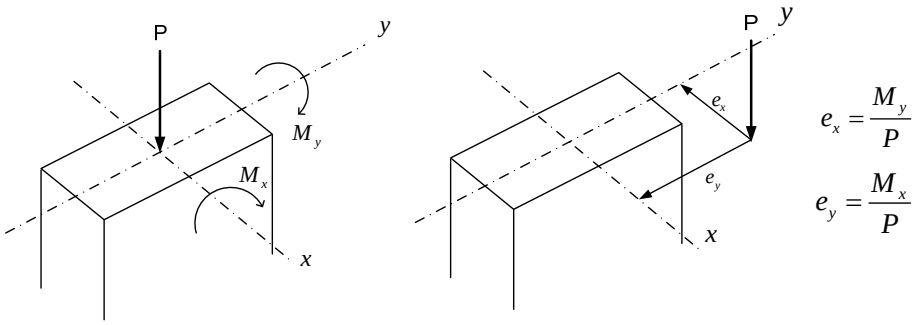
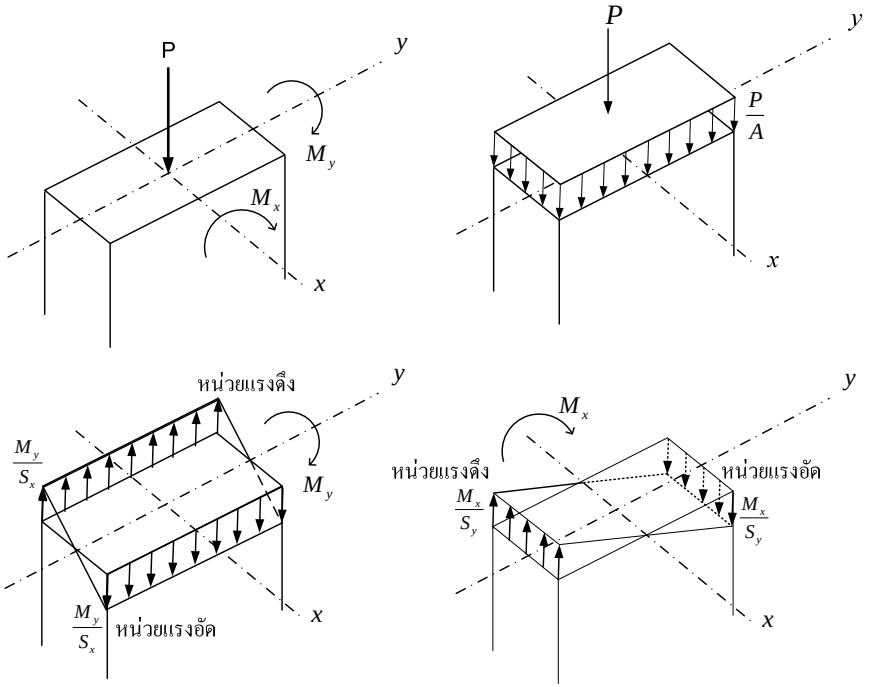
เสารับแรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัด



รูปที่ 5.9 เสารับโมเมนต์ดัดร่วมกับแรงอัดตามแนวแกน



รูปที่ 5.10 การกระจายหน่วยแรงบนหน้าตัดเสาเนื่องจากโมเมนต์ดัดและแรงอัดตามแนวแกน

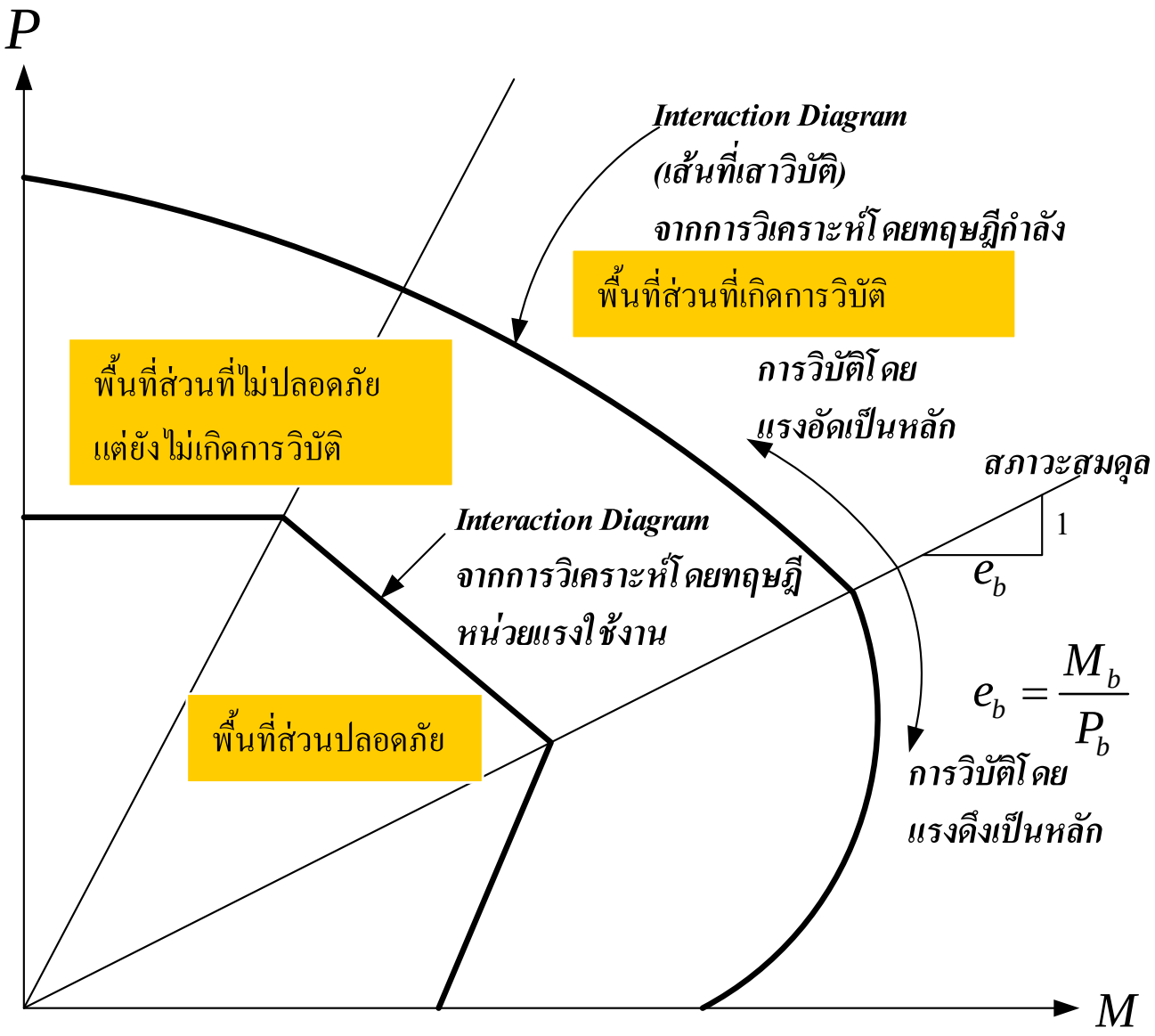
หน่วยแรงสูงสุดที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดเสาเนื่องจากโมเมนต์ดัดและแรงอัดตามแนวแกนจะเท่ากับ

