คู่มือการอบรมสัมมนาพัฒนาวิชาชีพระยะสั้น

เคล็ดวิชา
การวิเคราะห์โครงสร้าง

เทคนิคการวิเคราะห์โครงสร้างสำหรับ
การทำงาน เรียน ต่อยอด สอบ เลื่อนระดับ

FIRST EDITION FOR ONLINE

- การหาโมเมนต์อิเนอร์เชียของหน้าตัดเชิงประกอบ
- การหาแรงภายในโครงข้อหมุน : เทคนิคหน้าเดียว
- การหาแรงปฏิกิริยาอย่างรวดเร็ว
- การหาแรงปฏิกิริยาในคานแบบอินดีเทอร์มิเนท : การรวมผล
- การเขียน SFD : เส้นผมบังภูเขา
- การเขียน BMD : การแยกและซ้อนทับ
- สมการสามโมเมนต์ : รูปแบบใหม่
- วิธีกระจายโมเมนต์ : ทำง่ายๆ
- เส้นอิทธิพล : การนำไปใช้ในงานอาคาร
- วิธีโครงประกอบ : แบบไม่ยุ่งเหยิง

เข้ากลุ่มเรียน FB

TUMCIVIL.COM
engfanatic

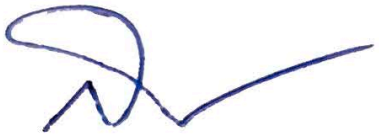
ผศ.ดร.สรกานต์ ศรีตองอ่อน

เคล็ดวิชา

การวิเคราะห์โครงสร้าง

TUMCIVIL.COM

โดย



ดร. สรกานต์ ศรีตองอ่อน

ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมโยธาและสิ่งแวดล้อม

วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

TUMCIVIL.COM

คำนำ

หนังสือเล่มนี้ใช้ประกอบการอบรมออนไลน์เรื่อง **การวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อการต่อยอด** โดยมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อเน้นในเรื่องของเทคนิคพื้นฐานการแก้ปัญหาการวิเคราะห์โครงสร้าง ทั้งในระดับปวช. ปวส. และปริญญาตรี สำหรับเป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น เพื่อการสอบเพื่อขอรับใบประกอบวิชาชีพระดับภาคีวิศวกร ภาคีวิศวกรพิเศษ และสามัญวิศวกร รวมถึงเพื่อนำไปใช้ในการทำงานจริง เพราะการวิเคราะห์โครงสร้างจะต้องนำมาใช้อยู่เสมอ ไม่ว่าจะเป็นการวิเคราะห์เพื่อออกแบบองค์อาคาร หรือวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหางานที่กำลังก่อสร้างอยู่

TUMCIVIL.COM

เนื้อหาในเล่มเขียนในลักษณะที่ตั้งสมมติฐานว่าผู้อ่านมีความรู้เบื้องต้นในการวิเคราะห์โครงสร้างมาบ้างแล้ว เพราะจะไม่ได้อธิบายถึงที่มาของวิธีต่างๆ ในการวิเคราะห์โครงสร้างมากนัก แต่จะเขียนในแนวทางนำเสนอเทคนิควิธีลัดที่ต่างออกไปจากหนังสือเล่มอื่นทั้งต่างประเทศและในประเทศ เพราะเป็นเทคนิคเฉพาะที่ผู้เขียนพัฒนาขึ้นมาเอง ซึ่งเทคนิคเหล่านี้จะทำให้การคำนวณง่ายขึ้น และมีแนวทางในการตรวจสอบคำตอบได้

เนื้อหาแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ

ก) เนื้อหาหลัก แบ่งเป็น 10 หัวข้อ

ข) ภาคผนวก ได้แก่ ตารางต่างๆ ที่น่าสนใจ และวิธีเสาอุปมานที่เน้นไปในการใช้งานแผ่นพื้นไร้คาน

ค) ภาคผนวก ได้แก่ เฉลยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำของวิชา Theory of Structures และ Structural Analysis

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ดร. สมิตร ส่งพิริยะกิจ คณบดีวิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ผู้ส่งเสริมสนับสนุนผู้เขียนให้ทำงานได้อย่างสะดวกราบรื่น ขอขอบคุณ คุณอธิพัชร์ ศรเกตุ แห่ง Tumcivil.com ผู้ออกแบบปกหนังสือและช่วยจัดการงานฝึกอบรมนี้ และขอขอบคุณผู้เข้าร่วมอบรมทุกท่านที่ช่วยสนับสนุนผลงานของผู้เขียน มา ณ โอกาสนี้

ดร. สรกานต์ ศรีตองอ่อน

กรกฎาคม ๒๕๖๔

TUMCIVIL.COM

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก-ข
การหาโมเมนต์อิเนอร์เชียของหน้าตัดเชิงประกอบ	1-8
การหาแรงภายในโครงข้อหมุน : เทคนิคหน้าเดียว	9-24
การหาแรงปฏิกิริยาอย่างรวดเร็ว	25-32
การหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนท : การรวมผล	33-36
การเขียน SFD : เส้นผมบังภูเขา	37-40
การเขียน BMD : การแยกและซ้อนทับ	41-50
สมการสามโมเมนต์ : รูปแบบใหม่	51-62
วิธีกระจายโมเมนต์ : ทำง่ายๆ	63-70
เส้นอิทธิพล : การนำไปใช้ในงานอาคาร	71-88
วิธีโครงประตู : แบบไม่ยุ่งเหยิง	89-100
บรรณานุกรม	101-102
ภาคผนวก	103-104
สัญลักษณ์กรีก	105
ตาราง แผนภาพโมเมนต์ดัด และ สมการระยะแอ่นสูงสุด	106
ตาราง สมบัติของพื้นที่	107
วิธีเสาอุปมานกับแผ่นพื้นไร้คาน	109-126

TUMCIVIL.COM

เฉลยวิธีทำ Theory of Structures 258 ข้อ

เฉลยวิธีทำ Structural Analysis 251 ข้อ

เฉลยวิธีทำ Structural Analysis 6 ข้อ

TUMCIVIL•COM

การหาโมเมนต์อิเนอร์เชียของหน้าตัดเชิงประกอบ

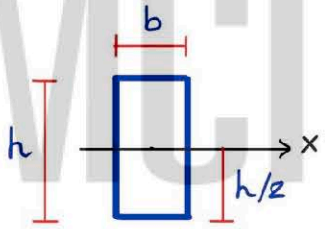
ความนำ

หน้าตัดเชิงประกอบในที่นี้หมายถึงหน้าตัดที่เป็นรูปหลายหลายเหลี่ยม ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากย่อยๆ ได้ เช่น หน้าตัดรูปตัวที , ตัวยู เป็นต้น ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว การหาโมเมนต์อิเนอร์เชียรอบแกนสะเทิน ($I_{N.A.}$) ของหน้าตัดประเภทนี้จะใช้ทฤษฎีย้ายแกนเข้าช่วย ซึ่งมีความซับซ้อน อาจเกิดข้อผิดพลาดในการคำนวณได้ง่าย

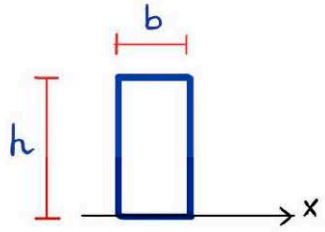
ผู้เขียนมีวิธีที่ดีกว่า และง่ายกว่านั้น

เคล็ดวิชา

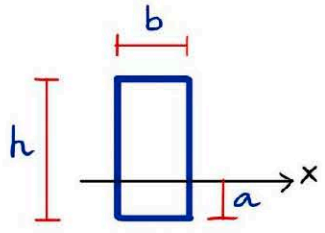
ใช้สูตรหาค่า I รอบแกนต่างๆ ของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป



$I_x = I_{N.A.} = \frac{bh^3}{12}$ สูตร 1



$I_x = \frac{bh^3}{3}$ สูตร 2



$I_x = \frac{b}{3}[(h-a)^3+a^3]$ สูตร 3

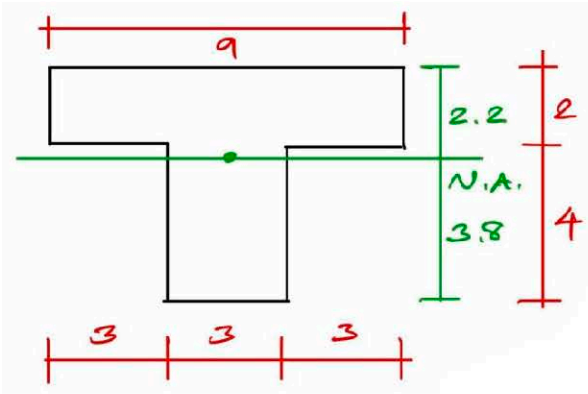
เมื่อแยกหน้าตัดเชิงประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากย่อย แล้วเลือกใช้สูตรตามความเหมาะสม จะคำนวณหาค่า I ได้เร็วกว่าการใช้ทฤษฎีย้ายแกน

หน้าตัดเชิงประกอบแต่ละแบบ สามารถเลือกคำนวณตามเทคนิคนี้ได้หลายวิธี ทำให้สามารถเช็คคำตอบได้

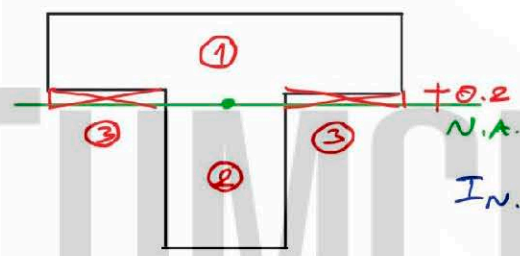
TUMCIVIL.COM

ตัวอย่าง

1) หา $I_{N.A.}$



วิธีที่ 1



ใช้สูตร 2 : แบ่งเป็น 3 รูป

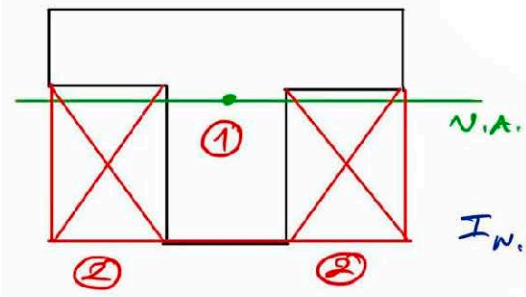
$$I_{N.A.} = I_{①} + I_{②} - 2I_{③}$$

$$= \frac{9(2.2)^3}{3} + \frac{3(3.8)^3}{3} - 2\frac{3(0.2)^3}{3}$$

$$= 31.944 + 54.872 - 0.016$$

$$= 86.8$$

วิธีที่ 2



ใช้สูตร 3 : แบ่งเป็น 2 รูป

$$I_{N.A.} = I_{①} - 2I_{②}$$

$$= \frac{9}{3}\left[(6-3.8)^3 + (3.8)^3\right]$$

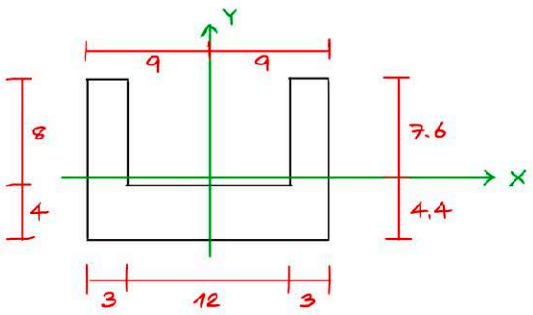
$$-2\cdot\frac{3}{3}\left[(4-3.8)^3 + (3.8)^3\right]$$

$$= 196.56 - 109.76$$

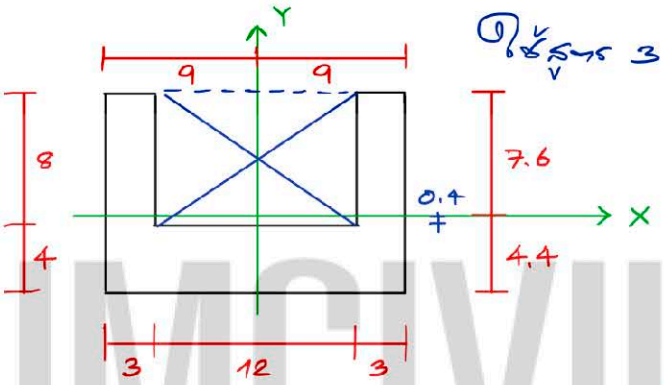
$$= 86.8$$

TUMCIVIL.COM

2) หา I_x และ I_y



หา I_x วิธีที่ 1

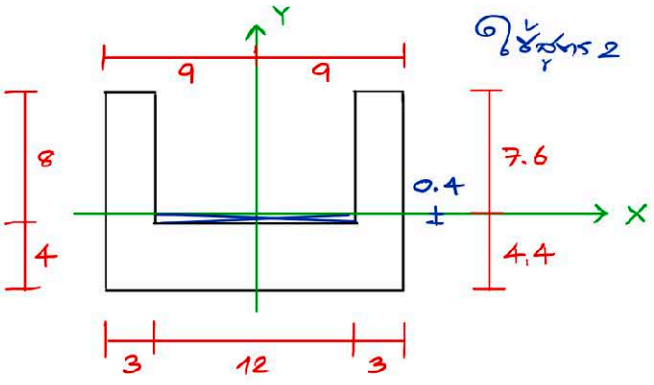


$$I_x = \frac{18}{3}\left[(12-4.4)^3 + (4.4)^3\right] - \frac{12}{3}\left[(8-0.4)^3 + (0.4)^3\right]$$

$$= 3144.96 - 1756.16$$

$$= 1388.8$$

หา I_x วิธีที่ 2



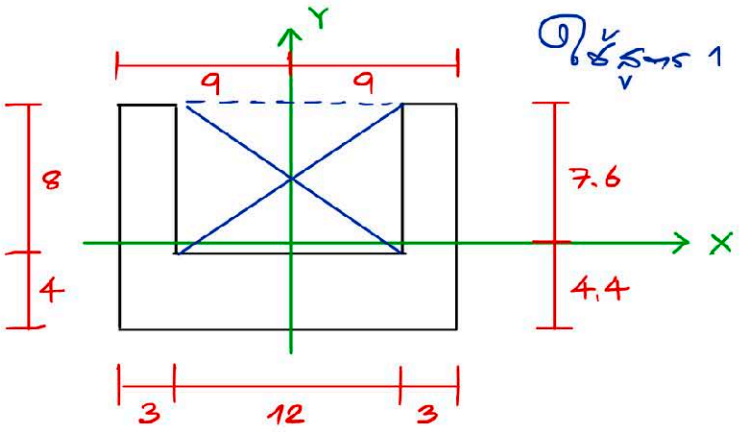
$$I_x = 2\left[\frac{3(7.6)^3}{3}\right] + \frac{18(4.4)^3}{3} - \frac{12(0.4)^3}{3}$$

$$= 879.952 + 511.104 - 0.256$$

$$= 1388.8$$

TUMCIVIL.COM

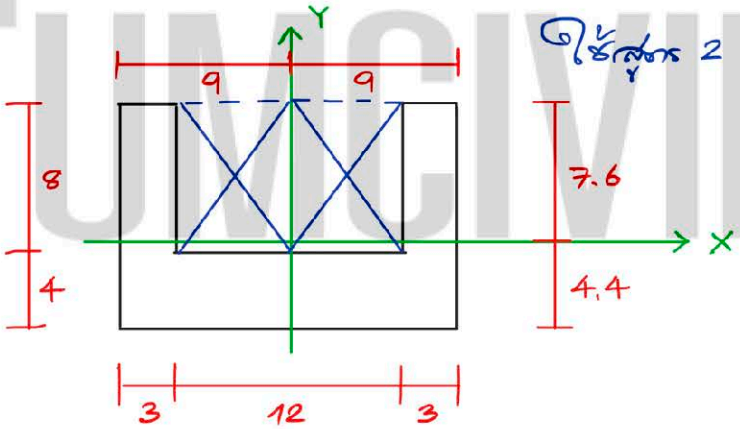
หา I_y วิธีที่ 1



ใช้สูตร 1

$$I_y = \frac{12(18)^3}{12} - \frac{8(12)^3}{12} = 4680$$

หา I_y วิธีที่ 2

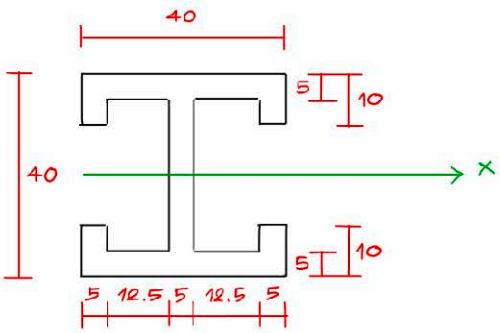


ใช้สูตร 2

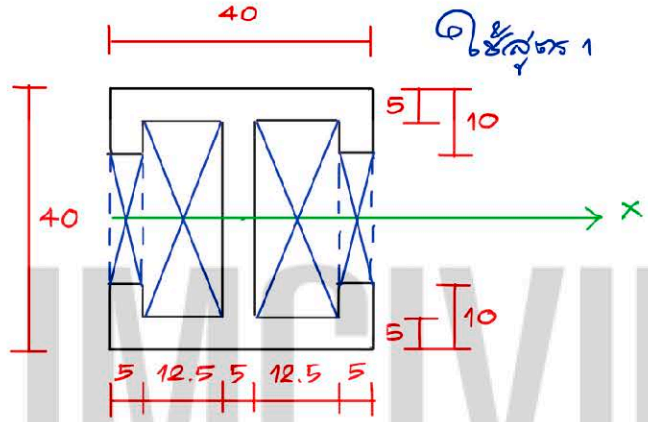
$$I_y = 2\left[\frac{12(9)^3}{3} - \frac{8(6)^3}{3}\right] = 4680$$

TUMCIVIL.COM

3) หา I_x



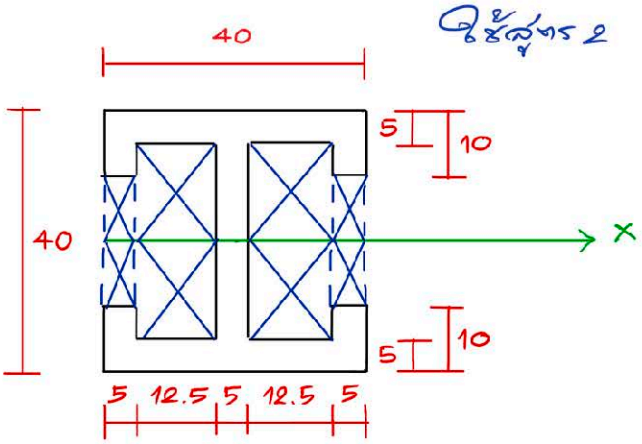
วิธีที่ 1



$$I_x = \frac{40}{12}(40)^3 - 2\left[\frac{5}{12}(20)^3\right] - 2\left[\frac{12.5}{12}(30)^3\right]$$

$$= 213333.33 - 6666.67 - 56250 = 150416.67$$

วิธีที่ 2



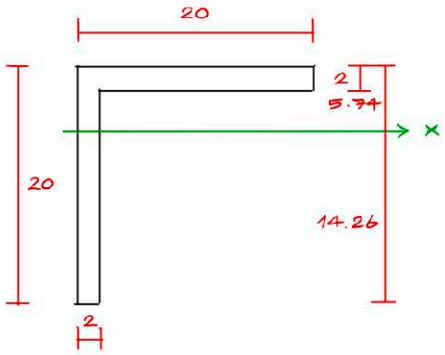
$$I_x = 2\left\{\frac{40}{3}(20)^3 - 2\left[\frac{5}{3}(10)^3\right] - 2\left[\frac{12.5}{3}(15)^3\right]\right\}$$

$$= 2(106666.67 - 3333.33 - 28125)$$

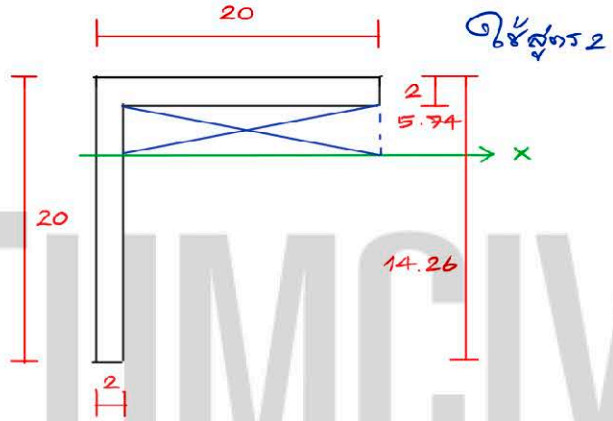
$$= 150416.67$$

TUMEVIL.COM

4) หา I_x



วิธีที่ 1

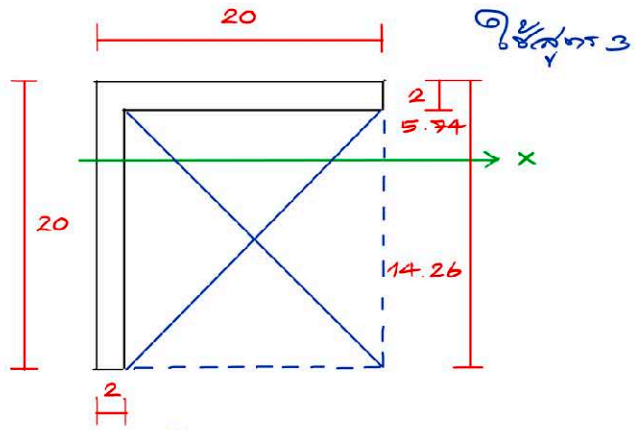


$$I_x = \frac{2}{3}(14.26)^3 + \frac{20}{3}(5.74)^3 - \frac{18}{3}(3.74)^3$$

$$= 1933.16 + 1260.79 - 313.88$$

$$= 2880.07$$

วิธีที่ 2



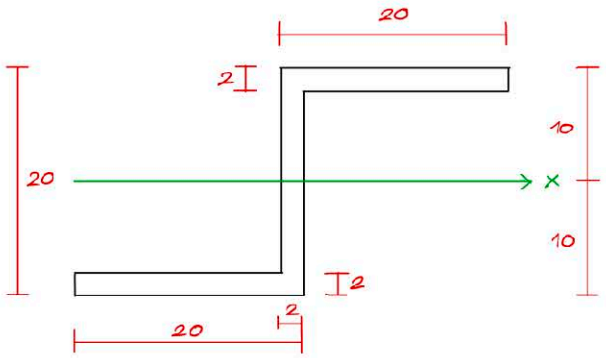
$$I_x = \frac{20}{3}\left[(20-14.26)^3 + (14.26)^3\right] - \frac{18}{3}\left[(18-14.26)^3 + (14.26)^3\right]$$

