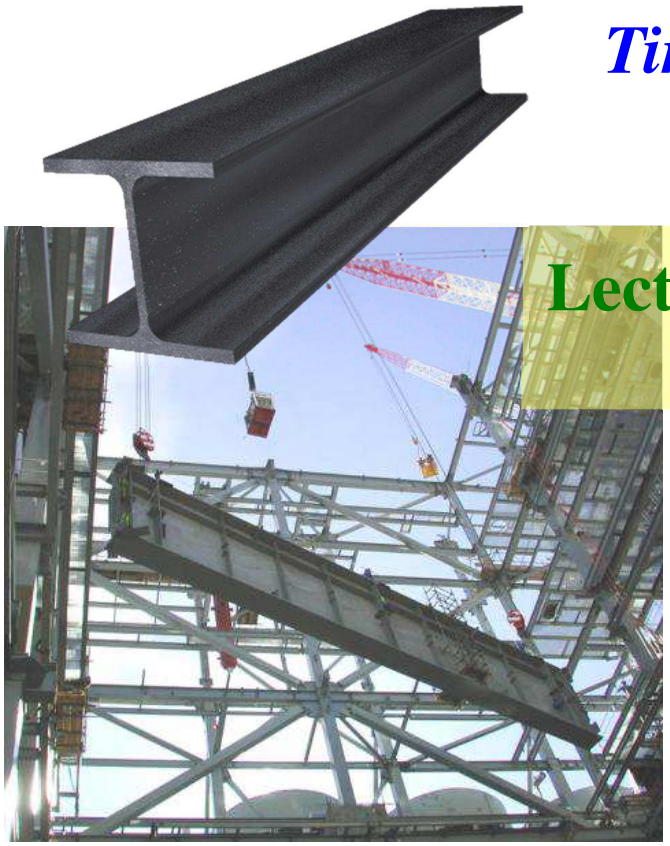
Timber and Steel Design



Lecture 9 – More topics on B E A M

- Shear in Beam
- Deflection
- Web Yielding & Crippling
- Beam-Bearing Plate

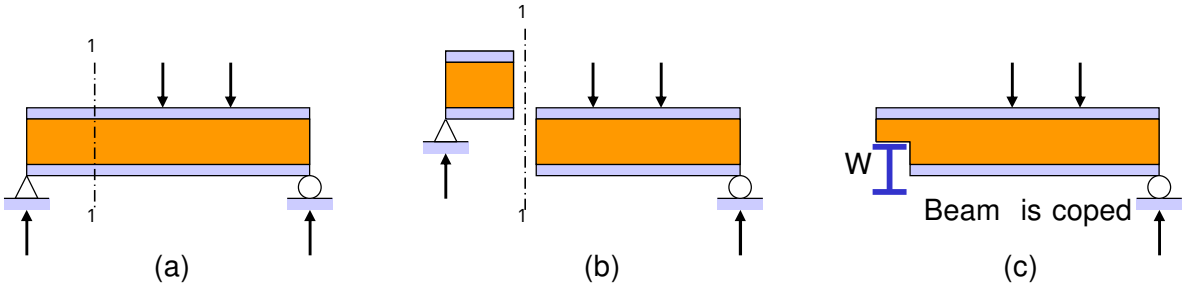
Mongkol JIRAVACHARADET

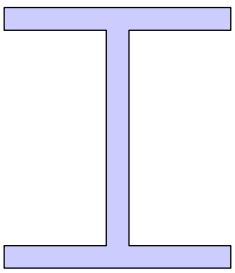
S U R A N A R E E UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

INSTITUTE OF ENGINEERING

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

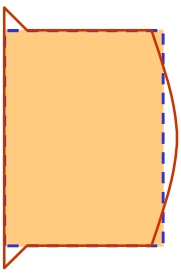
Shear in Beam





Shear formula

$$f_v = \frac{VQ}{bI}$$



Web resists most of the shear force.

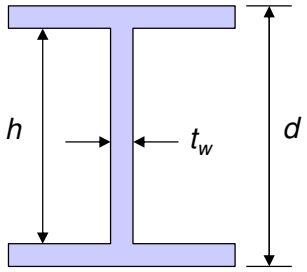
Approximated Shear Stress

$$f_v = \frac{V}{A_w}$$

A_w = Gross web area

Allowable Shear Stress: F_v

For beam with $h/t_w \le 3{,}179/\sqrt{F_y}$ (most sections)



$$F_v = 0.40\,F_y$$

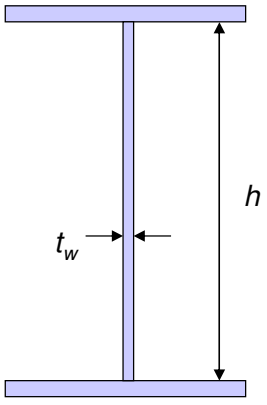
For beam with $h/t_w > 3{,}179/\sqrt{F_y}$ (composite beams)

$$F_v = \frac{F_y}{2.89}C_v \le 0.40\,F_y$$

C_v "Critical" Shear Stress of the Web

$$C_v = \frac{3{,}165{,}000k_v}{F_y\left(h/t_w\right)^2}$$ เมื่อ C_v น้อยกว่า 0.8

$$C_v = \frac{1{,}585}{h/t_w}\sqrt{\frac{k_v}{F_y}}$$ เมื่อ C_v มากกว่า 0.8

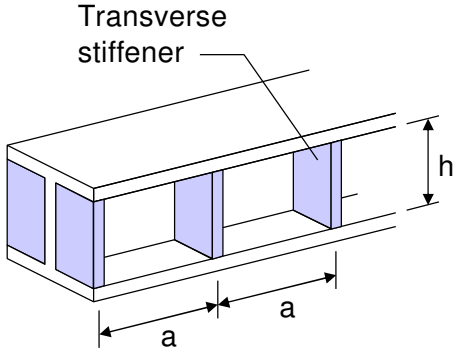


For beam without transverse stiffener: $k_v = 5.34$

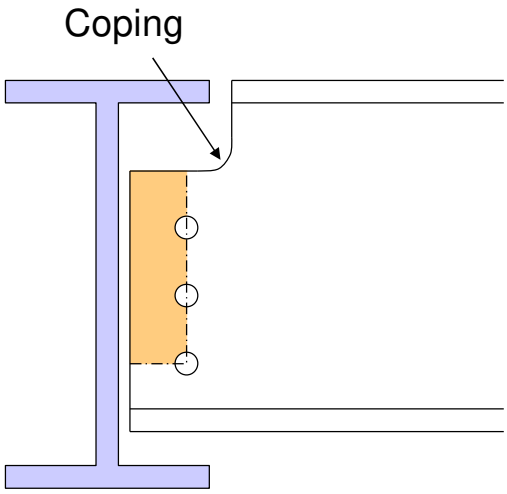
For beam with transverse stiffener:

$$k_v = 4.00 + \frac{5.34}{\left(a/h\right)^2}$$ เมื่อ a/h น้อยกว่า 1.0

$$k_v = 5.34 + \frac{4.00}{\left(a/h\right)^2}$$ เมื่อ a/h มากกว่า 1.0



Block shear failure from beam coping



หน่วยแรงเฉือนที่ยอมให้:

