

Chapter 1. 1계 상미분방정식

1.2 분리가능 상미분 방정식

(1) 일반적 형태

$g(y)y' = f(x)$ 등호를 기준으로 한쪽(좌변)은 함수 $y(x)$ 에 대한 식으로만 나타내고 한쪽(우변)은 x 에 대한 식으로만 나타냅니다

풀이방법

- $g(y)y' = f(x)$ 는 $g(y)\frac{dy}{dx} = f(x)$ 로 나타낼 수 있습니다.
- 양변에 dx 를 곱하면 $g(y)dy = f(x)dx$ 가 됩니다
- 양변을 적분하여 y 를 x 에 대한 식으로 나타냅니다

ex) $y' = 1 + y^2$ 의 해를 구하시오

ex) 어느 지역에서 고대인간의 화석이 발견되었다. 고대인간의 $^{12}_6C$ 에 대한 $^{14}_6C$ 의 비율이 52%이고 반감기가 5700년 일 때 이 고대인간은 몇 년 전에 활동한 것으로 추정되는가?

(인간은 생존 시 $^{14}_6C$ 를 이용하여 호흡을 하지만 사망후에는 호흡을 하지않아 $^{12}_6C$ 에 대한 $^{14}_6C$ 의 비율이 감소하며 $^{12}_6C$ 에 대한 $^{14}_6C$ 의 비율이 50%가 될 때까지 걸리는 시간을 반감기라 한다)

ex) 최초 탱크에 소금물이 1000(gal), 소금이 100(lb)가 있다. 소금물이 분당 10(gal)의 속도로 유입되고 소금은 1(gal) 당 5(lb)가 포함되어 있다. 탱크에서 유출되는 소금물의 속도는 분당 10(gal)이다. 탱크안의 혼합용액은 잘 휘저어서 탱크 어디에서나 균질하다고 할 때, 특정 시간에 탱크에 있는 소금의 양은 얼마인가?

Chapter 1. 1계 상미분방정식

(2) $y' = f(\frac{y}{x})$ 형태

풀이방법

- $u(x) = \frac{y}{x}$ 인 새로운 함수 u 를 정의합니다
- 양변에 x 를 곱하고 미분하면 $y' = u + u'x$ 가 됩니다
- 원 미분방정식에 대입하여 $u + u'x = f(u)$ 에서 u, x 를 변수분리하여 해를 구합니다

ex) $2xyy' = y^2 - x^2$, $x = 1$ 일 때 $y = 1$ 의 해를 구하시오