$$= 20592.37 - 17712.30$$

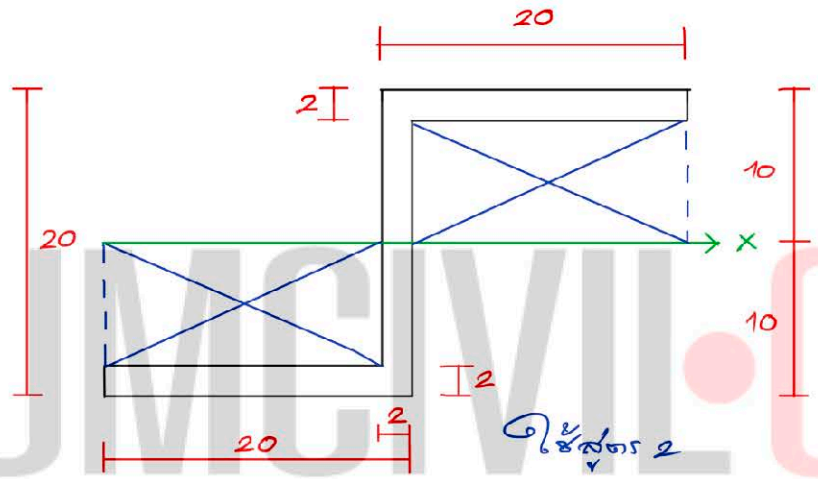
$$= 2880.07$$

TUMCIVIL.COM

5) หา I_x

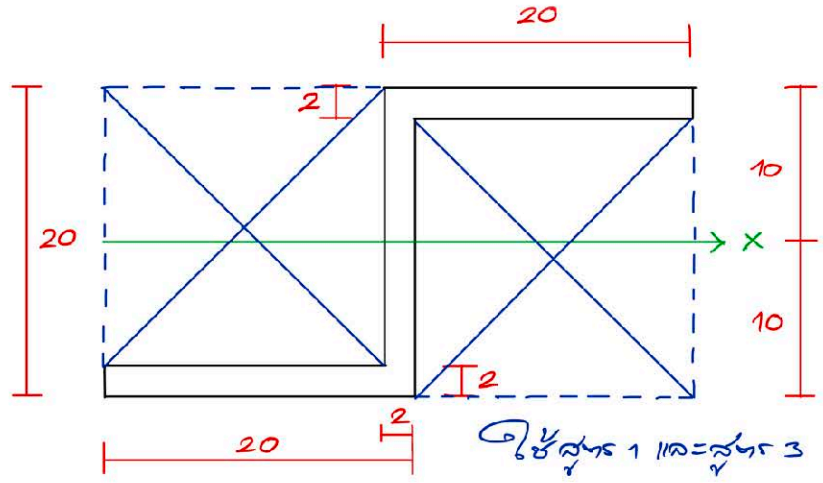


วิธีที่ 1



$$I_x = 2\left[\frac{20}{3}(10)^3 - \frac{18}{3}(8)^3\right] = 7189.33$$

วิธีที่ 2

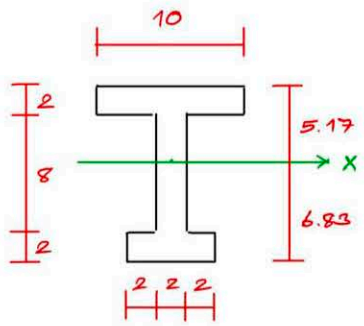


$$I_x = \frac{38}{12}(20)^3 - \frac{18}{3}\left[(18-8)^3 + 8^3\right] - \frac{18}{3}\left[(18-10)^3 + (10)^3\right]$$

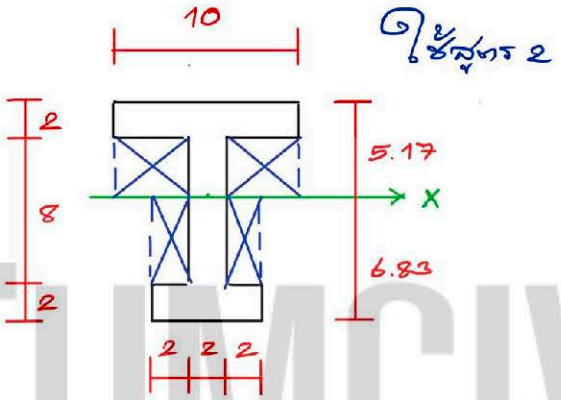
$$= 25333.33 - 9072 - 9072 = 7189.33$$

TUMCIVIL.COM

6) หา I_x



วิธีที่ 1

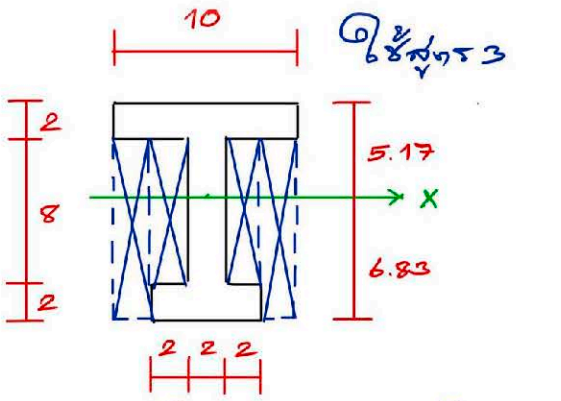


$$I_x = \frac{10}{3}(5.17)^3 - 2\left[\frac{4}{3}(3.17)^3\right] + \frac{6}{3}(6.83)^3 - 2\left[\frac{2}{3}(4.83)^3\right]$$

$$= 460.63 - 84.95 + 637.22 - 150.24$$

$$= 862.67$$

วิธีที่ 2



$$I_x = \frac{10}{3}\left[(12-6.83)^3 + (6.83)^3\right] - 2\left(\frac{2}{3}\right)\left[(10-6.83)^3 + (6.83)^3\right] - 2\left(\frac{2}{3}\right)\left[(8-4.83)^3 + (4.83)^3\right]$$

$$= 1522.67 - 467.29 - 192.71 = 862.67$$

TUMCIVIL.COM

การหาแรงภายในโครงข้อหมุน : เทคนิคหน้าเดียว

ความนำ

บทนี้อธิบายถึงเทคนิคในการคำนวณอย่างรวดเร็ว เพื่อหาค่าแรงภายในทุกชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน โดยอาศัยวิธีข้อต่อ (method of joint) เป็นพื้นฐาน โดยผู้เขียนเรียกว่า “เทคนิคหน้าเดียว” เพราะสามารถคำนวณได้ภายใน 1 หน้ากระดาษเท่านั้น

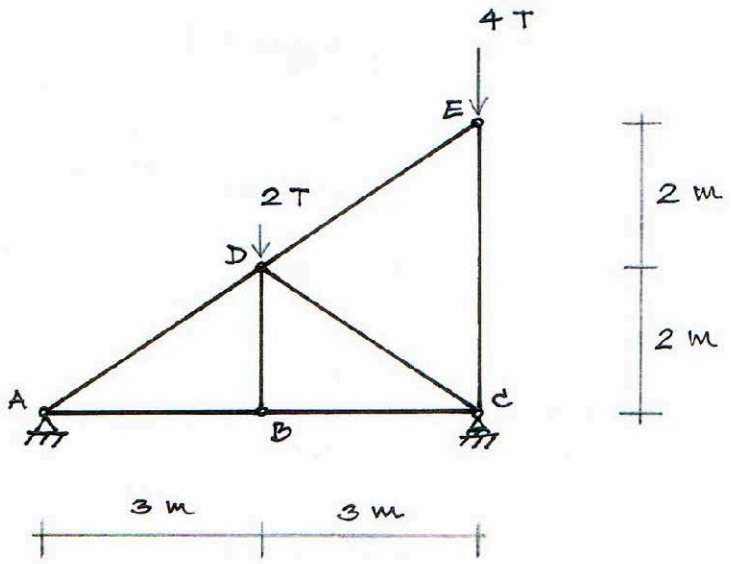
ก่อนที่จะอธิบายถึงเทคนิคดังกล่าวนี้ ผู้เขียนมีความเห็นว่าควรที่จะกล่าวถึงขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีข้อต่อนี้ก่อน เพื่อปรับความเข้าใจให้ตรงกัน เพราะวิธีข้อต่อนั้นเป็นการใช้สมดุลของแต่ละจุดต่อเพื่อคำนวณหาแรงภายในที่ไม่ทราบค่า โดยหากเป็นชิ้นส่วนในแนวดิ่งหรือแนวตั้ง สามารถใช้สมดุลในแนวดิ่งและแนวราบคำนวณหาแรงภายในได้ทันที แต่หากเป็นชิ้นส่วนทแยง จะต้องพิจารณาแตกแรงย่อยในแนวดิ่งและแนวราบ ซึ่งการหาแรงภายในชิ้นส่วนทแยงนี้ อาจแบ่งออกได้เป็น 2 วิธีคือ

1) หาแรงลัพธ์จากความสัมพันธ์ของแรงย่อยกับมุมภายใน
2) หาแรงย่อยก่อนแล้วจึงหาแรงลัพธ์

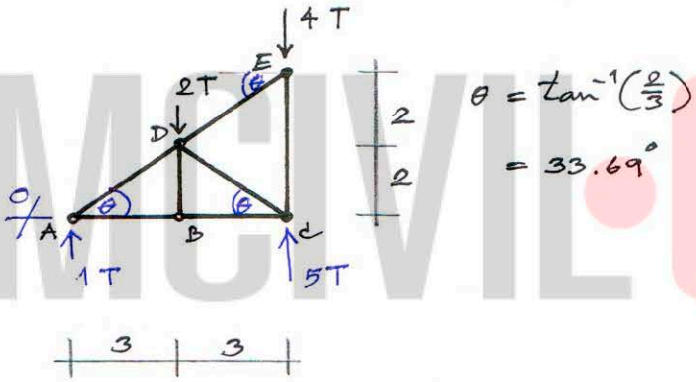
ตัวอย่างการคำนวณ

โครงข้อหมุนรับน้ำหนักบรรทุก จะคำนวณหาแรงภายในทุกชิ้นส่วนด้วยวิธีข้อต่อ โดยแบ่งเป็น 2 วิธีในการคำนวณหาแรงภายใน

TUMCIVIL.COM

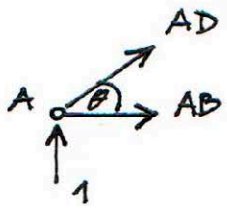


การคำนวณโดยวิธีที่ 1



TUMCIVIL.COM

จุดต่อ A



$\uparrow + \sum F_y = 0 = +1 + AD\sin\theta$

$\therefore AD = -1/\sin\theta$

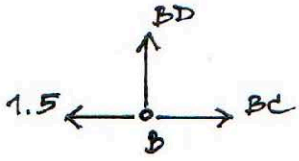
$= -1.803$ T #

$\rightarrow + \sum F_x = 0 = AD\cos\theta + AB$

$\therefore AB = -(-1.803)\cos\theta$

$= +1.5$ T #

จุดต่อ B



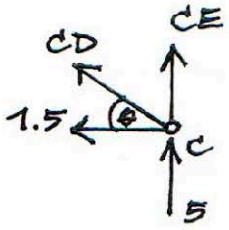
$\sum F_y = 0 = BD$

$\therefore BD = 0$ #

$\rightarrow + \sum F_x = 0 = -1.5 + BC$

$\therefore BC = +1.5$ T #

จุดต่อ C



$\leftarrow + \sum F_x = 0 = +1.5 + CD\cos\theta$

$\therefore CD = -1.5/\cos\theta$

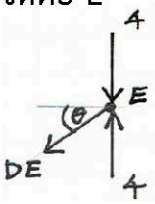
$= -1.803$ T #

$\uparrow + \sum F_y = 0 = +5 + CD\sin\theta + CE$

$= +5 + (-1.803)\sin\theta + CE$

$\therefore CE = -4$ T #

จดต่อ E

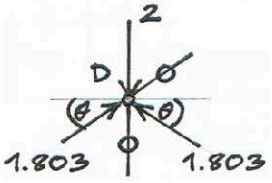


$\leftarrow + \sum F_x = 0 = DE\cos\theta$

$\therefore DE = 0$ #

TUMCIVIL.COM

จุดต่อ D (ตรวจสอบ)



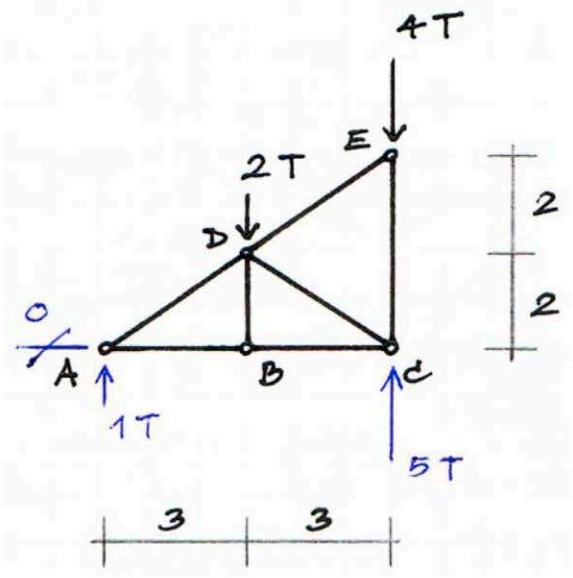
$\rightarrow + \sum F_x = 0 = +1.803\cos\theta - 1.803\cos\theta$

OK

$\uparrow + \sum F_y = 0 = +1.803\sin\theta + 1.803\sin\theta - 2$

$= 2 - 2$ OK

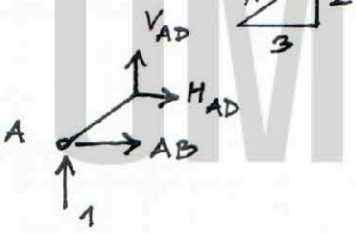
การคำนวณโดยวิธีที่ 2



จุดต่อ A

$\uparrow + \Sigma V = 0 = +1 + V_{AD}$

$\therefore V_{AD} = -1 \ T$



$V_{AD}/2 = H_{AD}/3 = AD/\sqrt{13}$

$\therefore H_{AD} = -3(1)/2 = -1.5 \ T$

$\therefore AD = -\sqrt{13}\,(1)/2$

$= -1.803 \ T$ #

หรือ $AD = -\sqrt{1^2 + 1.5^2}$

$= -1.803 \ T$

$\rightarrow + \Sigma H = 0 = AB + H_{AD}$

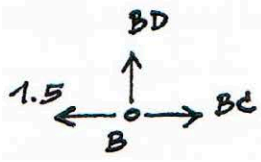
$= AB + (-1.5)$

$\therefore AB = +1.5 \ T$ #

จุดต่อ B

$\Sigma V = 0 = BD$

$\therefore BD = 0$ #



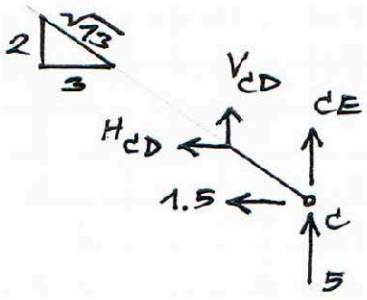
$\rightarrow + \Sigma H = 0 = -1.5 + BC$

$\therefore BC = +1.5 \ T$ #

จุดต่อ C

$\leftarrow + \Sigma H = 0 = H_{CD} + 1.5$

TUMCIVIL.COM



$$\therefore H_{CD} = -1.5 \text{ T}$$

$$V_{CD} = -2(1.5)/3$$

$$= -1 \text{ T}$$

$$CD = -\sqrt{13}\,(1.5)/3$$

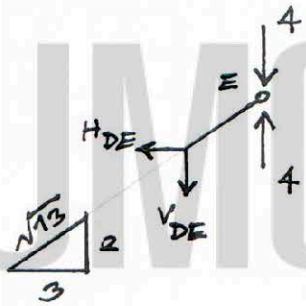
$$= -1.803 \text{ T} \quad \#$$

$$\uparrow + \Sigma V = 0 = +5 + V_{CD} + CE$$

$$= +5 - 1 + CE$$

$$\therefore CE = -4 \text{ T} \quad \#$$

จุดต่อ E



$$\leftarrow + \Sigma H = 0 = H_{DE}$$

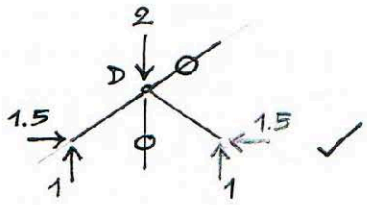
$$\therefore H_{DE} = 0$$

$$V_{DE} = 0$$

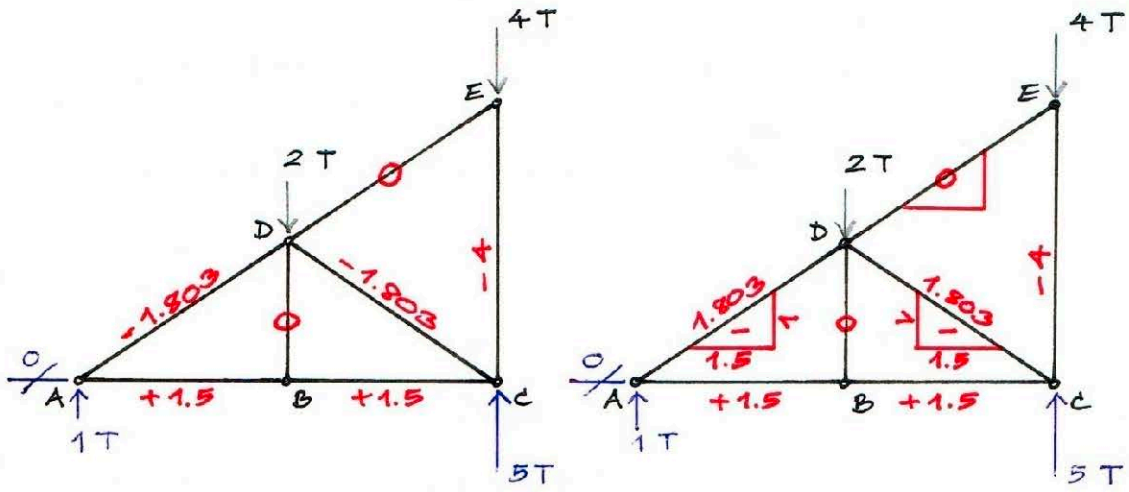
$$DE = 0 \quad \#$$

TUMCIVIL.COM

จุดต่อ D (ตรวจสอบ)



