Chapter 4. 일반 벡터공간

4.1 실벡터 공간

(1) 벡터공간

집합 V에 속하는 벡터 $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ 와 실수 스칼라 k ,m에 대하여 아래 10개의 공리를 만족할 때 V를 실벡터 공간이라고 합니다

① $\bar{u}$, $\bar{v}$ 가 V의 개체면 $\bar{u}+\bar{v}$도 V에 속한다(덧셈의 닫힘성)

② $\bar{u}+\bar{v}=\bar{v}+\bar{u}$ (덧셈의 교환법칙)

③ $(\bar{u}+\bar{v})+\bar{w}=\bar{u}+(\bar{v}+\bar{w})$ (덧셈의 결합법칙)

④ V 내의 모든 $\bar{u}$에 대하여 $\bar{u}+\bar{0}=\bar{0}+\bar{u}=\bar{u}$를 만족하는 영벡터 $\bar{0}$가 V 내에 존재한다 (덧셈의 항등원)

⑤ V 내의 모든 $\bar{u}$에 대하여 $\bar{u}+(-\bar{u})=(-\bar{u})+\bar{u}=\bar{0}$를 만족하는 $-\bar{u}$가 V 내에 존재한다 (덧셈의 역원)

⑥ $\bar{u}$가 V의 개체면 $k\bar{u}$도 V의 개체이다(동질성)

⑦ $k(\bar{u}+\bar{v})=k\bar{u}+k\bar{v}$ (덧셈에 대한 벡터의 분배법칙)

⑧ $(k+m)\bar{u}=k\bar{u}+m\bar{u}$ (덧셈에 대한 스칼라의 분배법칙)

⑨ $k(m\bar{u})=(km)\bar{u}$ (곱셈에 대한 스칼라의 결합법칙)

⑩ $1\cdot\bar{u}=\bar{u}$

$ex)$ $V=R^2$ 이고 $\bar{u}$, $\bar{v}\in V$, $\bar{u}=(u_1, u_2)$, $\bar{v}=(v_1, v_2)$, $\bar{u}+\bar{v}=(u_1+v_1, u_2+v_2)$, $k\bar{u}=(ku_1, 0)$ 일 때, V가 실벡터 공간인지 확인하시오(단, k는 실수 스칼라이다)

Chapter 4. 일반 벡터공간

$ex)$ V가 양의 실수 집합이고 $u+v=uv$, $ku=u^k$일 때, V가 실벡터공간인지 확인하시오

(2) 자주 이용하는 벡터공간

① 영벡터공간

② R^n 벡터공간

③ 실함수 벡터공간($F(-\infty,\infty)$)

④ $m\times n$ 행렬 벡터공간(M_{mn})

⑤ n차 이하 다항식의 벡터공간(P_n)