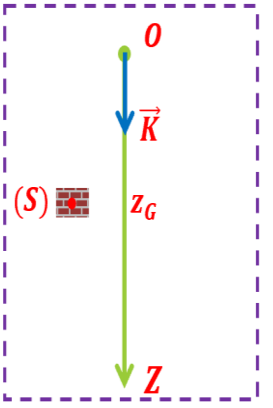
Série d'exercices : La chute verticale

Exercice 1

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'un solide (S) en chute libre , lancé avec une vitesse initiale de valeur : $v_0 = 3m/s$.
Étudions le mouvement de G centre d'inertie du solide dans repère $R(O,\vec{K})$ lie à un référentiel terrestre supposé galiléen (la figure ci-contre)

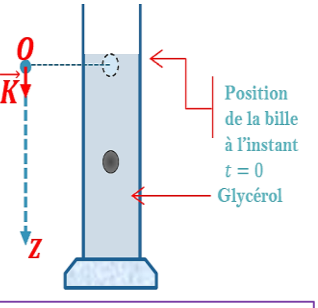


❶ En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer la composante a_z de l'accélération . On donne :$g = 9,81m.s^{-2}$.

❷ Etablir les équations horaires de la vitesse et de la position du centre d'inertie du solide dans les deux cas suivantes :
a − Première cas : $\vec{v_0}$ est orientée vers le haut et $z_0 = 0m$.
b − Deuxième cas : $\vec{v_0}$ est orientée vers le bas et $z_0 = 8m$.

Exercice 2

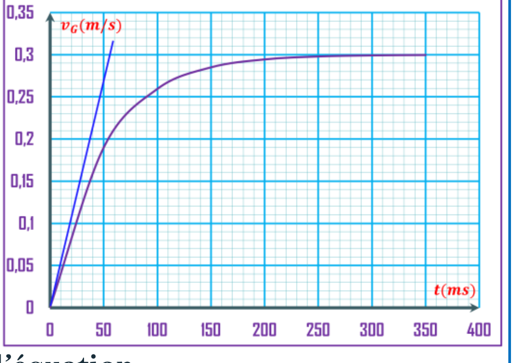
Le but de cet exercice est de modéliser la force de frottement visqueux exercée par le glycérol sur une bille métallique , à partir de l'étude du mouvement de la chute verticale de cette bille dans une éprouvette gradué rempli en glycérol . (la figure ci-contre)
Etudions le mouvement de G centre d'inertie de la bille dans un repère $R(O,\vec{K})$ lié un référentiel terrestre supposé galiléen .



Donnée

- Volume de la bille $V = 5,24 \times 10^{-6}\ m^3$
- Masse volumique de la bille $\rho_1 = 2700kg/m^3$
- Masse volumique de glycérol $\rho_2 = 1260kg/m^3$
- L'intensité de champ de pesanteur $g = 9,81N/kg$
- L'intensité de la force de frottement $f = kv_G^n$
- L'intensité de la poussée d'Archimède $F_A = \rho_2 Vg$

Par un système d'acquisition convenable on obtient les variations de v_G la vitesse de G centre d'inertie de la bille en fonction du temps (la courbe ci-contre)



❶ En appliquant la deuxième loi de Newton montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} + Av_G^n = B$,en précisant les expressions de A et B en fonction de ρ_1 , ρ_2 , g , k, et V .

❷ Déduire que l'équation différentielle est : $\frac{dv_G}{dt} + 17,43v_G^n = 5,23$. On donne $k = 0,247\ (SI)$

❸ Déterminer l'accélération initial a_0 .

❹ Déterminer l'expression de la vitesse limite v_L en fonction de n .

❺ En exploitant la courbe déterminer :
a − La valeur la vitesse limite v_L .
b − Temps caractéristique τ .

❻ Déduire la valeur de n .

❼ En utilisant la méthode d'Euler , calculer les vitesses v_1 et v_2 .
On donne le pas de calcule $\Delta t = 0,005s$

Exercice 3

On se propose dans cette partie, de déterminer la masse volumique ρ_r d'huile de ricin.