เปรียบเทียบผลลัพธ์ของทั้งสองวิธี



ก) วิธีที่ 1 ข) วิธีที่ 2

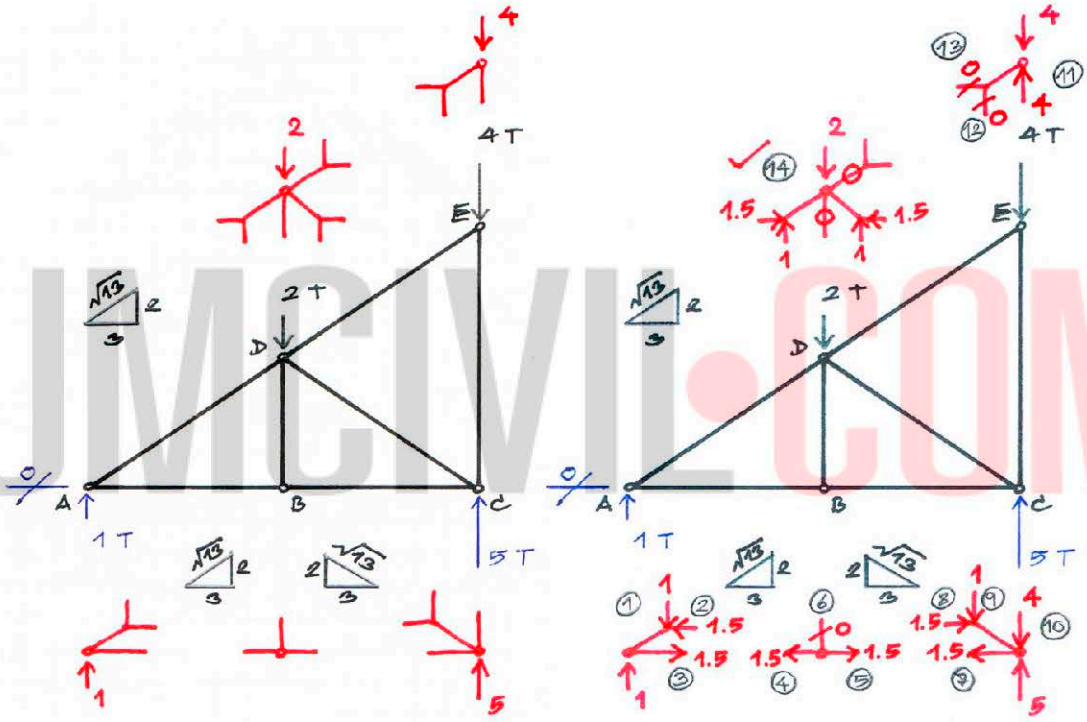
โดยหลักการแล้ว ค่าของแรงภายในที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธีจะต้องเท่ากัน แต่มีข้อสังเกตว่า แผนภาพของผลลัพธ์โดยวิธีที่ 2 จะสามารถตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณได้ง่ายกว่า เพราะในชิ้นส่วนทแยงนั้น แสดงทั้งแรงลัพธ์และแรงย่อย ซึ่งในกรณีแรงย่อยจะใช้ในการตรวจสอบผลลัพธ์ โดยการพิจารณาสมดุลในแต่ละจุดต่อ ผลรวมของแรงในแนวดิ่งและแนวราบจะต้องเท่ากับศูนย์ในทุก ๆ จุดต่อ ผลลัพธ์จึงถูกต้อง แต่แผนภาพจากวิธีที่ 1 ไม่สามารถพิจารณาสมดุลของแต่ละจุดต่อได้ (โดยตรง) ดังนั้น เมื่อพิจารณาในแง่นี้ จะเห็นว่าการคำนวณโดยวิธีที่ 2 มีประโยชน์กว่า

และจากการคำนวณโดยวิธีที่ 2 นี้เอง ผู้เขียนจะขอนำเสนอประโยชน์สำคัญอีกข้อหนึ่งซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของบทนี้คือ เทคนิคในการคำนวณหาแรงภายในโครงข้อหมุนอย่างรวดเร็ว ดังนี้

เคล็ดวิชา

เนื่องจากโดยวิธีนี้ สำหรับชิ้นส่วนทแยงนั้นจะหาแรงย่อยก่อนแล้วจึงหาแรงลัพธ์ ส่วนการพิจารณาทิศทางแรงในแต่ละจุดต่อนั้น ถ้าเป็นแรงดึงคือพุ่งออกจากจุดต่อ และถ้าเป็นแรงอัดคือพุ่งเข้าหาจุดต่อ ทำให้เราสามารถเขียนค่าการถ่ายเทของแรงภายในชิ้นส่วน

จากจุดต่อหนึ่งไปยังจุดต่อข้างเคียงได้ กล่าวคือ เมื่อเราได้ค่าแรงภายใน (แรงลัพธ์สำหรับชิ้นส่วนตั้งกับชิ้นส่วนนอน และแรงย่อยแนวดิ่งกับแนวราบสำหรับชิ้นส่วนทแยง) ของชิ้นส่วนใด ๆ ที่จุดต่อด้านหนึ่งของชิ้นส่วนนั้นแล้ว จุดต่ออีกด้านหนึ่งก็จะมีค่าเดียวกัน (เพราะเป็นชิ้นส่วนเดียวกัน) ดังนั้น หลังจากที่คำนวณหาแรงปฏิกิริยาเสร็จแล้ว การหาแรงภายในชิ้นส่วน จะเริ่มต้นด้วยการเขียนเส้นของแนวแรงในแต่ละจุดต่อไว้รอบๆ โครงข้อหมุน ก่อนที่จะคำนวณค่า ดังรูปด้านล่าง ก) ซึ่งนำโครงข้อหมุนจากตัวอย่างมาทำใหม่โดยอาศัยเทคนิคที่จะอธิบายต่อไป



ก) เขียนแนวแรงที่จุดต่อก่อนคำนวณค่า ข) ลำดับขั้นตอนการคำนวณ

จากนั้นจึงเริ่มการคำนวณหาแรงภายใน โดยในรูปด้านบน ข) แสดงลำดับขั้นตอนในการคำนวณที่เขียนเป็นตัวเลขในวงกลม ซึ่งมีคำอธิบายดังนี้

1) จุดต่อ A มีแรงปฏิกิริยา 1 T ทิศทางชี้ขึ้น ดังนั้น จากสมดุลแนวดิ่ง แรงย่อยแนวดิ่ง AD จึงเท่ากับ 1 T ทิศทางลง โดยเมื่อพิจารณาที่จุดต่อ A แล้ว แรงย่อยแนวดิ่งนี้มีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดต่อ จึงเป็นแรงอัด ซึ่งหมายถึงแรงย่อยแนวราบและแรงลัพธ์คือแรงอัดด้วย

TUMCIVIL.COM

2) แรงย่อยแนวราบ AD หาได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย จึงเท่ากับ (1)(3/2) เท่ากับ 1.5 T (สังเกตว่าระยะของชิ้นส่วนจะสัมพันธ์กับค่าของแรงด้วย เช่นในกรณีนี้ ระยะแนวดิ่งคือ 2 m แนวนอน 3 m ความยาวของชิ้นส่วน $\sqrt{13}$ m ดังนั้น ค่าของแรงย่อยแนวดิ่งจะมีค่าต่ำสุด สูงขึ้นมาคือค่าของแรงย่อยแนวราบ ส่วนค่าแรงลัพธ์เป็นค่าสูงสุด)

3) จากสมดุลแนวราบ แรงย่อย 1.5 T มีทิศทางไปทางซ้าย ดังนั้น แรง AB จึงมีค่า 1.5 T ทิศทางไปทางขวา ซึ่งเมื่อพิจารณาที่จุดต่อ A จะเห็นว่าแรง AB นี้มีทิศทางพุ่งออกจากจุดต่อ จึงเป็นแรงดึง

4) จุดต่อ B ใส่ค่าแรง AB 1.5 T ซึ่งเป็นแรงดึงลงไป โดยเมื่อพิจารณาที่จุดต่อ B จึงมีทิศทางพุ่งออกจากจุดต่อ

TUMCIVIL.COM

5) จากสมดุลแนวราบ แรง BC จึงมีค่าเท่ากับ 1.5 T ทิศทางพุ่งออกจากจุดต่อ จึงเป็นแรงดึง

6) จากสมดุลแนวดิ่ง แรง BD ไม่ได้ต้านแรงภายนอกใด ๆ (เมื่อพิจารณาที่จุดต่อ B นี้) จึงเท่ากับ 0 (zero force member)

7) จุดต่อ C ใส่ค่าแรงภายในที่ทราบค่าลงไป ในที่นี้คือแรง BC 1.5 T เป็นแรงดึงจึงมีทิศทางพุ่งออกจากจุดต่อ

8) จากสมดุลแนวราบ แรงย่อยแนวราบ CD จึงมีค่าเท่ากับ 1.5 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ เป็นแรงอัด

9) แรงย่อยแนวดิ่ง CD หาได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งเท่ากับ (1.5)(2/3) เท่ากับ 1 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ (แรงอัด เพราะแรงย่อยแนวราบเป็นแรงอัด)

10) จากสมดุลแนวดิ่ง แรง CE จึงเท่ากับ 5-1 เท่ากับ 4 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อเป็นแรงอัด

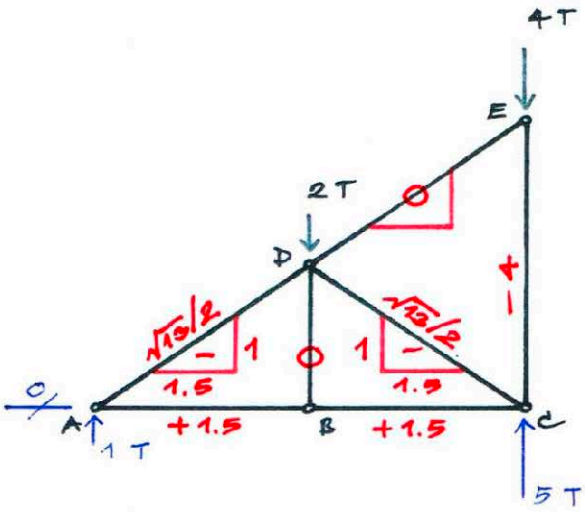
11) จุดต่อ E ใส่ค่าแรงภายในที่ทราบค่าแล้ว คือแรง CE 4 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ (เพราะเป็นแรงอัด)

12) จากสมดุลแนวดิ่ง แรงย่อยแนวดิ่ง DE จึงเท่ากับ 4-4 เท่ากับ 0

13) ดังนั้น แรงย่อยแนวราบ DE จึงเท่ากับ 0 ซึ่งหมายถึงแรงลัพธ์ DE เท่ากับ 0

14) จุดต่อ D เป็นการตรวจสอบผลการคำนวณ โดยการนำแรงที่คำนวณแล้วมาใส่ ซึ่งถ้าเป็นชิ้นส่วนทแยง ให้ใส่แรงย่อยแนวดิ่งและแนวราบ โดยไม่ต้องใส่แรงลัพธ์ จากนั้นพิจารณาว่าสมดุลทั้งแนวดิ่งและแนวราบต้องเท่ากับ 0 แสดงถึงการคำนวณที่ทำมานั้นถูกต้อง

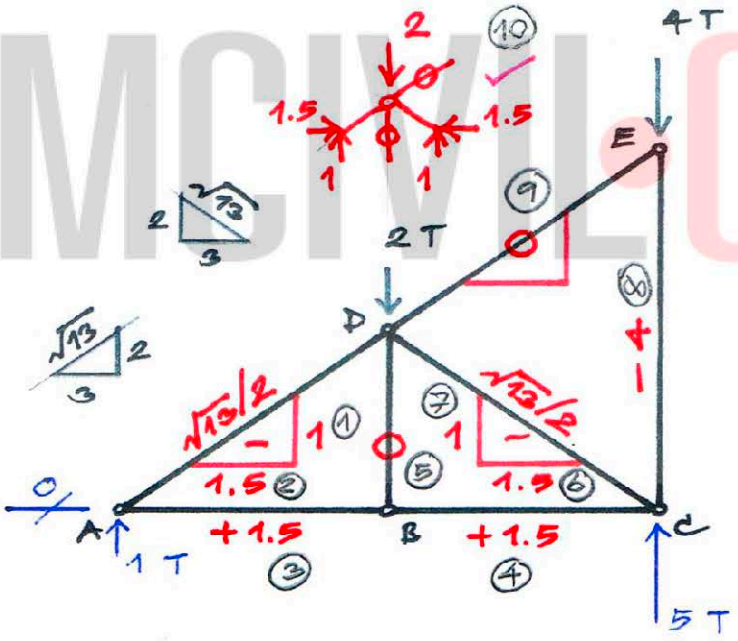
จากนั้น นำแรงที่คำนวณได้มาใส่เป็นแผนภาพของแรงภายใน โดยชิ้นส่วนทแยงนั้นเขียนแรงย่อยประกอบด้วยในรูปแบบสามเหลี่ยมของแรง แล้วใส่เครื่องหมายของแรงในสามเหลี่ยมนั้น (โดยทั่วไปคือ + หมายถึงแรงดึง และ – หมายถึงแรงอัด) แล้วจึงคำนวณหาแรงลัพธ์ในชิ้นส่วนทแยง ซึ่งได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย (หรือใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส) เป็นการจบขั้นตอนการคำนวณ แสดงดังรูปด้านล่าง



แผนภาพแรงภายใน, T

การคำนวณให้รวดเร็วยิ่งขึ้น

จากเทคนิคที่กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมา ซึ่งทำให้การคำนวณทำได้อย่างรวดเร็วกว่าวิธีดั้งเดิม (ตามที่แสดงไว้ในหัวข้อ **ตัวอย่างการคำนวณ**) หากแต่เมื่อเรามีความชำนาญยิ่งขึ้น ก็มีเทคนิคที่ทำให้การคำนวณทำได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้นไปอีก และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ได้ โดยการคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนในโครงข้อหมุนในแผนภาพแรงภายในนั้นได้เลย โดยไม่ต้องเขียนแนวแรงของแต่ละจุดต่อ ซึ่งวิธีการคือเขียนแผนภาพของโครงข้อหมุนที่คำนวณหาแรงปฏิกิริยาแล้ว จากนั้น เขียนสามเหลี่ยมของแรงในแต่ละชิ้นส่วนทแยง แล้วจึงคำนวณหาค่าแรงภายในแต่ละชิ้นส่วน โดยรูปด้านล่างเป็นการนำโครงข้อหมุนจากตัวอย่างมาทำใหม่ด้วยเทคนิคนี้ ซึ่งตัวเลขในวงกลมคือลำดับขั้นตอนในการคำนวณ



คำอธิบาย

1) เริ่มต้นพิจารณาที่จุดต่อ A จากสมดุลแนวดิ่ง แรงย่อยแนวดิ่ง AD จึงเท่ากับ 1 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ เป็นแรงอัด จึงใส่เครื่องหมายลบในช่องสามเหลี่ยมของแรง

2) แรงย่อยแนวราบ AD คำนวณได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งได้ค่าเท่ากับ 1.5 T

TUMCIVIL.COM

3) จากสมดุลแนวราบ แรง AB จึงเท่ากับ + 1.5 T (แรงดึง)

4) ต่อมา พิจารณาจุดต่อ B จากสมดุลแนวราบ แรง BC จึงเท่ากับ + 1.5 T (แรงดึง)

5) จากสมดุลแนวดิ่ง แรง BD จึงเท่ากับ 0

6) ต่อมา พิจารณาจุดต่อ C จากสมดุลแนวราบ ได้ค่าแรงย่อยแนวราบ CD เท่ากับ 1.5 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ เป็นแรงอัด จึงใส่เครื่องหมายลบในช่องสามเหลี่ยมของแรง

7) แรงย่อยแนวดิ่ง CD คำนวณได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย ได้ค่าเท่ากับ 1 T

8) จากสมดุลแนวดิ่ง แรง CE จึงเท่ากับ 5-1 เท่ากับ 4 T ทิศทางพุ่งเข้าจุดต่อ เป็นแรงอัด จึงใส่สัญลักษณ์ – ข้างหน้าค่าของแรง 4 T

9) ต่อมา พิจารณาจุดต่อ E จากสมดุลแนวดิ่ง ทำให้ทราบว่าแรงย่อยแนวดิ่ง DE เท่ากับ 0 ซึ่งหมายถึงแรงย่อยแนวนอนและแรงลัพธ์ DE มีค่าเท่ากับ 0 ด้วย หลังจากนั้นเมื่อพิจารณาสมดุลแนวราบ ผลรวมของแรงแนวราบเท่ากับ 0 เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ไปในตัว

10) จุดต่อ D เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ เพราะคำนวณค่าแรงได้ครบทุกชิ้นส่วนแล้ว ซึ่งถ้าให้พิจารณาง่าย อาจเขียนแยกเฉพาะจุดต่อนี้ออกมา แล้วใส่แรงที่ทราบค่าลงไป โดยแรงของชิ้นส่วนทแยงนั้น ใส่ในรูปแบบของแรงย่อยแนวดิ่งและแนวราบ จากนั้น เมื่อใส่แรงครบแล้วจึงพิจารณาสมดุลในแนวดิ่งและแนวราบ ซึ่งจะเห็นว่าผลรวมเท่ากับ 0 ทั้งสองแนว จึงสรุปได้ว่าการคำนวณหาแรงภายในทุกชิ้นส่วนนี้ถูกต้อง

จากนั้นจึงคำนวณหาแรงลัพธ์ในชิ้นส่วนทแยง ซึ่งได้จากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย (หรือใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส) เป็นการจบขั้นตอนการคำนวณ

TUMCIVIL.COM

สรุป

เทคนิคการคำนวณหาแรงภายในโครงข้อหมุนอย่างรวดเร็ว ตามที่ผู้เขียนนำเสนอมานี้ อาจสรุปวิธีการโดยย่อได้ดังนี้

1) พิจารณา FBD ของแต่ละจุดต่อในมุมมองของแรงในแนวดิ่งและแรงในแนวราบ คือ ถ้าชิ้นส่วนอยู่ในแนวตั้งหรือแนวนอนอยู่แล้ว ก็พิจารณาเป็นแรงลัพธ์ แต่ถ้าเป็นชิ้นส่วนเอียง ให้พิจารณาเป็นแรงย่อยแนวดิ่งและแนวราบ

2. ในกรณีชิ้นส่วนเอียง แรงย่อยหนึ่ง (แนวดิ่งหรือแนวราบ) จะคำนวณได้โดยใช้สมการสมดุล

3. ในกรณีชิ้นส่วนเอียง อีกแรงย่อยหนึ่งจะหาได้โดยใช้หลักการสามเหลี่ยมคล้าย และแรงลัพธ์สามารถหาได้จากหลักการสามเหลี่ยมคล้าย หรือ ทฤษฎีบทพีธาโกรัส (แต่ควรคำนวณหาในภายหลังจากคำนวณหา/ตรวจสอบความถูกต้องของสมดุลในทุกจุดต่อแล้ว)

4. จากนั้น คำนวณหาแรงอื่นโดยใช้สมการสมดุล

5. ทำแบบนี้กับทุกจุดต่อ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว จะหาค่าของแรงได้ครบก่อนถึงจุดต่อท้ายสุด แล้วจุดต่อท้ายสุดจะเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของสมดุลแรง

TUMCIVIL.COM

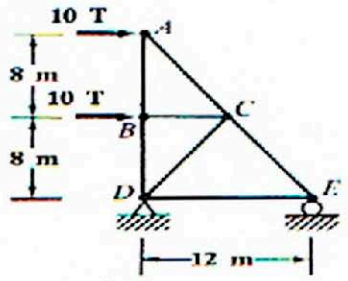
การคำนวณหาค่าแรงภายในชิ้นส่วนซึ่งทำโดยใช้เทคนิคที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อ **การคำนวณให้รวดเร็วยิ่งขึ้น** ส่วนใหญ่แล้วจะใช้ได้เลย ยกเว้นบางกรณี (เช่นในตัวอย่างข้อ 2) ที่ต้องมีการแก้สมการหาแรงย่อยในบางชิ้นส่วนก่อน โดยการหาความสัมพันธ์ของแรงย่อยจากอัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย เพื่อลดตัวไม่ทราบค่าลง แต่ถือว่ายังเป็นการคำนวณตามวิธีที่ 2 และยังใช้เทคนิคตามที่ได้นำเสนอมานี้ได้

ดังนั้น จากประสบการณ์ของผู้เขียน อาจกล่าวได้ว่า เทคนิคที่นำเสนอในบทความนี้ สามารถใช้ได้กับโครงข้อหมุนทั้งแบบดีเทอร์มิเนทและอินดีเทอร์มิเนท โดยในแบบอินดีเทอร์มิเนทนั้น จะหาได้หลังจากที่หาแรงตัวเกินได้แล้ว

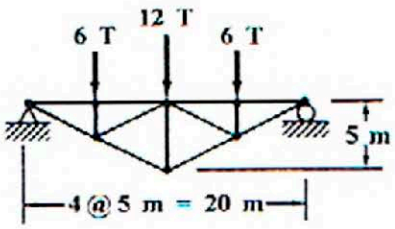
ตัวอย่าง

คำนวณหาแรงภายในทุกชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน ดังต่อไปนี้

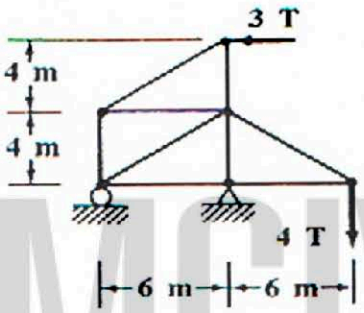
1)



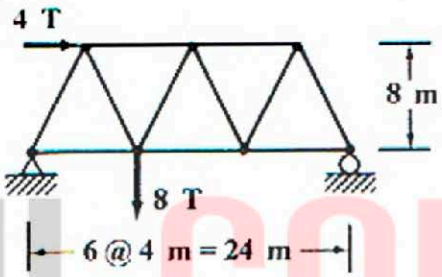
2)



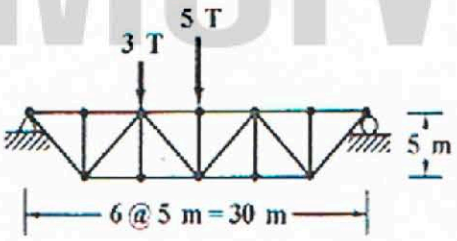
3)



4)