$$F_v = 0.30\, F_u$$

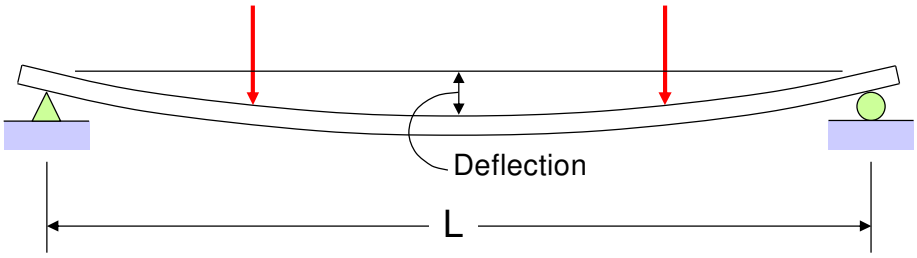
หน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้น:

$$f_v = \frac{V}{A_n}$$

เมื่อ A_n คือพื้นที่สุทธิตามแนวฉีกขาดของแผ่นเอว

Deflection

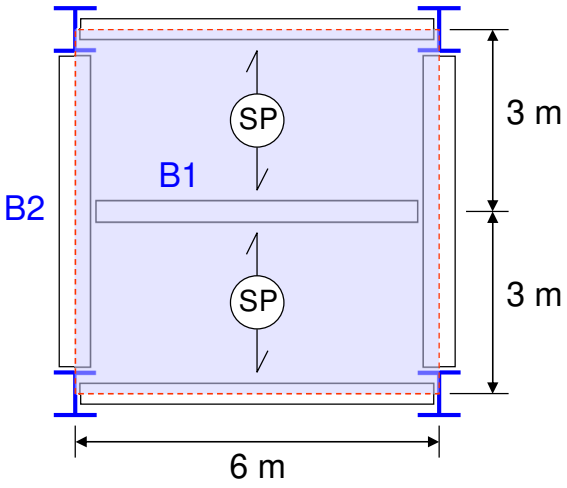
The maximum deflection of the designed beam is checked at the service-level loads. The deflection due to service-level loads must be less than the specified values.



ขีดจำกัดที่เหมาะสมของการแอ่นตัว:

อาคารที่มีการก่อผนังหรือฝ้าเพดาน	L / 360
อาคารที่ไม่มีการก่อผนังหรือฝ้าเพดาน	L / 240
หลังคาที่ไม่มีฝ้าเพดาน	L / 180

ตัวอย่างที่ 9-1 จงออกแบบคาน B1 และ B2 เพื่อรองรับระบบพื้นสำเร็จรูป SP ดังในรูป พื้นคอนกรีตหนา 10 ซม. น้ำหนักวัสดุปูผิว 60 กก./ตรม. น้ำหนักบรรทุกจร 200 กก./ตรม.



วิธีทำ

น้ำหนักพื้น = 0.1x2,400 = 240 กก./ตรม.

น้ำหนักวัสดุปูผิว = 60 กก./ตรม.

น้ำหนักบรรทุกจร = 200 กก./ตรม.

รวมน้ำหนักพื้น = 500 กก./ตรม.

น้ำหนักลงคาน B1 = 3x500 = 1,500 กก./ม.

ประมาณน้ำหนักคาน B1 = 80 กก./ม.

โมเมนต์ดัด $M = 1.58x6^2/8 = 7.11$ t-m

ตาราง ค.1: เลือกหน้าตัด W250x64.4 (L_c = 3.21 m, L_u = 6.36 m, M_{c-u} = 10.8 t-m)

ตรวจสอบการดัด

หน้าตัด W250×64.4 (S_x = 720 cm^3)

โมเมนต์ดัด $M = 1.5644x6^2/8 = 7.04$ t-m

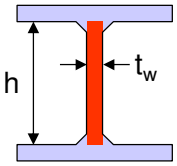
หน่วยแรงดัดที่ยอมให้ $F_b = 0.6\ F_y = 1{,}500$ kg/cm^2

หน่วยแรงดัด $f_b = 7.04\times10^5/720 = 978$ kg/cm^2 < F_b OK

ตรวจสอบการเฉือน

หน้าตัด W250×64.4 (d = 24.4 cm, t_w = 7 mm, t_f = 11 mm)

แรงเฉือน $V = 1.5644\times6/2 = 4.69$ ton



พื้นที่เอวรับการเฉือน $A_w = (24.4 - 2\times1.1)\times0.7 = 15.54$ cm^2

หน่วยแรงเฉือนที่ยอมให้ $F_v = 0.4\times2{,}500 = 1{,}000$ kg/cm^2

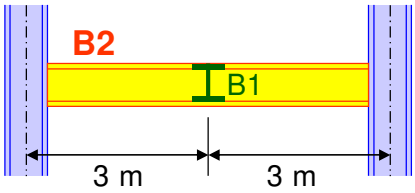
หน่วยแรงเฉือน $f_v = 4{,}690/15.54 = 302$ kg/cm^2 < F_v OK

ตรวจสอบการแอ่นตัว

หน้าตัด W250×64.4 (I_x = 8,790 cm^4)

$$\Delta = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5\times(1{,}564.4/100)\times600^4}{384\times2.1\times10^6\times8{,}790} = 1.43 \text{ cm} < [L/360 = 600/360 = 1.67 \text{ cm}]$$ OK

คาน B2 Span = 6 m, L_b = 3 m



แรงปฏิกิริยาจาก B1 = 1.5644×6/2 = 4.69 ton

ประมาณน้ำหนักคาน B2 = 80 ก.ก./ม.

โมเมนต์ดัด M = 4.69x6/4 + 0.08x6^2/8 = 7.40 t-m

ตาราง ค.1: เลือกหน้าตัด W250x64.4 (L_c = 3.21 m, L_u = 6.36 m, M_{c-u} = 10.8 t-m)

ตรวจสอบการดัด

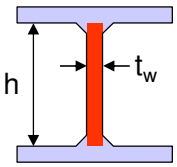
โมเมนต์ดัด M = 4.69x6/4 + 0.0644x6^2/8 = 7.33 t-m

หน่วยแรงดัดที่ยอมให้ F_b = 0.66 F_y = 1,650 kg/cm^2

หน่วยแรงดัด f_b = 7.33×10^5/720 = 1,018 kg/cm^2 < F_b OK

ตรวจสอบการเฉือน

แรงเฉือน V = 4.69/2 + 0.0644×6/2 = 2.54 ton



หน่วยแรงเฉือนที่ยอมให้ F_v= 0.4×2,500 = 1,000 kg/cm^2

หน่วยแรงเฉือน f_v = 2,540/15.54 = 163 kg/cm^2 < F_v OK

ตรวจสอบการแอ่นตัว หน้าตัด W250×64.4 (I_x = 8,790 cm^4)

$$\Delta = \frac{PL^3}{48EI} + \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{4{,}690 \times 600^3}{48 \times 2.1 \times 10^6 \times 8{,}790} + \frac{5 \times (64.4/100) \times 600^4}{384 \times 2.1 \times 10^6 \times 8{,}790}$$

