mouvement de la balle de golf sur le plan horizontal :

Le joueur n'a pas réussi à faire tomber la balle dans le trou Q car elle s'est arrêtée après sa tombée au point I.
La balle et le trou se trouvent dans un plan horizontal .Le joueur envoie de nouveau la balle de golf du point I avec une vitesse pour qu'elle atteint le trou Q sans qu'elle quitte son contact avec le plan horizontal. $\overrightarrow{V_1}$ initiale horizontale
, on choisi l'instant dont on a envoyé la balle du $(O,\vec{i})$ On étudie le mouvement de G centre d'inertie de la balle dans le repère point I comme origine des temps. (figure2) .

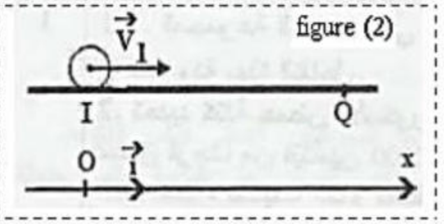


figure (2)

est $\vec{f}$ On considère que la balle est soumise durant son mouvement à des frottements équivaux à une force unique son vecteur constant et son sens est contraire à celui du sens de mouvement et son intensité est : $f=2{,}25.10^{-2}$N.

2-1- En appliquant la deuxième loi de Newton , déterminer l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la balle.
2-2- Déduire la nature du mouvement de G.
2-3- Déterminer la valeur de V_1 sachant que la balle arrive au trou avec une vitesse nulle et que le mouvement a duré 4s.

Exercice 9

Les toboggans dans les piscines permettent aux nageurs de glisser et de plonger dans l'eau. On modélise un toboggan par une piste $\boldsymbol{ABO}$ constituée d'une partie droite $\boldsymbol{AB}$ inclinée d'un angle $\boldsymbol{\alpha}$ par rapport au plan horizontal et d'une partie circulaire $\boldsymbol{BO}$, et un nageur $(\boldsymbol{S})$ du centre d'inertie $\boldsymbol{G}$ et de masse $\boldsymbol{m}$, comme formé à la $\boldsymbol{figure\ 1}$ ci-dessous .

A un instant choisi comme nouvelle origine des dates $(\boldsymbol{t=0})$, le nageur $(\boldsymbol{S})$ quitte le tremplin lors du passage de $\boldsymbol{G}$ par le point $\boldsymbol{O}$ avec une vitesse $\boldsymbol{v_0}$formant un angle $\boldsymbol{\alpha = 45°}$ avec l'horizontale. $(\boldsymbol{S})$ retombe en une position où le point $\boldsymbol{G}$ se confond avec le point $\boldsymbol{O'}$. On suppose que le système n'est soumis qu'à son poids au cours de cette phase.
L'étude du mouvement est effectuée dans le repère orthonormé $(\boldsymbol{O},\vec{\boldsymbol{\imath}},\vec{\boldsymbol{k}})$ lie au référentiel terrestre considéré comme galiléen indiqué sur la $\boldsymbol{figure\ 1}$.

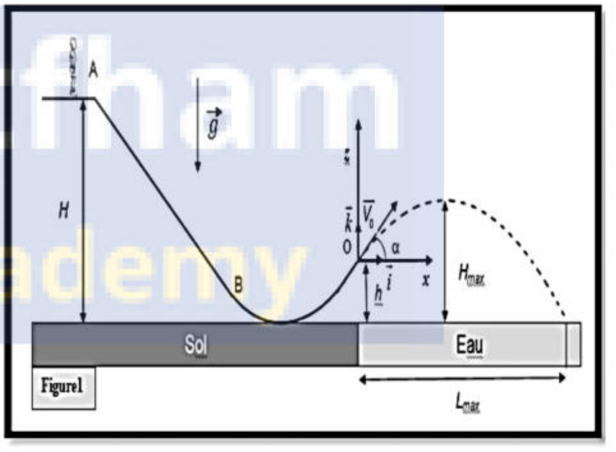


Figure1

Données :

Les frottements sont négligés ; $\boldsymbol{m = 73\ kg}$; $\boldsymbol{g = 9{,}8\ m.s^{-2}}$; $\boldsymbol{\alpha = 45°}$; $\boldsymbol{h = 1{,}7\ m}$; $\boldsymbol{H_{max} = 3{,}5\ m}$

1) En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations horaires vérifiées par les coordonnée $\boldsymbol{x_G(t)}$ **et** $\boldsymbol{z_G(t)}$ du centre d'inertie $\boldsymbol{G}$ dans le repère $(\boldsymbol{O},\vec{\boldsymbol{\imath}},\vec{\boldsymbol{k}})$ s'écrivent ainsi :

$$\boldsymbol{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin(\alpha)\, t} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{x(t) = V_0 \cos(\alpha)\, t}$$

2) Montrer que l'expression de flèche (sommet) maximal est : $\boldsymbol{z_{max} = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2.g}}$

3) Déduire la valeur de la vitesse initial $\boldsymbol{V_0}$

Exercice 10

Pendant un match de volley ball, un des élève a filmé lemouvement du ballon depuis l'envoie du service du pointA à la hauteur H du sol. Le joueur qui a effectué le service se trouve à la distance d du filet.($voir\ figure\ 1$) Pour que le service soit validé, il faut que les deux conditions suivantes soient satisfaites par le ballon :