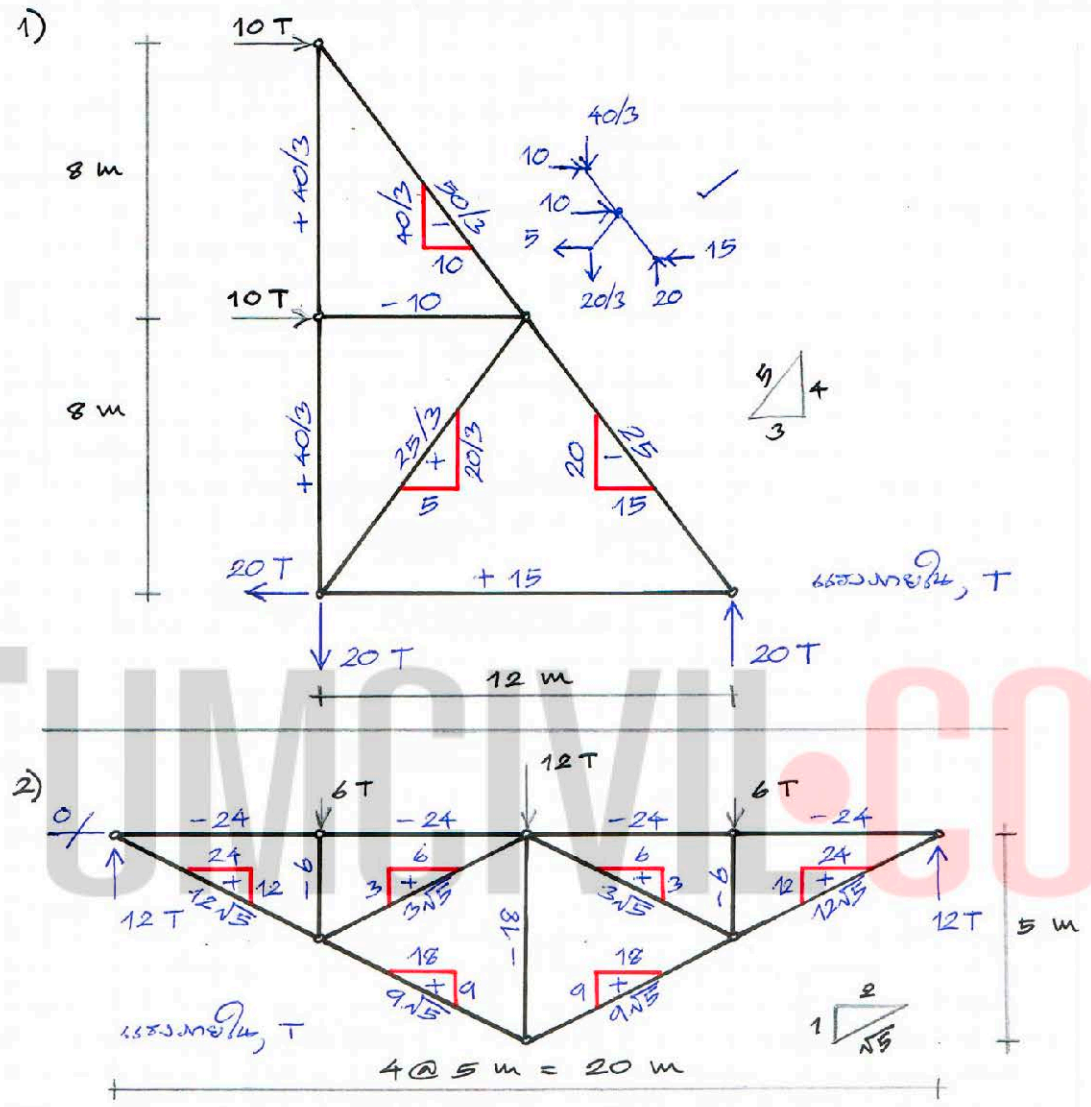


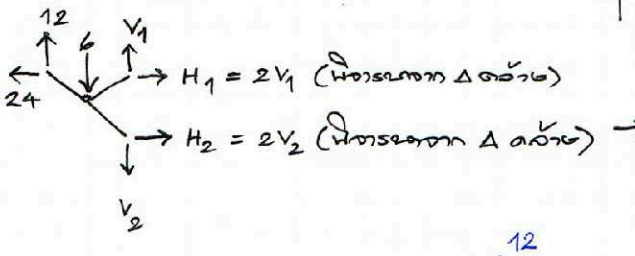
5)



TUMCIVIL.COM

วิธีทำ





$$\uparrow^{+} \Sigma Y = 0 = +12 - 6 + V_1 - V_2$$

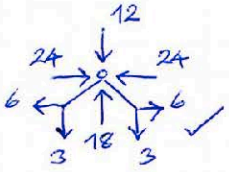
$$V_1 - V_2 = -6 \quad \text{—①}$$

$$\rightarrow^{+} \Sigma H = 0 = -24 + 2V_1 + 2V_2$$

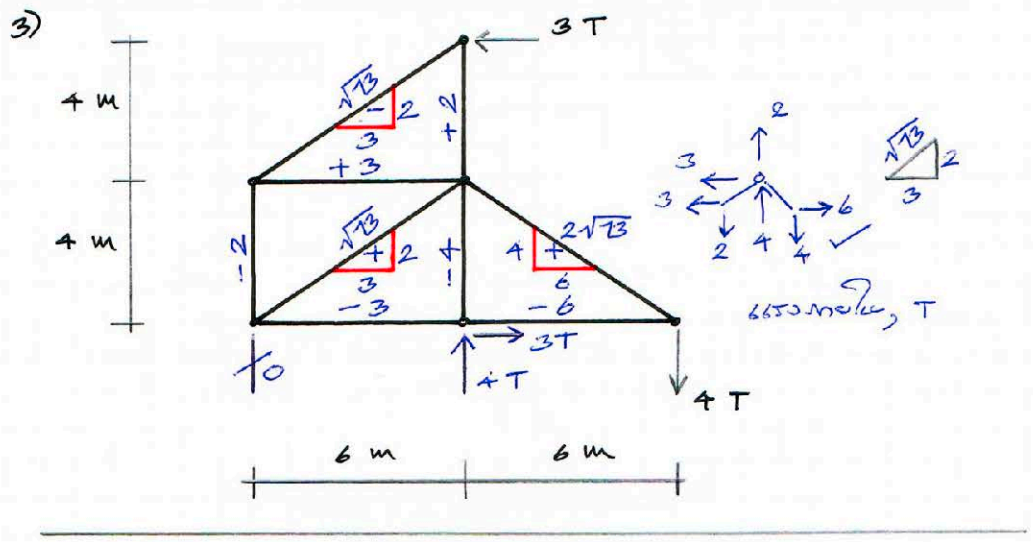
$$V_1 + V_2 = 12 \quad \text{—②}$$

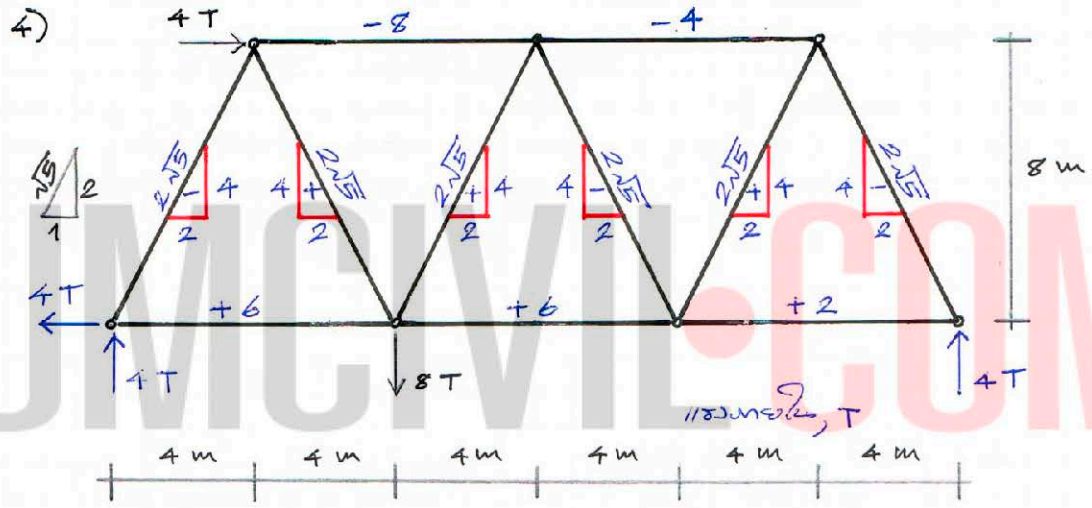
$$\therefore \; V_1 = +3 \text{ T}$$

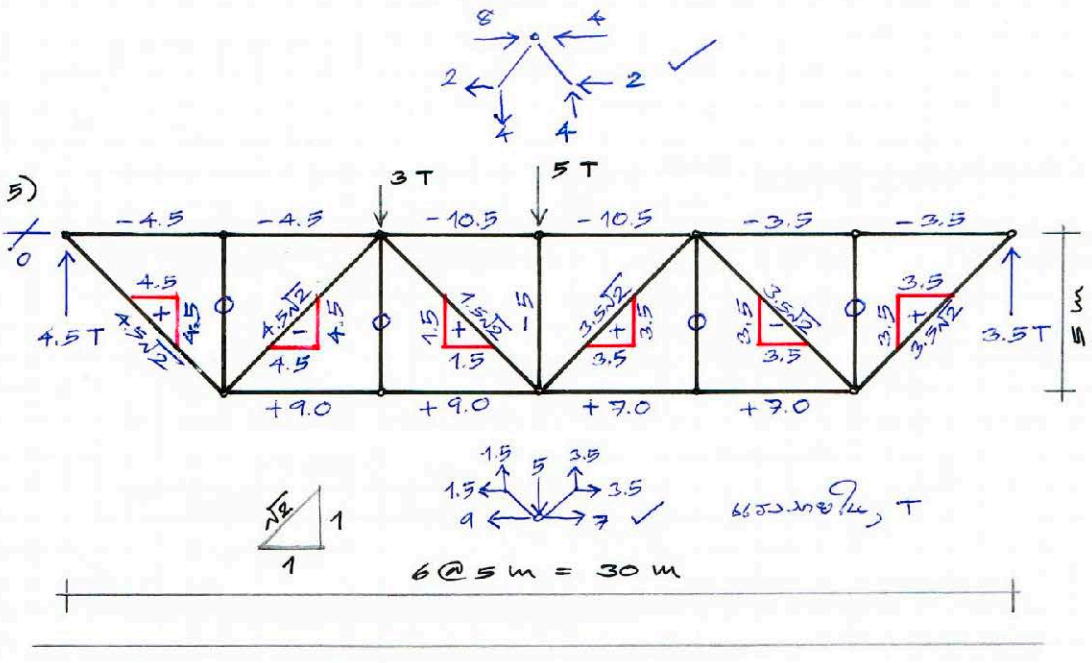
$$V_2 = +9 \text{ T}$$



TUMCIVIL.COM

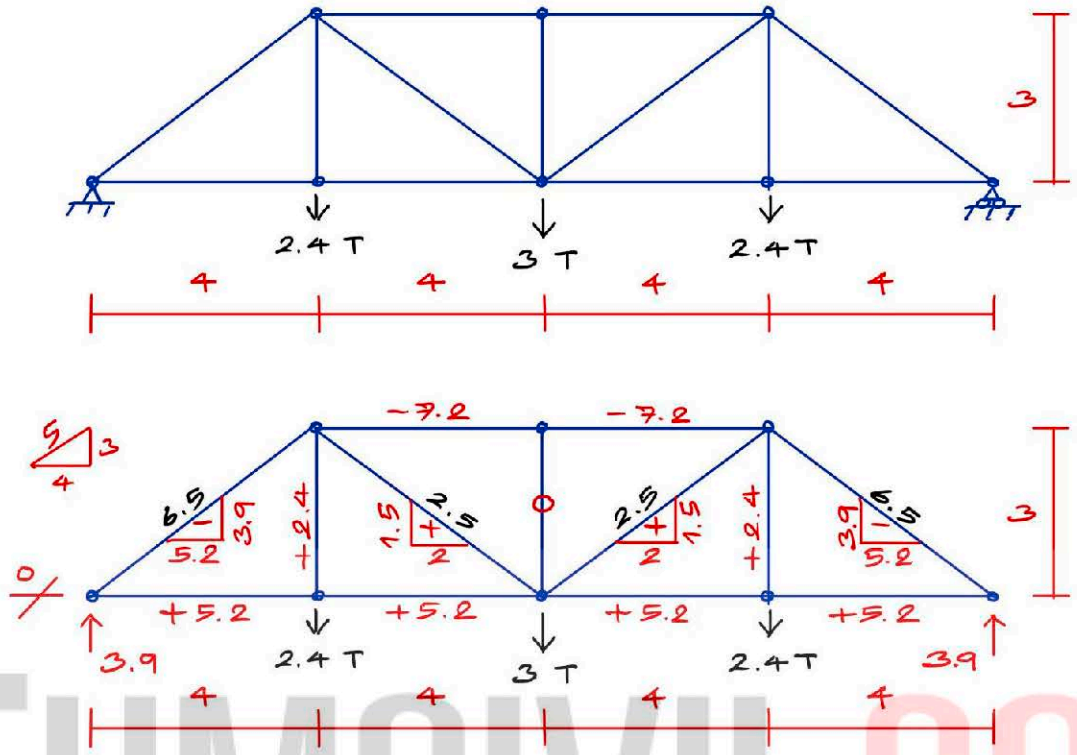






TUMCIVIL.COM

6)



แรงภายใน, T

TUMCIVIL.COM

การหาแรงปฏิกิริยาอย่างรวดเร็ว

ความนำ

โดยหลักการของการวิเคราะห์โครงสร้างคือ การหาสมดุลของแรงภายนอกกับแรงต้านทานภายในโครงสร้าง ซึ่งถ้าวิเคราะห์ในระบบ 2 มิติ สมการที่ใช้จะมี 3 สมการคือ ผลรวมของแรงในแนวราบเท่ากับ 0 ($\Sigma Fx = 0$ หรือ $\Sigma H = 0$) ผลรวมของแรงในแนวดิ่งเท่ากับ 0 ($\Sigma Fy = 0$ หรือ $\Sigma V = 0$) และผลรวมของโมเมนต์รอบจุดใดๆ (รอบแกน Z) เท่ากับ 0 ($\Sigma Mz = 0$) ซึ่งโดยทั่วไปในการคำนวณหาแรงปฏิกิริยา จะใช้การตั้ง 3 สมการนี้ทุกครั้ง

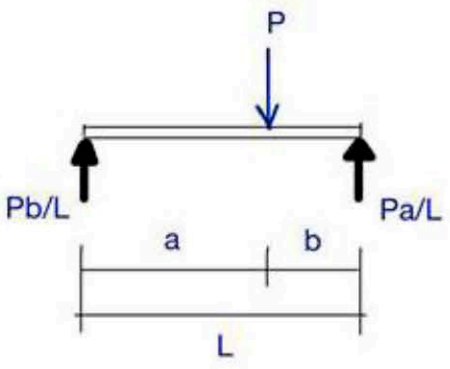
แต่ที่จริงแล้ว เราไม่จำเป็นต้องใช้การตั้ง 3 สมการนี้ในการคำนวณหาค่าเสมอไป คือยังใช้หลักการสมดุลของแรงนี้อยู่ แต่สามารถคำนวณลัดขั้นตอนไปได้อย่างรวดเร็ว ดังนี้

TUMCIVIL.COM

เคล็ดวิชา

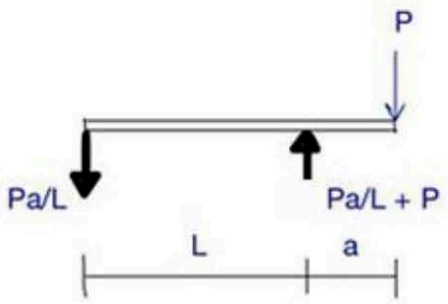
1. ใช้หลักการรวมผล (superposition) แยกแรงออกเป็นแรงย่อยที่สามารถใช้สูตรได้
2. หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักกระจาย ซึ่งอยู่ในรูปของน้ำหนักบรรทุกแบบจุด (point load)
3. ดังนั้น สูตรการหาแรงปฏิกิริยาที่ใช้บ่อย มี 3 สูตร คือ

ก. คานช่วงเดียวรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูปที่ 1



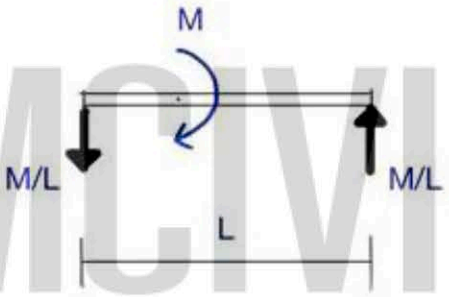
รูปที่ 1

ข. คานช่วงเดียวปลายยื่นรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

ค. คานช่วงเดียวรับโมเมนต์คู่ควบ ดังรูปที่ 3
(ถ้าโมเมนต์คู่ควบกระทำทวนเข็มนาฬิกา แรงปฏิกิริยาจะกลับทิศจากในรูป)



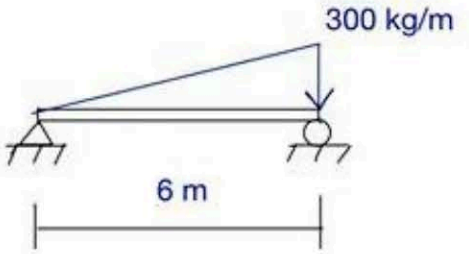
รูปที่ 3

TUMCIVIL.COM

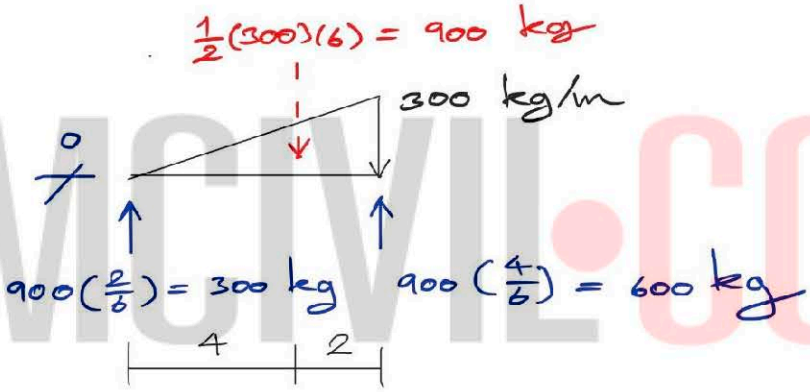
ตัวอย่าง

หาแรงปฏิกิริยา ณ ที่รองรับของคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป

1)



วิธีทำ

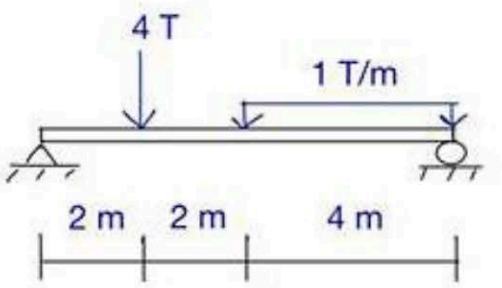


TUMCIVIL.COM

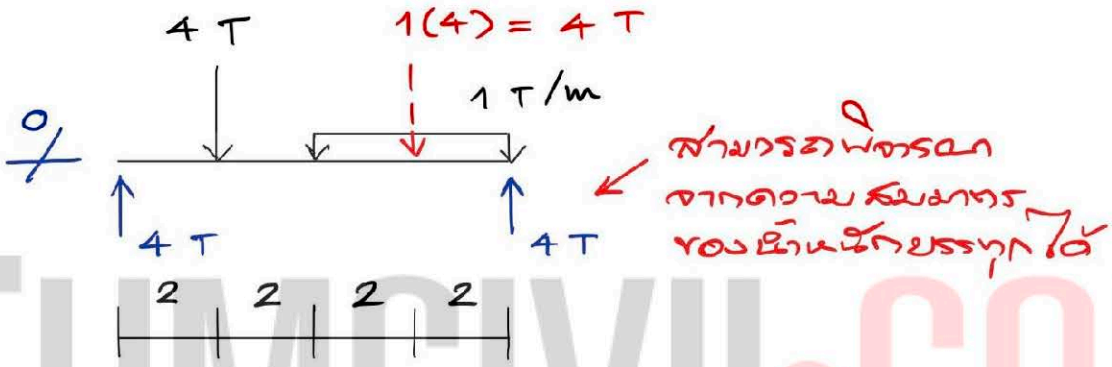
อธิบาย

- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายแบบรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสามเหลี่ยม
- หาแรงปฏิกิริยาจากสูตรรูปที่ 1

2)



วิธีทำ



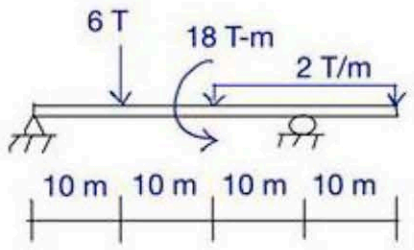
อธิบาย

- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ ซึ่งเท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสี่เหลี่ยม
- แรงลัพธ์ 4 T นี้กระทำในตำแหน่งที่สมมาตรกับน้ำหนัก 4 T ด้านซ้ายมือ และมีค่าเท่ากัน ดังนั้น สามารถหาแรงปฏิกิริยาจากความสมมาตรนี้ได้ทันที
- แต่ถ้าใช้หลักการรวมผล และสูตรตามรูปที่ 1 จะได้ว่า