$$f_a + f_{bx} + f_{by} = \frac{P}{A} + \frac{M_x}{S_x} + \frac{M_y}{S_y} \leq \text{ หน่วยแรงที่ยอมให้}$$

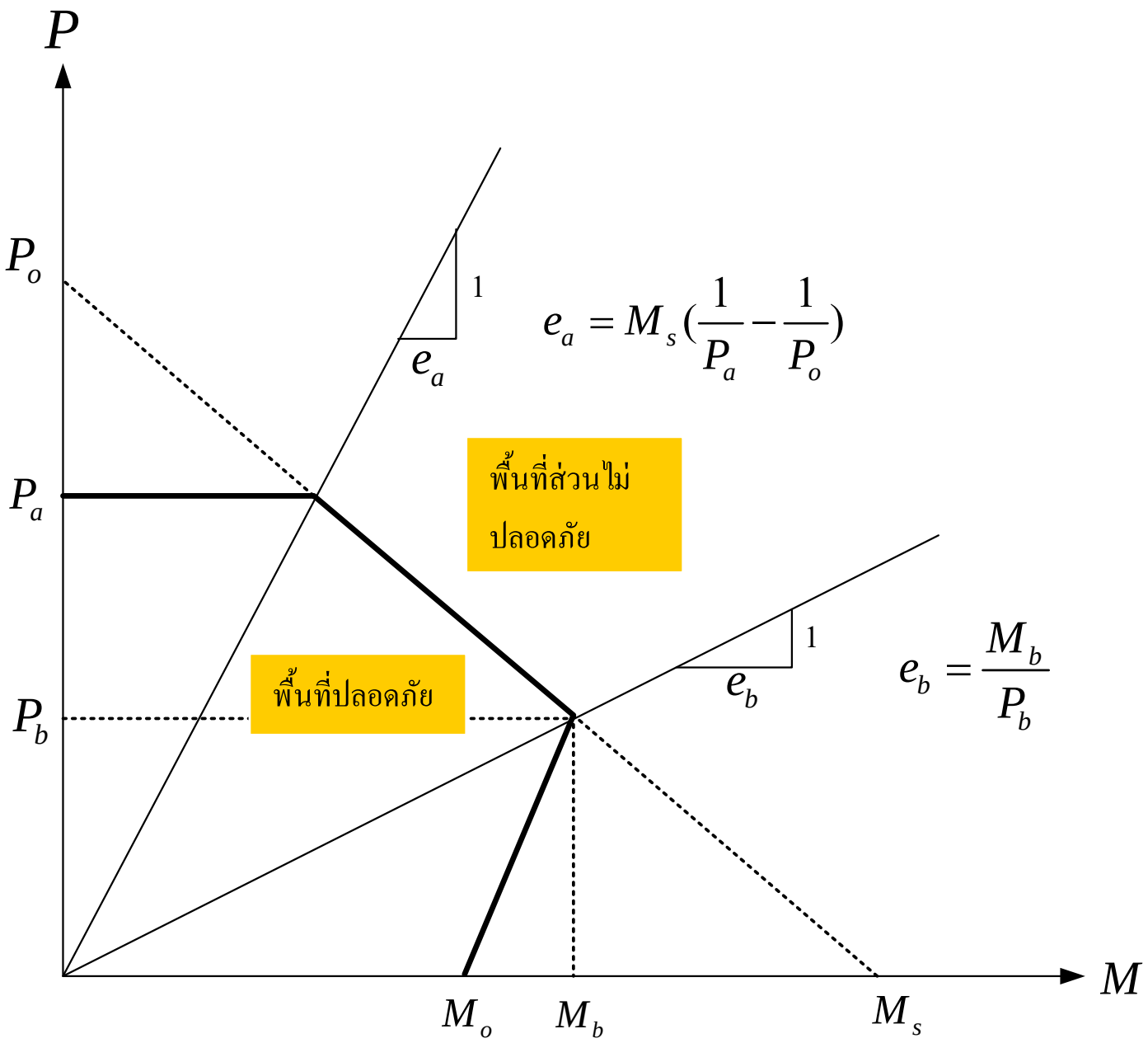
ในกรณีที่หน่วยแรงที่ยอมให้ไม่เท่ากันสำหรับการอัดและการดัดจะต้องเทียบอัตราส่วนของหน่วยแรงที่เกิดขึ้นกับหน่วยแรงที่ยอมให้ไม่ให้เกินกว่า 1.0 ดังสมการ