- **Qu'il passe au dessus du filet dont le bord supérieur se trouve à la hauteur h du sol**
- **Qu'il tombe dans le champ adverse de longueur**

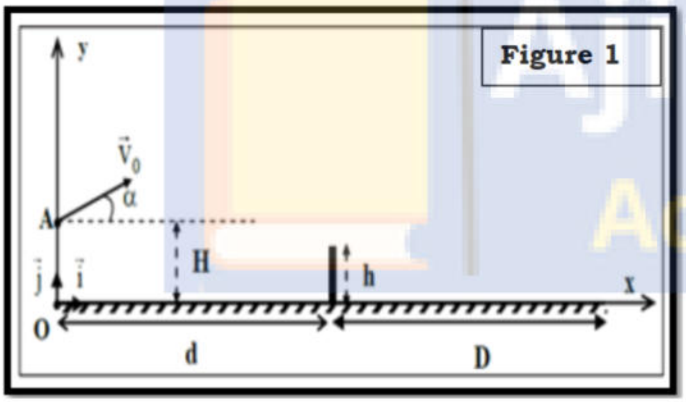
Données :

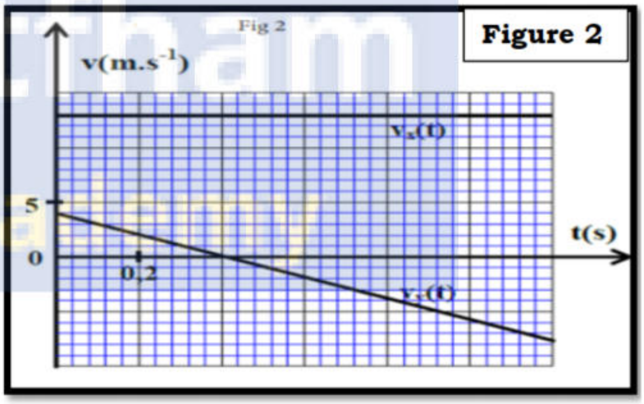
On néglige les dimensions du ballon et l'action del'air

$$g = 10 m.s^{-2} \quad ; \quad H = 2,60\ m \quad ; \quad d = D = 9\ m \quad ; \quad h = 2,5\ m$$

On étudie le mouvement du ballon dans le référentiel $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ lié à la Terre et supposé galiléen. A l'origine des dates, le ballon se trouve au point A. Le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ forme l'angle α avec la direction horizontale ($figure\ 1$). Après traitement du film à l'aide d'un logiciel, on obtientles deux courbes représentées sur la ($figure\ 2$). Les deux courbes $V_x(t)\ et\ V_y(t)$ représentent les variations des coordonnées du vecteur vitesse du ballon dans le repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir Les équations différentiels qui vérifier $V_x(t)\ et$ $V_y(t)$
2) En exploitant les courbes ($figure\ 2$), montrer la valeur de la vitesse initiale est $V_0 \approx 13,6\ m.s^{-1}$ et l'angle $\alpha = 17°$
3) Trouver l'équation de la trajectoire de G dans le repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$
4) Sachant que le ballon n'a été intercepté par aucun joueur, est ce que le ballon satisfait les deux conditions de validité du service ? justifier votre réponse.





Exercice 11

La coupe du monde est la plus célèbre des compétitionssportives organisée par l'union international de foot ball (FIFA). Cette partie a pour objectif, l'étude du mouvement d'un ballon dans le champ de pesanteur uniforme. Pendant un match de foot ball, un joueur a tiré un coup franc direct du point O pour marquer le but, sans que le ballon touche pendant son parcours le mur constituéde quelques joueurs de l'équipe adverse. Le point O se trouve à la distance L de la ligne du but et de la distance D du mur dont la hauteur maximale est h_m ($Figure\ 1$).

Données :

On néglige l'action de l'air et les dimensions du ballon devant toutes les distances.

$$g = 10 m.s^{-2} \quad ; \quad L = 20\ m \quad ; \quad D = 9,2\ m \quad ; \quad h_m = 2,2\ m$$

