Exercice 1:

Chaque question peut être associée à une ou à plusieurs phrases ou ne peut être associée à aucune phrase. Deux sphères de rayons égaux sont accrochées chacune à un fil et sont immergées entièrement dans l'eau. L'une des deux sphères est en verre de masse 12,2 g et l'autre est métallique de masse 42,7 g. La poussée d'Archimède appliquée sur chacune des deux sphères : Le p. A ne dépend que du volume et rau de le même

- est plus grande pour la sphère en verre, car c'est la plus légère :
- est la même pour les deux sphères ;
- 3,5 fois plus grande pour la sphère métallique que pour la sphère en verre.

Préciser la confirmation exacte.

Exercice 2:

Un parachutiste saute, sans vitesse initiale, d'un hélicoptère en vol immobile. La masse du parachutiste avec ses accessoires est m.

Le parachutiste ouvre son parachute en une position où la vitesse limite v_{lim} est atteinte. On néglige la poussée d'Archimède.

En supposant que la force de frottement exercée par l'air sur le parachutiste et son parachute a comme expression $k\,.\,v^2$, la constante k est-elle égale à :

$$\frac{m}{v_{lim}^2}\ ? \qquad \frac{m\,g}{v_{lim}^2}\ ? \qquad \frac{g}{v_{lim}^2}\ ?$$

Préciser la réponse exacte.

Exercice 3: Utilisation de la méthode d'Euler

Une sphère de masse m = 46,0 g est en mouvement de chute verticale sans vitesse initiale. À un instant t_1 sa vitesse est $v_1 = 20.10\ m.s^{-1}$

On modélise la force de frottement avec l'air au cours de la chute par $\vec{f}$,d'intensité $f = k.v^2$ avec $k = 4{,}34.10^{-4}\ kg.m^{-1}$

1) Représenter sur un schéma le poids $\vec{P}$ et la force $\vec{f}$ appliquées sur la sphère à l'instant t_1. Calculer leurs intensités.

2) Déterminer l'accélération a_1 de la sphère à l'instant t_1.

3) En utilisant la méthode d'Euler, calculer la valeur approchée de la vitesse de la sphère v_2 à l'instant $t_2 = t_1 + 0{,}02$. Le temps est pris en (s) .

I On donne : $g = 9.8\ m.s^{-2}$

Exercice 4: force de frottement

On considère une sphère en acier de diamètre D = 70 mm et de masse m = 13 kg . Au cours de sa chute dans l'eau sa vitesse atteint la valeur limite $v_{lim} = 4{,}7 m.s^{-1}$

On considère que les frottements de l'eau avec la sphère sont modélisés par une force d'intensité proportionnelle au carré de la vitesse selon la relation : $f = k.v^2$

Déterminer la valeur de la constante k .

On donne : la masse volumique de l'eau $\rho = 10^3 kg.m^{-3}$ et $g = 9.8\ m.s^{-2}$

Exercice 5: Force de frottement fluide

On abandonne, sans vitesse initiale, une bille dans une éprouvette contenant de l'huile. Le rayon de la bille est r et la masse volumique de la substance qui la constitue est ρ. La masse volumique de l'huile est ρ_0

1) Exprimer le poids P et la poussée d'Archimède F_A appliqués sur la bille en fonction de son volume V_b et les deux masses volumiques ρ et ρ_0 l'intensité de pesanteur g.

2) Trouver l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v, sachant que l'intensité de la force de frottement fluide s'écrit : $f = k.v$ avec $k = 6\,\pi\,\eta\,r$, avec η le coefficient de viscosité de l'huile.

3) On pose l'équation différentielle sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$

Déterminer C en fonction de ρ, ρ_0 et g, puis l'accélération initiale a_0 de la bille. Déterminer τ en fonction de ρ, V_b et k.

4) Établir l'expression de v_L vitesse limite de la bille en fonction des données.

Calculer sa valeur.

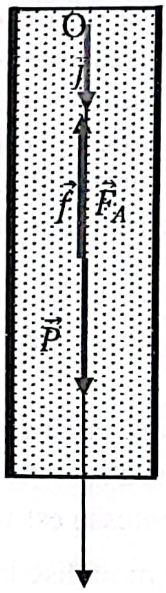
Données : r = 1,1 mm ; $\rho = 2400\ kg.m^{-3}$, $\rho_0 = 950\ kg.m^{-3}$; $\eta = 4{,}5$(SI) ; $g = 9.8\ m.s^{-2}$

Exercice 6: La méthode graphique d'Euler

On étudie la chute verticale, sans vitesse initiale, d'une bille dans l'huile. $a_i = C - \frac{v_i}{\tau}$

- Le rayon de la bille est r et la masse volumique de la substance qui la constitue est ρ .
- La masse volumique de l'huile est ρ_0 et le coefficient de sa viscosité est η .

