الإمتحان التجريبي للباكالوريا المسالك الدولية

موسم 2023

- الموضوع 02 -

sssssssssssssssssssssss | SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes et équations différentielles	3 points
Exercice 3	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 4	Suites numériques.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\arg(z)$ l'argument du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

	Exercice 1: (3 points)
	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les deux points $A(2,1,0)$ et $B(4,2,2)$. Soit (P) le plan passant par le point $C(1,1,1)$ et de vecteur normale $\vec{u}(2,1,2)$ et (S) la sphère de diamètre $[AB]$ et (Δ) la droite passante par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}(2,-2,1)$.
0,5	**1)a)**Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(\mathbf{3},\frac{3}{2},\mathbf{1})$ et son rayon est $\boldsymbol{R}=\frac{3}{2}$
0.5	**b)**En déduire que $x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z+10=0$ est l'équation cartésienne de la sphère (S)
0.5	**2)a)** Montrer que $2x+y+2z-5=0$ est l'équation cartésienne du plan (P) et que $A\in(S)$.
0.5	b) Montrer que le plan (P) est tangente à la sphère(S) en A
0.5	**3)a)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passante par le point B et de vecteur directeur $\vec{v}(2,-2,1)$.
0.5	**b)** Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en B.
	Exercice 2: (3 points)
	Dans le plan complexe on considère l'équation (E) suivante : $z^2-4\sqrt{3}z+16=0$.
0.5	**1)a)** Montrer que $z_1=2\sqrt{3}-2i$ est la solution de l'équation (E) et en déduire z_2 est la deuxième solution de l'équation (E).
0.5	**b)** Résoudre l'équation différentielle (F) suivante : $y''-4\sqrt{3}y'+16=0$.
	2) On considère le nombre complexe u tel que : $u=\sqrt{2+\sqrt{3}}-i\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
0.75	**a)** Montrer que $u^2=z_1$ et déduire l'écriture trigonométrique du nombre u^2 .
0.75	**b)** En posant $u=r(cos\theta+isin\theta)$ tel que : $\|u\|=r$ et $arg(u)\equiv\theta[2\pi]$, montrer que $u=2e^{-i\frac{\pi}{12}}$.
0.5	**c)** Déduire la valeur de $cos\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{\pi}{12}$.
	Exercice 3: (3 points)
	Une urne contient trois boules rouges et trois boules noires, indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne.
	On considère les évènements suivants : A:"les deux boules restantes dans l'urne ont la même couleur " B: " les deux boules restantes dans l'urne ont de différentes couleurs "
0.75	**1)**Montrer que $P(A)=\frac{2}{5}$
0.75	**2)** Montrer que $P(B)=\frac{3}{5}$
	3) Soit la variable aléatoire X qui associé à chaque tirage le nombre de boules rouges restante das l'urne après le tirage.
0.75	a) Montrer que $P(X=1)=P(B)$ puis déterminer la loi de probabilité de X.
0.75	c) On répète l'expérience précédente quatre fois, déterminer la probabilité d'obtenir le résultat A deux fois exactement

	Exercice 4: (3 points)
	Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = 19$ et $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{9}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0.5	**1)a)** Montrer que pour tout $\boldsymbol{n}$ de $\mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_n > 18}$
0.5	**b)** Montrer que pour tout $\boldsymbol{n}$ de $\mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{4}(u_n - 18)}$ et déduire que la suite $(\boldsymbol{u_n})$ est décroissante et convergent.
	2)On pose pour tout $\boldsymbol{n}$ de $\mathbb{N}$, $\boldsymbol{v_n = u_n - 1}$
0.5	**a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et écrire v_n en fonction de n.
0.75	**b)** Ecrire u_n en fonction de n puis déduire la limite de la suite (u_n) .
0.75	**3)** Soit (w_n) la suite numérique définie par $w_n = \ln(\boldsymbol{v_n})$ pour tout n de $\mathbb{N}$ Montrer que (w_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison et sa limite.
	Problème : (8 points)
	Soit f la fonction numérique définit sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2xe^x + 2e^x$. Et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ $(unité : 1cm)$.
0.5	**1)a)** Calculer la limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
0.5	**b)** Montre que $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.
0.5	**2)a)** Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}^*$: $f(x) = x^2(1 - 2(1-x)\frac{e^x}{x^2})$
0.75	**b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique à déterminer sa direction au voisinage de $+\infty$
0.75	**3)a)** Montrer que tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2x(1 - e^x)$
0.75	**b)**Montrer que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
0.75	**4)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α sur $\mathbb{R}$ et que $1 < \alpha < 2$.
1	**5)** Montrer que $I(0,2)$ est un point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C})$.
0.75	**6)** Construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
0.75	**7) a)** En utilisant une intégrale par partie, montrer que : $\int_0^1 xe^x dx = 1$.
1	**b)** Calculer l'air du domaine délimité par la courbe $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$