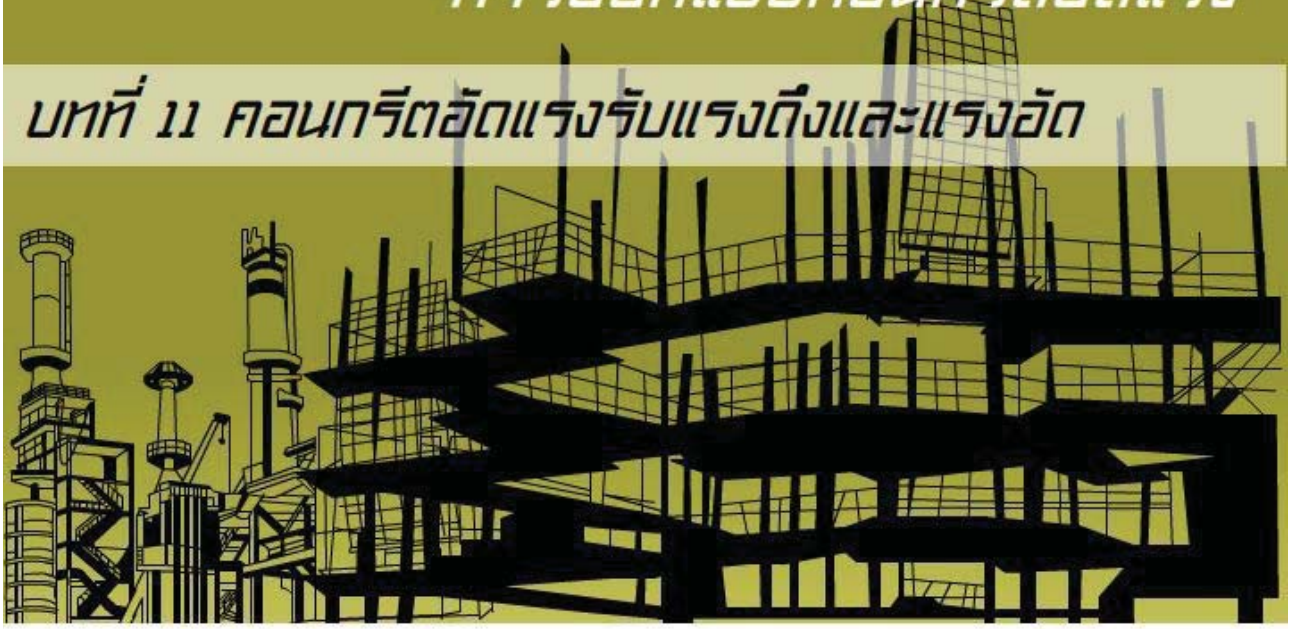
CEN 432
การออกแบบคอนกรีตอัดแรง

บทที่ 11 คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึงและแรงอัด



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

11.1 คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึง

คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึงสามารถออกแบบรับแรงดึงได้อย่างดี และใช้อย่างแพร่หลายโดยเฉพาะอย่างยิงองค์อาคารที่รักรัดดึง คอนกรีตอัดแรงมีสตีฟเนสสูงจึงทำให้สามารถควบคุมระยะการยืดขององค์อาคารได้ดี ในคอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดาทั่วไปจะเหมาะกับรับแรงดึงเนื่องจากการแตกร้าวจะเกิดขึ้นและทำให้สตีฟเนสลดลงอย่างรวดเร็ว แต่สำหรับคอนกรีตอัดแรงคอนกรีตจะถูกอัดแรงไว้ก่อน จึงสามารถรับแรงดึงได้ดีโดยไม่เกิดการแตกร้าว สตีฟเนสของหน้าตัดคอนกรีตอัดแรงจึงมีค่าสูงและเหล็กก็จะถูกหุ้มโดยคอนกรีตอย่างดีจึงไม่เกิดปัญหาการผุกร่อน

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึง

$$A_t = A_c + n_{ps}A_{ps} = A_g + (n_{ps} - 1)A_{ps} \qquad (11.1)$$

โดยที่ n_{ps} คือ อัตราส่วนของโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรงต่อคอนกรีต $= \frac{E_{ps}}{E_c}$

