

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 1

- I** Soit l'équation : (E) : $35u - 96v = 1$; $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$.
- 1** Vérifier que (11,4) est une solution particulière de l'équation (E).
- 2** En déduire la solution générale de l'équation (E).
- II** Soit l'équation : (F) : $x^{35} \equiv 2 [97]$; $x \in \mathbb{Z}$.
- 1 a** Montrer que 97 est un nombre premier.
- Puis Montrer l'implication : $x \in solutions(F) \Rightarrow x \wedge 97 = 1$.
- b** Montrer l'implication : $x \in solutions(F) \Rightarrow x^{96} \equiv 1 [97]$.
- c** Montrer l'implication : $x \in solutions(F) \Rightarrow x \equiv 2^{11} [97]$.
- 2** Montrer l'implication : $x \equiv 2^{11} [97] \Rightarrow x \in solutions(F)$.
- 3** Montrer que l'ensemble des solutions de (F) s'écrit sous la forme :

$$S = \{ (11 + 97k) \in \mathbb{N} ; k \in \mathbb{N} \}$$

Exercice 2

- Soient p et q deux nombres premiers vérifiant :
- $$9^{p+q-1} \equiv 1 [pq] \quad \text{et} \quad p < q$$
- 1 a** Montrer que p et 9 sont premiers entre eux.
- b** En déduire que : $9^{p-1} \equiv 1 [p]$ et $9^q \equiv 1 [p]$.
- 2 a** Montrer que $(p-1)$ et q sont premiers entre eux.
- b** En utilisant le théorème de Bézout, Montrer que : $p = 2$.
- c** En utilisant le théorème de Fermat, Montrer que : $9^{q-1} \equiv 1 [q]$.
- d** En déduire que $q = 5$.

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 3

partie I : (Les questions de cette partie sont indépendantes)

① Déterminer les entiers positifs a et b sachant que $a < 4000$ et que la division euclidienne de a par b donne un quotient de 82 et un reste de 47.

② Déterminer les quotient et le reste de la division euclidienne de $2^{2013} + 562$ par 4.

③. Démontrer que $\forall x, y \in \mathbb{R}$ et $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ on a :

$$x^n - y^n = (x - y) \sum_{k=0}^{n-1} x^k y^{n-1-k}$$

• En déduire que $609 \mid 5^{4n} - 2^{4n}$

Déterminer les entiers relatifs n tels que $n-4$ divise $3n-17$

Montrer que $\forall n \geq 1 \quad 40^n \cdot n! \mid (5n)!$

Exercice 4

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

partie 1:

- ① Déterminer, suivant les puissances de $n \in \mathbb{N}$, le reste de la division euclidienne de 2^n par 5.
- ② Quel est le reste de la division euclidienne par 5 de 1357^{2013}

partie 2:

Démontrer que la somme de trois cubes consécutifs est toujours divisible par 9. (C'est-à-dire: $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ est divisible par 9)

partie 3:

- ① Déterminer les entiers naturels tels que: $5^n \equiv -1 \pmod{13}$
- ② Déterminer les entiers naturels n tels que 13 divise $5^{2n} + 5^n$

partie 4:

démontrer que 13 divise $3^{126} + 5^{126}$

Exercice 5

On considère l'équation: (E): $23x - 40y = 1$ $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$

- ① Justifier que l'équation (E) admet au moins un couple solution
- ② Déterminer une solution particulière de l'équation (E).
- ③ Résoudre l'équation (E).
- ④ En déduire qu'il existe un unique entier d vérifiant $0 < d < 40$ et $23d \equiv 1 \pmod{40}$.

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 6

Soit l'équation : $(D) : 7x^3 - 13y = 5 ; (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

1 Soit (x, y) une solution de (D) .

a Montrer que x et 13 sont premiers entre eux.

b En déduire que $x^{12} \equiv 1 [13]$.

c Montrer que : $x^3 \equiv 10 [13]$.

d En déduire que : $x^{12} \equiv 3 [13]$.

