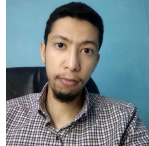


série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

## Exercice 1

- I**   Soit l'équation : (E) :  $35u - 96v = 1$  ;  $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ .
- 1**  Vérifier que (11,4) est une solution particulière de l'équation (E).
- 2**  En déduire la solution générale de l'équation (E).
- II**   Soit l'équation : (F) :  $x^{35} \equiv 2 [97]$  ;  $x \in \mathbb{Z}$ .
- 1 a** Montrer que 97 est un nombre premier.
- Puis Montrer l'implication :  $x \in solutions(F) \Rightarrow x \wedge 97 = 1$ .
- b** Montrer l'implication :  $x \in solutions(F) \Rightarrow x^{96} \equiv 1 [97]$ .
- c** Montrer l'implication :  $x \in solutions(F) \Rightarrow x \equiv 2^{11} [97]$ .
- 2**  Montrer l'implication :  $x \equiv 2^{11} [97] \Rightarrow x \in solutions(F)$ .
- 3**  Montrer que l'ensemble des solutions de (F) s'écrit sous la forme :

$$S = \{ (11 + 97k) \in \mathbb{N} ; k \in \mathbb{N} \}$$

## Exercice 2

- Soient  $p$  et  $q$  deux nombres premiers vérifiant :
- $$9^{p+q-1} \equiv 1 [pq] \quad \text{et} \quad p < q$$
- 1 a** Montrer que  $p$  et 9 sont premiers entre eux.
- b** En déduire que :  $9^{p-1} \equiv 1 [p]$  et  $9^q \equiv 1 [p]$ .
- 2 a** Montrer que  $(p-1)$  et  $q$  sont premiers entre eux.
- b** En utilisant le théorème de Bézout, Montrer que :  $p = 2$ .
- c** En utilisant le théorème de Fermat, Montrer que :  $9^{q-1} \equiv 1 [q]$ .
- d** En déduire que  $q = 5$ .

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

### Exercice 3

partie I : (Les questions de cette partie sont indépendantes)

① Déterminer les entiers positifs  $a$  et  $b$  sachant que  $a < 4000$  et que la division euclidienne de  $a$  par  $b$  donne un quotient de 82 et un reste de 47.

② Déterminer les quotient et le reste de la division euclidienne de  $2^{2013} + 562$  par 4.

③. Démontrer que  $\forall x, y \in \mathbb{R}$  et  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  on a :

$$x^n - y^n = (x-y) \sum_{k=0}^{n-1} x^k y^{n-1-k}$$

• En déduire que  $609 \mid 5^{4n} - 2^{4n}$

Déterminer les entiers relatifs  $n$  tels que  $n-4$  divise  $3n-17$

Montrer que  $\forall n \geq 1 \quad 40^n \cdot n! \mid (5n)!$

### Exercice 4

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

### partie 1:

- ① Déterminer, suivant les puissances de  $n \in \mathbb{N}$ , le reste de la division euclidienne de  $2^n$  par 5.
- ② Quel est le reste de la division euclidienne par 5 de  $1357^{2013}$ .

### partie 2:

Démontrer que la somme de trois cubes consécutifs est toujours divisible par 9. (Cà rd:  $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$  est divisible par 9)

### partie 3:

- ① Déterminer les entiers naturels tels que :  $5^n \equiv -1 \pmod{13}$
- ② Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que 13 divise  $5^{2n} + 5^n$

### partie 4:

démontrer que 13 divise  $3^{126} + 5^{126}$

## Exercice 5

On considère l'équation : (E):  $23x - 40y = 1$   $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$

- ① Justifier que l'équation (E) admet au moins un couple solution
- ② Déterminer une solution particulière de l'équation (E).
- ③ Résoudre l'équation (E).
- ④ En déduire qu'il existe un unique entier  $d$  vérifiant  $0 < d < 40$  et  $23d \equiv 1 \pmod{40}$ .

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

## Exercice 6

Soit l'équation :  $(D) : 7x^3 - 13y = 5 ; (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

**1** Soit  $(x, y)$  une solution de  $(D)$ .

**a** Montrer que  $x$  et 13 sont premiers entre eux.

**b** En déduire que  $x^{12} \equiv 1 [13]$ .

**c** Montrer que :  $x^3 \equiv 10 [13]$ .

**d** En déduire que :  $x^{12} \equiv 3 [13]$ .

**2** Déduire des questions précédentes que l'équation  $(D)$  n'admet pas de solutions dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

## Exercice 7

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

Soit  $N$  l'entier naturel exprimé dans le système de numération décimal par :

$$N = \underbrace{111\dots 11}_{2010 \text{ fois le chiffre } 1}$$

- 1) Montrer que  $N$  est divisible par 11.
- 2) a) Vérifier que le nombre 2011 est premier et que :

$$10^{2010} - 1 = 9N$$

- b) Montrer que 2011 divise  $9N$ .
- c) En déduire que 2011 divise  $9N$ .
- 3) Montrer que le nombre  $N$  est divisible par 22121.