= 1.14 + 0.06 cm

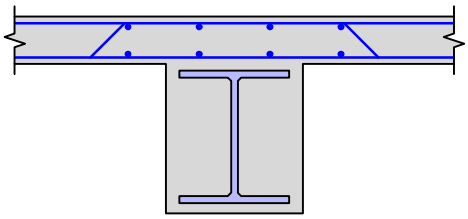
= 1.20 cm < [L/360 = 600/360 = 1.67 cm] OK

สรุปการออกแบบ

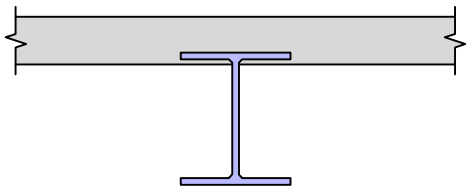
B1	หน้าตัด W250×**64.4**
B2	หน้าตัด W250×**64.4**

Full Lateral Support of Beams

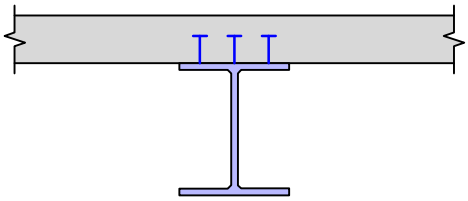
สำหรับคานที่มีหน้าตัดคอมแพ็ค และ $L_b \le L_c \rightarrow F_b = 0.66F_y$



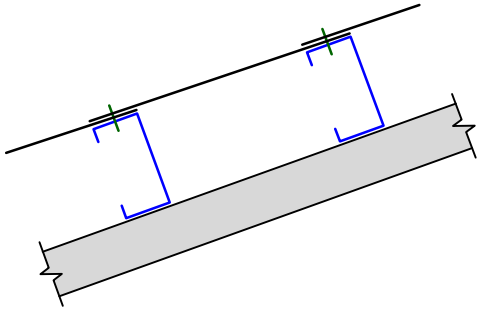
คานเหล็กหุ้มคอนกรีต



ปีกคานเหล็กหุ้มคอนกรีต



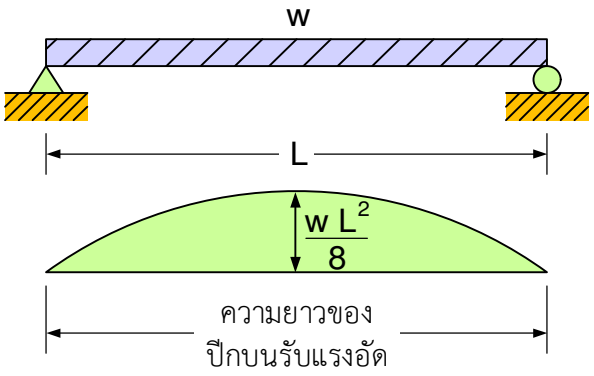
ปีกคานเหล็กยึดติดพื้นคอนกรีต



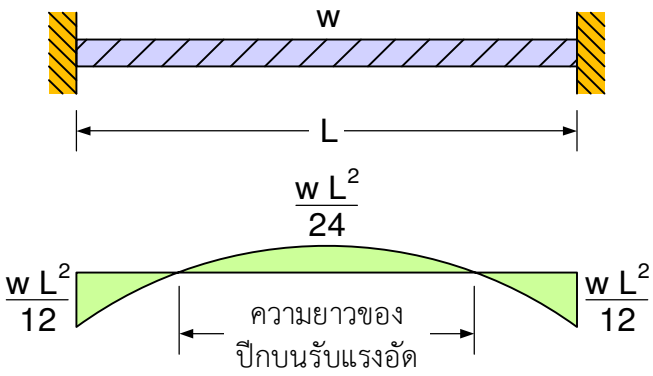
แปยึดติดวัสดุมุง

สัมประสิทธิ์การดัด C_b

การโก่งเดาะด้านข้างเป็นผลจากปีกคานรับแรงอัด หน้าตัดที่มีโมเมนต์ดัดมากที่สุดจะเกิดแรงอัดขึ้นมากที่สุด แต่ในหน้าตัดอื่นที่มีโมเมนต์น้อยกว่าโอกาสที่จะโก่งเดาะก็จะลดลงและยังทำหน้าที่ยึดรั้งหน้าตัดวิกฤต



(ก) จุดรองรับแบบหมุน (ความโค้งเดี่ยว)



(ข) จุดรองรับยึดแน่น (ความโค้งดัดกลับ)

การยึดรั้งในลักษณะนี้มีผลคล้ายกับตัวคูณความยาวประสิทธิผล K ในการโก่งเดาะของเสา ตัวอย่างเช่นคานในรูปที่ (ก) จะมีความยาวของปีกบนรับแรงอัดเต็มช่วงคาน ในขณะที่รูป (ข) จะมีความยาวของปีกบนรับแรงอัดสั้นกว่า

สัมประสิทธิ์การดัด C_b

ค่า C_b คำนวณได้จากสมการ

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

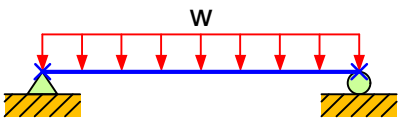
เมื่อ M_{max} = ค่าสัมบูรณ์ของโมเมนต์มากที่สุดในช่วงที่ไม่มีค้ำยัน

M_A = ค่าสัมบูรณ์ของโมเมนต์ที่ระยะ 1/4 เท่าของช่วงที่ไม่มีค้ำยัน

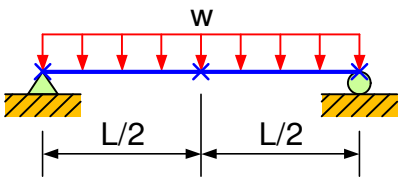
M_B = ค่าสัมบูรณ์ของโมเมนต์ที่ระยะ 1/2 เท่าของช่วงที่ไม่มีค้ำยัน

M_C = ค่าสัมบูรณ์ของโมเมนต์ที่ระยะ 3/4 เท่าของช่วงที่ไม่มีค้ำยัน

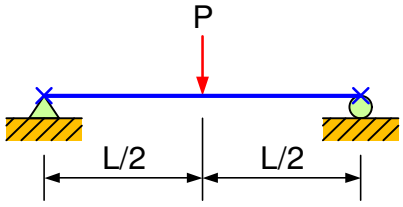
ใช้ค่า $C_b = 1.0$ สำหรับการประมาณอย่างปลอดภัยได้ทุกกรณี รวมถึงคานยื่นหรือคานแขวนที่ปลายยื่นอิสระไม่มีการค้ำยัน