หน่วยแรงอัดสม่ำเสมอที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดคอนกรีตเนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรงและแรงดึงภายนอก N หาได้จาก

$$\sigma_c = \frac{P_e}{A_c} - \frac{N}{A_t} \qquad (11.2)$$

หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงหลังจากรับแรงกระทำภายนอก หาได้จาก

$$\sigma_{ps} = -\frac{P_e}{A_{ps}} - n_{ps}\cdot\frac{N}{A_t} \qquad (11.3)$$

คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึง

$$0 = \frac{P_e}{A_c} - \frac{N}{A_t}$$

$$N = P_e\frac{A_t}{A_c} = P_e\left(1 + n_{ps}\frac{A_{ps}}{A_c}\right) \qquad (11.4)$$

ถ้าให้ N_{cr} คือ แรงดึงภายนอกที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว สามารถหาค่า N_{cr} ได้จากการแทน σ_c ในสมการที่ 11.2 ด้วยกำลังดึงประลัยของคอนกรีต f_t'

$$-f_t' = \frac{P_e}{A_c} - \frac{N_{cr}}{A_t}$$

$$N_{cr} = \left(\frac{P_e}{A_c} + f_t'\right)A_t \qquad (11.5)$$

โดยที่ f_t' คือ กำลังดึงประลัยของคอนกรีต (direct tensile strength) มีค่าประมาณเท่ากับ $1.33\sqrt{f_c'}$ (หน่วยเป็น กก./ซม.^{2})

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึง

เมื่อรอยแตกร้าวเกิดขึ้น บริเวณหน้าตัดที่แตกร้าวนั้นแรงดึงภายนอกจะถูกต้านทานโดยเหล็กเสริมอัดแรงเท่านั้น เพราะคอนกรีตเมื่อแตกร้าวจะไม่สามารถรับแรงดึงได้ ดังนั้นหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่หน้าตัดที่แตกร้าว ทันทีที่คอนกรีตเริ่มแตกร้าวหาได้จาก

$$\left(\sigma_{ps}\right)_{cr} = \frac{N_{cr}}{A_{ps}} = \left(\frac{P_e}{A_c} + f_t'\right)\frac{A_t}{A_{ps}} \qquad (11.6)$$

$$\left(\sigma_{ps}\right)_{cr} \leq \frac{f_{pu}}{1.2}$$

$$\left(\frac{P_e}{A_c} + f_t'\right)\frac{A_t}{A_{ps}} \leq \frac{f_{pu}}{1.2}$$

$$A_{ps} \geq \frac{1.2A_t}{f_{pu}}\left(\frac{P_e}{A_c} + f_t'\right) \qquad (11.7)$$

คอนกรีตอัดแรงรับแรงดึง

ที่จุดวิบัติเหล็กเสริมอัดแรงจะขาดหลังจากคอนกรีตเกิดการแตกร้าวไปแล้วระยะหนึ่ง แรงดึงประลัย N_n ของหน้าตัดคอนกรีตอัดแรงรับแรงดึงสามารถหาได้จากกำลังของเหล็กเสริมอัดแรงเพียงอย่างเดียว ดังแสดงในสมการที่ 11.8

$$N_n = A_{ps}f_{pu} \qquad (11.8)$$

ในการออกแบบจะต้องออกแบบให้กำลังของหน้าตัดที่ออกแบบ ϕN_n มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ กำลังที่ต้องการ N_u