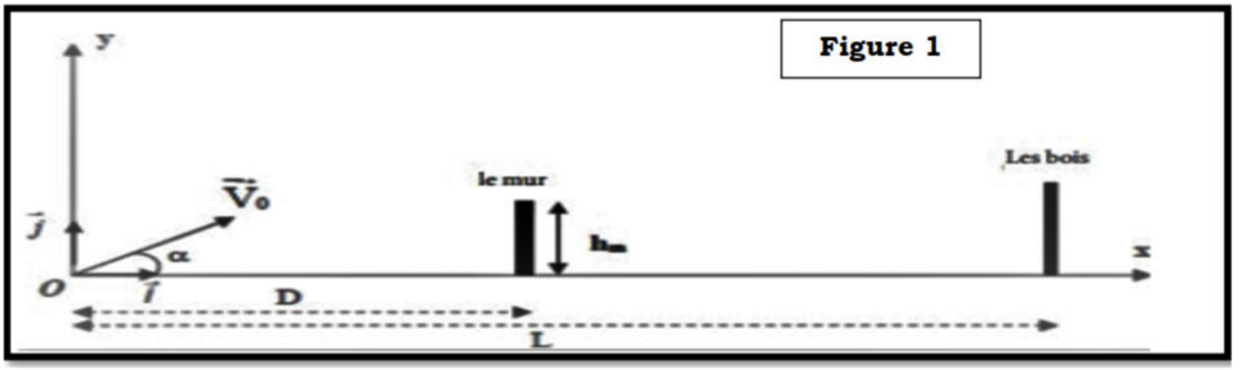
A l'instant $t = 0$, le joueur a envoyé le ballon du point O avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ formant l'angle $\alpha = 32°$ avec l'horizontale et de norme $V_0 = 16\, m.s^{-1}$. On étudie le mouvement du ballon dans un référentielle terrestre orthonormé $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les deux équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du ballon

2) En déduire l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon dans le repère $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

3) Vérifier que le ballon passe au dessus du mur

4) Déterminer la valeur de la vitesse V au moment de son entrée dans les bois



Exercice 12

Les toboggans dans les piscines permettent aux nageurs de glisser et de plonger dans l'eau.
On modélise un toboggan par une piste ABC constituée d'une partie AB inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une partie circulaire BC, et on modélise le nageur par un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m (Figure1).

Données :

AB = 2,4 m , $\alpha = 20°$, $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$, m = 70 Kg.

1- **Etude du mouvement sur la partie AB :**

Le solide (S) part de la position A supposée confondue avec G, à l'instant t = 0, sans vitesse initiale, et glisse sans frottement sur la piste AB (Figure 1). On étudie le mouvement de G dans le repère terrestre $R_1(A, \vec{i_1}, \vec{j_1})$ supposé galiléen.

Par application de la deuxième loi de Newton déterminer :

1-1- Les composantes du vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans le repère $R_1(A, \vec{i_1}, \vec{j_1})$.

1-2- V_B la vitesse de G au point B.

1-3- L'intensité R de la force associée à l'action du plan AB sur le solide (S).

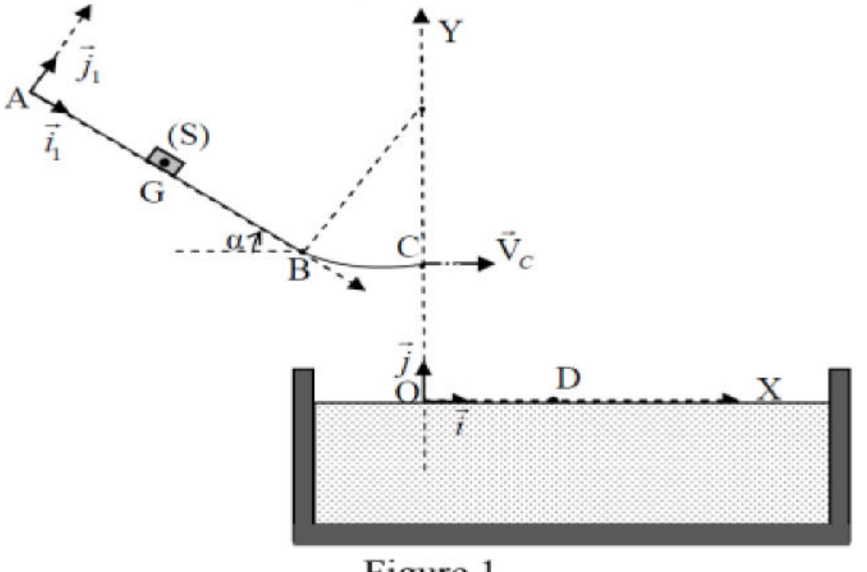


Figure 1

Dans la suite de l'exercice, on étudiera le mouvement de G dans le repère terrestre $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen (Figure 1).

2- Etude du mouvement de G dans l'air :

Le solide (S) arrive au point C avec une vitesse de vecteur horizontal, et de valeur $V_C=4{,}67 m.s^{-1}$, pour le quitter à un instant supposé comme nouvelle origine des temps. Le solide est soumis, en plus de son poids, à l'action d'une air artificielle, modélisée par la force d'expression : $\vec{f_1}=-f_1.\vec{i}$.

2-1- Trouver, à un instant t, l'expression v_x de la composante horizontale du vecteur vitesse en fonction de : m, V_C, f_1, et t.

2-2- A l'instant $t_D = 0{,}86$ s, G arrive au point D se trouvant à la surface de l'eau, où s'annule la composante horizontale de sa vitesse.

a- Calculer f_1.

b- Calculer l'altitude h de C par rapport à la surface de l'eau.

3- Etude du mouvement vertical de G dans l'eau :

Le solide (S) poursuit son mouvement dans l'eau, avec une vitesse verticale $\vec{V}$. Il subit en plus de son poids à :

- Une force de frottement fluide modélisée dans le système international d'unité par : $\vec{f}=140.V^2.\vec{j}$.
- La poussée d'Archimède $\vec{F_A}$ d'intensité $F_A = 637$ N.