$C_b = 1.14$

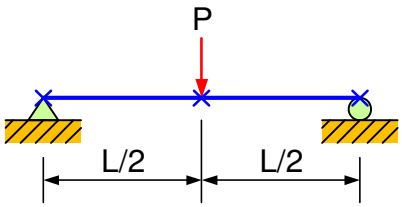


$C_b = 1.30$

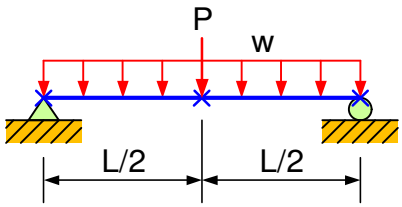


$C_b = 1.32$

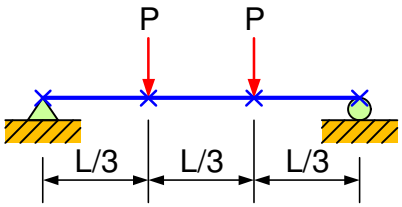
สัมประสิทธิ์การดัด C_b



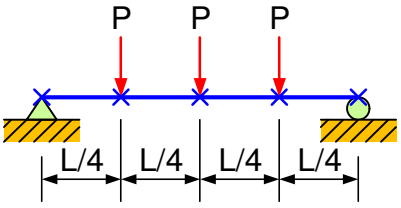
$C_b = 1.32$



C_b varies

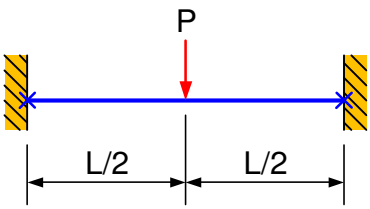


Midsection $C_b = 1.0$
End sections $C_b = 1.67$

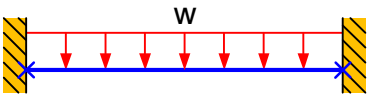


$C_b = 1.11$ for two center sections and 1.67 for end ones

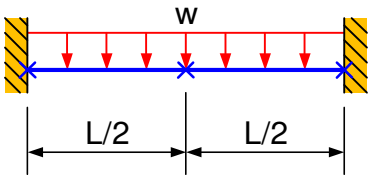
$C_b = 2.27$



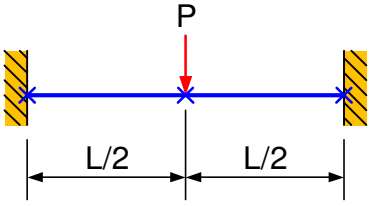
$C_b = 1.92$



$C_b = 2.38$



$C_b = 2.38$



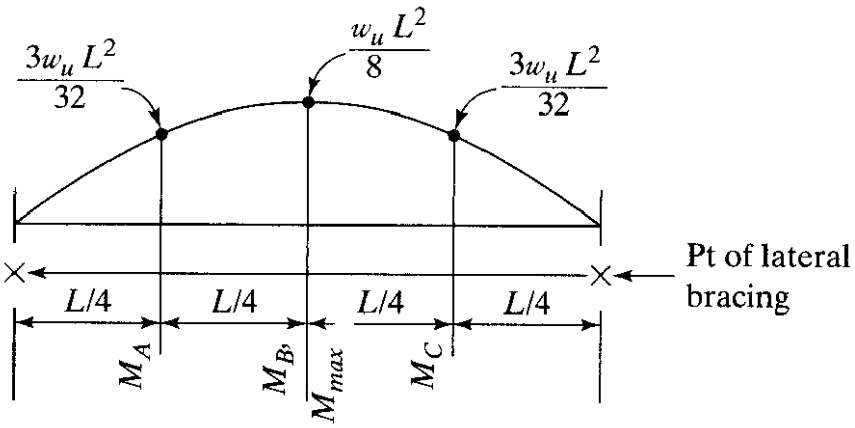
$C_b = 2.27$

ตัวอย่างที่ 9-2 จงพิจารณาค่า C_b ของคานช่วงเดี่ยวปลายจุดหมุนและปลายยึดแน่น

คานช่วงเดี่ยวปลายจุดหมุน

USE $\frac{wL^2}{8} = \frac{1}{8}$

$\frac{3wL^2}{32} = \frac{3}{32}$



$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

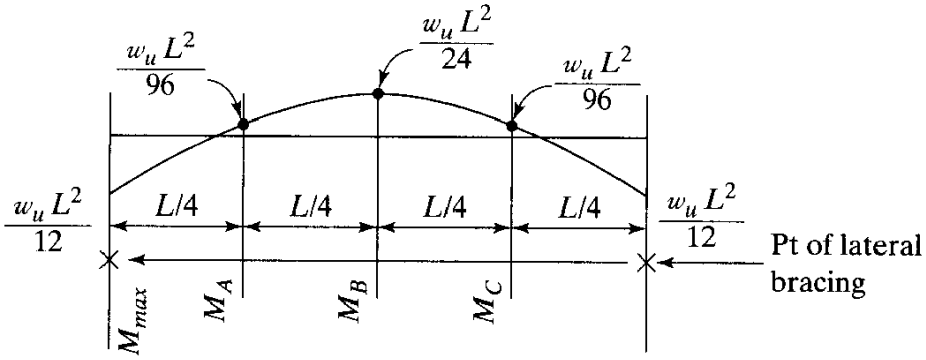
$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{1}{8}\right)}{2.5\left(\frac{1}{8}\right) + 3\left(\frac{3}{32}\right) + 4\left(\frac{1}{8}\right) + 3\left(\frac{3}{32}\right)} = 1.14$$

คานช่วงเดี่ยวปลายยึดแน่น

$USE: \frac{w_u L^2}{12} = \frac{1}{12}$

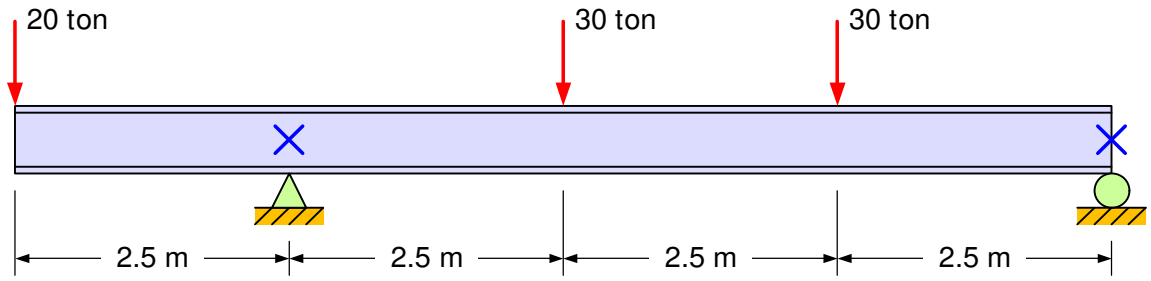
$\frac{w_u L^2}{96} = \frac{1}{96}$

$\frac{w_u L^2}{24} = \frac{1}{24}$



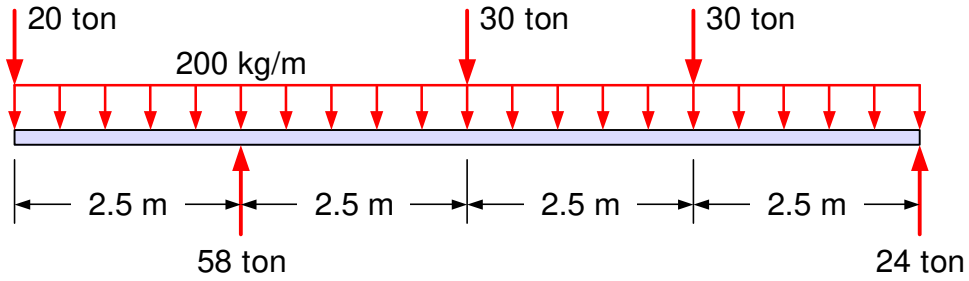
$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{1}{12}\right)}{2.5\left(\frac{1}{12}\right) + 3\left(\frac{1}{96}\right) + 4\left(\frac{1}{24}\right) + 3\left(\frac{1}{96}\right)} = 2.38$$