$$\phi N_n \geq N_u \qquad (11.9)$$

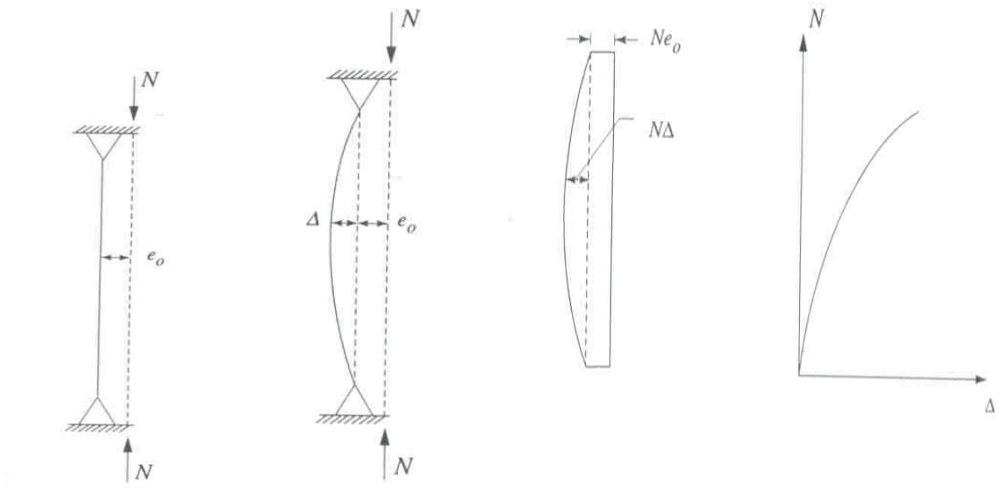
โดยที่ ϕ คือ ตัวคูณลดกำลังสำหรับโครงสร้างรับแรงดึง ซึ่งให้ใช้เท่ากับ 0.9

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

11.2 คอนกรีตรับแรงอัด

คอนกรีตอัดแรงที่รับแรงอัดนำไปใช้ในการรับแรงอัดอาจจะดูเหมือนว่าเป็นความคิดที่ไม่ถูกต้องแต่ในความเป็นจริงแล้วองค์อาคารที่รักแรงอัดส่วนมากจะมีผลของโมเมนต์ดัดเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น เสาซึม ผนังอาคารสำเร็จรูป โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นอาจจะมาจากรงกระทำด้านข้าง เช่น แรงด้านข้างของดินกระทำต่อเสาเข็ม โมเมนต์ดัดจะทำให้เกิดหน่วยแรงดึงในองค์อาคารเกิดการเสียหายได้ดังนั้นการออกแบบองค์อาคารต้องออกแบบผลรวมของแรอัดและโมเมนต์ดัดไปพร้อมๆกัน

การโก่งตัวและโมเมนต์ดัดของเสา



11.3 การวิเคราะห์หน่วยแรงในช่วงใช้งานของเสาคอนกรีตอัดแรงรับแรงอัด

11.3.1 หน่วยแรงในช่วงใช้งานของเสาสั้น

สำหรับเสาสั้นคอนกรีตอัดแรงที่มีแรงอัดประสิทธิผล P_e โดยแนวศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรงอยู่ในแนวเดียวกับศูนย์ถ่วงของหน้าตัด เสารับแรงภายนอกตามแนวแกน N โดยมีระยะเยื้องศูนย์ e จะสามารถหาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตได้จาก

$$\sigma_c = \frac{P_e}{A_c} + \frac{N}{A_t} \pm \frac{Ney}{I_t} \qquad (11.10)$$

โดยที่ y คือ ระยะจากศูนย์ถ่วงของหน้าตัดถึงตำแหน่งของคอนกรีตที่พิจารณา

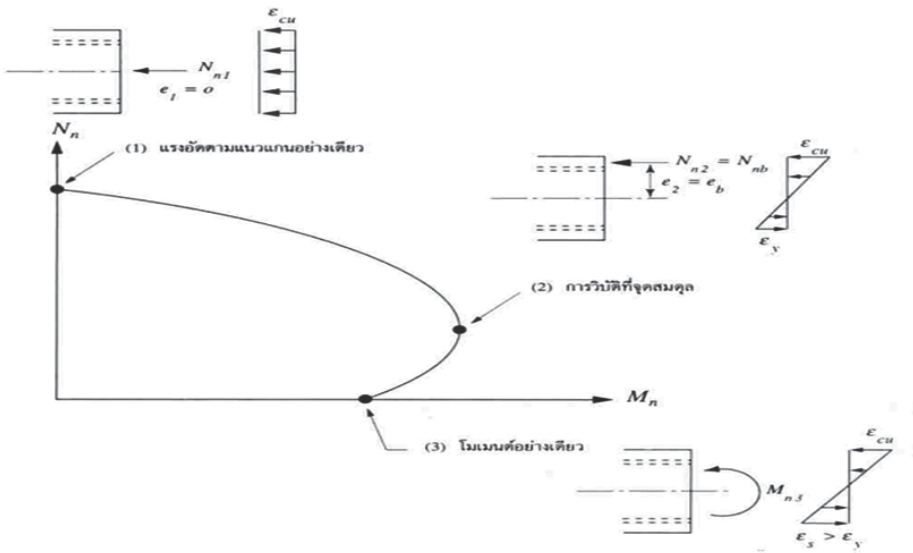
I_t คือ โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงคอนกรีต

11.4 กำลังที่สถานะประลัยของเสาคอนกรีตอัดแรงรับแรงอัด

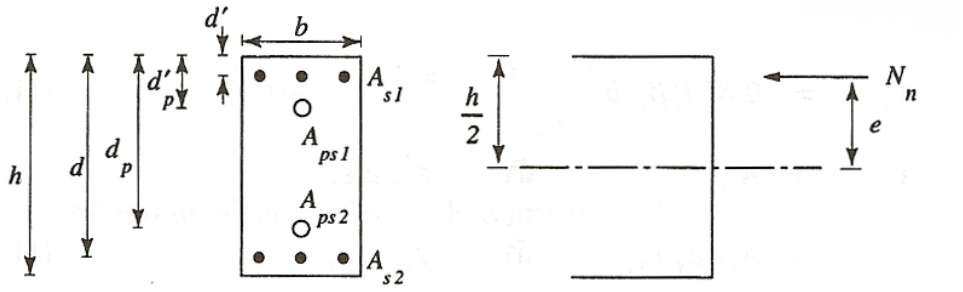
11.4.1 กำลังของเสาสั้น

การคำนวณหากำลังประลัยของคอนรีตอัดแรงรับแรงอัดตามแนวแกนและโมเมนต์ จะใช้วิธีการคำนวณหากำลังประลัยของเสาคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไปโดยปกติกำลังของเสาจะขึ้นอยู่กับรูปของแผนผังกำลัง

แผนผังกำลังของเสา

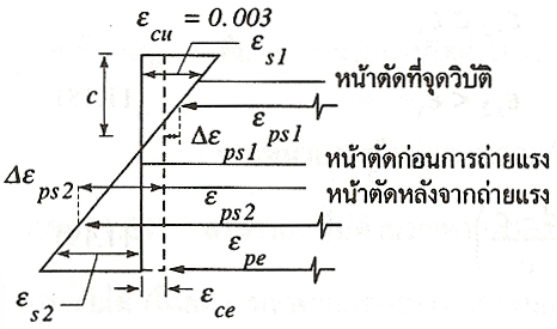


เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

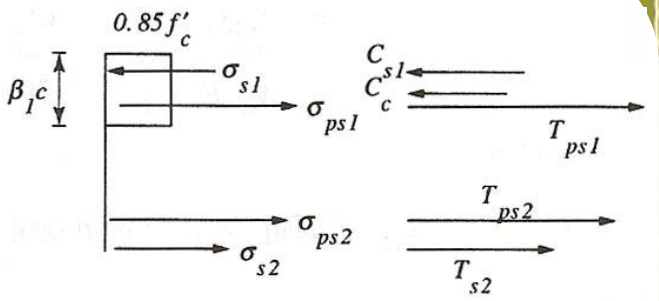


(ก) หน้าตัดเสา (ข) แรงกระทำตามแนวแกน โดยมีระยะเยื้องศูนย์ e

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย



(ค) หน่วยการยืดหดตัวที่สถานะประลัย



(ง) หน่วยแรงและแรงที่สถานะประลัย

$$N_n = C_c + C_{s1} - T_{ps1} - T_{ps2} - T_{s2} \qquad (11.13)$$

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

ε_{s1} หาได้จาก $\varepsilon_{s1} = 0.003\left(\frac{c-d'}{c}\right)$ (11.17)