On considère l'instant d'entrée de (S) dans l'eau comme nouvelle origine des temps.

3-1- Montrer que la vitesse V(t) de G vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dV(t)}{dt} - 2.V^2 + 0{,}7 = 0$$

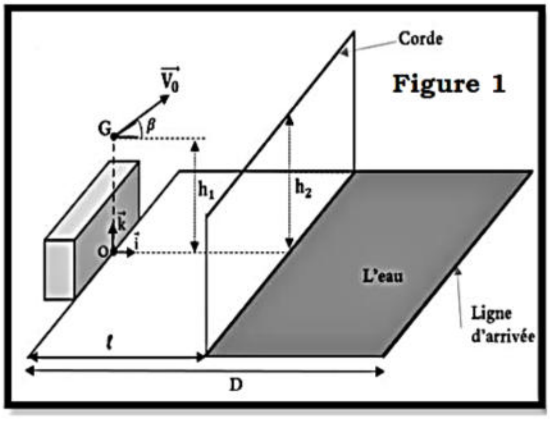
3-2- Trouver la valeur de la vitesse limite V_ℓ.

3-3- Déterminer à l'aide du tableau suivant, et par utilisation de la méthode d'Euler, les valeurs : a_{i+1} et V_{i+2}.

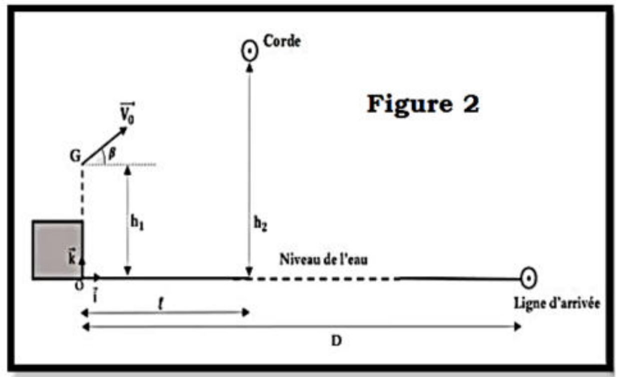
t (s)	V ($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
$t_i = 1{,}8.10^{-1}$	- 1,90	6,52
$t_{i+1} = 1{,}95.10^{-1}$	- 1,80	a_{i+1}
$t_{i+2} = 2{,}1.10^{-1}$	V_{i+2}	5,15

Exercice 13

Des élèves se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au « jeu de plongeon ».Ce jeu, réalisé à la piscine, consiste à passer au dessus d'une corde puis atteindre la surface de l'eau en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage. Le bassin d'eau a pour longueur $D = 20\,m$ et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitter un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur $h_1 = 1{,}5\,m$ au dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachéeà une distance $\ell = 1{,}6\,m$ du tremplin. Elle est à une hauteur $h_2 = 2\,m$ du niveau de l'eau (*voir figure 1 ci − contre*).



Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point **G**. Les essais diffèrent par la valeur du vecteur-vitesse initial du solide ou par l'angle du dit vecteur avec l'horizontale. Le mouvement du solide est étudié dans le repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Le point O est Le point d'intersection entre la verticale passant par la position initiale de **G** et la surface de l'eau. La direction de l'axe $(O,\vec{\imath})$ est perpendiculaire au plan Vertical contenant la corde, comme indiqué sur la $(figure\ 2\ ci-contre)$. On néglige les frottements et on prendra $g = 10\,m.s^{-2}$.



1) Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G, à la date $t = 0$, avec une vitesse V_0 faisant un angle $\beta = 45°$ avec l'horizontale, de valeur $V_0 = 8\,m.s^{-1}$ et appartenant au plan vertical défini par $(\vec{\imath},\vec{k})$.

1.1) Etablir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire $z(x)$

1.2) Le solide passe-t-il au dessus de la corde ? Justifier la réponse

1.3) Au cas où le solide passe au-dessus de la corde, quelle distance le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau ?

1.4) Calculer la norme du vecteur vitesse $\vec{V}$ et l'angle θ que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau.

1.5) Dans un second essai, les élèves voudraient que le solide touche l'eau en un point distant de $8m$ dela ligne d'arrivée. Quelle doit être alors la valeur de la vitesse initiale pour $\beta = 45°$?

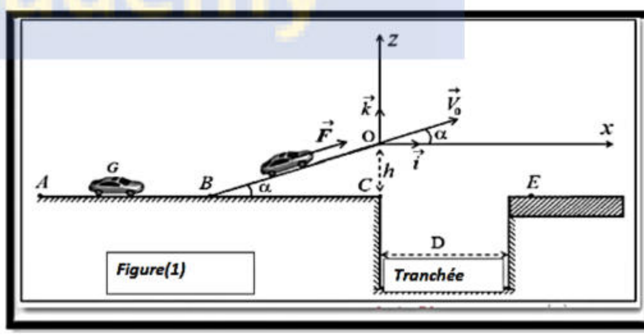
Exercice 14

Le trajet est composé de deux portions : La première portion (AB) est rectiligne et horizontale et la deuxième portion (BO) est rectiligne et inclinée d'un angle α par apport au plan horizontal (AC) et un tranchée de largeur D. voir la $figure$ (1). On modélise le système $\{Conducteur + voiture\}$ par un solide (S) indéformable de masse m et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de (S) dans un repère d'axes (Ax, Ay) considéré comme repère Galiléen et on néglige les actions de l'air sur le système qui est assimilé à un point matériel.