On libère, sans vitesse initiale, une bille homogène en acier dans une éprouvette remplie d'huile de ricin. Cette bille a une masse m et une masse volumique ρ_a.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la bille dans un repère $(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen (figure 1).
La bille est soumise, durant sa chute verticale dans le liquide, à l'action de trois forces :

- son poids $\vec{P}$.

- la poussée d'Archimède $\vec{F_a}$ de direction verticale, de sens vers le haut et d'intensité $F_a = \rho_r.V.g$ où V est le volume de la bille et g l'accélération de la pesanteur.

- la force de frottement fluide, modélisée par le vecteur $\vec{F} = -k.\vec{v}$ où k est une constante positive et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de G à un instant t.

Un système d'acquisition informatisé permet d'obtenir la courbe de la figure 2 représentant l'évolution de la vitesse v(t).
La droite (T) étant la tangente à la courbe au point d'abscisse t=0.

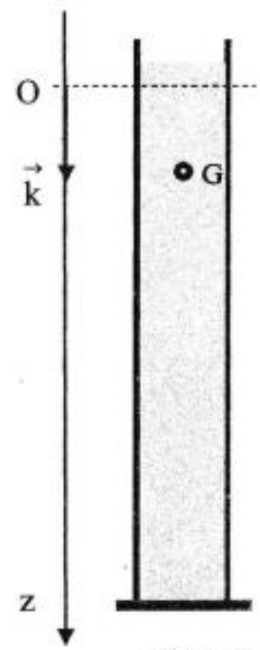


Figure1

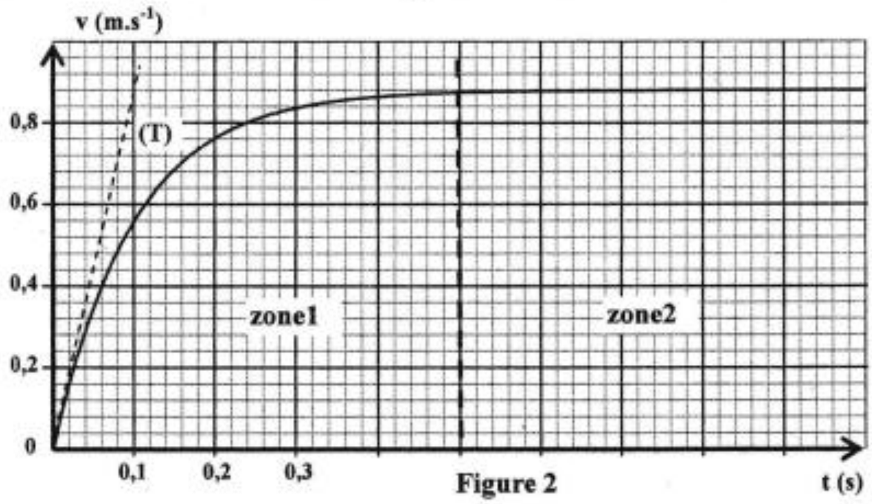


Figure 2

Données : m = 10 g ; $\rho_a = 7,8\,g.cm^{-3}$; $g = 10\,m.s^{-2}$.

1. La courbe de la figure 2 présente deux zones. Attribuer à chaque zone le régime correspondant.

2. Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit ainsi : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}.v = g(1 - \frac{\rho_r}{\rho_a})$ où τ est le temps caractéristique du mouvement qu'on exprimera en fonction de m et k.

3. Déterminer graphiquement :

3.1. la valeur de τ puis en déduire, dans le système international d'unités, la valeur de k.

3.2. la valeur de la vitesse limite V_ℓ.

4. Trouver l'expression de la masse volumique ρ_r de l'huile de ricin en fonction de τ, g, ρ_a et V_ℓ.
Calculer sa valeur.

Exercice 4

Le parachute est un dispositif destiné, après son ouverture, à freiner le mouvement d'un parachutiste en chute verticale dans l'air.