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0$$

เมื่อ F_a F_{bx} F_{by} เป็นหน่วยแรงอัด และหน่วยแรงดัดที่ยอมให้เมื่อพิจารณาการดัดรอบแกน x และ y ตามลำดับ



รูปที่ 5.11 Interaction Diagram ของเสารับโมเมนต์ดัดและแรงอัดตามแนวแกน



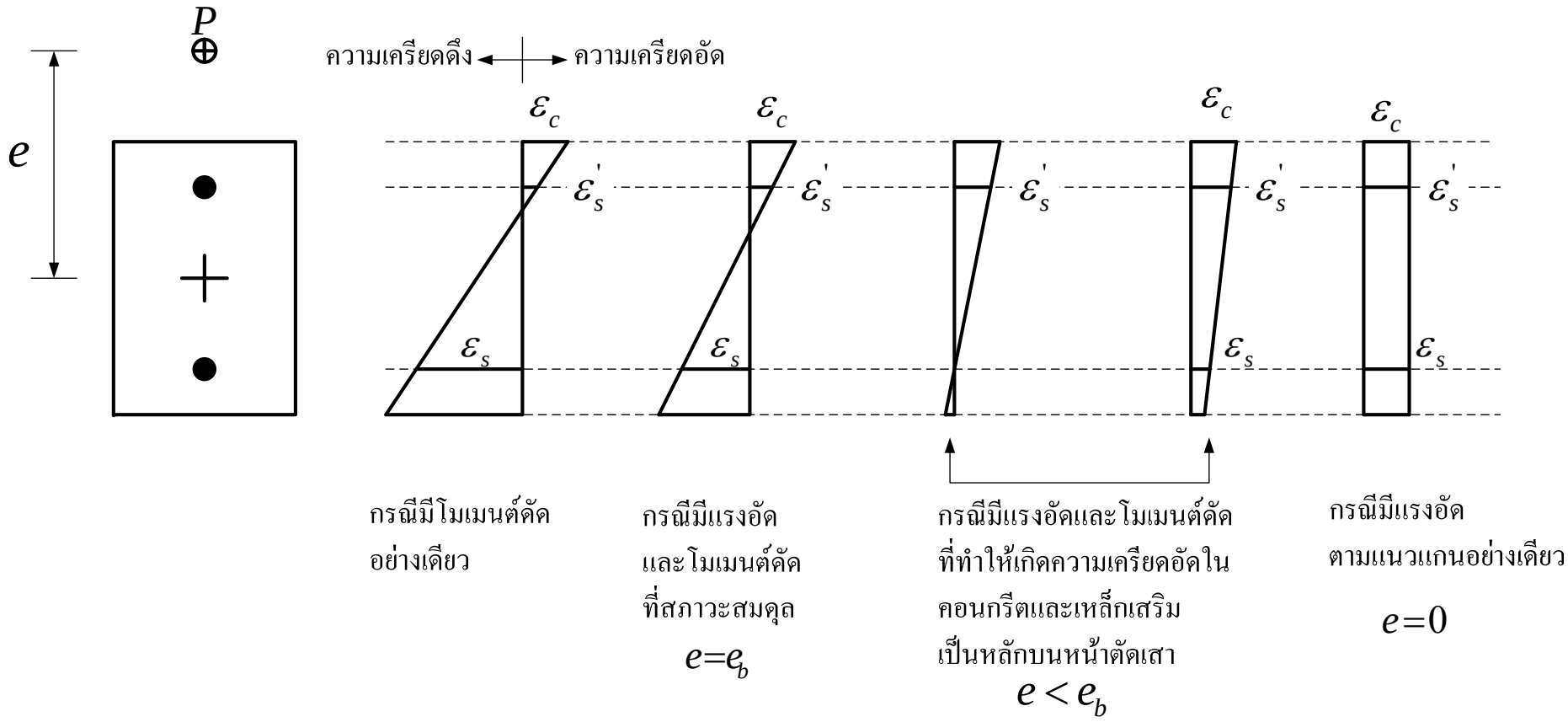
รูปที่ 5.12 Interaction Diagram สำหรับเสาในวิธีหน่วยแรงใช้งาน

ในกรณีเสาคอนกรีตเสริมเหล็กรับน้ำหนักตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดทำให้เกิดระยะเยื้องศูนย์ไม่มาก $\left(e < e_a\right)$ หน่วยแรงและความเครียดจะเป็นแบบอัดตลอดหน้าตัด

ระยะเยื้องศูนย์ที่ทำให้หน่วยแรงในคอนกรีตถึงหน่วยแรงอัดที่ยอมให้และเหล็กเสริมถึงหน่วยแรงดึงที่ยอมให้พอดีเรียกว่า ระยะเยื้องศูนย์สมดุล(e_b)