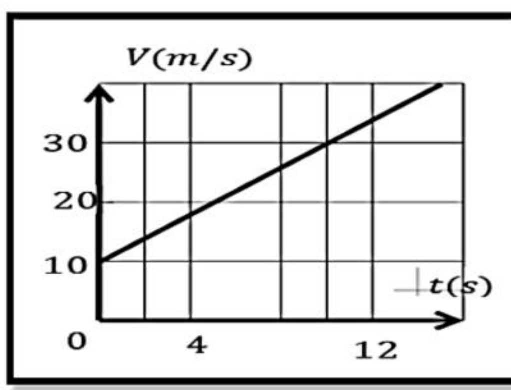
Données :

$m = 1200\,Kg$, $\alpha = 10º$, $g = 10m.s^{-2}$



I. Etude du mouvement rectiligne du système :

Le système (S) passe par la position A à l'instant $t_0 = 0$ d'abscisse $x_A = 0$ Avec une vitesse V_A et à l'instant $t_B = 8\,s$ passe par la position B d'abscisse $x_B = AB$ Avec une vitesse V_B. La $figure$ 2. représente les variations en fonction du temps de la vitesse **V** du mouvement de G sur le segment AB.



1) Trouver la valeur de a_G l'accélération du centre d'inertie et déduire la nature du mouvement

2) Trouver l'équation de la vitesse et l'équation horaire du mouvement.

3) Déduire les valeurs de V_A ,V_B et calculer la distance (AB).

4) Le système (S) est soumis le long de la portion (BO) à une force motrice $\vec{F}$ exercée par le moteur qui est parallèle au trajet (BO) et qui a le même sens que mouvement. et à une force de frottement $\vec{f}$ tangente à la trajectoire, de sens opposé au mouvement et d'intensité $f = 500$.

En appliquant la deuxième loi de Newton :

4-1- Trouver l'intensité F pour que le système conserve la même accélération que celle du mouvement sur la portion (AB).

4-2- Calculer la distance (OB) sachant que $V_0 = 30 m.s^{-1}$.

II. Etude du mouvement du système dans le champ de pesanteur uniforme.

Le système arrive au point (O) avec une vitesse $V_0 = 30 m.s^{-1}$ et se déplace dans l'air sous l'action de son poids seul et tombe au point (E) On choisit une nouvelle origine des dates $t = o$ l'instant du passage du centre d'inertie G du système par le point (O) origine du repère $R(O, \vec{i}, \vec{k})$.

1) Montrer que l'équation de la trajectoire est : $Z = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha).x$

2) Trouver les coordonnées $(x_F ; z_F)$ du point (F) sommet de la trajectoire.

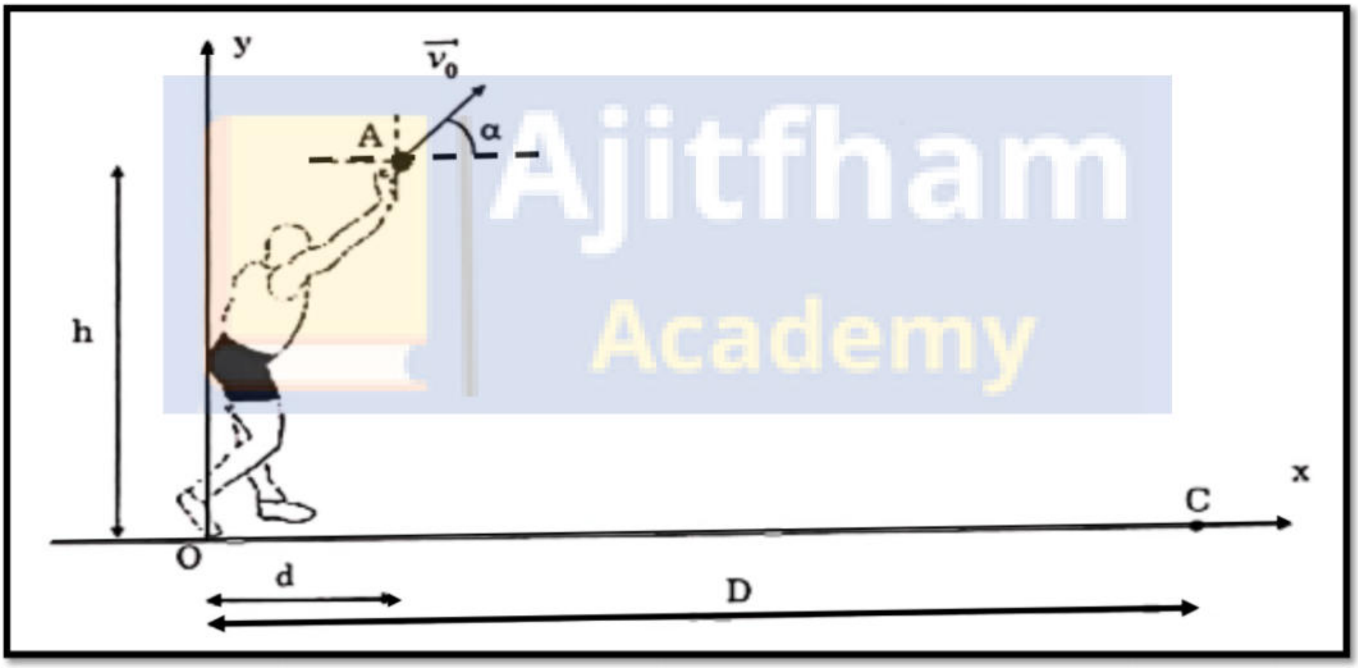
3) Calculer la distance CE.