2 Déduire des questions précédentes que l'équation (D) n'admet pas de solutions dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

Exercice 7

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Soit N l'entier naturel exprimé dans le système de numération décimal par :

$$N = \underbrace{111\dots 11}_{2010 \text{ fois le chiffre } 1}$$

- 1) Montrer que N est divisible par 11.
- 2) a) Vérifier que le nombre 2011 est premier et que :

$$10^{2010} - 1 = 9N$$

- b) Montrer que 2011 divise $9N$.
- c) En déduire que 2011 divise $9N$.
- 3) Montrer que le nombre N est divisible par 22121.

Examen National 2011 (Session Normale)

Exercice 8

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

1) a) Vérifier que 503 n'est pas un entier premier.

b) Montrer que : $7^{502} \equiv 1 [503]$

puis en déduire que : $7^{2008} \equiv 1 [503]$

2) On considère dans \mathbb{Z}^2 l'équation (E) suivante :

$$(E) : -49x - 6y = 1$$

Sachant que le couple (1;8) est solution de (E),

résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation (E) en indiquant les étapes de la résolution.

3) On pose : $N = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{2007}$

a) Montrer que le couple $(7^{2006}; N)$ est une solution de l'équation (E).

b) Montrer que : $N \equiv 0 [4]$ et $N \equiv 0 [503]$

c) En déduire que N est divisible par 2012.

Examen National 2012 (Session De Rattrapage)

Exercice 9

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

- I. Soit p un nombre premier tel que $p > 3$ on suppose qu'il existe deux entiers a et b premiers entre eux tels que $p \mid a^2 + ab + b^2$
- 1) Montrer que $p \nmid a$ et $p \nmid b$
 - 2) Montrer $a^3 \equiv b^3 \pmod{p}$ et $a^{p-1} \equiv b^{p-1} \pmod{p}$
 - 3) Dédire que $p \equiv 1 \pmod{3}$
- II. On considère dans \mathbb{N}^{*2} l'équation : $(E) : x(2021 - x) = y(x + y)$
Soit (x, y) une solution de (E) on pose $d = x \wedge y$ et $x = da$ et $y = db$
- 1) Vérifier que $a \wedge b = 1$ et $(a^2 + ab + b^2)d = 2021a$
 - 2) Montrer que $(a^2 + ab + b^2) \wedge a = 1$ en déduire que $a^2 + ab + b^2 \mid 2021$
 - 3) Montrer en utilisant la partie I que $a^2 + ab + b^2 = 43$ (on rappelle que $2021 = 43 \times 47$)
 - 4) Dédire dans \mathbb{N}^{*2} les solutions de (E)

Exercice 10

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Soit x un entier relatif tel que : $x^{1439} \equiv 1436 \pmod{2015}$ [2015]

- Sachant que $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.
- Soit d un diviseur commun des nombres x et 2015.
 - Montrer que d divise 1436.
 - En déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.
- En utilisant le théorème de Fermat, montrer que :

$$x^{1440} \equiv 1 \pmod{5} \text{ et } x^{1440} \equiv 1 \pmod{13} \text{ et } x^{1440} \equiv 1 \pmod{31}$$
 (remarquer que : $2015 = 5 \times 13 \times 31$)
 - Montrer que $x^{1440} \equiv 1 \pmod{65}$ puis en déduire que :

$$x^{1440} \equiv 1 \pmod{2015}$$
- Montrer que : $x \equiv 1051 \pmod{2015}$.

Examen National 2015 (Session Normale)

Exercice 11

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

1- Soit x un entier non nul premier avec 53.

a- S'assurer que $x^{52} \equiv 1 \pmod{53}$.

b- En déduire que pour tout entier naturel k , $x^{52k+1} \equiv x \pmod{53}$.

2- Soit l'équation $(E_1) : x^{29} \equiv 2 \pmod{53}$ ou $x \in \mathbb{Z}$.