เมื่อระยะเยื้องศูนย์น้อยกว่าสภาวะสมดุล $\left(e < e_b\right)$ หน่วยแรงและความเครียดในคอนกรีตและเหล็กเสริมจะเป็นแบบอัดเป็นหลัก (Compression control)

กรณีระยะเยื้องศูนย์มีค่ามากกว่าระยะเยื้องศูนย์สมดุลจะเกิดหน่วยแรงอัดในคอนกรีตส่วนรับแรงอัดและหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมรับแรงดึงขึ้น คอนกรีตอาจมีการร้าวได้ในขณะรับน้ำหนักบรรทุกใช้งานสำหรับกรณีนี้ (Tension Control)



รูปที่ 5.13 ความเครียดบนหน้าตัดเสาที่รับโมเมนต์ดัดและแรงอัดตามแนวแกนที่ระยะเยื้องศูนย์ต่างๆ

การคำนวณค่าต่างๆบน Interaction Diagram

1) กรณีแรงอัดเป็นหลัก(Compression control)

P_a =น้ำหนักบรรทุกที่ได้จากสูตรของเสา ตามสมการที่ 5.1 และ 5.2

$P_a = 0.85A_g(0.25f_c^{'} + \rho f_s)$ สำหรับเสาปลอกเดี่ยว

$P_a = A_g(0.25f_c^{'} + \rho f_s)$ สำหรับเสาปลอกเกลียว

$P_o = F_a A_g$

$F_a = 0.34(1+\rho_g m)f_c^{'}$ = หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ของคอนกรีตกรณีรับแรงอัด

$$m = \frac{f_y}{0.85f_c^{'}} \qquad \rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$M_s = F_b S \qquad S = \frac{I}{C}$$

I = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด (Moment of Inertia) คำนวณโดยใช้สูตรสำเร็จ ดังตารางที่ 5.3

$$e_a = M_s(\frac{1}{P_a} - \frac{1}{P_o})$$

$$M_a = P_a e_a$$

2) สภาวะสมดุล

$F_b = 0.45 f_c^{'}$ หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ของคอนกรีตกรณีรับโมเมนต์ดัด

P_b หาได้จากสภาวะสมดุล $\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} = 1$ และ $M_b = P_b e_b$

e_b คำนวณได้จากการใช้สูตรสำเร็จเสนอโดย วสท. ดังแสดงในตารางที่ 5.1

$$\frac{\frac{P_b}{A_g}}{F_a} + \frac{\frac{M_b C}{I}}{F_b} = \frac{\frac{P_b}{A_g}}{F_a} + \frac{\frac{P_b e_b}{S}}{F_b} = 1$$

$$P_b = \frac{1}{\left(\frac{1}{A_g F_a} + \frac{e_b}{S F_b} \right)}$$

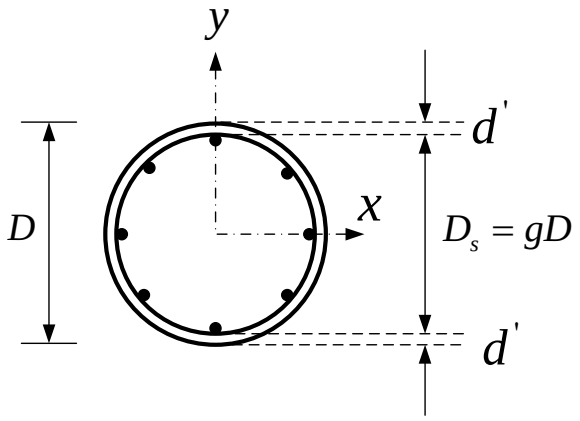
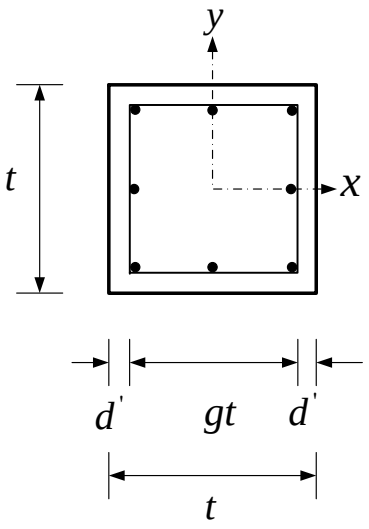
3) เสารับโมเมนต์ดัดอย่างเดียว

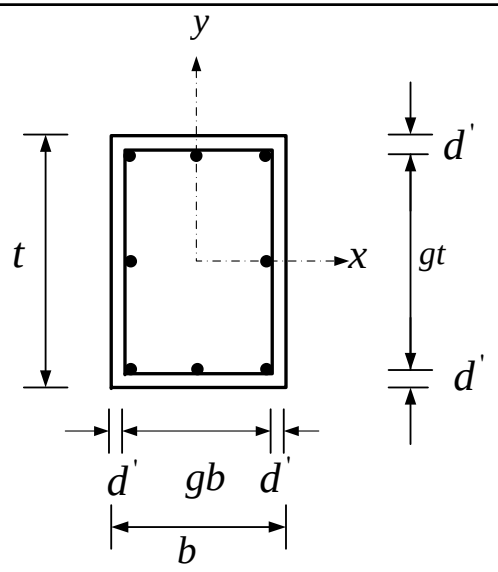
สามารถคำนวณโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่เสารับได้ทั้งในกรณีดัดรอบแกน x (M_{ox}) และแกน y (M_{oy}) โดยสูตรสำเร็จที่เสนอโดย วสท. ดังแสดงในตารางที่ 5.2