Exercice 15

Lors du championnat du monde d'athlétisme qui eut lieu à Paris en août 2003. Le vainqueur de l'épreuve du lancer du " poids ". (***Andrey Mikhnevich***) a réussi un jet à une distance $D = 21,69\ m$. Pour simplifier les raisonnements, on ne travaillera que sur le centre d'inertie G du boulet (nom courant donné au " poids "). Et négligera la résistance de l'air.

Données :

$h = 2,62\ m$; $\alpha = 45°$; $d = 0,9\ m$; $g = 10\ m.s^{-2}$



1) Établir les équations horaires du mouvement du boulet dans le repère $R(O, x, y)$

2) En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire et donner sa nature

3) Établir, en fonction de D, g, d, α et h, la valeur v_0 de la vitesse initiale $\vec{v_0}$ qu'Andrey Mikhnevich à communiquer au boulet pour réussir le jet. Faire l'application numérique

4) Calculer la hauteur maximale (par rapport au sol) atteinte par le boulet

5) Le boulet arrive au point C avec un vecteur vitesse $\vec{v_c}$

5.1) Déterminer les coordonnées de $\vec{v_c}$

5.2) En déduire la norme et la direction de $\vec{v_c}$

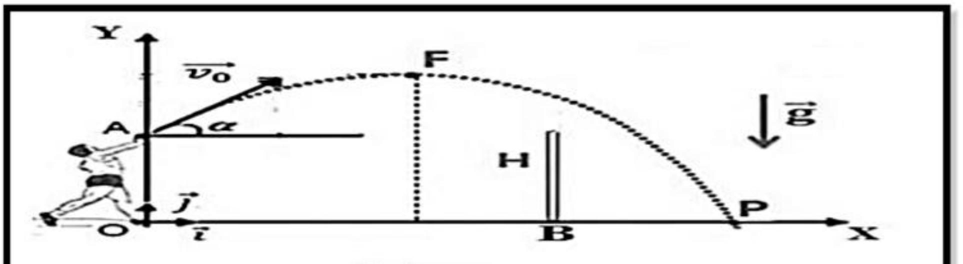
Exercice 16

Une boule de masse m est lancé à un instant $t = 0$, à partir d'un point A avec une vitesse initial $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'axe horizontale (***voir figure***). On étudie le mouvement de G dans un repère orthonormé $R(O,\vec{\imath},\vec{k})$ supposé galiléen.

Données :

$OA = h_A = 2\,m$; $\alpha = 45°$; $d = OP = 23,12\,m$; $g = 10\,m.s^{-2}$; $x_B = 16\,m$; $H = 4\,m$

1) Par application de la deuxième loi de newton, trouver les équations horaires du mouvement de G
2) Trouver l'équation de la trajectoire du mouvement de G
3) Supposons que la boule dépasse l'obstacle, Trouver l'expression de la vitesse V_0 en fonction de g, d, h_A et α. puis calculer sa valeur
4) A quelle altitude h La boule dépassée l'obstacle d'altitude H
5) Calculer l'altitude maximale atteinte par la boule
6) Trouver l'instant t_p ou la boule touche le sol
7) Déterminer la norme de la vitesse V_p du centre d'inertie G de la boule au point P

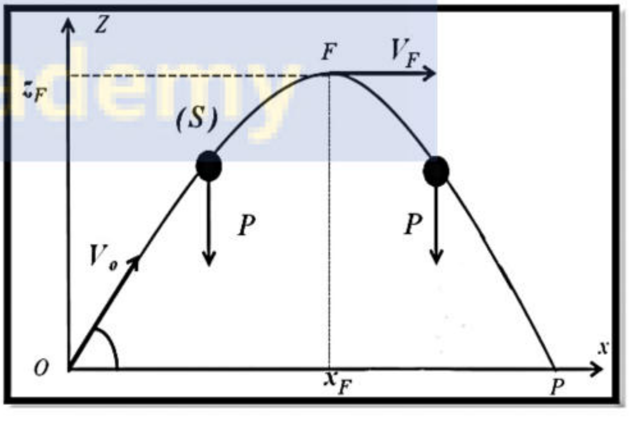


Figure

Exercice 17

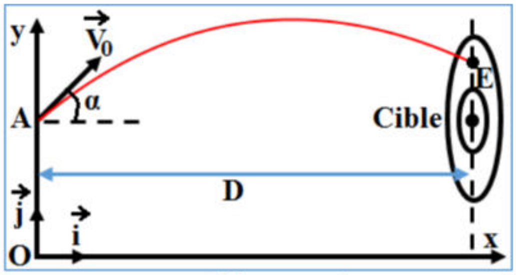
Les forces exercées par l'air sur le projectile sont négligeables devant le poids P. Un projectile (S) de masse m, de centre d'inertie G, est lancé d'un point O, à un instant $t = 0$, avec une vitesse initiale V_0 faisant un angle α avec l'horizontale. Le projectile se déplace sous l'action de son poids seul, dans le plan verticale (OX, OZ) et tombe sur le plan horizontal en un point (P) appelé la porté. On appelle le point (F) sommet de la trajectoire : la flèche