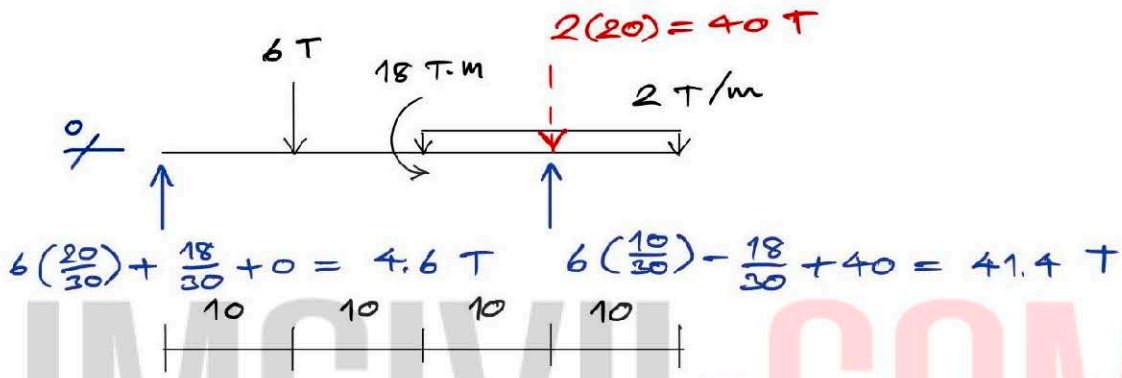
  $R_{ซ้าย} = 4(6)/8 + 4(2)/8 = 4\ T = R_{ขวา}$

TUMCIVIL.COM

3)



วิธีทำ

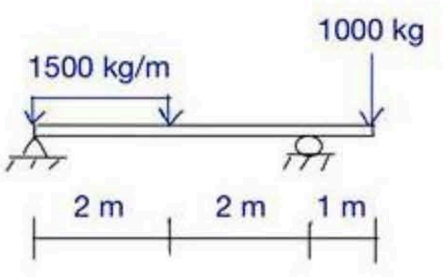


อธิบาย

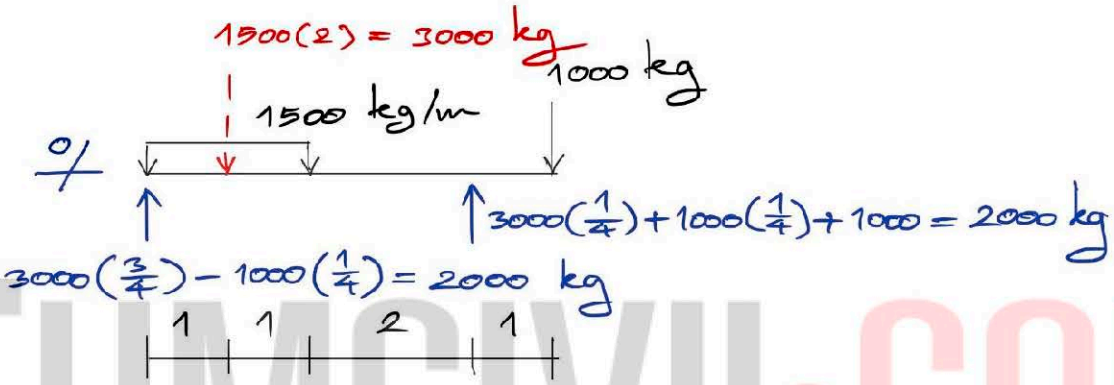
- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ ซึ่งเท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสี่เหลี่ยม
- ใช้หลักการรวมผล สูตรตามรูปที่ 1 และรูปที่ 3 คำนวณหาแรงปฏิกิริยา

TUMCIVIL.COM

4)



วิธีทำ

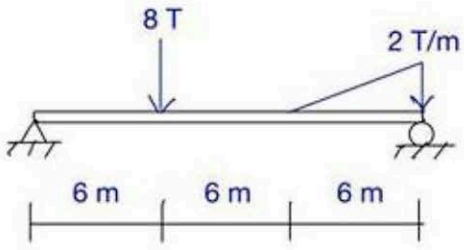


TUMCIVIL.COM

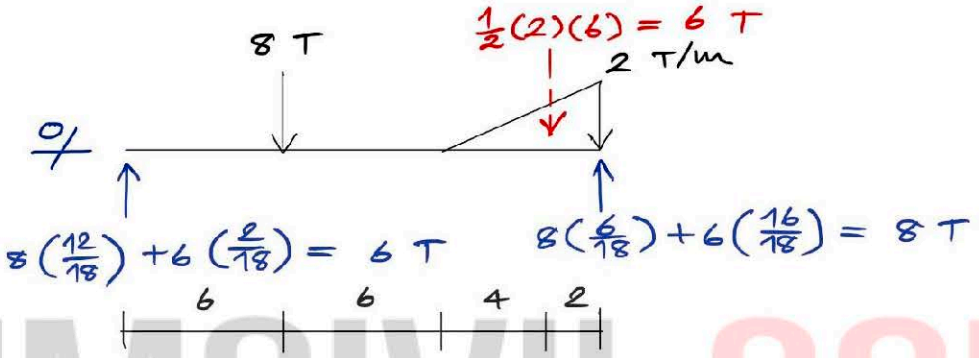
อธิบาย

- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ ซึ่งเท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสี่เหลี่ยม
- ใช้หลักการรวมผล สูตรตามรูปที่ 1 และรูปที่ 2 คำนวณหาแรงปฏิกิริยา

5)



วิธีทำ

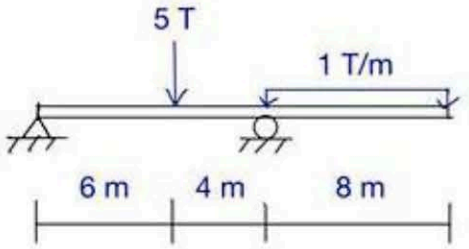


อธิบาย

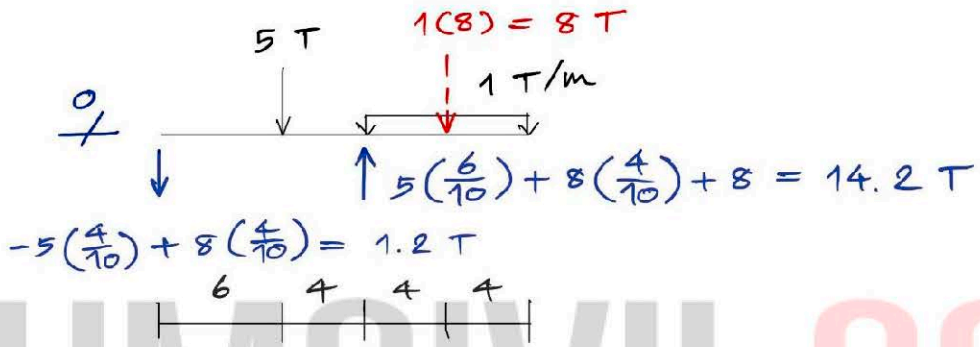
- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายแบบรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสามเหลี่ยม
- ใช้หลักการรวมผล และสูตรตามรูปที่ 1 คำนวณหาแรงปฏิกิริยา

TUMCIVIL.COM

6)



วิธีทำ



อธิบาย

- หาแรงลัพธ์ของน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ ซึ่งเท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยม
- แรงลัพธ์นี้กระทำที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ของสี่เหลี่ยม
- ใช้หลักการรวมผล สูตรตามรูปที่ 1 และรูปที่ 2 คำนวณหาแรงปฏิกิริยา

TUMCIVIL.COM

การหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้าง แบบอินดีเทอร์มิเนท : การรวมผล

ความนำ

โดยทั่วไป วิธีการวิเคราะห์โครงสร้างคาน/โครงข้อแข็งแบบอินดีเทอร์มิเนทโดยการคำนวณด้วยมือนั้น ค่าแรกที่ได้คือ โมเมนต์ดัดภายในที่กระทำในแต่ละจุดต่อ เช่นวิธีสมการสามโมเมนต์ มุมลาด-ระยะแอ่น โมเมนต์กระจาย เป็นต้น ซึ่งในกรณีของคานนั้นจุดต่อที่เกิดโมเมนต์ภายในคือ ที่รองรับ (support) จากนั้น ขั้นตอนต่อไปคือ การหาแรงปฏิกิริยา ซึ่งทำได้โดยใช้สมการสมดุล โดยบทนี้จะนำเสนอเทคนิคการคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในคานแบบอินดีเทอร์มิเนท ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโครงข้อแข็งได้ด้วย

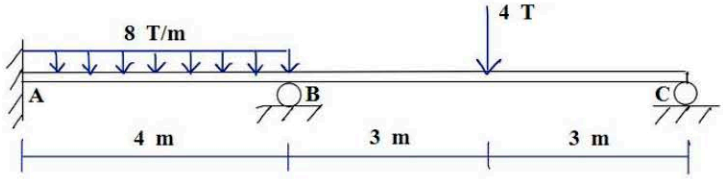
TUMCIVIL.COM

เคล็ดวิชา

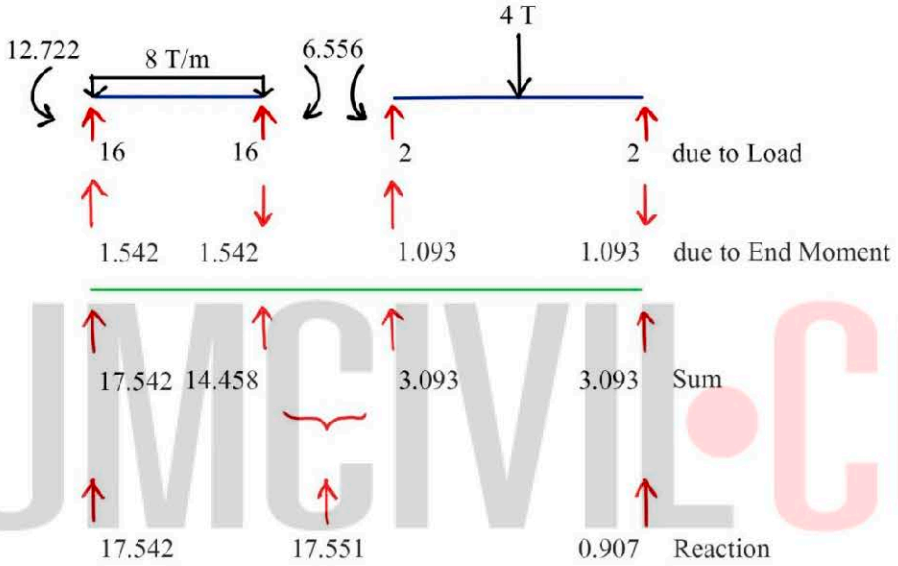
1. แยกคานต่อเนื่องออกมาเป็นคานแต่ละช่วง ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก และโมเมนต์ที่ปลายคานซึ่งคำนวณมาได้แล้ว
2. ใช้หลักการรวมผล แยกการหาแรงปฏิกิริยาย่อยของแต่ละช่วงคาน ออกเป็น แรงปฏิกิริยาเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก (due to Load) และแรงปฏิกิริยาเนื่องจากโมเมนต์ที่ปลายคาน (due to End Moment)
3. การหาแรงปฏิกิริยาเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก สามารถใช้เคล็ดวิชาในบทที่ 1 ได้
4. การหาแรงปฏิกิริยาเนื่องจากโมเมนต์ที่ปลายคาน ด้านซ้ายและด้านขวาของคานย่อยนั้น จะมีค่าเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม
5. แรงปฏิกิริยาเนื่องจากโมเมนต์ที่ปลายคาน ผลรวมตามเครื่องหมายของโมเมนต์ที่ปลายคานด้านซ้าย (M_L) และขวา (M_R) หารด้วยความยาวของคานช่วงนั้น (L) นั่นคือ $[M_L + M_R]/L$
6. การพิจารณาทิศทางของแรงปฏิกิริยาอย่างง่ายคือ การดูว่าผลรวมของโมเมนต์ที่ปลายนั้น พยายามทำให้คานหมุนตามเข็มหรือทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งแรงปฏิกิริยาจะมีทิศทางที่ต้านการหมุนของแรงปฏิกิริยานั้น และเมื่อด้านหนึ่งทิศทางเป็นอย่างไร อีกด้านหนึ่งจะกลับทิศกัน

ตัวอย่าง หาแรงปฏิกิริยา (Reaction, R) ณ ที่รองรับของคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป

1) $M_A = -12.722$ T-m, $M_B = -6.556$ T-m



วิธีทำ



TUMCIVIL.COM

อธิบาย

- หลังจากที่หาโมเมนต์ ณ ที่รองรับได้แล้ว เขียน FBD ของคานแต่ละช่วง
- ใช้หลักการรวมผล แยกหา R เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ที่ปลาย
- R เนื่องจากนน.บรรทุกของทั้งสองคานรับเท่ากันทั้งสองด้านเพราะมีความสมมาตร
- คานด้านซ้าย โมเมนต์ที่ปลายหักล้างกัน = 12.722 – 6.556 = 6.166 โดยพยายามทำให้คานหมุนทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้น R ด้านขวาจะต้องมีทิศทางลงต้านทานการหมุนทวนเข็มนี้ ทำให้ R ด้านซ้ายต้องมีทิศทางขึ้น (เพราะผลรวมในแนวดิ่งต้องเท่ากับศูนย์) โดยค่าของ R เท่ากันคือ 6.166/4 = 1.542
- ในทำนองเดียวกัน คานด้านขวา โมเมนต์ที่ปลายพยายามทำให้คานหมุนทวนเข็ม ดังนั้น Rขวา ทิศทางลงต้านการหมุนนี้ ซึ่งทำให้ R ด้านซ้ายทิศทางขึ้น โดยมีค่าเท่ากันคือ 6.556/6 = 1.093
- รวม R ย่อยทั้งสองเข้าด้วยกันตามเครื่องหมาย ได้เป็น R ของแต่ละช่วงคาน

- R ของคานจริง คือ ผลรวมตามเครื่องหมายของ R แต่ละช่วงคาน ซึ่งถ้าเป็นที่รองรับปลายคานด้านนอก ค่า R จะมีค่าเดียว คือ 17.542 และ 0.907 ส่วนที่รองรับด้านในคือ 14.458 + 3.093 = 17.551
- ควรนำขนาดและทิศทางของ R ในคานจริงมาเขียนสรุปอีกครั้ง
- ควรตรวจสอบว่า คานจริงมีความสมดุลหรือไม่อีกครั้ง โดยการใช้สมการสมดุล คือ $\Sigma V = 0$ (และ $\Sigma M = 0$ ในกรณีที่แรงปฏิกิริยามีค่าโมเมนต์ด้วย)

  จากตัวอย่างคือ

  $\uparrow + \Sigma V = 0 = 17.542 + 17.551 + 0.907 - 8(4) - 4$

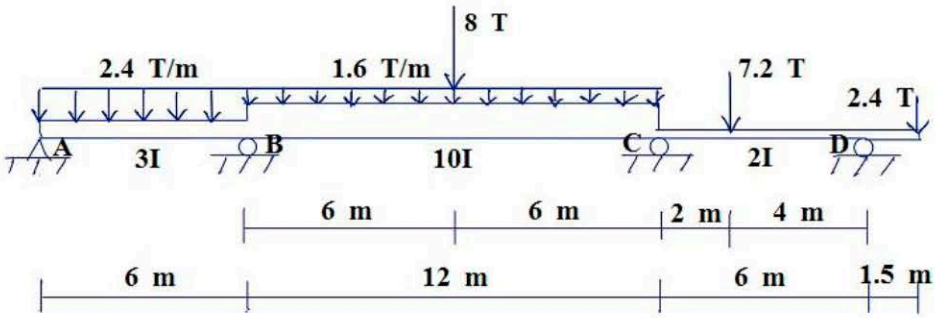
  $= 36 - 36$ √

  $\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0 = 12.722 + 17.551(4) + 0.907(10) - 8(4)(2) - 4(7)$

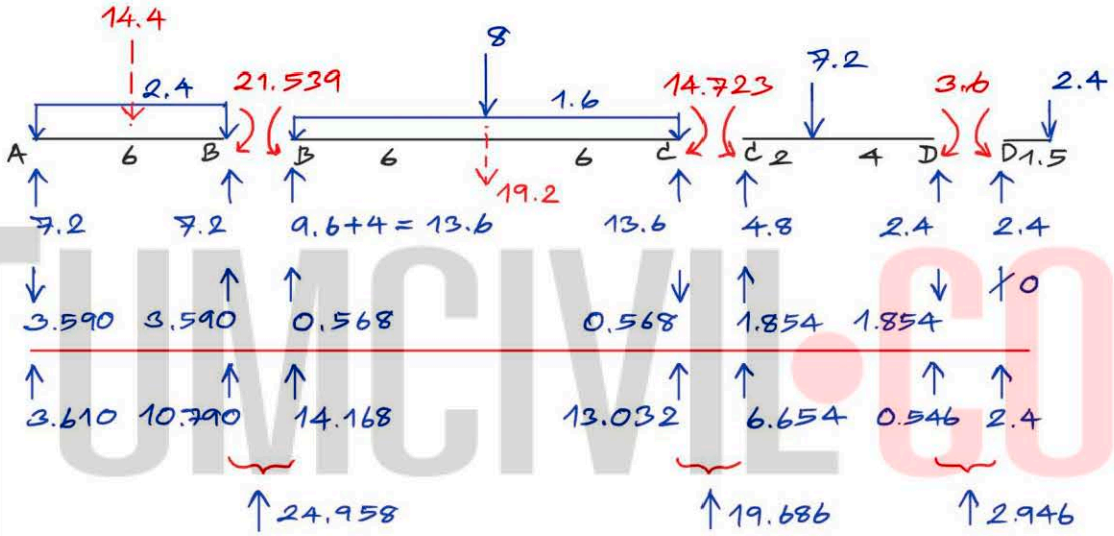
  $= 92 - 92$ √

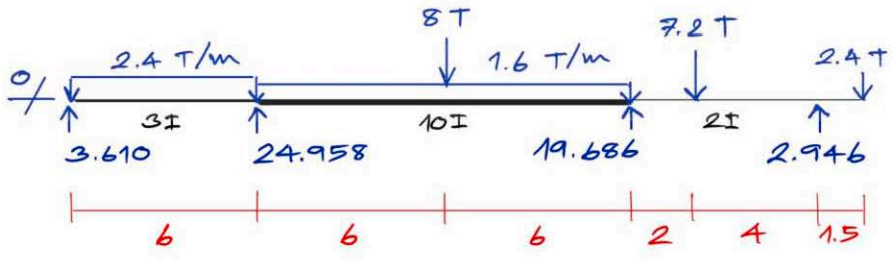
TUMCIVIL.COM

2) $M_B = -21.539$ T-m, $M_C = -14.723$ T-m, $M_D = -3.6$ T-m



วิธีทำ





Reaction (T)

อธิบาย

- ในทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1 แต่ที่เพิ่มเข้ามาคือ ช่วงยื่นด้านขวาของปลายคาน ซึ่งจะมีค่า R ย่อยของช่วงยื่นนั้น มารวมกับ R ย่อยช่วงใน เพื่อรวมเป็น R ของคานจริงด้วย
- R ของคานช่วงยื่น ก็คือขนาดและทิศทางแรงเฉือนในคานจริง ณ ตำแหน่งนั้นเช่นเดียวกัน

TUMCIVIL.COM

การเขียน SFD : เส้นผมบังภูเขา

ความนำ

บทนี้กล่าวถึงการเขียนแผนภาพแรงเฉือน (Shear Force Diagram, SFD) ในคานแบบอินดีเทอร์มิเนทอย่างรวดเร็ว โดยสามารถประยุกต์ใช้ได้กับแผนภาพแรงเฉือนในโครงข้อแข็งได้ด้วย ซึ่งถ้าใช้เทคนิคการหาแรงปฏิกิริยาในบทก่อนหน้านี้ การเขียน SFD ก็ถือเป็นผลพลอยได้ที่ได้ค่า ณ ตำแหน่งที่รองรับมาโดยปริยาย คล้ายกับสำนวนไทยที่ว่า “เส้นผมบังภูเขา”

เคล็ดวิชา

เมื่อเราแยกคานแบบอินดีเทอร์มิเนทออกเป็นช่วงย่อย เพื่อหาแรงปฏิกิริยานั้น มีข้อสังเกตว่า R ของแต่ละช่วงคานย่อยนั้น คือขนาดพร้อมทิศทาง (ที่ทำให้ได้เครื่องหมาย + หรือ −) ของแรงเฉือนในคานจริง ณ ตำแหน่งนั้นนั่นเอง