เมื่อคำนวณค่าต่างๆได้ก็นำมาเขียน Interaction Diagram เมื่อเสาต้องรับแรงอัดร่วมกับโมเมนต์ดัดก็นำมาPlot บน Interaction Diagram หากอยู่ในพื้นที่ปลอดภัยก็แสดงว่าเสารับแรงอัดร่วมกับโมเมนต์ดัดดังกล่าวได้อย่างปลอดภัย

ระยะเยื้องศูนย์สมดุล(e_b)

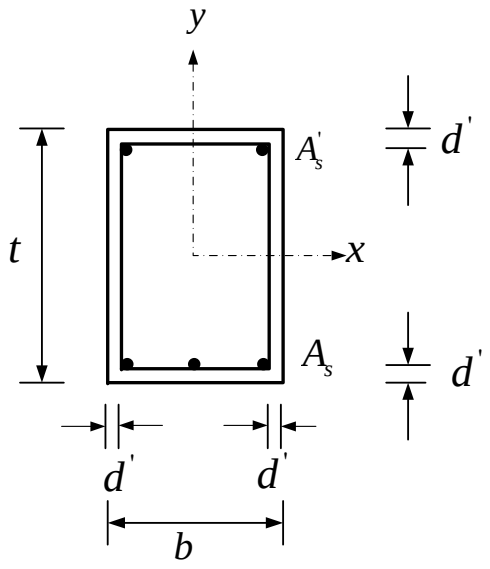
ระยะเยื้องศูนย์สมดุลของหน้าตัดที่ทราบขนาดของเสา เหล็กเสริม และการจัดเรียงของเหล็กเสริมสามารถคำนวณได้จากสูตรสำเร็จเสนอโดยมาตรฐาน วสท. ดังตารางที่ 5.1

	$e_{bx} = e_{by} = 0.43\rho_g m D_s + 0.14D$
	$e_{bx} = e_{by} = (0.67\rho_g m + 0.17)(t - d')$



$$e_{bx} = (0.67\rho_g m + 0.17)(t - d')$$

$$e_{by} = (0.67\rho_g m + 0.17)(b - d')$$



$$e_{bx} = \frac{\rho' m(t - 2d') + 0.1(t - d')}{(\rho' - \rho)m + 0.6}$$

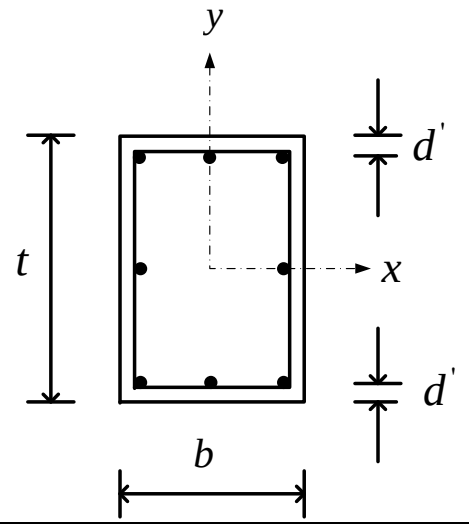
$$e_{by} = \frac{\rho' m(b - 2d') + 0.1(b - d')}{(\rho' - \rho)m + 0.6}$$

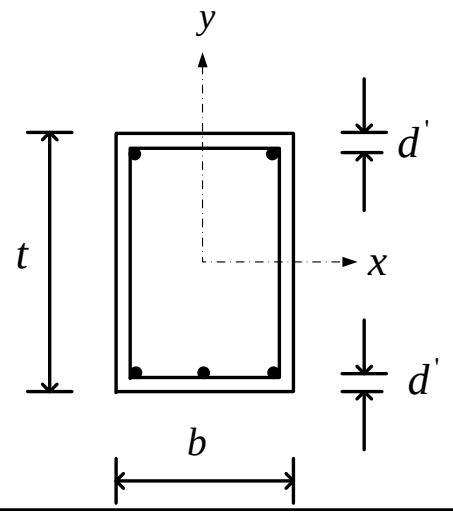
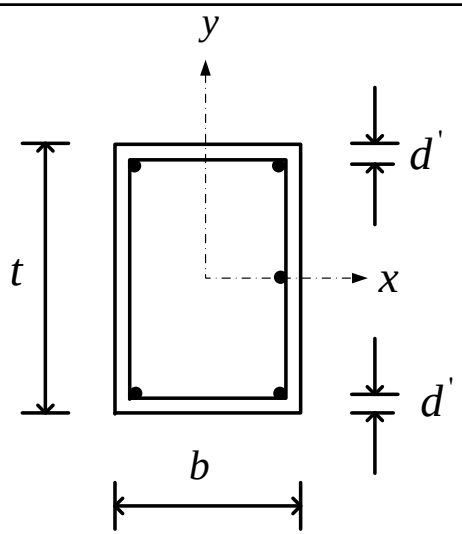
$$\rho' = \frac{A_s'}{bt}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bt}$$

