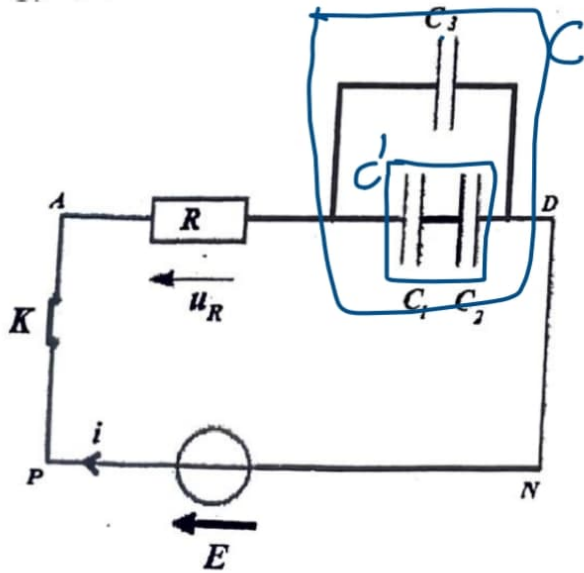


Exercice 3: (5,5 Points)

1) Montrer que la capacité du condensateur équivalent : $C = 15\mu F$.



$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

$$C' = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{2 condensateurs série}$$

$$C = C' + C_3$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

$$C = \frac{40\mu F \times \frac{40}{3}\mu F}{(40 + \frac{40}{3})\mu F} + 5\mu F \Rightarrow C = 15\mu F$$

2) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur équivalent s'écrit : $u_c + \tau \frac{du_c}{dt} = E$, et déduire l'expression de la constante de temps τ en fonction des paramètres du circuit.

D'après la loi d'add. des tensions

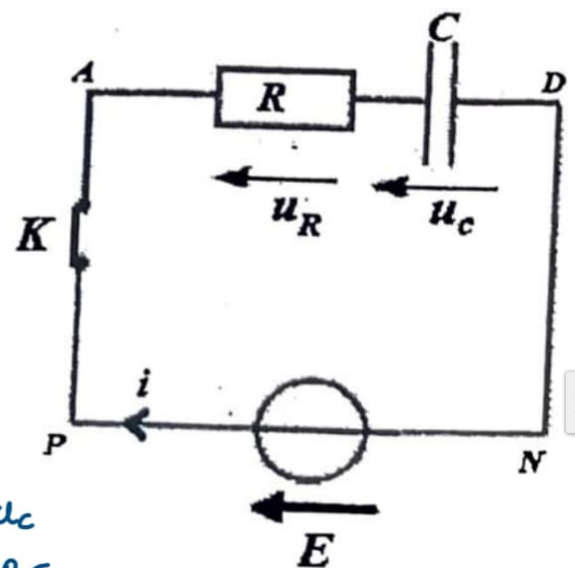
$$u_c + u_R = E$$

$$u_c + Ri = E \quad (\text{loi d'ohm})$$

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$$

$$\tau = RC$$

Alors $u_c + \tau \frac{du_c}{dt} = E \leftarrow \text{L'éq. diff de } u_c \text{ Avec } \tau = RC.$



4) Trouver les expressions de $u_R(t)$ et déduire que l'expression du courant circulant dans le circuit s'écrit sous la forme: $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$.

D'après la loi d'add des tensions.

$$u_C + u_R = E$$

$$\Rightarrow u_R = E - u_C$$

$$\Rightarrow u_R(t) = E - E(1 - e^{-t/\tau})$$

$$= \cancel{E} - \cancel{E} + E e^{-t/\tau}$$

$$u_R(t) = E \cdot e^{-t/\tau}$$

l'expression de $i(t)$:

d'après la loi d'oh

$$u_R = R i \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

Avec $I_0 = \frac{E}{R}$

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

34

Prof Alaeddine ABIDA - 0696307274

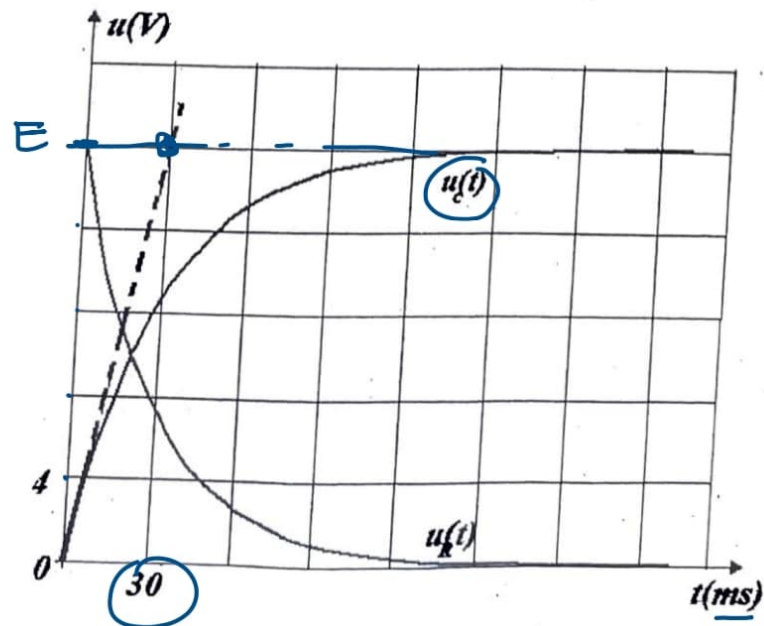
34

5) En utilisant les graphes de la figure 3, déterminer les valeurs de E et τ .

