

Chapter 2. 벡터적분과 정리

2.1 선적분

(1) 선적분의 정의와 계산

어떠한 경로를 따라 벡터함수를 적분하는 것을 선적분이라고 합니다

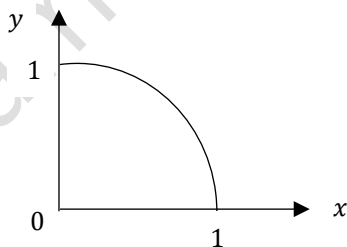
$$\int_C \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}(t)) \cdot \vec{r}'(t) dt, \quad \vec{F}(\vec{r}) : \text{벡터함수}, \quad C : \text{경로}$$

이며 경로는 위치벡터 $\vec{r}$ 로 표현되며 거기에 따라 벡터함수 $\vec{F}(\vec{r})$ 도 결정됩니다

선적분의 풀이방법은 아래와 같습니다

- ① 경로 C 를 나타내는 $\vec{r}$ 를 매개변수 t 로 표현합니다
- ② $\vec{r}$ 에 따른 벡터함수 $\vec{F}(\vec{r})$ 를 구합니다
- ③ 유클리드 내적을 계산하고 적분합니다

ex) 벡터함수 $\vec{F}(\vec{r}) = [-y \ -xy]$ 이고 경로가 아래와 같을 때 선적분을 구하시오



Chapter 2. 벡터적분과 정리

(2) 경로의 방향과 선적분

- ① C_1 , C_2 의 경로 방향만 반대인 경우 C_2 경로의 선적분은 C_1 경로의 선적분에 -1 을 곱한 것과 같습니다
- ② 하나의 경로 C_3 를 2개의 경로 C_1 , C_2 로 나눌 경우 경로 C_3 의 선적분은 경로 C_1 의 선적분과 경로 C_2 의 선적분의 합과 같습니다
- ③ 경로의 시작과 끝이 같은 경로를 폐곡선이라고 하며 아래와 같이 표시합니다

$$\oint_C \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

(3) 다른 형태의 선적분

① 벡터 형식의 적분

$$\int_C \vec{F}(\vec{r}) dt = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}(t)) dt = \int_a^b [F_1(t) \ F_2(t) \ F_3(t)] dt$$

② 스칼라 적분

$\vec{F} = [F_1 \ F_2 \ F_3]$ 이고, 3개의 벡터성분 중 2개가 0인 경우

$$\int_C \vec{F}(\vec{r}) dt = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}(t)) dt = \int_a^b [F_1(t) \ 0 \ 0] dt = \int_a^b F_1(t) dt$$

Chapter 2. 벡터적분과 정리

ex) $\vec{F}(\vec{r}) = [xy \ yz \ z]$ 이고 $\vec{r} = [\cos t \ \sin t \ 3t]$ 일 때, t 가 0 에서 2π 까지 벡터함수를 적분 하시오

ex) $0 \leq t \leq 1$ 까지 경로 $C_1: \vec{r}_1 = [t \ t \ 0]$, $C_2: \vec{r}_1 = [t \ t^2 \ 0]$ 에 대하여 $\vec{F} = [0 \ xy \ 0]$ 을 각각의 경로에 대하여 선적분하고 그 결과가 같은지 확인하시오