โมเมนต์ดัดปลอดภัยที่เสารับได้กรณีเสารับโมเมนต์ดัดอย่างเดียว M_o

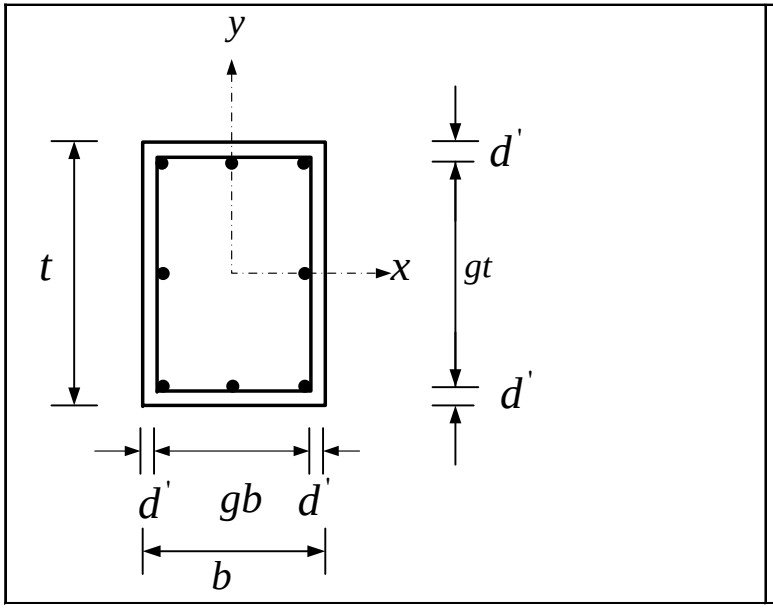
โมเมนต์ดัดปลอดภัยที่เสารับได้กรณีเสารับโมเมนต์ดัดอย่างเดียว M_o ของหน้าตัดที่ทราบขนาดของเสา เหล็กเสริม และการจัดเรียงของเหล็กเสริมสามารถคำนวณได้จากสูตรสำเร็จเสนอโดยมาตรฐาน วสท. ดังตารางที่ 5.2

	$M_{ox} = 0.4A_s f_y(t-2d')$ $M_{oy} = 0.4A_s f_y(b-2d')$ A_s =เหล็กเสริมรับแรงดึง

	$M_{ox} = 0.4 A_s f_y j_x (t - d')$ A_s =เหล็กเสริมรับแรงดึง
	$M_{oy} = 0.4 A_s f_y j_y (b - d')$ A_s =เหล็กเสริมรับแรงดึง

คุณสมบัติของหน้าตัด

คุณสมบัติของของหน้าตัดเสาที่ทราบขนาด เหล็กเสริม และการจัดเรียงของเหล็กเสริม สามารถคำนวณได้จากสูตรสำเร็จเสนอโดยมาตรฐาน วสท. ดังตารางที่ 5.3



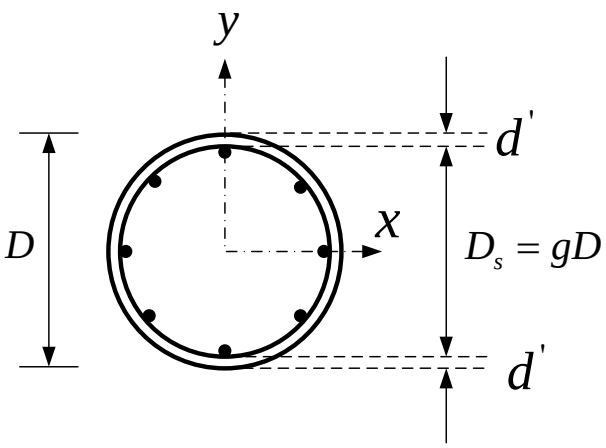
$$I_x = \frac{1}{12} bt^3 + A_{st}(2n-1)\frac{(gt)^2}{6}$$

$$I_y = \frac{1}{12} tb^3 + A_{st}(2n-1)\frac{(gb)^2}{6}$$

$$A_g = bt$$

$$C_x = \frac{b}{2}$$

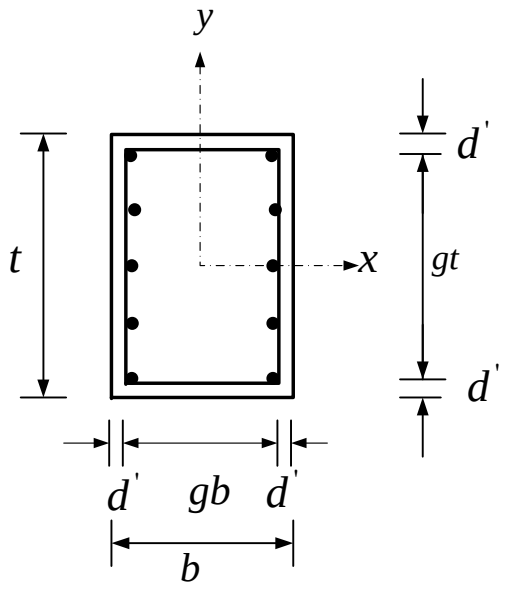
$$C_y = \frac{t}{2}$$



$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} D^4 + A_{st}(2n-1)\frac{D_s^2}{8}$$

$$A_g = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$C_x = C_y = \frac{D}{2}$$



$$I_x = \frac{1}{12} bt^3 + A_{st}(2n-1)\frac{(gt)^2}{4}$$

$$I_y = \frac{1}{12} tb^3 + A_{st}(2n-1)\frac{(gb)^2}{4}$$

$$A_g = bt$$

$$C_x = \frac{b}{2}$$

$$C_y = \frac{t}{2}$$

5.5.2 กรณีเสารับโมเมนต์ดัดและแรงอัดทั้งสองแกน

ให้ตรวจสอบการรับแรงอัดตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดรอบทั้งสองแกน (แกน x และแกน y)ให้ผ่านทั้งสองแกน กรณีไม่ผ่าน ให้เพิ่มขนาดหน้าตัด หรือปริมาณเหล็กเสริมจนผ่าน จากนั้นตรวจสอบว่า