Graphes :

$$E = 20V$$

$$\tau = 80ms$$



35

Prof Alaeddine ABIDA - 0696307274

35

6) Calculer la valeur de la résistance R et I_0 l'intensité initiale du courant.

$$C = 15 \mu F$$

$$\tau = 30 ms$$

on sait que $\tau = R \cdot C$

$$\Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

AN $R = \frac{30 \times 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-6}}$

$$\Rightarrow R = 2 \cdot 10^3 \Omega$$

ou $R = 2 K\Omega$

on a

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

AN :

$$I_0 = \frac{20}{2 \cdot 10^3}$$

$$I_0 = 10 \cdot 10^{-3} A$$

$$I_0 = 10 mA$$

7) Calculer la capacité C_4 du condensateur qu'on doit monter avec le condensateur

équivalent dans le circuit précédent, pour que la constante de temps devienne $\tau' = \frac{\tau}{3}$, en indiquant le type de montage (série ou parallèle).

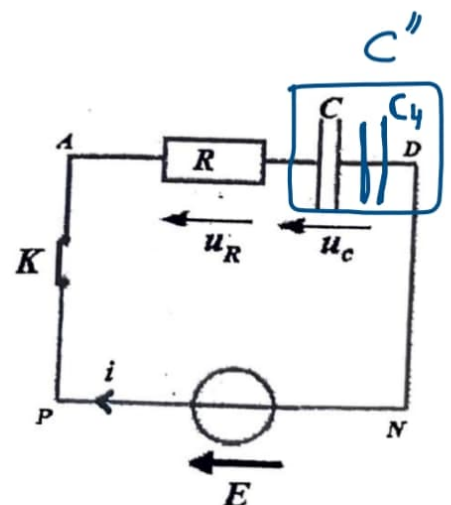
$$\tau' = \frac{\tau}{3}$$

$$R C'' = \frac{R C}{3}$$

$$C'' = \frac{C}{3} \Rightarrow \text{la capacité diminue}$$

donc, il faut monter le condensateur C_4 en série car ce dernier permet de diminuer la capacité.

$$C'' = \frac{C \cdot C_4}{C + C_4} = \frac{C}{3}$$



$$\frac{C_u}{C_u + C} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{C_u + C}{C_u} = 3$$

$$\frac{C_u}{C_u} + \frac{C}{C_u} = 3$$

$$1 + \frac{C}{C_u} = 3$$

$$\frac{C}{C_u} = 2$$

$$C_u = \frac{C}{2}$$

pour avoir $\tau = \frac{\tau}{3}$

Il faut montrer un condensateur C_u de capacité $C_u = \frac{C}{2}$

$$C_u = \frac{15}{2}$$

$$C_u = 7,5 \mu F$$

8) Les tensions aux bornes du conducteur équivalent aux instants t_1 et t_2 sont respectivement u_{c1} et u_{c2} . Montrer que $\Delta t = t_2 - t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{E - u_{c1}}{E - u_{c2}} \right)$.
on cherche l'expression de t

$$u_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow \frac{u_c}{E} = 1 - e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow e^{-t/\tau} = 1 - \frac{u_c}{E}$$

$$\Rightarrow -t/\tau = \ln \left(1 - \frac{u_c}{E} \right)$$

$$\Rightarrow t = -\tau \ln \left(\frac{E - u_c}{E} \right)$$

$$t_1 = -\tau \ln \left(\frac{E - u_{c1}}{E} \right)$$

$$t_2 = -\tau \ln \left(\frac{E - u_{c2}}{E} \right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = -\tau \ln \left(\frac{E - u_{c2}}{E} \right) + \tau \ln \left(\frac{E - u_{c1}}{E} \right)$$

$$\Delta t = \tau \left[\ln \left(\frac{E - u_{c1}}{E} \right) - \ln \left(\frac{E - u_{c2}}{E} \right) \right]$$

$$= \tau \ln \left(\frac{\frac{E - u_{c1}}{E}}{\frac{E - u_{c2}}{E}} \right)$$

$$\Delta t = \sum \rho_n \left(\frac{E - U_{C1}}{E - U_{C2}} \right)$$

9) Calculer $E_e(t = \tau)$ l'énergie emmagasinée dans le condensateur équivalent, à l'instant $t = \tau$.

on sait que $E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2$

À $t = \tau$ $U_c(\tau) = 0,63E$

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2} C \cdot (0,63E)^2$$

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2} \times 15 \times 10^{-6} \times (0,63 \times 20)^2$$

$$E_e(\tau) \approx 1,2 \cdot 10^3 \text{ J}$$