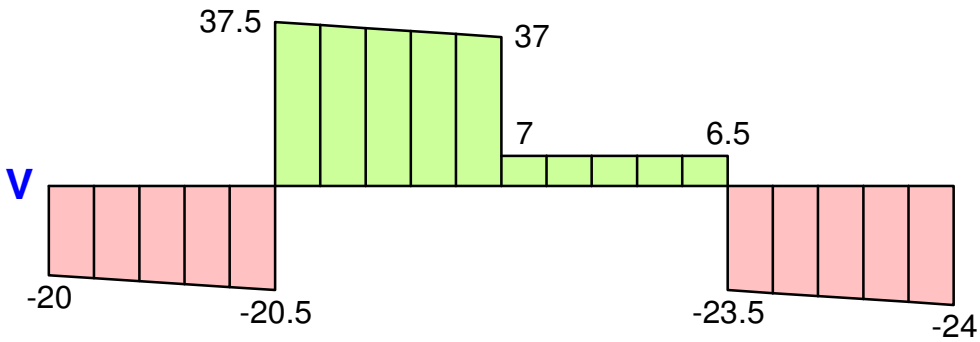
ตัวอย่างที่ 9-3 จงออกแบบคานรับฐ้าหนักดังในรูป คานไม่มีการรองรับด้านข้างเฉพาะที่จุดรองรับ กำหนด F_y = 2,500 กก./ซม.^{2}

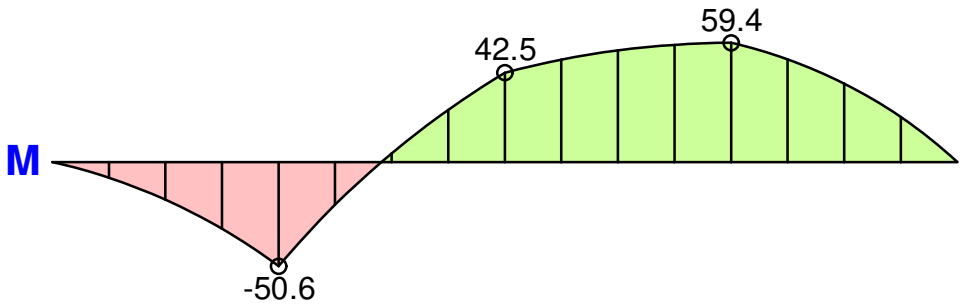


วิธีทำ สมมุติฐ้าหนักคาน 200 กก./ม.

วิเคราะห์คาน :



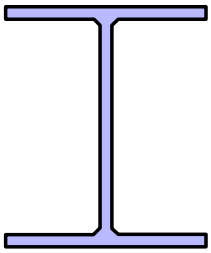




ผลการวิเคราะห์ : V_{max} = 37.5 ton

M_{max} = 59.4 t-m

ออกแบบคานเบื้องต้น



ลองใช้ $F_b = 0.5 \times 2{,}500 = 1{,}250 \ \text{kg/cm}^2$

$$\text{Req'd } S_x = \frac{M}{F_b} = \frac{59.4 \times 10^5}{1{,}250} = 4{,}752 \ \text{cm}^3$$

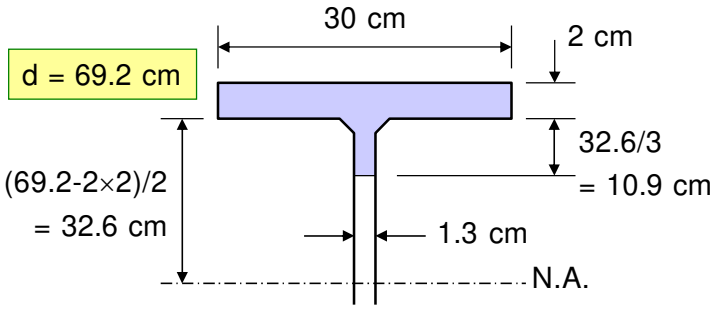
เลือกหน้าตัด W700×166 มีค่า $S_x = 4{,}980 \ \text{cm}^3 > 4{,}752 \ \text{cm}^3$

จากตาราง ค.1 ($C_b = 1.0$) : W700×166 ($L_c = 3.82$ m, $L_u = 4.86$ m)

$$L_b = 7.5 \text{ m} > L_u \rightarrow F_b < 0.6 \times 2{,}500 = 1{,}500 \ \text{kg/cm}^2$$

หน่วยแรงดัดที่ยอมให้ F_b

พิจารณาพื้นที่รูปตัวทีรับแรงอัด:

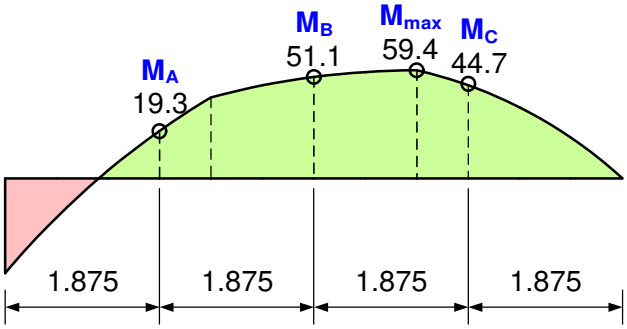


$$A_f + \frac{1}{6}A_w = 30 \times 2 + 10.9 \times 1.3$$
$$= 74.17 \ \text{cm}^2$$

$$I_T = 0.5 I_y = 0.5 \times 9{,}020 = 4{,}510 \ \text{cm}^4$$

$$r_T = \sqrt{I/A} = \sqrt{\frac{4{,}510}{74.17}} = 7.80 \ \text{cm}$$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{750}{7.80} = 96.15$$



สัมประสิทธิ์การดัด C_b

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

$$= \frac{12.5 \times 59.4}{2.5 \times 59.4 + 3 \times 19.3 + 4 \times 51.1 + 3 \times 44.7} = 1.36$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{7{,}173 \times 10^3 C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{7{,}173 \times 10^3 \times 1.36}{2{,}500}} = 62.47$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{3{,}585 \times 10^4 C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{3{,}585 \times 10^4 \times 1.36}{2{,}500}} = 139.65$$

$c_1 < \frac{L}{r_T} < c_2$ ∴ คำนวณหน่วยแรงดัดที่ยอมให้ตามสมการโก่งเดาะอินอิลาสติก

สมการโก่งเดาะอินอิลาสติก: $F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y (L/r_T)^2}{10{,}760 \times 10^4 C_b}\right] F_y \le 0.60F_y$

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{2{,}500(96.15)^2}{10{,}760 \times 10^4 (1.36)}\right] 2{,}500 = 1{,}272 \text{ kg/cm}^2 < 1{,}500 \text{ kg/cm}^2 \quad \textbf{OK}$$

สมการการบิด: $F_b = \frac{843{,}600\, C_b}{Ld/A_f} \le 0.60\, F_y$

$$F_b = \frac{843{,}600\,(1.36)}{750 \times 69.2/(30 \times 2)} = 1{,}326 \text{ kg/cm}^2 < 1{,}500 \text{ kg/cm}^2 \quad \textbf{OK}$$