$$\frac{M_x}{M_{ox}} + \frac{M_y}{M_{oy}} \leq 1.0$$

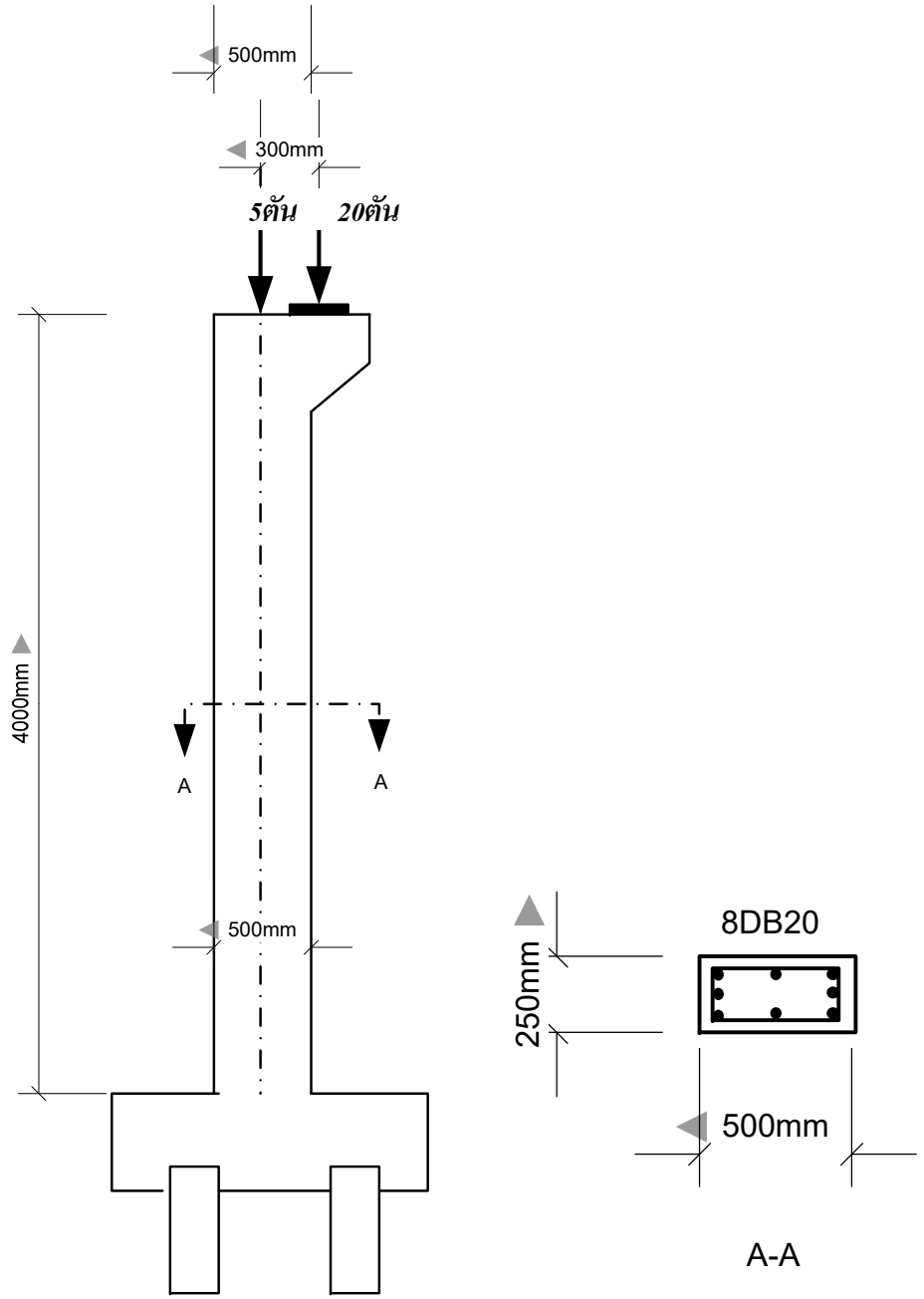
ตัวอย่างที่ 5.2 การออกแบบเสารับแรงอัดและโมเมนต์ดัดร่วมกัน

เสาโรงงานแห่งหนึ่งยาว4เมตรรับน้ำหนักจากโครงหลังคา5ตันผ่านจุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัด ส่วนแป้นหูช้างที่ปลายเสารับน้ำหนักจากปลายคานรับเครนยกของรวมน้ำหนักกระแทกแล้วเท่ากับ 20ตัน ห่างจากแนวศูนย์ถ่วงของเสา0.3เมตร สมมติเสามีการค้ำยันด้านข้างตลอด เนื่องจากคานคอดิน คานยึดปลายเสา และผนังก่ออิฐ จงออกแบบเสาดังกล่าว สมมติใช้คอนกรีตและเหล็กเสริมข้ออ้อยที่มีกำลังของวัสดุดังนี้

$$f_c^{'} = 210\ ksc$$

$$f_y = 1500\ ksc$$

$$n = 9.32$$


500mm
300mm
5ตัน
20ตัน
4000mm
A
A
500mm
8DB20
250mm
500mm
A-A

น้ำหนักจากหลังคา 5 ตัน

น้ำหนักจากคานรับเครน 20 ตัน

รวม 25 ตัน

โมเมนต์เนื่องจากการเยื้องศูนย์ =20(0.3) = 6 ตันเมตร

เนื่องจากเสามีการค้ำยันด้านข้างตลอด จึงรับโมเมนต์ดัดรอบแกนเดียว

สมมติขนาดเสา 25x50ซม.