Cet exercice se propose d'étudier un modèle simplifié du mouvement d'un parachutiste. Ce dernier se laisse tomber sans vitesse initiale d'un hélicoptère en vol stationnaire situé à une hauteur h au-dessus du sol.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du système (S), constitué d'un parachutiste équipé de son parachute, dans le repère $(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen (figure 1). On considère que la trajectoire de G est verticale et que l'accélération de la pesanteur reste constante.

Figure 1

Données :

- ✓ La masse du système (S) : $m = 100\,kg$;
- ✓ Accélération de la pesanteur : $g = 10\,m.s^{-2}$;
- ✓ La hauteur h : $h = 660\,m$.

Le mouvement du système s'effectue en deux phases.

1) Phase 1 : parachute fermé

Le parachutiste se laisse tomber de l'hélicoptère sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des dates t= 0. La chute se fait durant cette phase avec le parachute fermé.

On modélise l'évolution de la vitesse du centre d'inertie G du système (S) durant cette phase par la courbe de la figure 2.

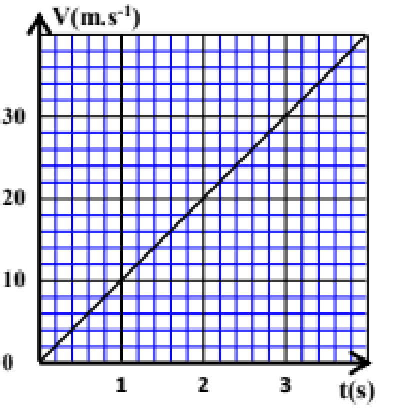


Figure 2

1.1) Quelle est la nature du mouvement de G? justifier votre réponse.

1.2) Peut-on considérer que le mouvement du parachutiste, durant cette phase, est une chute libre ? Justifier votre réponse.

2) Phase 2: parachute ouvert

Le parachutiste ouvre son parachute après une durée $\Delta t_1 = 4\,s$ depuis le début de sa chute. On choisit l'instant d'ouverture du parachute comme nouvelle origine des dates pour cette phase.

Durant cette phase, le système est soumis à son poids et aux frottements de l'air modélisés par une force de contact $\vec{F} = -\alpha.v^2.\vec{k}$ avec v la vitesse de G et α une constante positive.

On modélise l'évolution de la vitesse de G durant cette phase par la courbe de la figure 3.

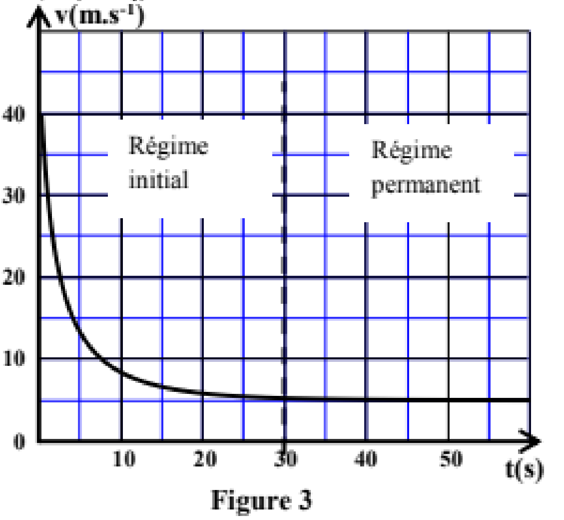


Figure 3

2.1) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v s'écrit : $\frac{dv}{dt}+\frac{\alpha}{m}.v^2=g$.

2.2) Trouver l'expression de la vitesse limite V_ℓ du mouvement en fonction de m, g et α .

2.3) Déterminer graphiquement V_ℓ .

2.4) En déduire la valeur de α .

3) Sachant que la durée totale du mouvement de G depuis le début de la chute jusqu'à l'arrivée au sol est $\Delta t = 70\,s$, trouver la distance d parcourue par G durant le régime initial de la phase 2.