∴ หน่วยแรงดัดที่ยอมให้ $\mathbf{F_b = 1{,}326}$ กก./ซม.^{2}

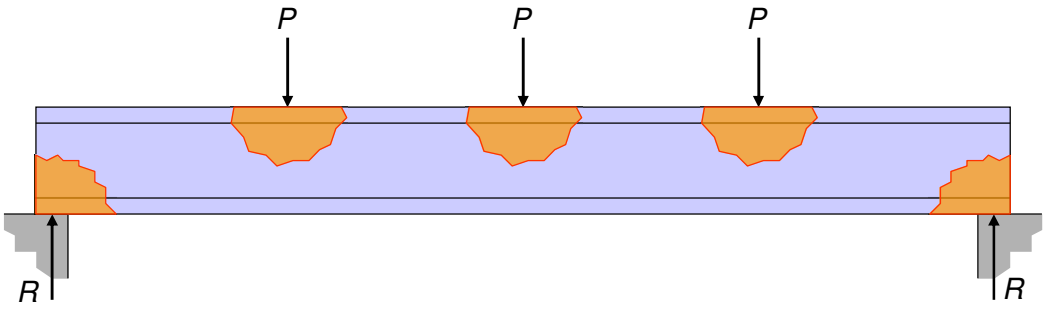
โมเมนต์ดัดที่ยอมให้ $M_a = F_b S_x = 1.326 \times 4{,}980/100$

$= 66.0$ ตัน $>$ $[M_{max} = 59.4$ ตัน$]$ **OK**

หน่วยแรงเฉือน $f_v = \frac{V_{max}}{h t_w} = \frac{37{,}500}{65.2 \times 1.3} = 442.4 \text{ kg/cm}^2$

$F_v = 0.4F_y = 1{,}000 \text{ kg/cm}^2 > f_v$ **OK**

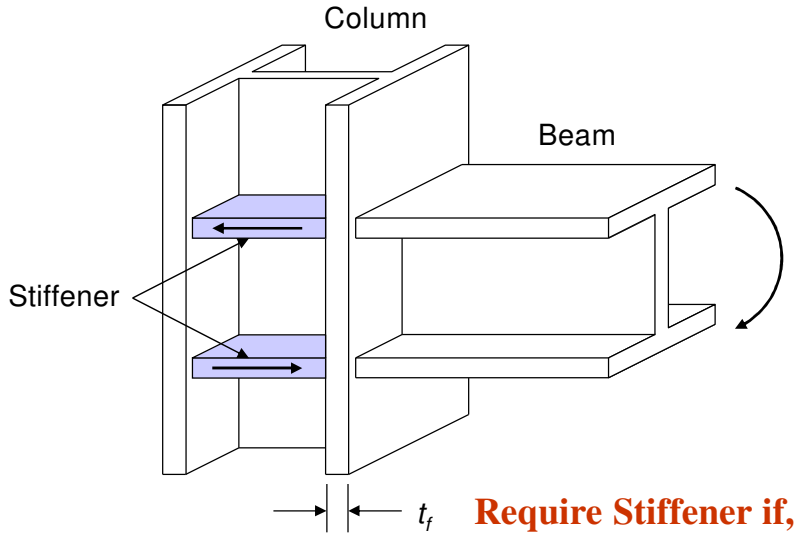
ปีกและเอวคานรับแรงกระทำเป็นจุด



- การโก่งเดาะเฉพาะที่ของปีกเสา (Local flange buckling)
- การครากเฉพาะที่ของเอวคาน (Local web yielding)
- การเยินของเอวคาน (Web crippling)
- การโก่งเดาะด้านข้างของเอวคาน (Sidesway web buckling)

Local flange and web buckling

การโก่งเดาะเฉพาะที่ของปีกคาน (Local flange buckling)



Require Stiffener if,

$$t_f < 1.02\sqrt{\frac{P_{bf}}{F_{yc}}}$$

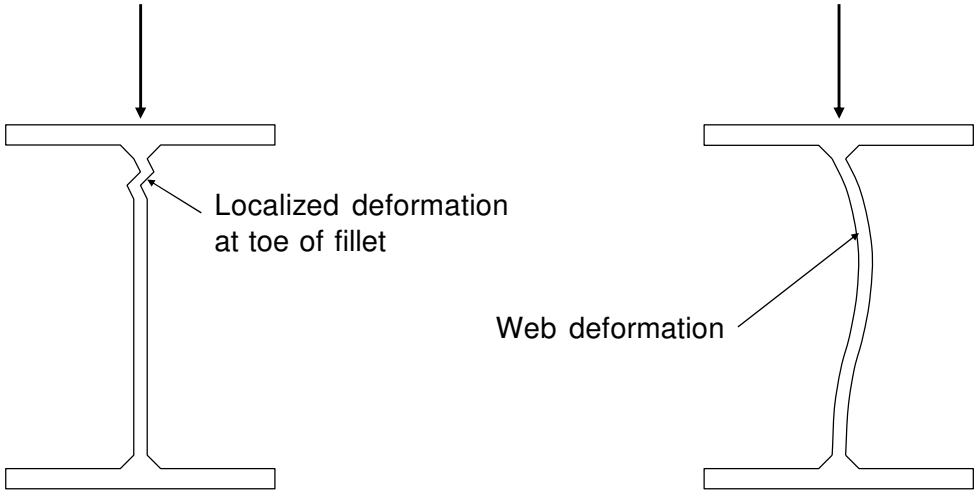
Stiffener area:

$$A_{st} = \frac{P_{bf} - F_{yc}t_{wc}(t_b + 5k)}{F_{yst}}$$

F_{yc} = หน่วยแรงคราก ของเสา (ก.ก./ซม.^{2})

P_{bf} = 5/3 เท่าของแรงที่คำนวณได้เป็นตันที่กระทำจากปีกคานหรือจุดต่อรับโมเมนต์

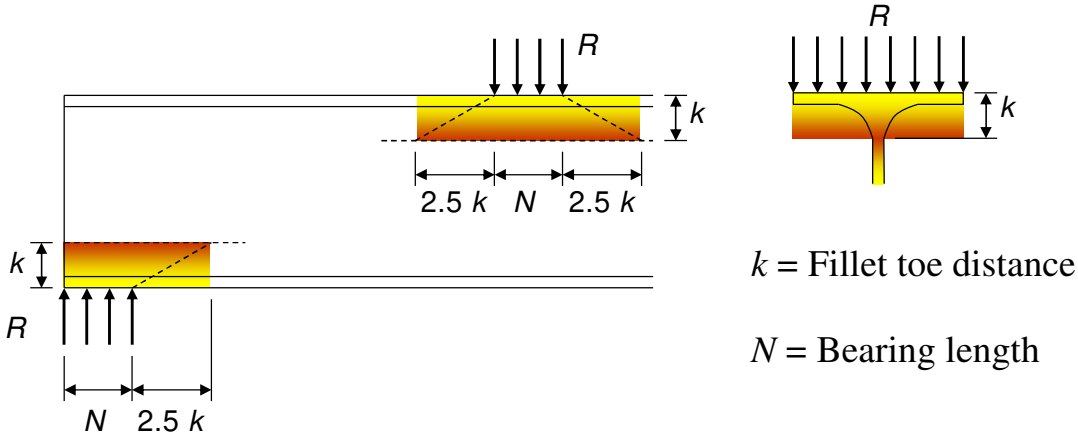
Web yielding & Web crippling



(a) Web yielding (b) Web crippling

การครากเฉพาะที่ของเอวคาน (Local web yielding)