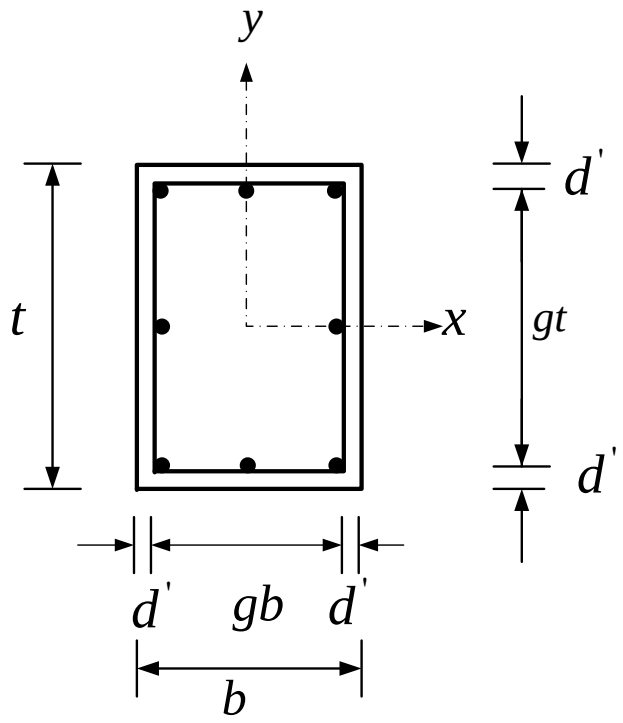
b = 25

t = 50

$A_g = bt$ = (25)(50) = 1250 ตร ซม

สมมติใช้เหล็กเสริมข้ออ้อย 8DB20

$$A_{st} = 8(3.14) = 25.13 \quad \text{ตร. ซม}$$



d' = 5ซม.

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{25.13}{1250} = 0.02$$

เมื่อเสารับแรงอัดเป็นหลัก

$$P_a = 0.85A_g(0.25f_c^{'} + \rho f_s)$$

$$= 0.85(1250)\left[0.25(210) + 0.02(1200)\right]$$

$$= 81417kg = 81.4\,ton$$

$$m = \frac{f_y}{0.85f_c^{'}} = \frac{3000}{0.85(210)} = 16.81$$

$$F_a = 0.34f_c^{'}(1 + \rho_g m) = 0.34(210)\left[1 + 0.02(16.81)\right] = 95.53 \text{ ksc}$$

$$P_o = F_a A_g = 95.53(1250)\frac{1}{1000} = 119.4ton$$

gt = 50-5-5= 40 cm.

$$I_x = \frac{1}{12}bt^3 + A_{st}(2n-1)\frac{(gt)^2}{6}$$ (ดูตารางที่ 5.3)

$$= \frac{1}{12}25(50)^3 + 25.13[2(9.32)-1]\frac{(40)^2}{6}$$

$$= 378{,}586 \text{ cm}^4$$

$$C = \frac{t}{2} = \frac{50}{2} = 25\ cm$$

$$S = \frac{I}{C} = \frac{378586}{25} = 15143\ \text{cm}^3$$

$$F_b = 0.45\, f_c^{'} = 0.45(210) = 94.5\ \text{ksc}$$

$$M_s = F_b S = 94.5(15143)\frac{1}{1000(100)} = 14.31\ \text{ton.m}$$

$$e_a = M_s(\frac{1}{P_a} - \frac{1}{P_o})$$

$$e_a = 14.31(\frac{1}{81.42} - \frac{1}{119.41}) = 0.056\ \text{m}$$

$$M_a = P_a e_a = 81.42(0.056) = 4.55\ \text{ton.m}$$

ที่สภาวะสมดุล

$$e_{bx} = (0.67\rho_g m + 0.17)(t - d') \qquad \text{(ดูตารางที่ 5.1)}$$

$$= [0.67(0.02)(16.81+0.17](50-5)$$

$$= 17.84 \text{ cm}$$

$$P_b = \frac{1}{\left(\frac{1}{A_g F_a} + \frac{e_b}{SF_b}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{1250(95.53)} + \frac{17.84}{15144(94.5)}\right)} \frac{1}{1000} = 47.99 \text{ ton}$$

$$M_b = P_b e_b = 47.99(17.84)\frac{1}{100} = 8.56 \text{ ton.m}$$

เมื่อเสารับโมเมนต์ดัดอย่างเดียว

ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึง $A_s = 3(3.14) = 9.43 \text{ cm}^2$

$$M_{ox} = 0.4A_s f_y(t - 2d') = 0.4(9.43)(3000)[50 - 2(5)] \qquad \text{(ดูตารางที่ 5.2)}$$

$$= 4.52 \text{ ton.m}$$

เมื่อนำค่าต่างๆมาเขียนเป็นInteraction Diagram จะได้ดังรูปจากการนำแรงอัดและโมเมนต์ดัดที่เสาต้องรับนำมาพล้อตบนกราฟดังกล่าวจะเห็นว่าอยู่ในพื้นที่ปลอดภัย หากจุดดังกล่าวอยู่นอกพื้นที่ปลอดภัยต้องเพิ่มขนาดหน้าตัดเสา หรือปริมาณเหล็กเสริม ตลอดจนการจัดเรียงเหล็กเสริมจนกว่าจุดที่พล้อตจะอยู่ในพื้นที่ปลอดภัย