$T_{s2} = A_{s2} f_y$ ถ้า $\varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_y$

$= A_{s2} E_s \varepsilon_{s2}$ ถ้า $\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$ (11.18)

ε_{s2} หาได้จาก $\varepsilon_{s2} = 0.003\left(\frac{d-c}{c}\right)$ (11.19)

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

$$\varepsilon_{ce} = \frac{P_e}{(nA_{s1} + nA_{s2} + A_c)E_c} \cong \frac{P_e}{[(n-1)A_s + A_g]E_c} \qquad (11.20)$$

โดยที่ $n = \frac{E_s}{E_c}$

A_c คือ พื้นที่หน้าตัดของคอนกรีต

A_g คือ พื้นที่หน้าตัดของเสา

A_s คือ พื้นที่หน้าตัดรวมของเหล็กเสริมไม่อัดแรง $= A_{s1} + A_{s2}$

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

$$\Delta\varepsilon_{ps1} = 0.003\left(\frac{c - d'_p}{c}\right) - \varepsilon_{ce} \qquad (11.21)$$

$$\Delta\varepsilon_{ps2} = 0.003\left(\frac{d_p - c}{c}\right) + \varepsilon_{ce} \qquad (11.22)$$

หน่วยการยืดตัวในเหล็กเสริมอัดแรงที่สถานะประลัยสามารถหาได้จาก

$$\varepsilon_{ps1} = \varepsilon_{pe} - \Delta\varepsilon_{ps1} \qquad (11.23)$$

$$\varepsilon_{ps2} = \varepsilon_{pe} + \Delta\varepsilon_{ps2} \qquad (11.24)$$

โดยที่ ε_{pe} คือ หน่วยการยืดตัวประสิทธิผลของเหล็กเสริมอัดแรง $= \frac{P_e}{{}_{ps}E_{ps}}$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

จากหน่วยการยืดตัวในเหล็กเสริมอัดแรง ε_{ps1} และ ε_{ps2} ที่ได้จากสมการที่ 11.23 และ 11.24 สามารถนำไปคำนวณหาหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง σ_{ps1} และ σ_{ps2} ที่สถานะประลัยได้ (โดยพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ $\sigma - \varepsilon$ ของเหล็กเสริมอัดแรง)

แรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงสามารถหาได้จาก

$$T_{ps1} = A_{ps1}\sigma_{ps1} \qquad (11.25)$$

$$T_{ps2} = A_{ps2}\sigma_{ps2} \qquad (11.26)$$

จากแรง $C_c, C_{s1}, T_{s2}, T_{ps1}$ และ T_{ps2} ที่คำนวณได้จากสมการที่ 11.15, 11.16, 11.18, 11.25 และ 11.26 ตามลำดับ สามารถคำนวณหา N_n และ $M_n(=N_n e)$ ได้จากสมการที่ 11.13 และ 11.14 ตามลำดับ

เสาคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย

ในกรณีของเสาที่รับแรงอัดตามแนวแกนอย่างเดียว เช่น ที่จุด (1) ในรูปที่ 11.6 โดยไม่มีระยะเยื้องศูนย์ (e = 0) สามารถหา N_{n1} ได้จาก

$$N_{n1} = C_c + A_s f_y - A_{ps}\sigma_{ps} \qquad (11.27)$$

โดยที่ $C_c = 0.85 f'_c bh$

A_s คือ พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเหล็กเสริมไม่อัดแรง

A_{ps} คือ พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเหล็กเสริมอัดแรง

σ_{ps} คือ หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่สถานะประลัยและหาได้จากสมการที่ 11.28

$$\sigma_{ps} = E_{ps}\left(\varepsilon_{pe} - 0.003 + \varepsilon_{ce}\right) \qquad (11.28)$$