Le vecteur vitesse V_F en (F) est horizontal.

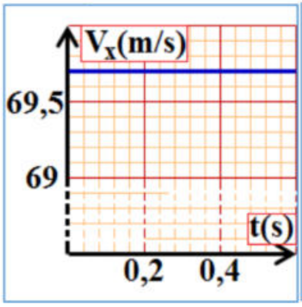


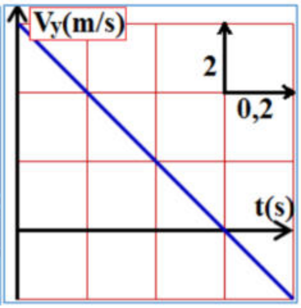
1) En appliquant la deuxième loi de Newton sur le projectile trouver les coordonnées du vecteur accélération dans le repère cartésien $R(O,\vec{\imath},\vec{k})$.
2) Etablir les équations des vitesses $V_x(t)$ et $V_Z(t)$ et les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$
3) Déduire l'équation de la trajectoire $z = f(x)$
4) Montrer que l'altitude maximale atteinte par le projectile (la flèche) par rapport au point de lancement est : $h_{max} = Z_F = \frac{V_0^2}{2g}\sin^2(\alpha)$
5) Montrer que la portée horizontale, distance entre le point de lancement O et le point (P) de chute du projectile sur l'axe Ox est : $d = x_D = \frac{V_0^2}{g}\sin(\alpha)$
6) Quelle est la valeur de l'angle α pour que la portée soit maximale ?

Exercice 18



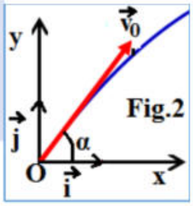
Le tir à l'arc est un sport de précision et de concentration dans lequel les compétiteurs tentent de tirer leurs flèches au centre d'une cible avec leur arc. Un compétiteur lance, à partir d'un point A, une flèche de masse m et de centre d'inertie G avec une vitesse $\vec{V}_0$ vers une cible. La cible, de forme circulaire et de centre C, est située à une distance $D = 80m$ du compétiteur. La vitesse $\vec{V}_0$ fait un angle α avec l'horizontale. On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ lié à un référentiel terrestre supposé Galiléen. On néglige la résistance de l'air et la poussée d'Archimède. Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes suivantes. On prend comme origine des dates $t_A = 0s$, l'instant du tir de la flèche du point A, (OA=2,1m):



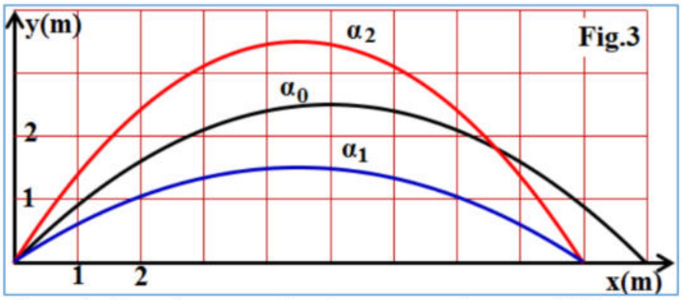


1- Etablir les équations différentielles vérifiées par V_x et V_y,
2- Déduire les expressions des équations $V_x(t)$ et $V_y(t)$,
3- Trouver, graphiquement, l'accélération de la pesanteur g, l'angle de tir α, la vitesse initiale V_{0x}, V_{0y} et V_0,
4- La flèche atteint la cible en un point E situé sur la verticale qui passe par C : Calculer la vitesse V_E en E,
5- Déduire la valeur de l'angle forme entre $\vec{V}_y$ et $\vec{V}_G$ au point E,
6- Calculer y_m l'ordonné maximal attente par la flèche.