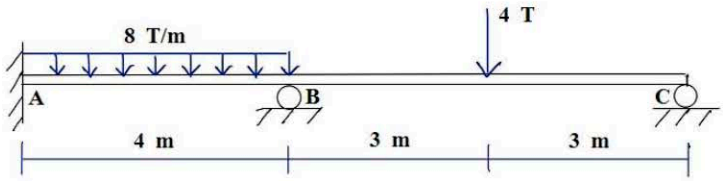
TUMCIVIL.COM

ทิศทางที่เป็นบวกของแรงเฉือน

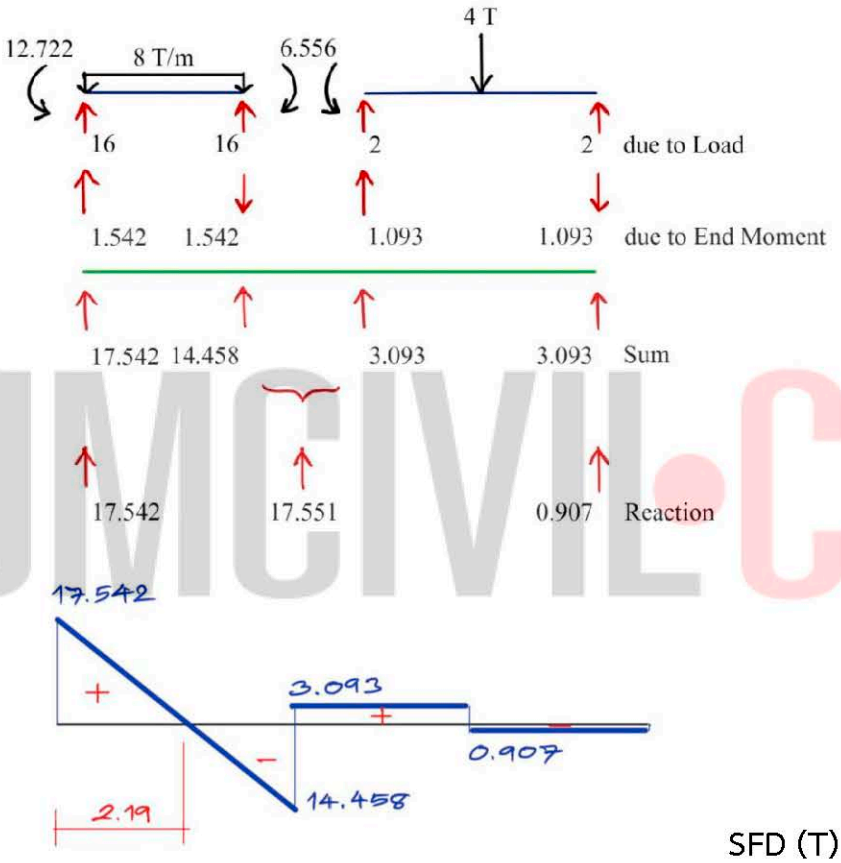
ทิศทางที่เป็นลบของแรงเฉือน

<u>ตัวอย่าง</u> เขียนแผนภาพแรงเฉือนคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป

1) $M_A = -12.722$ T-m, $M_B = -6.556$ T-m



วิธีทำ



SFD (T)

อธิบาย

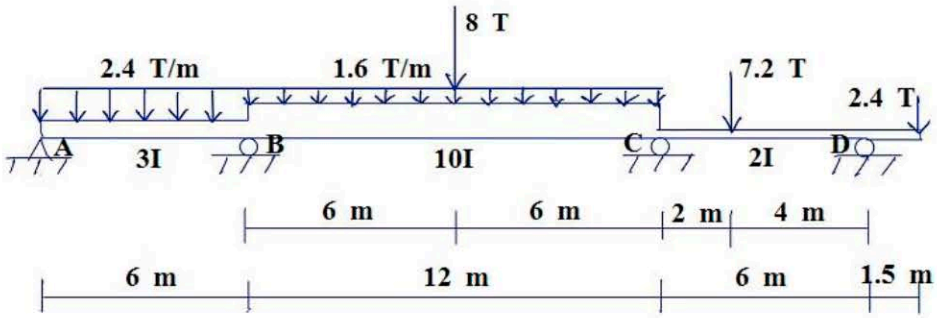
- เริ่มต้นด้วยการหาแรงปฏิกิริยาของคานแบบอินดีเทอร์มิเนต แบบแยกหาแล้วรวมผล ตามที่อธิบายไว้ในบทก่อนหน้า

- จากนั้น พิจารณาคานแต่ละช่วงย่อย (ค่าในแนว Sum) ค่า R ของคานนั้นคือ ค่าแรงเฉือนพร้อมเครื่องหมาย ณ ตำแหน่งที่รองรับนั่นเอง (พิจารณาตามทิศทางของแรงเฉือน) โดยที่รองรับช่วงในจะมีแรงเฉือน 2 ค่า คือค่าด้านขวาของคานซ้ายและค่าด้านซ้ายของคานขวา ของที่รองรับที่พิจารณาอยู่

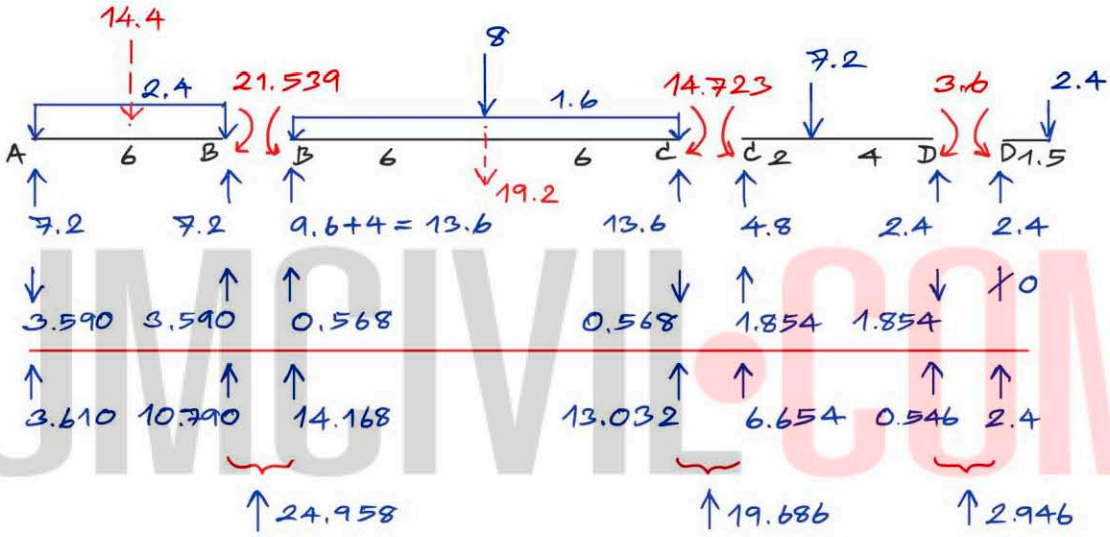
- ระยะที่ V = 0 หาได้ง่ายๆ จาก V/w เช่นในตัวอย่างคือ 17.542/8 = 2.19 m

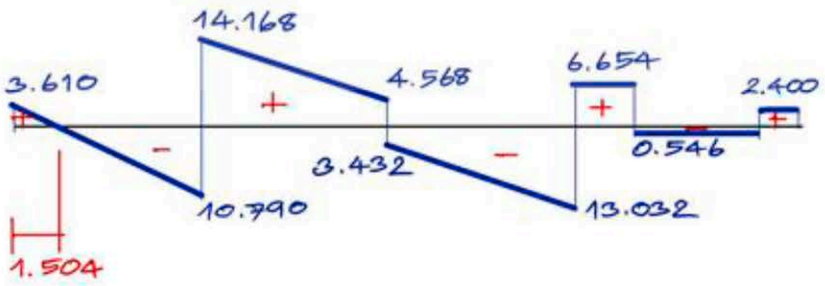
TUMCIVIL.COM

2) $M_B = -21.539$ T-m, $M_C = -14.723$ T-m, $M_D = -3.6$ T-m



วิธีทำ





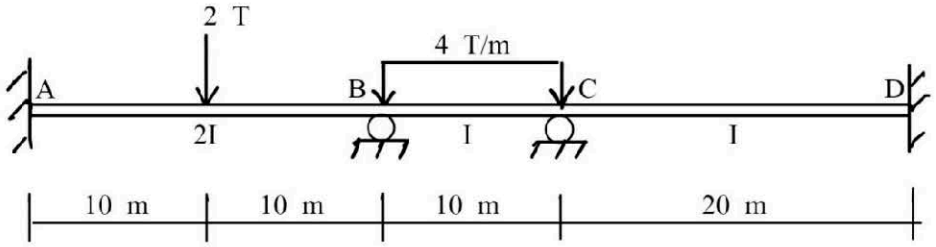
SFD (T)

อธิบาย

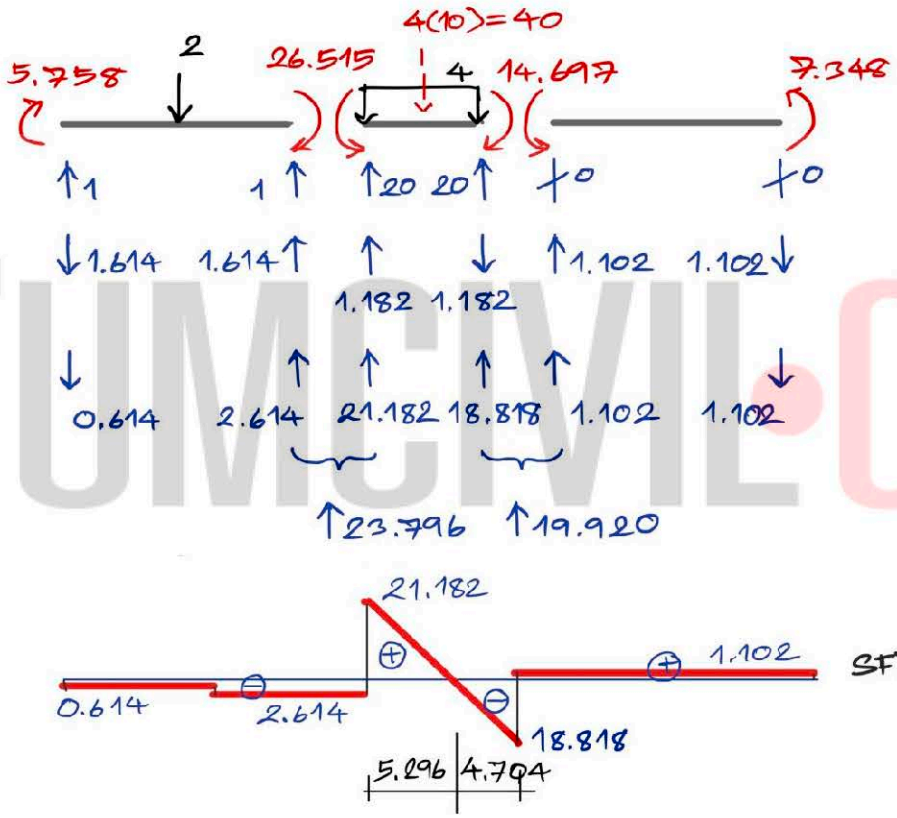
- ค่าแรงเฉือน ณ ที่รองรับพร้อมเครื่องหมาย (+ หรือ -) คือค่า R ของคานย่อยแต่ละช่วง (R ที่ยังไม่ได้รวมกันในกรณีที่รองรับด้านใน)
- ค่าแรงเฉือน ณ ตำแหน่งอื่น คำนวณตามวิธีปกติ เช่น 4.568 ได้จาก 14.168 – 1.6(6)

TUCIVIL.COM

3) M_A = 5.758 T-m, M_B = −26.515 T-m, M_C = −14.697 T-m, M_D = 7.348 T-m



วิธีทำ



อธิบาย

- ค่าแรงเฉือน 0.614 ทิศทางลงด้านซ้ายของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นลบ
- ค่าแรงเฉือน 2.614 ทิศทางขึ้นด้านขวาของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นลบ
- ค่าแรงเฉือน 21.182 ทิศทางขึ้นด้านซ้ายของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นบวก
- ค่าแรงเฉือน 18.818 ทิศทางขึ้นด้านขวาของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นลบ
- ค่าแรงเฉือน 1.102 ทิศทางขึ้นด้านซ้ายของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นบวก
- ค่าแรงเฉือน 1.102 ทิศทางลงด้านขวาของคานย่อย มีเครื่องหมายเป็นบวก

TUMCIVIL.COM

การเขียน BMD : การแยกและซ้อนทับ

ความนำ

บทนี้กล่าวถึงเทคนิคการเขียนแผนภาพโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram, BMD) อย่างรวดเร็ว โดยจะเน้นที่การเขียน BMD ในคาน แต่เมื่อเข้าใจดีแล้ว ก็สามารถนำไปใช้เขียน BMD ในโครงข้อแข็งได้ไม่ยาก เทคนิคการเขียน BMD อย่างรวดเร็วนี้ ผู้เขียนขอเรียกว่า “การแยกและการซ้อนทับ”

เคล็ดวิชา

1) ความสัมพันธ์ของการแอ่นตัวและ BMD

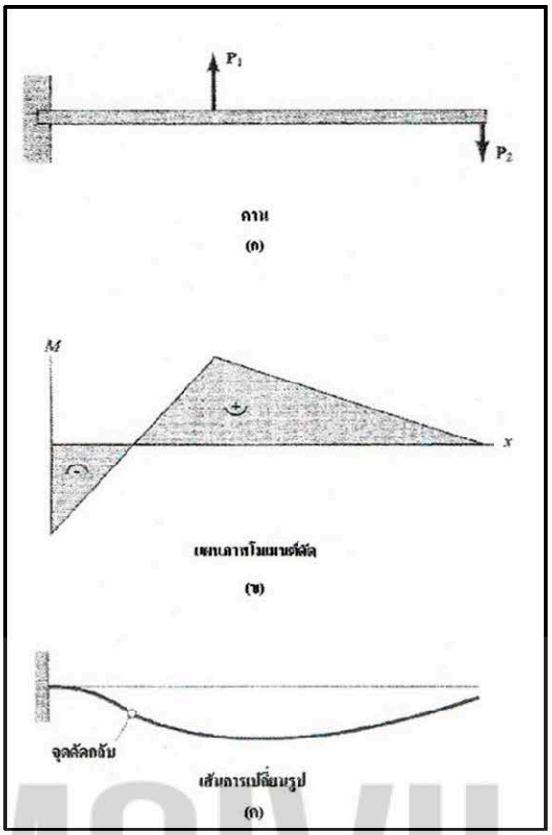
พิจารณาสัญลักษณ์ของโมเมนต์ดัด ดังรูป

TUMCIVIL.COM

ความหมายคือ โมเมนต์ที่มีค่าบวก หมายถึง คานแอ่นตัวลง และ โมเมนต์ที่มีค่าลบ หมายถึง คานแอ่นตัวขึ้น

ดังนั้น ในทำนองกลับกัน **ถ้ารู้ว่าคานแอ่นตัวลง ก็แสดงว่า ตำแหน่งช่วงนั้นเป็นโมเมนต์ดัดบวก และถ้ารู้ว่าคานแอ่นตัวขึ้น ก็แสดงว่า ตำแหน่งช่วงนั้นเป็นโมเมนต์ดัดลบ**

ตัวอย่างดังรูป



2) รูปทรงของ BMD

ก. ที่ปลายอิสระของคาน โมเมนต์ดัดมีค่าเท่ากับศูนย์ ยกเว้นมีโมเมนต์ภายนอก (local moment) หรือแรงคู่ควบ (couple) กระทำอยู่ ซึ่งทำให้ค่าโมเมนต์ดัดมีขนาดเท่ากับโมเมนต์ภายนอกหรือแรงคู่ควบนั้น

ข. ที่รองรับของคานแบบบานพับ หรือล้อเลื่อน โมเมนต์ดัดมีค่าเท่ากับศูนย์ ยกเว้นมีโมเมนต์ภายนอก หรือแรงคู่ควบ กระทำอยู่

ค. ที่รองรับ ณ ตำแหน่งของคานแบบปลายยื่น ค่าโมเมนต์ดัดไม่เท่ากับศูนย์

ง. ที่รองรับของคานแบบยึดแน่น (โดยทั่วไป) ค่าโมเมนต์ดัดไม่เท่ากับศูนย์

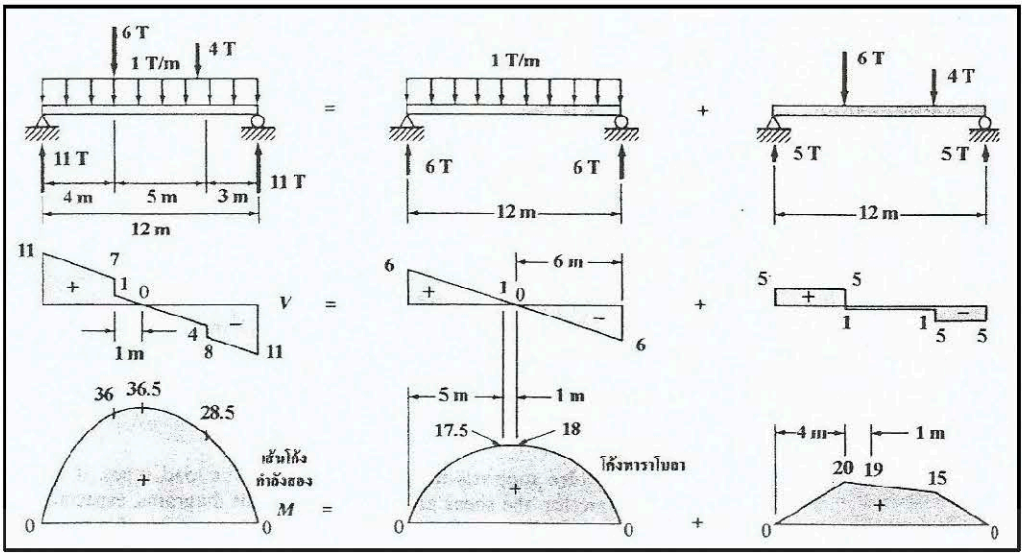
จ. ที่รองรับของคานแบบบานพับภายใน โมเมนต์ดัดมีค่าเท่ากับศูนย์

3) หลักการรวมผล

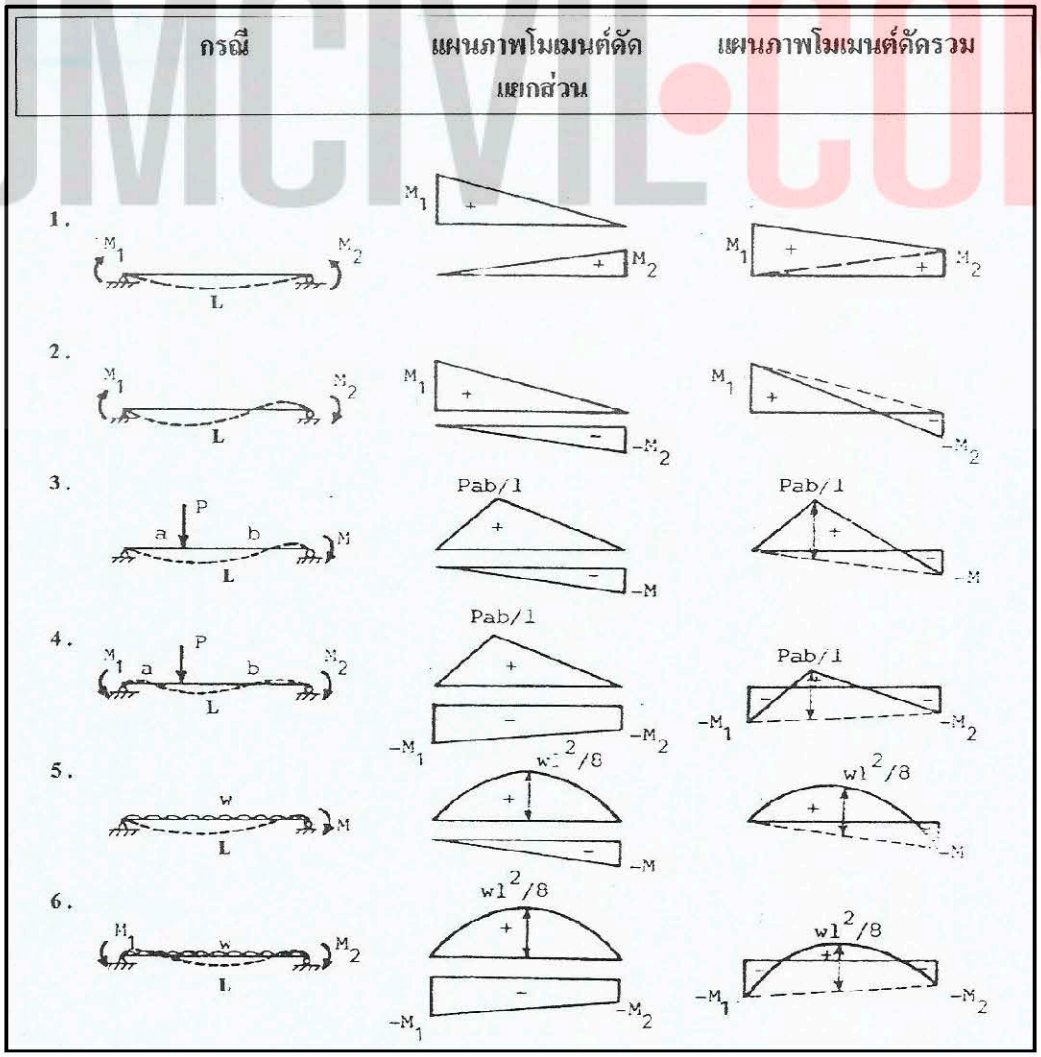
เราสามารถใช้หลักการรวมผล/ทับซ้อน (principle of superposition) ในการเขียน BMD ได้เป็นอย่างดี โดยหลักการมีอยู่ว่าเราสามารถหาโมเมนต์ดัดของคานเมื่อรับหลายน้ำหนักได้โดยการแบ่งคานให้รับน้ำหนักบรรทุกย่อยๆ ซึ่งอยู่ในรูปแบบที่คำนวณหา