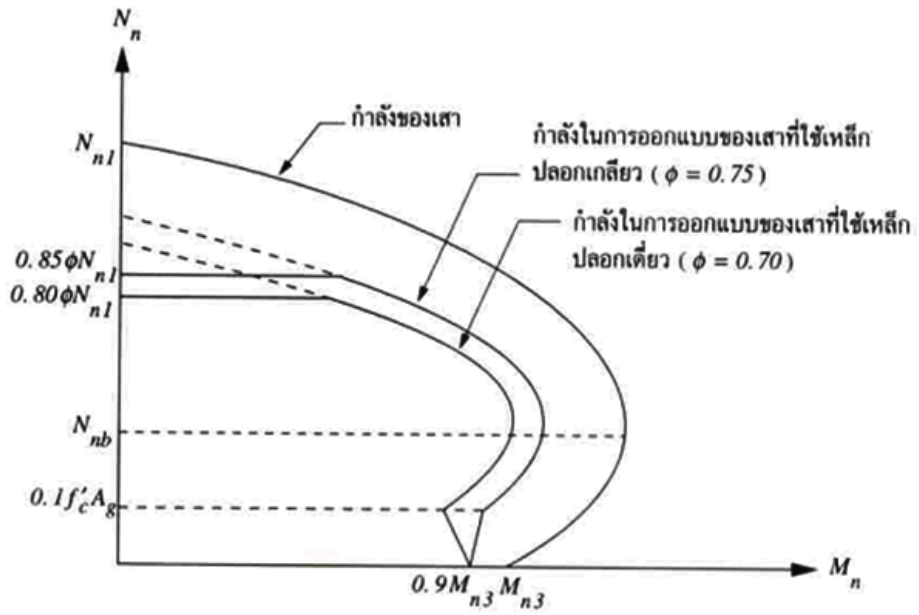
มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

11.4 กำลังที่สถานะประลัยของเสาคอนกรีตอัดแรงรับแรงอัด

11.4.2 แผนผังกำลังของเสาสั้นที่ใช้สำหรับการออกแบบ

ในการออกแบบเสาจะต้องคำนวณหาค่าแรงอัดตามแนวแกนที่ต้องการ N_u และโมเมนต์ที่ต้องการ M_u ซึ่งเป็นแรงที่ทำหารเพิ่มส่วนมาแล้วด้วยค่าตัวคูณน้ำหนัก ค่าแรง N_u และ M_u และเมื่อนำมากำหนดจุดลงบนแผนผังกำลังเสาของการออกแบบจะต้องอยู่ภายในโค้งออกแบบจะได้จากการคูณผังกำลังของเสาดังที่ได้กล่าวมาในหัวข้อที่ผ่านมา

แผนผังกำลังของเสาที่ใช้สำหรับการออกแบบ

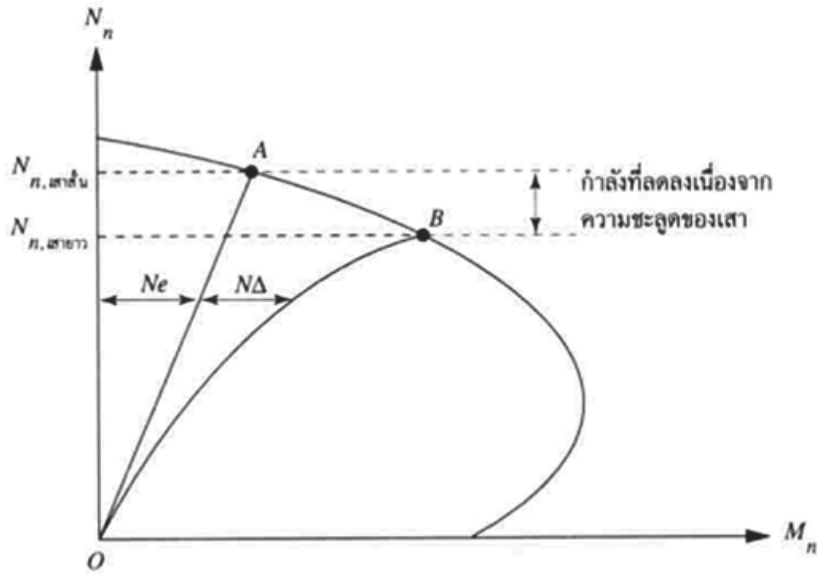


11.4 กำลังที่สถานะประลัยของเสาคอนกรีตอัดแรงรับแรงอัด

11.4.3 กำลังของเสายาว

ในกรณีของเสาสั้นจะไม่คิดผลของโมเมนต์รองซึ่งเกิดจากการโก่งตัวด้านข้างแต่ในเสายาวการโก่งตัวด้นข้างของเสาจะก่อให้เกิดโมเมนต์รอง ทำให้กำลังในการรับแรงของเสาลดลงยิ่งเสามีความชะลูดมากเท่าไร กำลังในการรับแรงของเสายิ่งลดลงมากเท่านั้น

