



Devoir maison pour 2bsmf : Les lois de newton _ projectile

Exercice 01

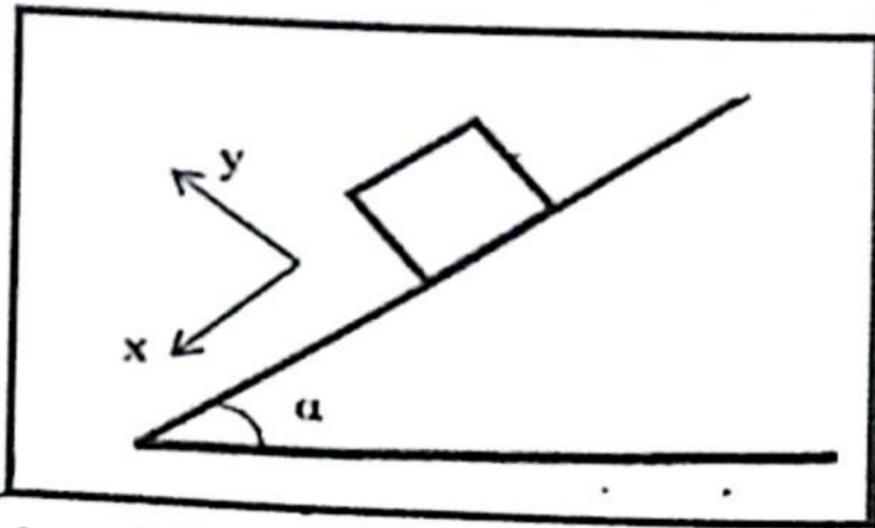
Un solide de masse m glisse sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale

1. Le solide est lâché avec une vitesse initiale v_0 suivant l'axe OX à l'instant $t_0=0$ du point O

Il est soumis à des frottements dont le coefficient de frottement est k

1.1 Déterminer l'expression de l'accélération a_x en

1.2 Déduire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du solide



2. En réalité, la force de frottement lors du déplacement du solide est modélisée à faible vitesse par l'expression $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ avec λ une constante réelle positive.

A l'instant $t=0$, le solide possède une vitesse v_0 selon l'axe OX

1.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par v_x la composante de la vitesse par rapport à l'axe OX

2.2 Déduire l'expression de la vitesse limite v_{lim} en fonction de : m ; g ; λ

2.2 Démontrer que v_x peut se mettre de la forme : $v_x = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

En déduire les expressions A , B et τ

4.2 Par intégration déduire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du solide

5.2 Déterminer la distance maximale parcourue par le solide en fonction de : τ ; v_0 et v_l



Exercice 02

On lâche sans vitesse initiale une balle de masse $m=50\text{ g}$ d'une hauteur h .

On se propose de déterminer quelques grandeurs relatives à cette chute.

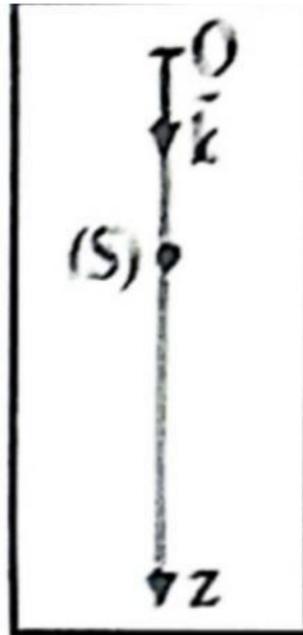
Durant cette chute, la balle est soumise, en plus de son poids, à une force de frottements de l'air : $\vec{f} = -k \cdot v \cdot \vec{v}$ où v est la vitesse de la bille.

La poussée d'Archimède due à l'air est négligée.

Donnée : intensité de la pesanteur $g=9,8\text{ m.s}^{-2}$

Le mouvement vertical de la balle est repéré par rapport à un axe vertical Oz

descendant, tel qu'à $t=0\text{ s}$ le centre d'inertie de la balle soit en O , origine de l'axe



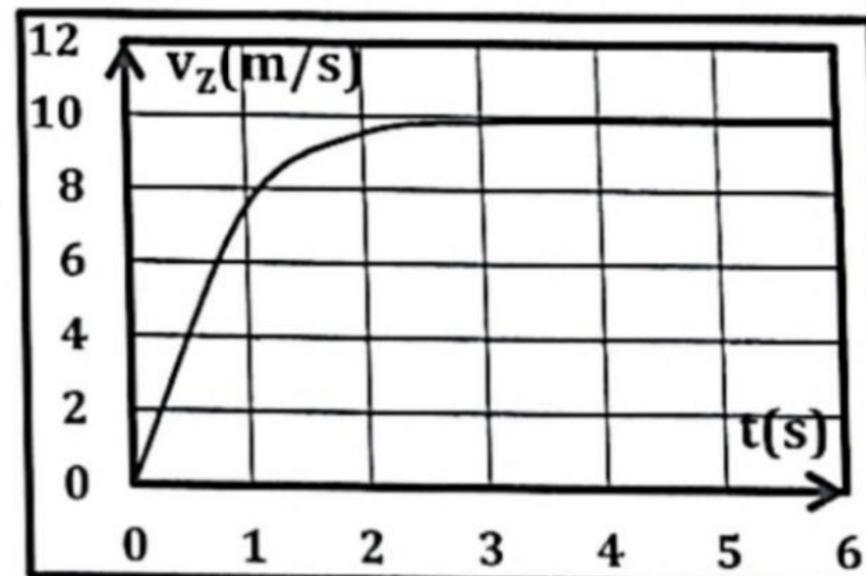
1. Montrer que l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la balle est

de la forme : $\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = a_0$.

Donnez les expressions, des constantes α et a_0

2. Exprimer la vitesse v_l en fonction de : g ; m et k .

3. La courbe représente les variations de la vitesse du centre d'inertie de la bille au cours de sa chute



Déterminer la valeur de α et déduire la valeur de K en précisant sa dimension

4. On pose $u(t) = \frac{v_z}{v_l}$ et $\beta = \frac{g}{v_l}$

Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme $\frac{du}{dt} + \beta u^2 = \beta$

5. Montrer que $u(t) = \frac{e^{2\beta t} - 1}{e^{2\beta t} + 1}$ est une solution de l'équation différentielle

6. En déduire l'expression de la vitesse du centre d'inertie de la bille $v_z(t)$ en fonction de : v_l ; g et t

7. Au bout de combien de temps ; la vitesse v_z du centre d'inertie de la bille atteint 99% près sa valeur limite v_l