Au cours de son mouvement, la bille est soumise à :



- son poids : $\vec{P} = m.g\,\vec{j} = \rho\ V.g\,\vec{j}$.
- la poussée d'Archimède : $\vec{F}_A = \rho_0\,V.g\,\vec{j}$ appliquée par le fluide sur la bille
- la force de frottement fluide : $\vec{f} = -\,k\,v\,\vec{j}$

L'équation différentielle vérifiée par la vitesse v est : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ $f' + af^2 = 0$

avec $C = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) = 5{,}93\ (SI)$ et $\tau = \frac{\rho.V}{k} = 1{,}43\,.10^{-4}\,SI$

1) Quelle est l'unité associée à chacune des deux constantes C et τ ? |

2) Pratiquer la méthode graphique d'Euler pour résoudre l'équation différentielle i en prenant comme pas $\Delta t = 4\ 10^{-5}$ s . Représenter la courbe correspondante.

3) Analyser la courbe obtenue.

4) Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $v = A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

Exprimer littéralement les deux constantes A et B » Calculer leurs valeurs.

Exercice 7:

Une goutte d'eau colorée, assimilée à une sphère de rayon *r* = *2mm*, chute dans l'huile contenue dans une éprouvette. La masse volumique de l'eau $\rho_e = 1{,}0 \times 10^3 kg/m^3$, celle de l'huile est : $\rho_h = 8{,}2 \times 10^2 kg/m^3$. On note *v* la vitesse de la goutte d'eau. la valeur de f de la force de frottement fluide exercée par l'huile est donnée par la formule de STOKES : $f = 6.\pi.\eta.r.v$. Le coefficient η est la viscosité du fluide . Pour l'huile utilisée, on a $\eta = 80 \times 10^{-3} kg.m^{-1}.s^{-1}$. L'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}81 m/s^2$. On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est $V = \frac{4\pi}{3} r^3$

1. faire l'inventaire des forces exercées sur la goutte. Donner leurs expressions littérales.
2. Établir l'équation déférentielle traduisant la vitesse de la goutte suivant un axe (Oz) vertical orienté vers le bas.
3. Montrer que cette équation déférentielle peut s'écrire $\frac{dv}{dt} = A - B.v$. Calculer *A* et *B* .
4. Monter que la goutte atteint une vitesse limite. L'exprimer en fonction de A et B, et calculer A et B.

Exercice 8: La grêle

La grêle se forme dans les cumulo-nimbus situés entre 1 000 m et 10 000 m d'altitude où la température est très basse, jusqu'à - 40°C. Le grêlon tombe lorsqu'il n'est plus maintenu au sein du nuage. Au sol, sa vitesse peut atteindre 160 km/h. On étudie un grêlon de masse 13 g qui tombe d'un point O d'altitude 1 500 m sans vitesse initiale. Il peut être assimilé à une sphère de diamètre 3,0 cm.

Le point O sera pris comme origine d'un axe Oz orienté positivement vers le bas. L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g_0 = 9,80 ms^{-2}$

On donne : volume d'une sphère $V = \frac{4\pi}{3} r^3$ et la masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1,3 kgm^{-3}$.

A. On admettra que le grêlon tombe en chute libre.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires donnant la vitesse et la position du centre d'inertie G du grêlon en fonction de la durée t de la chute.
2. Calculer la valeur de la vitesse lorsqu'il atteint le sol. Ce résultat est-il vraisemblable ? Justifier.

B. Chut réelle

En réalité le grêlon est soumis à deux autres forces, la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ et la force de frottement fluide $\vec{f}$ proportionnelle au carré de la vitesse telle que $f = K.v^2$.

1. Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité du coefficient K dans le système international.
2. Donner l'expression de la valeur de la poussée d'Archimède ; la calculer et la comparer à celle du poids. Conclure.

C. On néglige la poussée d'Archimède.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.

Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$

2. On veut résoudre cette équation différentielle par une méthode numérique : la méthode d'Euler. Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul des valeurs de la vitesse (v) et de l'accélération (a) en fonction du temps (t). Il correspond aux valeurs : $A = 9,80 ms^{-2}$ et $B = 1,56 \times 10^{-2} m^{-1}$.

t (s)	0	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
v (m/s)	0	4,90	9,61	13,8	17,2	v_5	21,6
a ($m.s^{-2}$)	9,80	9,43	8,36	6,83	a_4	3,69	2,49

Déterminer a_4 et v_5 en détaillant les calculs.

3. Exprimer littéralement la vitesse limite atteinte par le grêlon en fonction de A et B , puis calculer sa valeur numérique.
4. La courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps est donnée ci-dessous. Retrouver graphiquement la valeur de la vitesse calculée au paragraphe précédent
5. Déterminer graphiquement et par le calcul le temps caractéristique du mouvement.