แผนผังกำลังของเสายาว



แผนผังกำลังของเสายาว

โมเมนต์รวมที่เกิดขึ้นบนเสายาวขณะวิบัติมีค่าเท่ากับโมเมนต์หลัก Ne รวมกับโมเมนต์รอง $N\Delta$ ถ้ากำหนดให้ δ เป็นค่าตัวคูณเพื่อขยายโมเมนต์หลักให้เป็นโมเมนต์รวมที่เกิดขึ้นบนเสา ค่าโมเมนต์รวมที่ขยาย M_m นี้อาจเขียนในรูปของ

$$M_m = \delta Ne = Ne + N\Delta = Ne\left(\frac{e+\Delta}{e}\right) \qquad (11.29)$$

จากสมการที่ 11.29

$$\delta = \left(\frac{e+\Delta}{e}\right) \qquad (11.30)$$

แผนผังกำลังของเสายาว

$$\frac{kl_u}{r} < 34 - 12\frac{M_{ub1}}{M_{ub2}} \qquad \text{สำหรับเสาที่มีค้ำยันด้านข้างที่ปลาย} \qquad (11.31)$$

$$\frac{kl_u}{r} < 22 \qquad \text{สำหรับเสาที่ไม่มีค้ำยันด้านข้างที่ปลาย} \qquad (11.32)$$

โดยที่ k คือ ตัวคูณความยาวประสิทธิผล

l_u คือ ความยาวของเสา

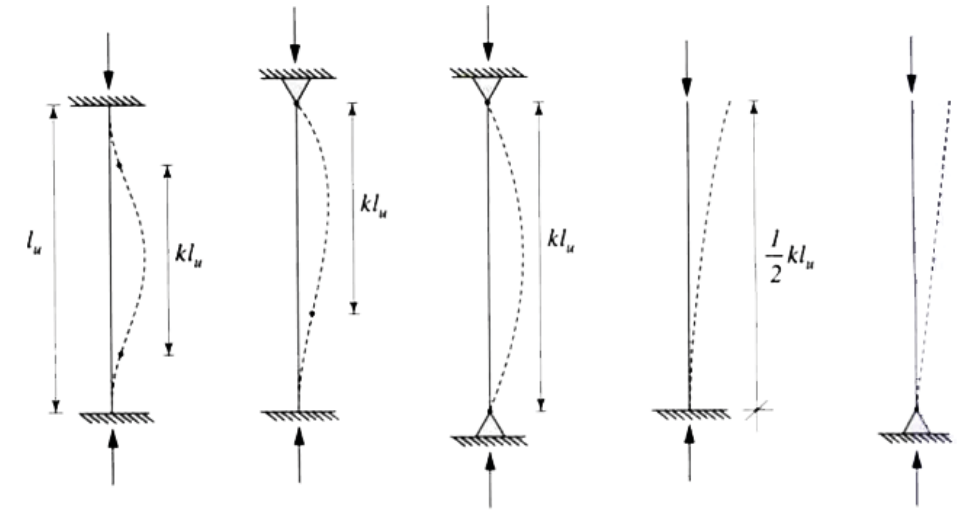
r คือ รัศมีไจเรชั่นของเสาในทิศที่พิจารณาการดัด โดยอาจใช้ค่า 0.3 เท่าของความยาวของด้านของเสาที่พิจารณาสำหรับเสาสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสำหรับเสากลมอาจใช้ค่า 0.25 เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของเสา

M_{ub1} คือ ค่าที่น้อยระหว่างโมเมนต์เพิ่มส่วน (factored moment) ที่ปลายทั้งสองข้างของเสา โดยมีค่าเป็นบวกเมื่อโมเมนต์ที่ปลายทั้งสองทำให้เสาดัดในลักษณะโค้งเดี่ยวและมีค่าเป็นลบเมื่อโมเมนต์ที่ปลายทั้งสองทำให้เสาดัดในลักษณะโค้งคู่

M_{ub2} คือ ค่าที่มากระหว่างโมเมนต์เพิ่มส่วนที่ปลายทั้งสองข้างของเสา โดยมีค่าเป็นบวกเสมอ

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

ค่า k ตามทฤษฎีและค่า k สำหรับการออกแบบเสนอโดย ACI



ทฤษฎี	$k = 0.5$	0.7	1	2	∞
ACI	$k = 1$	1	1	ต้องใช้ผังคำนวณ	∞

ค่า k ตามทฤษฎีและค่า k สำหรับการออกแบบเสนอโดย ACI

$$M_{um} = \delta_b M_{ub2} + \delta_s M_{us2} \qquad (11.33)$$

โดยที่ M_{ub2} คือ ค่าที่มากของโมเมนต์เพิ่มส่วนที่ปลายทั้งสอง โดยโมเมนต์ที่พิจารณานี้เกิดจากแรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่ไม่ทำให้โครงสร้างเกิดการเซ (sidesway) เช่น น้ำหนักบรรทุกคงที่ที่กระทำบนโครงสร้างที่สมมาตร

M_{us2} คือ ค่าที่มากของโมเมนต์เพิ่มส่วนที่ปลายทั้งสองข้าง โดยโมเมนต์ที่พิจารณานี้เกิดจากแรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้โครงสร้างเซ เช่น แรงลมหรือน้ำหนักบรรทุกที่ไม่สม่ำเสมอ

δ_b คือ ตัวคูณขยายโมเมนต์ในส่วนที่ไม่มีการเซ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ 11.34

δ_s คือ ตัวคูณขยายโมเมนต์ในส่วนที่เกิดการเซ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ 11.39

ค่า k ตามทฤษฎีและค่า k สำหรับการออกแบบเสนอโดย ACI

$$\delta_b = \frac{C_m}{1-\frac{N_u}{\phi N_c}} \geq 1.0 \qquad (11.34)$$

โดยที่ C_m = $0.6+0.4\frac{M_{ub1}}{M_{ub2}} \geq 0.4$ สำหรับโครงสร้างที่มีการค้ำยันไม่ให้เกิดการเซ และไม่มีแรงกระทำต่อเสาในทิศตั้งฉากกับแกนเสา

= 10 สำหรับกรณีอื่น ๆ ที่ไม่ใช่กรณีที่กล่าวข้างต้น (11.35)

N_c คือ น้ำหนักโก่งเดาะวิกฤต (critical buckling load)

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \qquad (11.36)$$

ค่า k ตามทฤษฎีและค่า k สำหรับการออกแบบเสนอโดย ACI

$$EI = \frac{0.2E_cI_g + E_sI_s}{1+\beta_d} \qquad (11.37)$$

หรือ

$$EI = \frac{0.4E_cI_g}{1+\beta_d} \qquad (11.38)$$

โดยที่ I_g คือ โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเสา

I_s คือ โมเมนต์อินเนอร์เชียของพื้นที่หน้าตัดของเหล็กรอบแกนศูนย์ถ่วงของหน้าตัดเสา

β_d คือ อัตราส่วนของโมเมนต์เพิ่มส่วนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ (factored dead load moment) ต่อโมเมนต์เพิ่มส่วนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด(factored total load moment) โดย β_d นี้มีค่าเป็นบวกเสมอ

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

ค่า k ตามทฤษฎีและค่า k สำหรับการออกแบบเสนอโดย ACI

$$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\sum N_u}{\phi \sum N_c}} \geq 1.0 \qquad (11.39)$$

โดยที่ $\sum N_u$ และ $\sum N_c$

คือ ผลรวมของแรงตามแนวแกนที่ต้องการ และน้ำหนักโก่งเดาะวิกฤตตามลำดับ ของเสาทั้งหมดที่อยู่ในชั้นที่พิจารณา