Exercice 19



Etude de la chute libre d'une bille (S) par rapport à différents sens du vecteur vitesse initiale. La bille est soumis à son poids seulemnt. On donne $g = 10m.s^{-2}$.
On lance à nouveau, de la position O, la boule (S) précédente avec une vitesse initiale dont le vecteur $\vec{V}_0$ fait un angle α avec l'horizontale. On étudie le mouvement de G centre d'inertie de la boule (S) dans un repère orthonormé $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ lié à la terre et qu'on considère alileén :
1- Trouver l'expression littérale des deux équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G,
2- Etablir l'expression de la portée x_p,
3- En utilisant un matériel informatique adéquat, on obtient le document de la figure 3 qui représente les trajectoires du mouvement de G pour une même valeur de la vitesse initiale V_0 mais différents angles de lancé $\alpha_0 = 45°$; α_1 et α_2 :



  a- Déterminer la valeur de la portée x_{p0} correspondant à l'angle de lancé α_0, en déduire la valeur de la vitesse V_{02},
  b- Déterminer les valeurs de l'angle α_1 et déduire la valeur de l'angle α_2 sachant que : $\alpha_1 + \alpha_2 = 90°$,
4- Au sommet de la trajectoire la vitesse de G prend une valeur V_1 pour l'angle de lancé α_1 et une valeur V_2 pour l'angle de lancé α_2 : établir une relation entre V_1 et V_2,

Exercice 20

Dans cette partie, on étudie le mouvement de chute de deux corps (A) et (B) dans le repère orthonormé $R(O, x, y)$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O est situé au niveau du sol ($figure\ 1$).
On néglige la poussée d'Archimède devant les autres forces.

I. Etude de la chute d'un corps avec frottement :

A un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), On lâche, sans vitesse initiale d'un point H un corps solide (A) de masse $m_A = 0,5\ kg$ et de centre d'inertie G_A ($figure\ 1$).
En plus de son poids, le solide (A) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -k.v_{Ay}\vec{j}$ où v_A est le vecteur vitesse de G_A à un instant t et k une constante positive.

1) Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la composante $v_{Ay}(t)$ selon l'axe (Oy) du vecteur vitesse $v_{Ay}(t)$ s'écrit : $\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau}v_{Ay} + g = 0$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement .

2) La courbe de la $figure\ 2$ représente l'évolution de $v_{Ay}(t)$ au cours du temps. Déterminer τ et déduire la valeur de k.

3) Déterminer, en utilisant **la méthode d'Euler**, la vitesse $v_{Ay}(t)_i$ à un instant t_i sachant que l'accélération à l'instant t_{i-1} est $a_{Ay}(t)_{i-1} = -4,089\ m.s^{-2}$ et que le pas de calcul est $\Delta t = 0,01\ s$.

II. Etude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

A l'instant où le centre d'inertie G_A du corps (A) passe par le point F d'altitude $h_F = 18,5\ m$ par rapport au sol, on lance un projectile (B), de masse m_B et de centre d'inertie G_B, d'un point P de coordonnées $(0, h_p)$ avec une vitesse initiale V_0 faisant un angle α $(0 < \alpha < 90°)$ avec l'horizontale ($figure\ 1$). On choisit cet instant comme nouvelle origine des dates ($t = 0$) pour le mouvement de (A) et celui de (B).

Données :

- On néglige les frottements pour le projectile (B)
- $h_p = 1,8\ m$; $V_0 = 20\ m.s^{-1}$

1) Etablir les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du mouvement de (B) en fonction de α et t

2) Exprimer les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire de (B), en fonction de α

3) Les deux corps (A) et (B) se rencontrent au point S (on considère que G_A coïncide avec G_B en S). Déterminer l'angle α correspondant sachant que le corps (A) passe par F avec sa vitesse limite et que les mouvements de (A) et (B) s'effectuent dans le même plan (xOy).

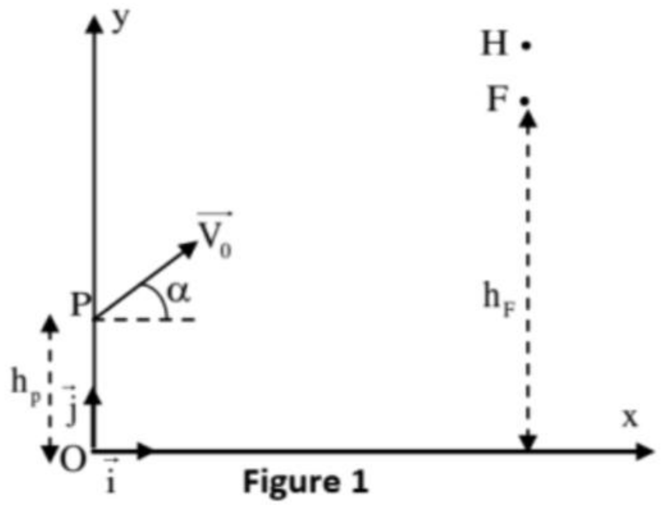


Figure 1

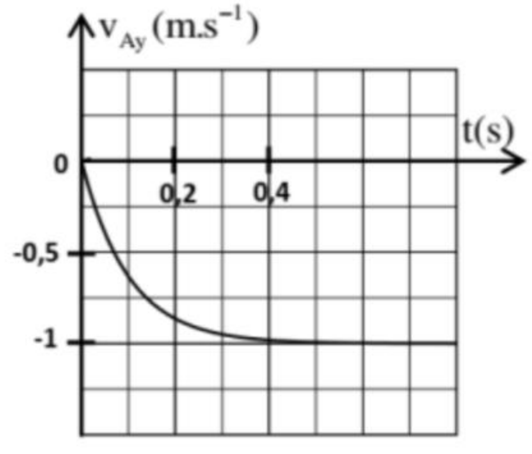


Figure 2