Exercice 5

Etude du mouvement de chute verticale d'une bille dans un liquide visqueux

On se propose d'étudier le mouvement de la chute verticale, avec frottement fluide, dans un liquide visqueux d'une bille homogène de masse m.

A l'aide d'une caméra numérique et d'un logiciel adéquat, on suit l'évolution de la vitesse du centre d'inertie G de la bille lors de sa chute verticale dans un liquide visqueux.

On étudie le mouvement de G dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G, à chaque instant t, par son ordonnée y sur l'axe vertical $(O, \vec{j})$ orienté vers le bas (figure 1).

Les forces de frottement fluide exercées sur la bille sont modélisées par la force : $\vec{f}=-k.v.\vec{j}$; avec v la vitesse instantanée de G et k une constante positive.

On néglige la poussée d'Archimède par rapport aux autres forces exercées sur la bille.

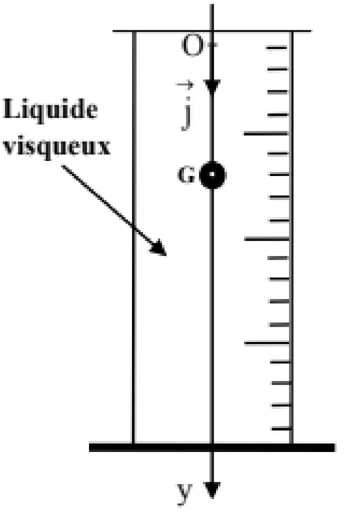


Figure 1

Données :

- accélération de la pesanteur : $g=10\,m.s^{-2}$;
- $m = 2{,}5.10^{-2}$ kg .

1. En appliquant la deuxième loi de Newton sur la bille, montrer que l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G s'écrit :

$$\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g\ .$$

2. Trouver l'expression de la vitesse limite v_ℓ de G en fonction de g , m et k .

3. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille.

Déterminer graphiquement la valeur de v_ℓ .

4. Vérifier que, dans le système international d'unités, l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit

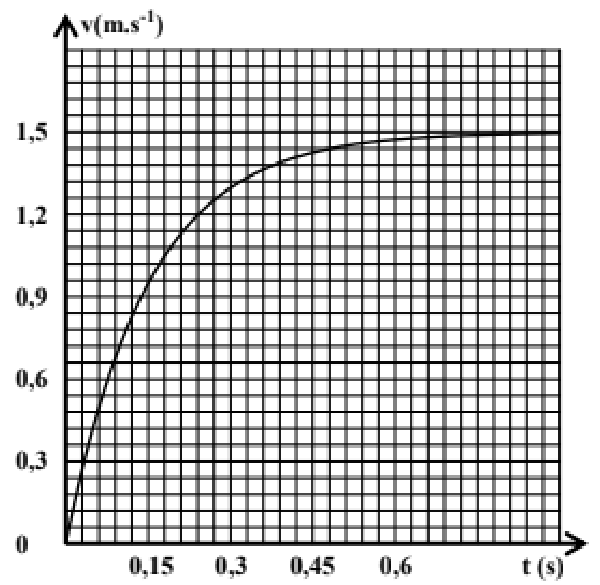


Figure 2

ainsi: $\frac{dv}{dt}=10-6,67\,v$.

5. A l'aide des données du tableau ci-contre et de la méthode d'Euler, calculer :

5.1. l'accélération a_1 à l'instant t_1.

5.2. la vitesse v_3 à l'instant t_3 sachant que le pas de calcul est: $\Delta t=0,015\,s$.

t	v ($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
/	/	/
t_1	0,150	$a_1=....$
t_2	0,285	8,10
t_3	$v_3=...$	/

Exercice 6

L'étude de la chute d'un solide homogène dans un liquide visqueux permet de déterminer quelques caractéristiques cinétiques et la viscosité du liquide utilisé.

On remplit un tube gradué par un liquide visqueux, transparent et de masse volumique ρ, puis on y laisse tomber, sans vitesse initiale, à l'instant t = 0, une bille homogène de masse m, et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement de G par rapport à un repère terrestre supposé galiléen.