**Examen National 2011 (Session Normale)**

## Exercice 8

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

1) a) Vérifier que 503 n'est pas un entier premier.

b) Montrer que :  $7^{502} \equiv 1 [503]$

puis en déduire que :  $7^{2008} \equiv 1 [503]$

2) On considère dans  $\mathbb{Z}^2$  l'équation (E) suivante :

$$(E) : -49x - 6y = 1$$

Sachant que le couple (1;8) est solution de (E),

résoudre dans  $\mathbb{Z}^2$  l'équation (E) en indiquant les étapes de la résolution.

3) On pose :  $N = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{2007}$

a) Montrer que le couple  $(7^{2006}; N)$  est une solution de l'équation (E).

b) Montrer que :  $N \equiv 0 [4]$  et  $N \equiv 0 [503]$

c) En déduire que N est divisible par 2012.

**Examen National 2012 (Session De Rattrapage)**

## Exercice 9

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

- I. Soit  $p$  un nombre premier tel que  $p > 3$  on suppose qu'il existe deux entiers  $a$  et  $b$  premiers entre eux tels que  $p \mid a^2 + ab + b^2$
- 1) Montrer que  $p \nmid a$  et  $p \nmid b$
  - 2) Montrer  $a^3 \equiv b^3 \pmod{p}$  et  $a^{p-1} \equiv b^{p-1} \pmod{p}$
  - 3) Dédire que  $p \equiv 1 \pmod{3}$
- II. On considère dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation :  $(E) : x(2021 - x) = y(x + y)$   
Soit  $(x, y)$  une solution de  $(E)$  on pose  $d = x \wedge y$  et  $x = da$  et  $y = db$
- 1) Vérifier que  $a \wedge b = 1$  et  $(a^2 + ab + b^2)d = 2021a$
  - 2) Montrer que  $(a^2 + ab + b^2) \wedge a = 1$  en déduire que  $a^2 + ab + b^2 \mid 2021$
  - 3) Montrer en utilisant la partie I que  $a^2 + ab + b^2 = 43$  (on rappelle que  $2021 = 43 \times 47$ )
  - 4) Dédire dans  $\mathbb{N}^2$  les solutions de  $(E)$

## Exercice 10

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

Soit  $x$  un entier relatif tel que :  $x^{1439} \equiv 1436 \pmod{2015}$  [2015]

- Sachant que  $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$ , montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.
- Soit  $d$  un diviseur commun des nombres  $x$  et 2015.
  - Montrer que  $d$  divise 1436.
  - En déduire que  $x$  et 2015 sont premiers entre eux.
- En utilisant le théorème de Fermat, montrer que :  
 $x^{1440} \equiv 1 \pmod{5}$  et  $x^{1440} \equiv 1 \pmod{13}$  et  $x^{1440} \equiv 1 \pmod{31}$   
 (remarquer que :  $2015 = 5 \times 13 \times 31$ )
  - Montrer que  $x^{1440} \equiv 1 \pmod{65}$  puis en déduire que :  

$$x^{1440} \equiv 1 \pmod{2015}$$
- Montrer que :  $x \equiv 1051 \pmod{2015}$ .

Examen National 2015 (Session Normale)

## Exercice 11



série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z	<a href="#">Page facebook</a>	
	<a href="#">Chaine Youtube</a>	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	<a href="#">plateforme</a>	

1- Soit  $x$  un entier non nul premier avec 53.

a- S'assurer que  $x^{52} \equiv 1 \pmod{53}$ .

b- En déduire que pour tout entier naturel  $k$ ,  $x^{52k+1} \equiv x \pmod{53}$ .

2- Soit l'équation  $(E_1) : x^{29} \equiv 2 \pmod{53}$  ou  $x \in \mathbb{Z}$ .

Montrer que  $2^9$  est une solution de  $(E_1)$ .