TUMCIVIL.COM

ค่าได้ง่าย แล้วนำค่าโมเมนต์ดัดมารวมกัน (ตามเครื่องหมาย) ก็จะได้โมเมนต์ของคาน เมื่อรับหลายน้ำหนักนั้นได้ ตัวอย่างดังรูป



และในการเขียน BMD สามารถเขียนแบบแยกส่วน (by part) ได้ดังรูป

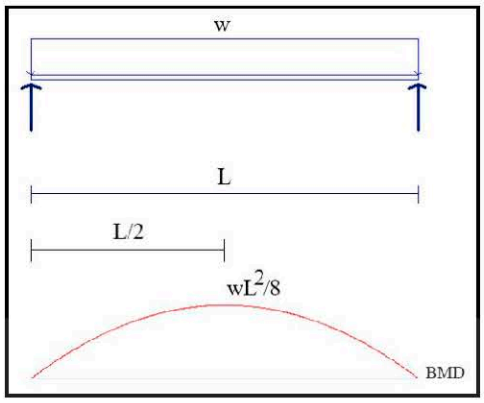


TUMCIVIL.COM

4) จำสูตรพื้นฐาน

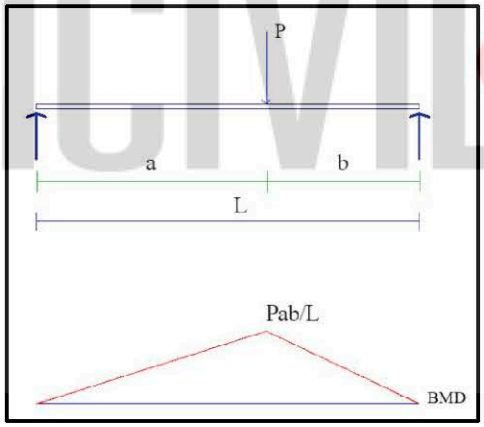
เมื่อเราใช้หลักการรวมผล พอแบ่งคานออกมาให้รับน้ำหนักบรรทุกย่อยๆ แล้ว BMD ของคานนั้นควรเป็นรูปพื้นฐานที่เราสามารถจำได้โดยไม่ยาก เพราะใช้บ่อย ซึ่งมีอยู่ 3 รูปคือ

ก. คานรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายเต็มช่วงคาน (w)

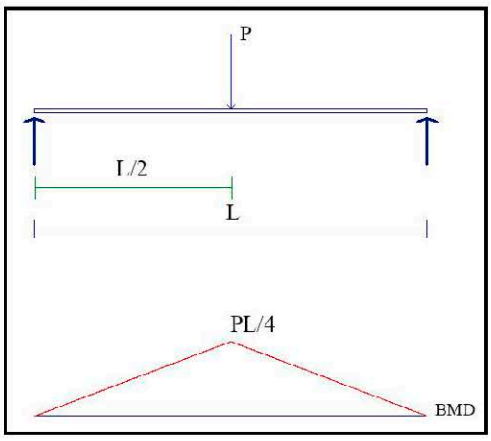


TUMCIVIL.COM

ข. คานรับน้ำหนักบรรทุกแบบแบบจุด (P) ไม่ตรงกลางคาน

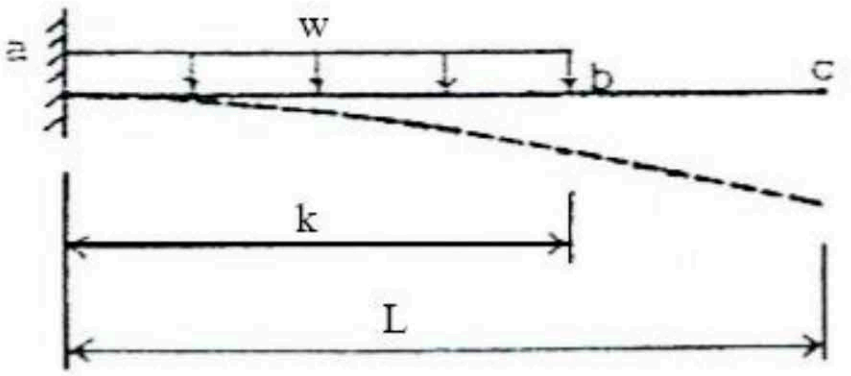


ค. คานรับน้ำหนักบรรทุกแบบแบบจุด (P) ตรงกลางคาน



<u>ตัวอย่าง</u> เขียน BMD ของคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป

1)



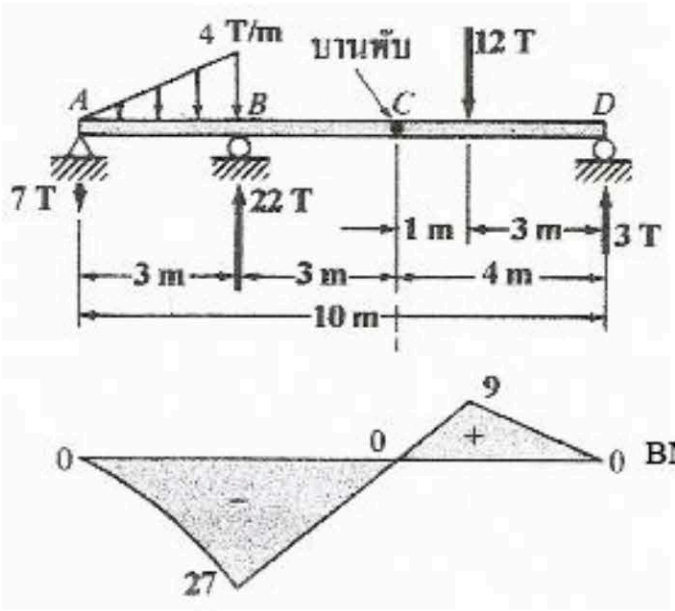
อธิบาย

- คานยื่นรับน้ำหนักบรรทุกทำให้เกิดการแอ่นตัวโค้งขึ้นทั้งหมด แสดงว่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นจะมีค่าลบทั้งหมด ตามเครื่องหมายของโมเมนต์ดัด

- น้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ BMD เป็นเส้นโค้ง

TUMCIVIL.COM

2)

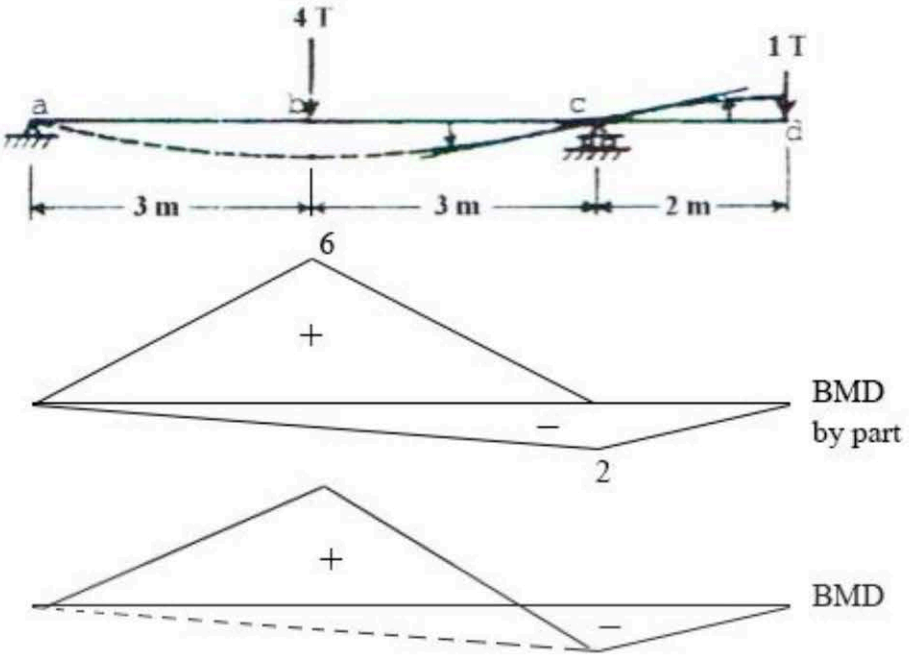


อธิบาย

- M = 0 ที่จุด C
- สามารถแบ่งการเขียน BMD ได้เป็นช่วง ABC และ CD นำมาต่อกัน
- BMD ช่วง AB เป็นเส้นโค้ง แต่จะมีค่าบวกบ้างหรือค่าลบทั้งหมด พิจารณาได้จากค่าแรงปฏิกิริยาที่ A จากตัวอย่างได้ค่า 7 T ทิศทางลง แสดงว่า BMD ช่วง AB มีค่าเป็นลบทั้งหมด
- BMD ช่วง BC เป็นเส้นตรงที่มีความชันโดยมีค่าศูนย์ที่ C
- ค่า M ที่ B คำนวณได้จาก -7(3) – [0.5(3)(4)](1) = -27
- BMD ช่วง CD เป็นรูปสามเหลี่ยมเพราะรับ point load ซึ่งคำนวณค่า M สูงสุดได้เท่ากับ 12(1)(3)/4 = 9

TUMCIVIL.COM

3)

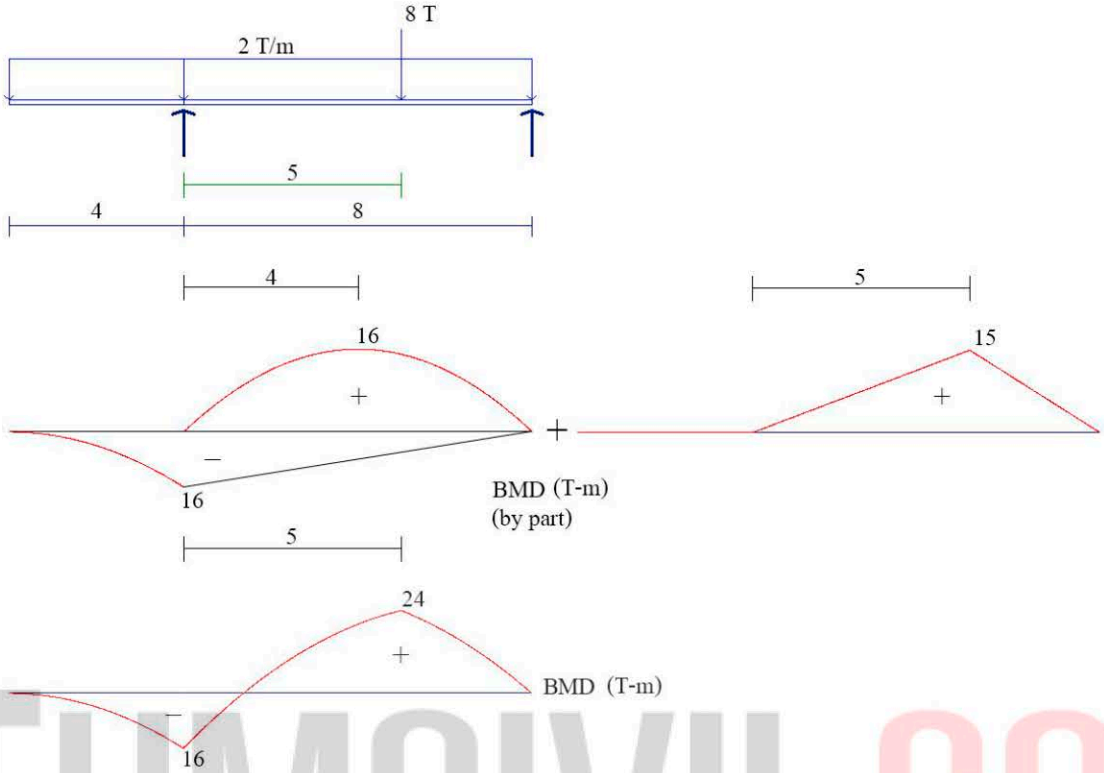


TUMCIVIL.COM

อธิบาย

- เขียน BMD แบบ by part คือแบ่งการเขียนเป็น 2 น้ำหนักบรรทุก
- ค่า M ที่จุด b เท่ากับ 4(6)/4 = 6
- ค่า M ที่จุด c เท่ากับ –1(2) = -2
- สามารถเขียน BMD ปกติ ได้จากนำฐานของ BMD เนื่องจากนน. 4 T มาซ้อนทับกับฐานของ BMD เนื่องจากนน. 1 T โดยตำแหน่งใดที่มีทั้งค่าบวกและค่าลบ ตำแหน่งนั้นค่าจะหักล้างกันเป็นศูนย์ (ตามเส้นประ)

4)



TUMCIVIL.COM

อธิบาย

- แนวทางเดียวกับข้อ 3 แต่แยกส่วนได้เป็น 3 น้ำหนักบรรทุก
- ที่ BMD แบบ by part

  M สูงสุดเนื่องจาก uniform load ช่วงในมีค่าเท่ากับ $2(8)^2/8 = 16$

  M สูงสุดเนื่องจาก uniform load ช่วงนอกมีค่าเท่ากับ $-2(4)^2/2 = -16$

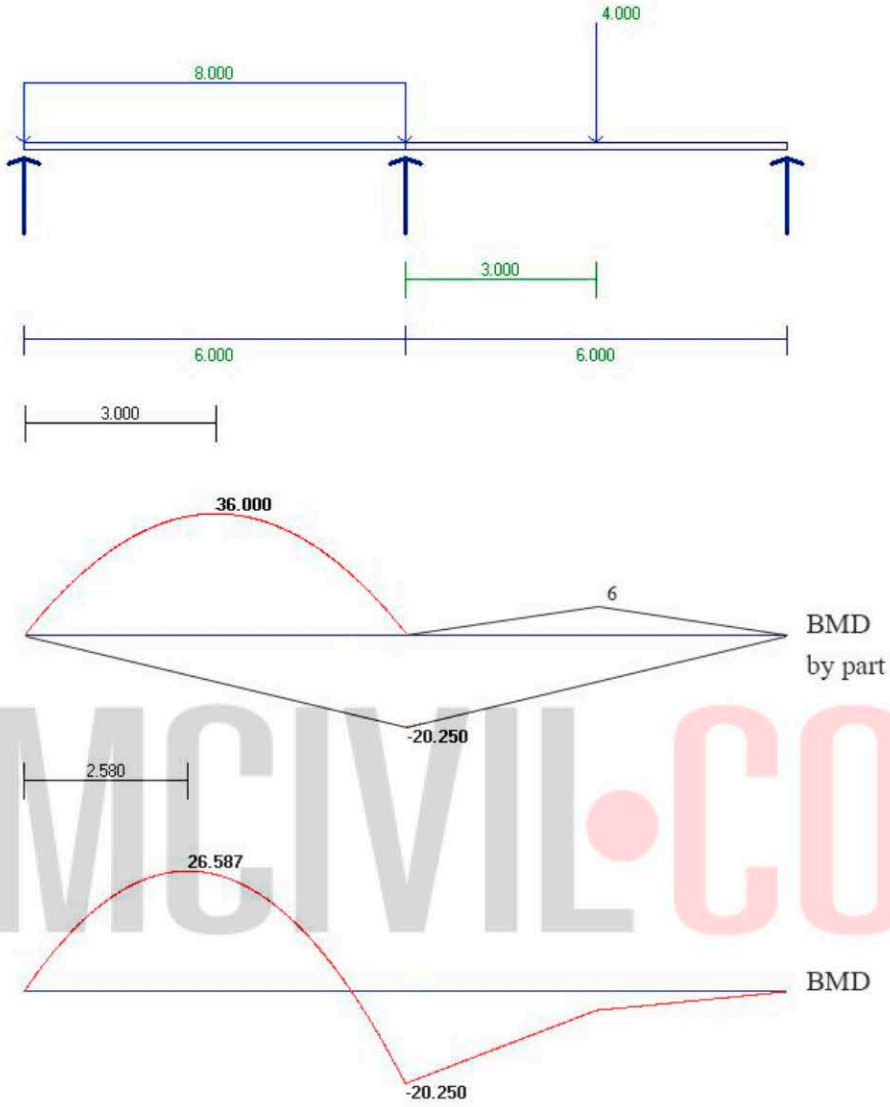
  M สูงสุดเนื่องจาก point load ช่วงในมีค่าเท่ากับ $8(5)(3)/8 = 15$

- ที่ BMD ปกติ

  ค่า M- สูงสุดเท่ากับ -16 เพราะเมื่อซ้อนทับกันแล้ว ไม่มีการหักล้างค่าบวกและค่าลบ

  M+ มีค่าสูงสุดที่ตำแหน่ง point load กระทำ

5) เมื่อทราบค่าโมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับช่วงในเท่ากับ -20.250



TUMCIVIL.COM

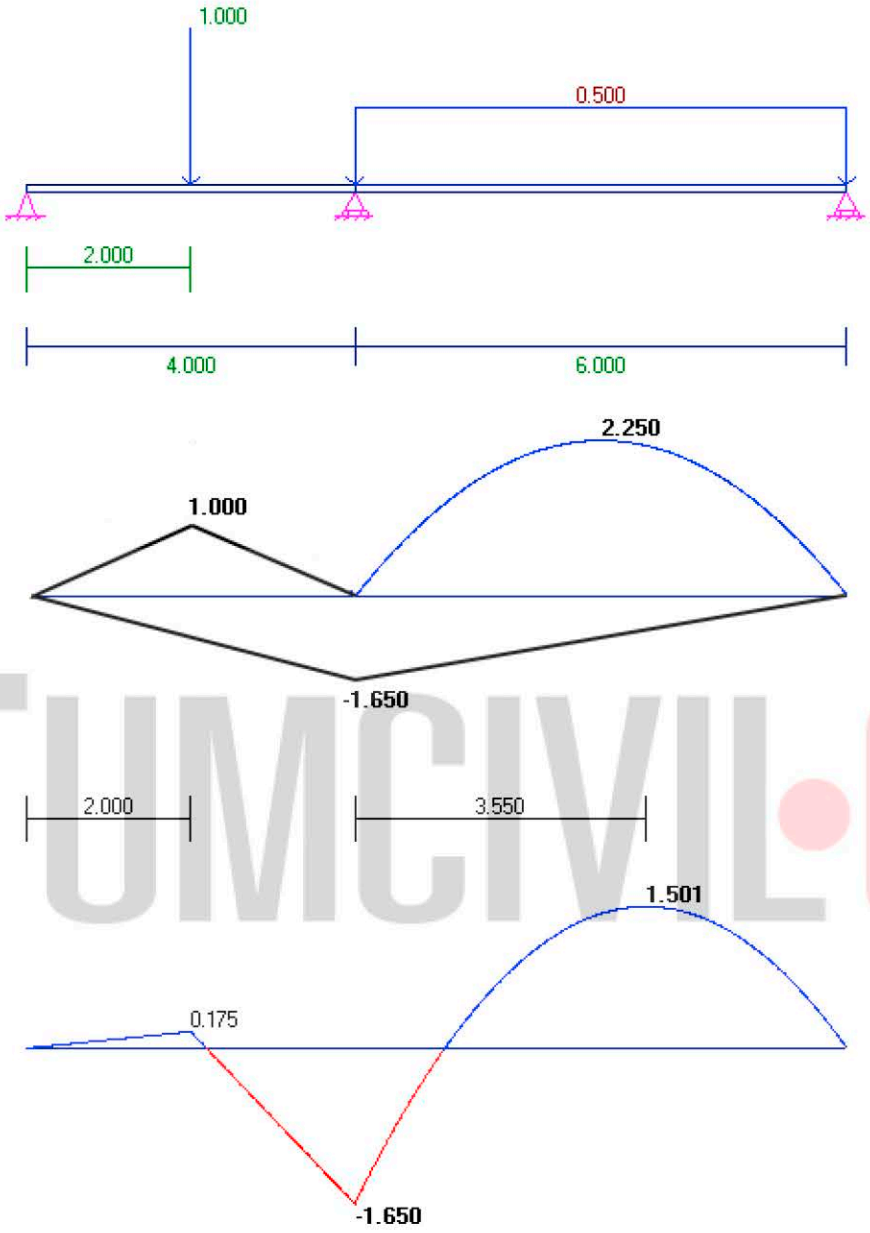
อธิบาย

- ถ้าเป็นคานแบบอินดีเทอร์มิเนท เมื่อวิเคราะห์โครงสร้างได้ค่า M ณ ที่รองรับแล้ว ก็สามารถใช้แนวทางที่อธิบายมาในบทนี้ได้
- เขียน BMD แบบ by part โดยแบ่งเป็น 3 กรณี คือ uniform load , point load และ M- ณ ที่รองรับ โดย

  M สูงสุดเนื่องจาก uniform load มีค่าเท่ากับ $8(6)^2/8 = 36$

  M สูงสุดเนื่องจาก point load มีค่าเท่ากับ $4(6)/4 = 6$
- สามารถเขียน BMD ปกติ ได้จากนำฐานของ BMD เนื่องจาก uniform load และ point load มาซ้อนทับกับฐานของ BMD เนื่องจาก M- ณ ที่รองรับ