La position de G est repérée à un instant t, par l'ordonnée z, sur l'axe $(\overrightarrow{Oz})$ vertical descendant (Figure 1).

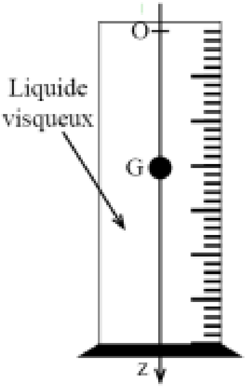


Figure 1

On considère que la position de G est confondue avec l'origine de l'axe $(\overrightarrow{Oz})$ à l'instant t = 0, et que la poussée d'Archimède $\vec{F}$ n'est pas négligeable par rapport aux autres forces appliquées sur la bille.

On modélise l'action du liquide sur la bille au cours du mouvement par une force de frottement : $\vec{f}=-k.\vec{v}_G$.

$\vec{v}_G$ est la vitesse de G à un instant t, et k un facteur constant et positif.

<u>**Données :**</u>

- Rayon de la bille : $r = 6,00.10^{-3}$ m
- Masse de la bille : $m = 4,10.10^{-3}$ kg

On rappelle que l'intensité de la poussée d'Archimède est égale au poids du liquide déplacé.

1- Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt}+A.v_G=B$, en exprimant A en fonction de k et m, et B en fonction de g (intensité de pesanteur), m, ρ et V (volume de la bille).

2- Vérifier que l'expression $v_G(t)=\frac{B}{A}.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle, où $\tau=\frac{1}{A}$ est le temps caractéristique du mouvement.

3- Ecrire l'expression de la vitesse limite $V_{\ell im}$ du centre d'inertie de la bille en fonction de A et B.

4- On obtient, à l'aide d'un matériel informatique convenable, la courbe de la figure 2, représentant les variations de la vitesse v_G en fonction du temps.
Déterminer graphiquement les valeurs de $V_{\ell im}$ et τ.

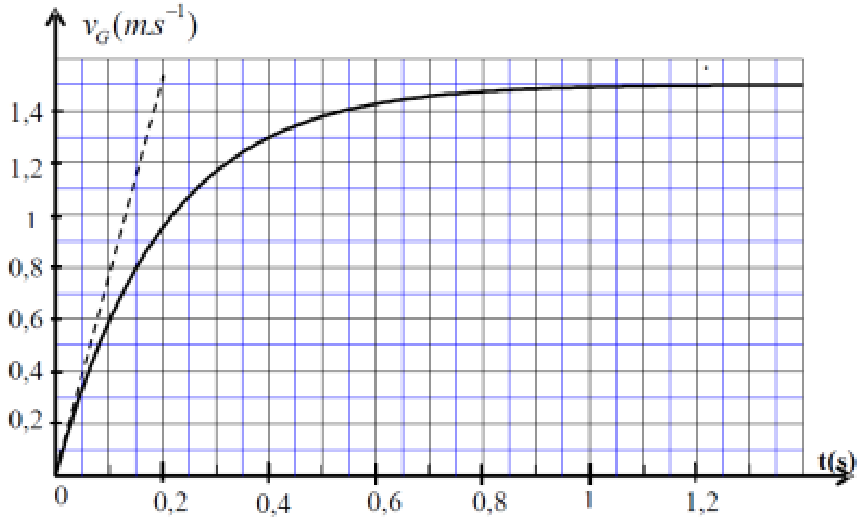


Figure 2

5- Déterminer la valeur du coefficient k.

6- Le coefficient k varie avec le rayon de la bille et la viscosité η du liquide selon la relation suivante : $k = 6\pi.\eta.r$.
Déterminer la valeur de η du liquide utilisé dans cette expérience.

7- L'équation différentielle du mouvement de G s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} = 7,57 - 5.v_G$. Par application de la méthode d'Euler, et les données du tableau, déterminer les valeurs de a_1 et v_2.

t (s)	v ($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	v_2	5,27