$$\frac{R}{t_w(N+5k)} \le 0.66F_y$$



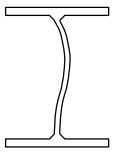
k = Fillet toe distance

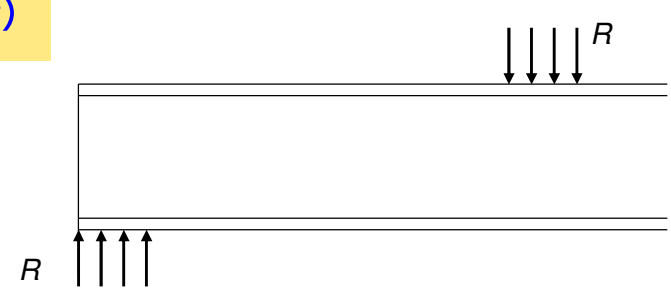
N = Bearing length

$$\frac{R}{t_w(N+2.5k)} \le 0.66F_y$$

Welded I Beam Loaded in 3-Point Bending

การเยินของเอวคาน (Web crippling)





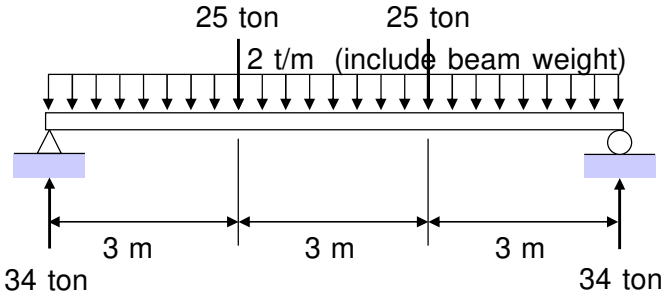
1. Concentrated load at distance > *d/2* from end of member:

$$R = 564\ t_w^2 \left[1+3\left(\frac{N}{d}\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5}\right]\sqrt{\frac{F_{yw}t_f}{t_w}} \quad \text{(ton)}$$

2. Concentrated load at distance < *d/2* from end of member:

$$R = 282\ t_w^2 \left[1+3\left(\frac{N}{d}\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5}\right]\sqrt{\frac{F_{yw}t_f}{t_w}} \quad \text{(ton)}$$

ตัวอย่างที่ 9-4 หน้าตัด W800×191 ทำด้วยเหล็ก A36 รับน้ำหนักบรรทุกและมีช่วงคานดังแสดงในรูป จงพิจารณาระยะแบกทาน 15 ซม. มีค่าเพียงพอหรือไม่?



วิธีทำ หน้าตัด W800×191 (t_w = 14 ม.ม., t_f = 22 ม.ม., $k = 2\,t_f$ = 4.4 ซม., d = 79.2 ซม.)

ตรวจสอบการครากของเอวคานที่ปลาย หน่วยแรงอัดบนพื้นที่วิกฤตมีค่าเท่ากับ

$$\frac{R}{t_w(N+2.5k)} = \frac{34(1{,}000)}{1.4(15+2.5\times 4.4)} = 934.1 \text{ kg/cm}^2$$

หน่วยแรงครากที่ยอมให้ของเอวคานคือ $0.66F_y = 0.66(2{,}500) = 1{,}650$ กก./ซม.^{2}

934.1 กก./ซม.^{2} < 1,650 กก./ซม.^{2} **OK**

ตรวจสอบการเยินของเอวคานที่ปลาย ค่าแรงอัดมากที่สุดคือ

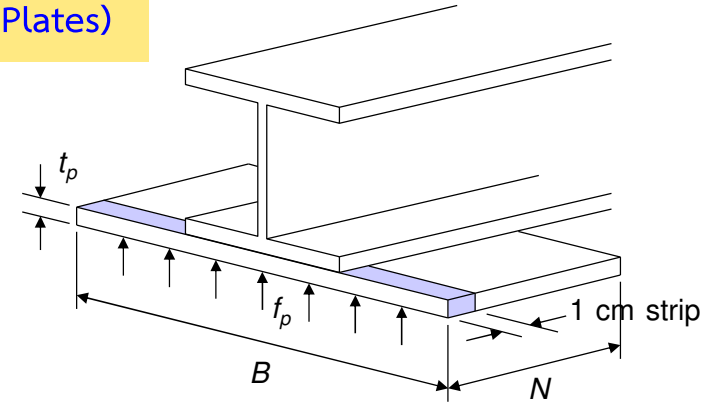
$$R = 282\, t_w^2 \left[1+3\left(\frac{N}{d}\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5}\right]\sqrt{\frac{F_{yw}\, t_f}{t_w}}$$

$$R = 282(1.4)^2 \left[1+3\left(\frac{15}{79.2}\right)\left(\frac{1.4}{2.2}\right)^{1.5}\right]\sqrt{\frac{2{,}500(2.2)}{1.4}}$$

$$= 44{,}636 \text{ ก.ก.} = 44.6 \text{ ตัน} > 34 \text{ ตัน} \qquad \textbf{OK}$$

แผ่นเหล็กรองใต้คาน (Beam Bearing Plates)

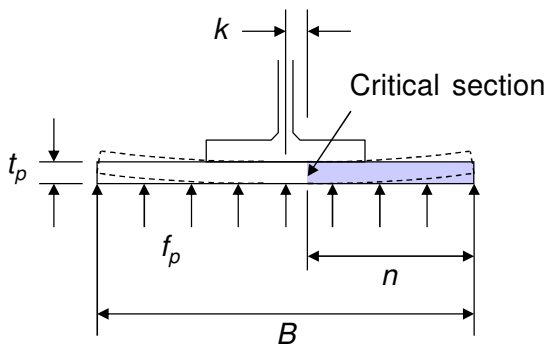
Bearing pressure: $f_p = \dfrac{R}{B \times N}$



Allowable bearing:

$$F_p = 0.35\, f_c'$$

$$F_p = 0.35\, f_c' \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \le 0.7\, f_c'$$



Bending moment: $M = \dfrac{f_p\, n^2}{2}$

$$f_b = \frac{M\, c}{I} = \frac{(f_p\, n^2/2)(t_p/2)}{1 \times t_p^3/12} = \frac{3 f_p\, n^2}{t_p^2}$$

หน่วยแรงดัดมากที่สุด $f_b = F_b = 0.75 F_y$

Required $t_p = \sqrt{\dfrac{3 f_p\, n^2}{0.75\, F_y}} = 2n\sqrt{\dfrac{f_p}{F_y}}$

ตัวอย่างที่ 9-5 คานหน้าตัด W450×106 (**d** = 43.4 ซม. $\mathbf{b_f}$ = 29.9 ซม. $\mathbf{t_w}$ = 10 ม.ม. $\mathbf{t_f}$ = 15 ม.ม. และ **k** = 3.9 ซม.) ถูกรองรับโดยผนังคอนกรีตเสริมเหล็กที่ปลายมี $\mathbf{f'_c}$ = 210 ก.ก./ซม.^{2} จงออกแบบแผ่นรองใต้คานด้วยเหล็ก A36 แรงปฏิกริยาที่ปลายคาน 30 ตัน ใช้ความกว้างผนัง(20 ซม.)เป็นความยาวแบกทาน