Montrer que 2^9 est une solution de (E_1) .

3- Soit x est une solution de (E_1) .

a- Montrer que x est premier avec 53.

b- Montrer que $x^{261} \equiv x \pmod{53}$.

c- En déduire que $x \equiv 2^9 \pmod{53}$.

4-a- Montrer que $2^9 \equiv 35 \pmod{53}$.

b- Donner alors l'ensemble des solutions dans \mathbb{Z} de l'équation (E_1) .

5- On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E_2) : 71\alpha - 53\beta = 1$.

a- Vérifier que $(3,4)$ est une solution l'équation (E_2) .

b- Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E_2) .

6- Résoudre dans \mathbb{Z} le système $\begin{cases} x \equiv 34 \pmod{71} \\ x^{29} \equiv 2 \pmod{53} \end{cases}$

Pour s'inscrire dans la plateforme et avoir la correction sous forme de vidéos il suffit de contacter 0617074062 sur wtsp

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	



[Page Facebook](#)
[Chaine Youtube](#)
[My Courses](#)
[All Courses](#)

Category: All Author: All

Find a product

2 BAC
PC/SVT

LA CONTINUITÉ

الإنتصال

exercices du cours : Les limites et la continuité pc svt

تمارين درس النهايات والإنتصال

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس

zakaria bouicha \$150

2 BAC SM

LA CONTINUITÉ

الإنتصال

exercices du cours : Les limites et la continuité sm

تمارين درس النهايات والإنتصال

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC SM

LES SUITES NUMÉRIQUES

المتتاليات العددية

les suites numériques sm

المتتاليات العددية علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس

omar oumzil 200 د.م

2 BAC
PC/SVT

LES FONCTIONS LOGARITHMIQUES

الدوال اللوغاريتمية

les fonctions logarithmiques sm

الدوال اللوغاريتمية علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC SM

LA DÉRIVABILITÉ-TAF-ÉTUDE DES FONCTIONS

الإشتقاق و دراسة الدوال

les fonctions logarithmiques pc svt

الدوال اللوغاريتمية علوم تجريبية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 150 د.م

2 BAC
PC/SVT

LA DÉRIVABILITÉ

الإشتقاق

Les nombres complexes sm

الأعداد العقدية علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC SM

LES FONCTIONS LOGARITHMIQUES

الدوال اللوغاريتمية

les fonctions logarithmiques pc svt

الدوال اللوغاريتمية علوم تجريبية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 150 د.م

2 BAC SM

LES NOMBRES COMPLEXES

الأعداد العقدية

Les nombres complexes sm

الأعداد العقدية علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC
PC/SVT

LES NOMBRES COMPLEXES

الأعداد العقدية

Les nombres complexes pc svt

الأعداد العقدية علوم تجريبية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC SM

LA PRÉPARATION À L'EXAMEN NATIONAL

Préparation à l'examen sciences maths

الاستعداد للوطني علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

2 BAC SM

LES FONCTIONS EXPONENTIELLES

الدوال الأسية

Les fonctions exponentielles sm

الدوال الأسية علوم رياضية

تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200 د.م

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	



L'intégration sciences maths التكميل علوم الرياضيات
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200



la préparation à l'examen national 2BAC sciences économiques MATHS
الاستعداد على تمارين وامتحانات وخطة ساعة و هي نفس الوقت شرح أهم ما جاء في الدرس والتفري ككله لجميع الاتناء الواردة في الأطار

yessine 200



Arithmétiques dans Z sm الحسابيات علوم رياضية
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200



Final Exam preparation english 2 bac الاستعداد للوطني مادة الانجليزية
شرح جميع دروس اللغة الانجليزية للسنة الثانية بكالوريا



les structures algébriques البنيات الجبرية
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض



Préparation aux concours : médecine - ensa - ensam
apprendre comment réfléchir et répondre vite ...