3- Soit  $x$  est une solution de  $(E_1)$ .

a- Montrer que  $x$  est premier avec 53.

b- Montrer que  $x^{261} \equiv x \pmod{53}$ .

c- En déduire que  $x \equiv 2^9 \pmod{53}$ .

4-a- Montrer que  $2^9 \equiv 35 \pmod{53}$ .

b- Donner alors l'ensemble des solutions dans  $\mathbb{Z}$  de l'équation  $(E_1)$ .

5- On considère dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation  $(E_2) : 71\alpha - 53\beta = 1$ .


a- Vérifier que  $(3,4)$  est une solution l'équation  $(E_2)$ .

b- Résoudre dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation  $(E_2)$ .

6- Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  le système  $\begin{cases} x \equiv 34 \pmod{71} \\ x^{29} \equiv 2 \pmod{53} \end{cases}$

**Pour s'inscrire dans la plateforme et avoir la correction sous forme de vidéos il suffit de contacter 0617074062 sur wtsp**


série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	



[Page Facebook](#)
[Chaine Youtube](#)
[My Courses](#)
[All Courses](#)

Category: All Author: All


Find a product



**2 BAC PC/SVT**  
**LA CONTINUITÉ**  
الإنتصال

exercices du cours : Les limites et la continuité pc svt  
تمارين درس النهايات والإنتصال pc svt  
تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس


zakaria bouicha \$150



**2 BAC SM**  
**LA CONTINUITÉ**  
الإنتصال

exercices du cours : Les limites et la continuité sm  
تمارين درس النهايات والإنتصال sm  
تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس


zakaria bouicha 200 د.م




**2 BAC SM**  
**LES SUITES NUMERIQUES**  
المتتاليات العددية

les suites numériques sm  
علوم رياضية  
تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس


omar oumzil 200 د.م




**2 BAC PC/SVT**  
**LES FONCTIONS LOGARITHMIQUES**  
الدوال اللوغاريتمية



**2 BAC SM**  
**LA DÉRIVABILITÉ-TAF-ÉTUDE DES FONCTIONS**  
الإشتقاق و دراسة الدوال




**2 BAC PC/SVT**  
**LA DÉRIVABILITÉ**  
الإشتقاق



**2 BAC SM**  
**LES FONCTIONS LOGARITHMIQUES**  
الدوال اللوغاريتمية

les fonctions logarithmiques sm  
اللوغاريتمية علوم رياضية  
تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات و تفروض


zakaria bouicha 200 د.م



**2 BAC PC/SVT**  
**LES FONCTIONS LOGARITHMIQUES**  
الدوال اللوغاريتمية

les fonctions logarithmiques pc svt  
اللوغاريتمية علوم تجريبية  
تمارين متفرعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات و تفروض


zakaria bouicha 150 د.م



**2 BAC SM**  
**LES NOMBRES COMPLEXES**  
الأعداد العقدية


Les nombres complexes sm  
علوم رياضية  
سكنهم جميع التكتيات المرجوة في الأطار المرجعي

zakaria bouicha 200 د.م




**2 BAC PC/SVT**  
**LES NOMBRES COMPLEXES**  
الأعداد العقدية

Les nombres complexes pc svt  
الأعداد العقدية علوم تجريبية



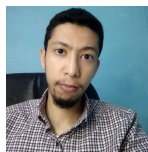
**2 BAC SM**  
**LA PRÉPARATION À L'EXAMEN NATIONAL**

Préparation à l'examen sciences maths  
الاستعداد للوطني علوم رياضية



**2 BAC SM**  
**LES FONCTIONS EXPONENTIELLES**  
الدوال الأسية

Les fonctions exponentielles sm  
الأسية علوم رياضية

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
Arithmétiques dans z  2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	



**L'intégration sciences maths** التكميل علوم الرياضية  
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200



**la préparation à l'examen national** 2BAC sciences économiques MATHS  
الاستعداد على تمارين وامتحانات وخطة ساعة و في نفس الوقت شرح أهم ما جاء في الدرس والتفري ككافة الامتحان الواردة في الأطار

yessine 200



**Arithmétiques dans Z sm** الحسابيات علوم رياضية  
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض

zakaria bouicha 200



**Final Exam preparation english 2 bac** الاستعداد للوطني مادة الانجليزية  
شرح جميع دروس اللغة الانجليزية للسنة الثانية بكالوريا



**les structures algébriques** البنيات الجبرية  
تمارين متنوعة في كل فقرة من الدرس وامتحانات وفروض



**Préparation aux concours : médecine - ensa - ensam**  
apprendre comment réfléchir et répondre vite ...