วิธีทำ **ตรวจสอบความยาวมากที่สุดที่ต้องการ:**

การคราก: $\dfrac{R}{t_w(N+2.5k)}\dfrac{30(1{,}000)}{1.0(N+2.5\times3.9)}=0.66(2{,}500)$

ความยาวที่ต้องการ N = 8.43 ซม. < 20 ซม. **OK**

การเยิน: $R=30(1{,}000)=282(1.0)^2\left[1+3\left(\dfrac{N}{43.4}\right)\left(\dfrac{1.0}{1.5}\right)^{1.5}\right]\sqrt{\dfrac{2{,}500(1.5)}{1.0}}$

ความยาวที่ต้องการ N = 19.1 ซม. < 20 ซม. **OK**

เลือกขนาดแผ่นรอง:

$$A_{1reqd}=\frac{R}{0.35f'_c}=\frac{30(1{,}000)}{0.35(210)}=408\ \text{cm}^2$$

$B = A_1/N = 408/20 = 20.4$ ซม. ใช้ความกว้าง 25 ซม.

$A_1 = (20)(25) = 500$ ซม.^{2} > 408 ซม.^{2} **OK**

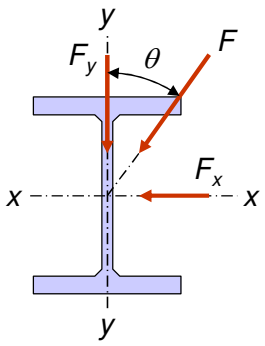
$n = 25/2 - 3.9 = 8.6$ ซม.

$f_p = 30(1{,}000)/500 = 60$ ก.ก./ซม.^{2}

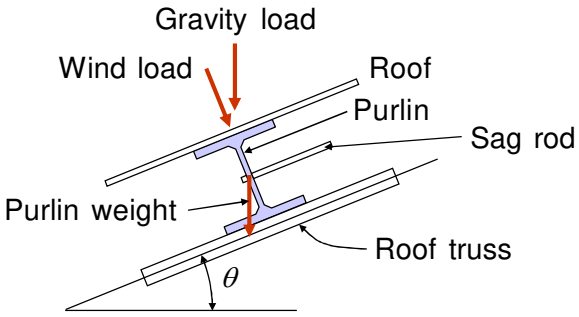
$$t=\sqrt{\frac{3f_pn^2}{F_b}}=\sqrt{\frac{3(60)(8.6)^2}{0.75(2{,}500)}}=2.66\ \text{cm}$$

ใช้แผ่นเหล็ก **PL3×20×25** ซม. ■

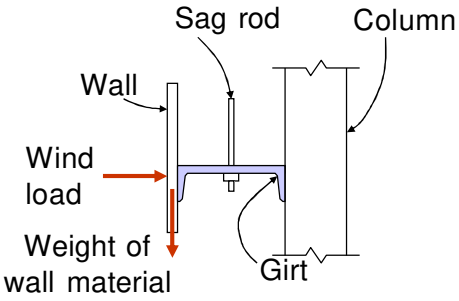
การดัดแกนคู่ (Biaxial Bending)



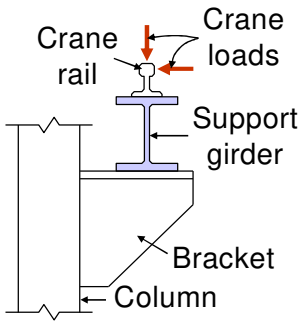
(a) Beam cross-section



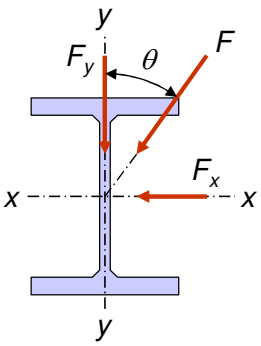
(b) Roof purlin



(c) Wall section showing girt



(d) Crane rail support



(a) Beam cross-section

องค์ประกอบแรงตามแกนหลักและแกนรอง :

$$F_y = F\cos\theta, \qquad F_x = F\sin\theta$$

ทำให้เกิดโมเมนต์ M_x และ M_y โดยหน่วยแรงร่วมกระทำจากโมเมนต์ทั้งสองคือ

$$f_b = \frac{M_x}{S_x} \pm \frac{M_y}{S_y}$$

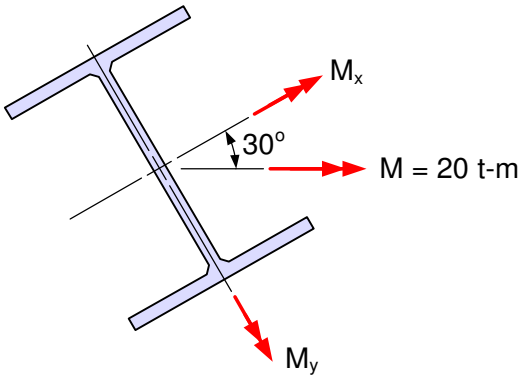
สำหรับการดัดรอบแกน **x** : $f_{bx} \le F_{bx}$ หรือ $\dfrac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1.0$

สำหรับการดัดรอบแกน **y** : $f_{by} \le F_{by}$ หรือ $\dfrac{f_{by}}{F_{by}} \le 1.0$

ผลรวมของอัตราส่วนทั้งสองมีค่าไม่เกิน 1.0, $\dfrac{f_{bx}}{F_{bx}} + \dfrac{f_{by}}{F_{by}} \le 1.0$

ถ้าเป็นหน้าตัดคอมแพ็คมีการรองรับด้านข้าง $\dfrac{f_{bx}}{0.66F_y} + \dfrac{f_{by}}{0.75F_y} \le 1.0$

ตัวอย่างที่ 9-6 คานดังในรูปรับโมเมนต์ดัด 20 ตัน-เมตร จงออกแบบหน้าตัด W350 ที่เบาที่สุดโดยการแตกองค์ประกอบโมเมนต์ตามแกนหลักและพิจารณาเป็นการดัดแกนคู่ สมมุติการรองรับด้านข้างเต็มที่



วิธีทำ แตกองค์ประกอบโมเมนต์ตามแกน x, y

$$M_x = 20\cos 30^\circ = 17.32 \ \text{t-m}$$

$$M_y = 20\sin 30^\circ = 10.0 \ \text{t-m}$$

สำหรับหน้าตัดคอมแพ็คมีการรองรับด้านข้าง

$$\frac{f_{bx}}{0.66F_y} + \frac{f_{by}}{0.75F_y} \le 1.0$$

ลองหน้าตัด W350×159 $S_x = 2{,}670 \ \text{cm}^3$ $S_y = 909 \ \text{cm}^3$

$$f_{bx} = M_x / S_x = \frac{17.32\times10^5}{2{,}670} = 648.7 \ \text{kg/cm}^2$$

$$f_{by} = M_y / S_y = \frac{10.0\times10^5}{909} = 1{,}100 \ \text{kg/cm}^2$$

$$\frac{648.7}{1{,}650} + \frac{1{,}100}{1{,}875} = 0.393 + 0.587 = 0.980 < 1.00 \quad \textbf{OK}$$

End of Lecture 09