6) เมื่อทราบค่าโมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับช่วงในเท่ากับ -1.650



TUMCIVIL.COM

อธิบาย

- แนวทางเดียวกับข้อ 5 แต่มีข้อแตกต่างที่ BMD ปกติ ค่า M ที่ตำแหน่ง point load มีค่าบวก ซึ่งขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยคือ ค่าน้ำหนักบรรทุก หรือตำแหน่งที่น้ำหนักกระทำ หรือความยาวคาน ซึ่งสามารถหาค่าได้จาก BMD by part คือ 1 + (2/4)(-1.650) เท่ากับ 0.175

สมการสามโมเมนต์ : รูปแบบใหม่

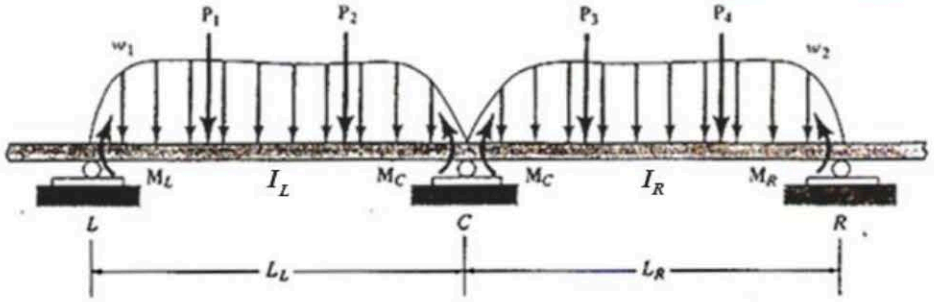
ความนำ

บทนี้กล่าวถึงวิธีวิเคราะห์โครงสร้างคานแบบอินดีเทอร์มิเนตแบบหนึ่งที่ชื่อ สมการสามโมเมนต์ (Three Moment Equation) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะมากสำหรับวิเคราะห์คานต่อเนื่อง แต่ในปัจจุบันวิธีนี้ไม่ค่อยพบในตำราวิเคราะห์โครงสร้างฉบับพิมพ์ใหม่ อาจเป็นเพราะวิธีการวิเคราะห์ตามรูปแบบเดิมที่หากจำนวนคานมากขึ้น ก็ทำให้การคำนวณมีความซับซ้อนขึ้น แต่ผู้เขียนได้คิดค้นเทคนิคการคำนวณโดยใช้สมการสามโมเมนต์นี้ให้กระชับและรวดเร็วกว่าเดิม จึงนำมาเสนอในบทนี้ และขอเรียกว่าเป็น “รูปแบบใหม่” ของสมการสามโมเมนต์

TUMCIVIL.COM

ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยใช้สมการสามโมเมนต์

พิจารณาคานต่อเนื่อง 2 ช่วงรับน้ำหนักบรรทุกใดๆ ดังรูป



เมื่อคานใช้วัสดุเดียวกันตลอด (ค่า E คงที่) สมมติฐานที่รองรับเป็นแบบยึดหมุน (หากที่รองรับที่ปลายเป็นแบบยึดแน่น จะมีวิธีในการประยุกต์เพื่อใช้สมการสามโมเมนต์ได้ ดูรายละเอียดในตัวอย่างที่ 2) และไม่พิจารณาการทรุดตัวของคาน ขั้นตอนการวิเคราะห์คานโดยใช้สมการสามโมเมนต์ ทำได้โดย

1. พิจารณาคานทีละ 2 ช่วงที่อยู่ติดกัน จากซ้ายไปขวา แล้วใช้สมการดังนี้ กำหนดให้ครบทุกคาน

ก) ถ้าค่า I_L และ I_R ไม่เท่ากัน

$$\frac{M_L L_L}{I_L} + 2M_C\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + \frac{M_R L_R}{I_R} = -\frac{L_o}{I_L} - \frac{R_o}{I_R}$$

ข) ถ้าค่า I_L และ I_R เท่ากัน

$$M_L L_L + 2M_C(L_L + L_R) + M_R L_R = -L_o - R_o$$

โดย

M_L , M_C และ M_R คือ โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับด้านซ้าย ตรงกลาง และด้านขวา ตามลำดับ ของช่วงคานที่พิจารณา

L_L และ L_R ความยาวของช่วงซ้ายและขวาตามลำดับ ของช่วงคานที่พิจารณา

I_L และ I_R โมเมนต์ของความเฉื่อยช่วงซ้ายและขวาตามลำดับ ของช่วงคานที่พิจารณา

L_o และ R_o ค่าคงที่กรณีน้ำหนักบรรทุกแบบต่างๆ หาได้จากตารางที่ 1

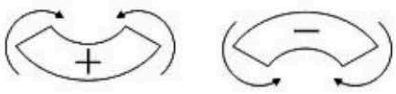
2. สำหรับที่รองรับภายนอกทั้งด้านซ้ายและขวา เราสามารถทราบค่าได้โดย

2.1 ถ้าไม่มีช่วงยื่น โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับมีค่าเท่ากับ 0

2.2 ถ้ามีช่วงยื่น โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับมีค่าเท่ากับ โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกของช่วงยื่นนั้น ซึ่งน้ำหนักบรรทุกโดยทั่วไปมีทิศทางลง ดังนั้น โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับโดยทั่วไปจึงมีค่าลบ

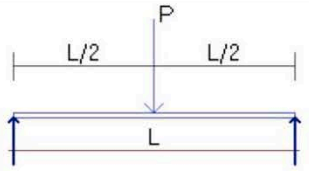
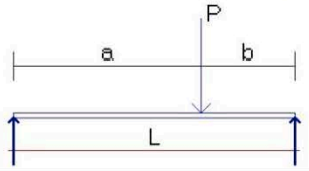
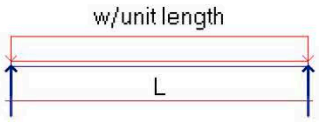
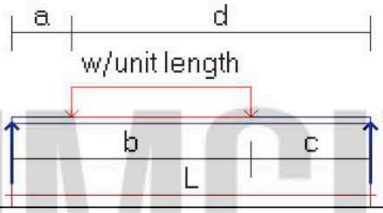
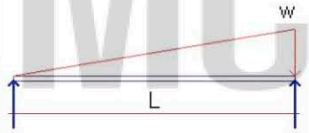
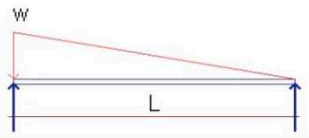
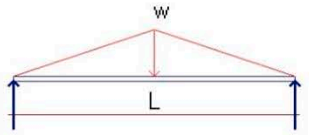
3. แก้สมการหาค่าโมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับภายในได้

เครื่องหมายของโมเมนต์ดัดในสมการสามโมเมนต์ใช้เครื่องหมายเดียวกันกับโมเมนต์ดัด คือ



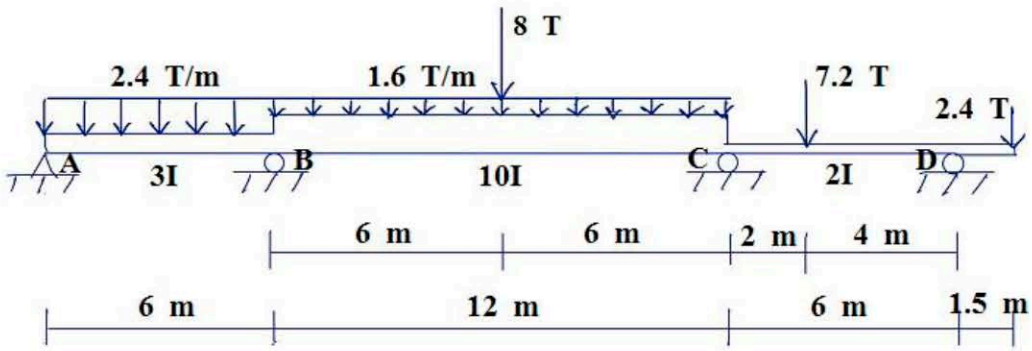
TUMCIVIL.COM

ตารางที่ 1 ค่า L_o และ R_o

รูปแบบของน้ำหนักบรรทุก	L_o	R_o
	$\frac{3PL^2}{8}$	$\frac{3PL^2}{8}$
	$\frac{Pa}{L}(L^2-a^2)$	$\frac{Pb}{L}(L^2-b^2)$
	$\frac{wL^3}{4}$	$\frac{wL^3}{4}$
	$\frac{w}{4L}[b^2(2L^2-b^2) - a^2(2L^2-a^2)]$	$\frac{w}{4L}[d^2(2L^2-d^2) - c^2(2L^2-c^2)]$
	$\frac{8wL^3}{60}$	$\frac{7wL^3}{60}$
	$\frac{7wL^3}{60}$	$\frac{8wL^3}{60}$
	$\frac{5wL^3}{32}$	$\frac{5wL^3}{32}$

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 1 วิเคราะห์หา M ณ ที่รองรับของโครงสร้างคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป



วิธีทำ

$$\frac{M_L L_L}{I_L} + 2M_C\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + \frac{M_R L_R}{I_R} = -\frac{L_O}{I_L} - \frac{R_O}{I_R}$$

ช่วงคาน ABC

$$\frac{M_A(6)}{3I} + 2M_B\left(\frac{6}{3I} + \frac{12}{10I}\right) + \frac{M_C(12)}{10I} = -\frac{2.4(6^3)}{4(3I)} - \left(\frac{1.6(12^3)}{4(10I)} + \frac{3(8)(12^2)}{8(10I)}\right)$$

$M_A = 0$

คูณตลอด

$$6.4\ M_B + 1.2\ M_C = -43.2 - 112.32 = -155.52 \quad (1)$$

ช่วงคาน BCD

$$\frac{M_B(12)}{10I} + 2M_C\left(\frac{12}{10I} + \frac{6}{2I}\right) + \frac{(-3.6)(6)}{2I} = -\left(\frac{1.6(12^3)}{4(10I)} + \frac{3(8)(12^2)}{8(10I)}\right) - \frac{(7.2)(4)(6^2-4^2)}{6(2I)}$$

คูณตลอด

$$1.2\ M_B + 8.4\ M_C = -112.32 - 48 + 10.8 = -149.52 \quad (2)$$

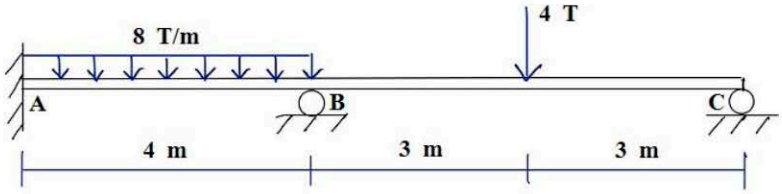
แก้สมการ (1) และ (2)

$$\therefore \quad M_B = -21.539 \text{ T·m}$$

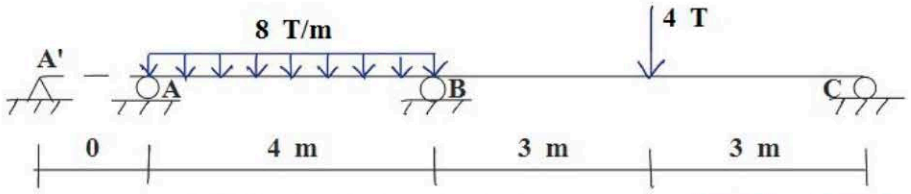
$$M_C = -14.723 \text{ T·m}$$

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 2 วิเคราะห์หา M ณ ที่รองรับของโครงสร้างคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป กำหนด I คงที่



วิธีทำ ในกรณีของที่รอบรับแบบยึดแน่น เช่นที่จุด A นี้ จะใช้วิธีขยายคานออกไปเป็นช่วงปลายแบบจินตภาพ (imaginary end span) ที่มีความยาวเท่ากับศูนย์ เพื่อให้สามารถจัดรูปของสมการสามโมเมนต์ได้ โดยมีที่รองรับเป็นแบบยึดหมุน (pin)



จากโจทย์ I คงที่ ดังนั้น

$$M_L L_L + 2M_C(L_L + L_R) + M_R L_R = -6_{L_O} - 6_{R_O}$$

ช่วงคาน A′AB

$$M_A(0) + 2M_A(0+4) + M_B(4) = -6_{L_O} - 6_{R_O}$$

$$8M_A + 4M_B = -0 - \frac{8(4)^3}{4}$$

$$8M_A + 4M_B = -128 \quad (1)$$

ช่วงคาน ABC

$$M_A(4) + 2M_B(4+6) + \cancel{M_C(6)}^{\,0} = -6_{L_O} - 6_{R_O}$$

$$4M_A + 20M_B = -\frac{8(4)^3}{4} - \frac{3(4)(6)^2}{8}$$

$$4M_A + 20M_B = -182 \quad (2)$$

แก้สมการ (1) และ (2)

M_A = -12.722 T-m

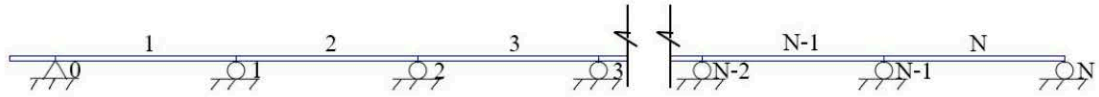
M_B = -6.556 T-m

TUMCIVIL.COM

รูปแบบใหม่ของสมการสามโมเมนต์

หัวข้อนี้นำเสนอรูปแบบใหม่ของสมการสามโมเมนต์ที่พัฒนาโดยผู้เขียน ซึ่งเป็นการนำสมการสามโมเมนต์มาจัดอยู่ในรูปเมตริกซ์เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณและลดขั้นตอนลงไปได้อย่างมาก ทำให้การวิเคราะห์โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับด้วยมือ รวดเร็วขึ้นอย่างมาก และได้ค่าที่แม่นตรง (exact) ด้วย อีกทั้งยังสามารถนำขั้นตอนนี้ไปพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์โครงสร้างได้อีกด้วย

พิจารณาคานรับน้ำหนักบรรทุกใดๆ จำนวน N ช่วง ดังรูป



จากรูป แสดงถึงคาน 3 ช่วงแรก และละไว้ในช่วงอื่น จนถึง 2 ช่วงท้ายคือ N-1 และ N โดยอาจมีช่วงยื่นปลายหรือไม่ก็ได้ ซึ่งจากรูปสมมติให้มีช่วงปลายยื่นซ้าย ส่วนปลายขวาไม่มีช่วงยื่น แล้วกำหนดให้

ความยาวคานแต่ละช่วง (ไม่รวมช่วงยื่น) จากซ้ายไปขวา เท่ากับ L_1, L_2, L_3, ..., $L_{(N-1)}$ ถึง L_N ตามลำดับ

โมเมนต์ความเฉื่อยของคานแต่ละช่วง(ไม่รวมช่วงยื่น) จากซ้ายไปขวา เท่ากับ I_1, I_2, I_3, ..., $I_{(N-1)}$ ถึง I_N ตามลำดับ

โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับ จากซ้ายไปขวา เท่ากับ M_0, M_1, M_2, M_3, ..., $M_{(N-1)}$ ถึง M_N ตามลำดับ

จากสมการสามโมเมนต์

$$\frac{M_L L_L}{I_L} + 2M_C\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + \frac{M_R L_R}{I_R} = -\frac{L_O}{I_L} - \frac{R_O}{I_R}$$

กำหนดให้

$$a_i = \frac{Li}{Ii}$$

$$k_i = -\frac{L_O i}{Ii} - \frac{R_O(i+1)}{I(i+1)}$$

โดยที่ i คือจำนวนช่วงคาน (ไม่รวมช่วงยื่น) จากซ้ายไปขวาตามลำดับ

TUMCIVIL.COM

ดังนั้น พิจารณาคานทีละ 2 ช่วง จากซ้ายไปขวา จะได้ว่า

ช่วงคาน 1_2

$$M_0a_1 + 2M_1(a_1 + a_2) + M_2a_2 = k_1$$

เพราะว่า M_0 หาค่าได้ โดย

ถ้าไม่มีช่วงยื่น M_0 เท่ากับ 0 ตามสมมติฐานของที่รองรับแบบยึดหมุน (pin)

ถ้ามีช่วงยื่น M_0 เท่ากับ โมเมนต์ดัดต้านทานโมเมนต์ของน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่กระทำต่อช่วงยื่นของคาน (มีค่าเท่ากันทิศทางตรงกันข้าม) ซึ่งถ้าน้ำหนักบรรทุกโดยทั่วไปคือกระทำในแนวดิ่งทิศทางลงแล้ว M_0 จะมีค่าลบ

ดังนั้น

$$2M_1(a_1 + a_2) + M_2a_2 = k_1 - M_0a_1$$

ช่วงคาน 2_3

$$M_1a_2 + 2(a_2 + a_3)M_2 + M_3a_3 = k_2$$

_ _ _ _ _ _ (รูปสมการมีลักษณะอนุกรมในช่วงคานภายในอื่น คล้ายกับช่วงคาน 2_3)

ช่วงคาน (N-1)_N

$$M_{(N-2)}a_{(N-1)} + 2M_{(N-1)}(a_{(N-1)} + a_N) + M_Na_N = k_{(N-1)}$$

เพราะว่า M_N หาค่าได้ ในทำนองเดียวกับ M_0

ดังนั้น

$$M_{(N-2)}a_{(N-1)} + 2(a_{(N-1)} + a_N)M_{(N-1)} = k_{(N-1)} - M_Na_N$$

TUMCIVIL.COM

จัดรูปเมตริกซ์ของสมการสามโมเมนต์ทุกช่วงคานได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 2(a_1+a_2) & a_2 & 0 & 0 \\ a_2 & 2(a_2+a_3) & a_3 & --- \\ & \textit{สมมาตรแนวทแยง} & --- & a_{(N-1)} \\ & & & 2[a_{(N-1)}+a_N] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ --- \\ M_{(N-1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 - M_0 a_1 \\ k_2 \\ --- \\ k_{(N-1)} - M_N a_N \end{Bmatrix}$$

นั่นคือ $[A]_{N-1,N-1}\{M\}_{N-1} = \{K\}_{N-1}$

ดังนั้น $$\{M\}_{N-1} = [A]^{-1}_{N-1,N-1}\{K\}_{N-1}$$

โดย

N คือ จำนวนช่วงคาน (ไม่ต้องนับช่วงปลายยื่นถ้ามี)

$$a_i = \frac{Li}{Ii}$$

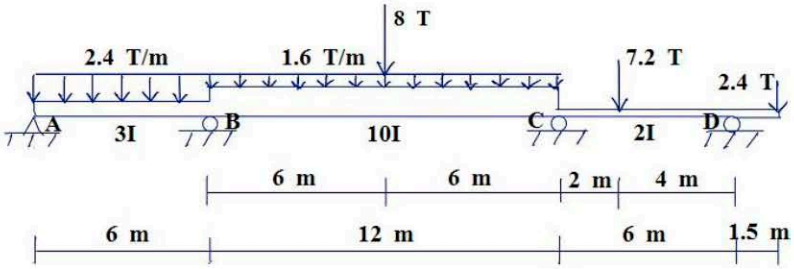
$$k_i = -\frac{L_o i}{Ii} - \frac{R_o(i+1)}{I(i+1)}$$

สรุปขั้นตอน

1. พิจารณาจำนวนช่วงคาน (N) โดยไม่ต้องนับช่วงปลายยื่น (ถ้ามี)
2. โมเมนต์ดัด (M) ณ ที่รองรับมีจำนวนเท่ากับ N+1 โดยกำหนดเริ่มลำดับที่ M_0 ถึง M_N จากซ้ายไปขวา (ในทางปฏิบัติอาจกำหนดเป็นตัวอักษรก็ได้ แต่เรียงลำดับจากซ้ายไปขวา)
3. M ที่ไม่ทราบค่า คือ M ของที่รองรับภายใน มีจำนวนเท่ากับ N-1 ตั้งแต่ M_1 ถึง M_{N-1} ได้เมตริกซ์ {M} ขนาด (N-1) x 1
4. เมตริกซ์ [A] มีขนาด (N-1) x (N-1)
5. เมตริกซ์ {K} มีขนาด (N-1) x 1
6. M_0 (ที่รองรับปลายซ้าย) และ M_N (ที่รองรับปลายขวา) จะทราบค่าโดย
   - 6.1 ถ้าไม่มีช่วงปลายยื่น มีค่าเท่ากับ 0
   - 6.2 ถ้ามีช่วงปลายยื่น มีค่าเท่ากับโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ ณ ช่วงปลายยื่นนั้น แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ซึ่งโดยทั่วไป M ณ ที่รองรับช่วงปลายยื่นมีค่าเป็นลบ
7. จัดรูปเมตริกซ์ ตามสมการ (ค)
8. แก้สมการได้คำตอบ {M}

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 3 วิเคราะห์หา M ณ ที่รองรับของโครงสร้างคานจากตัวอย่างที่ 1 ดังรูป



วิธีทำ

$$\begin{Bmatrix} M_B \\ M_C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\left(\frac{L1}{I1}+\frac{L2}{I2}\right) & \frac{L2}{I2} \\ \frac{L2}{I2} & 2\left(\frac{L2}{I2}+\frac{L3}{I3}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -\frac{L_o 1}{I1}-\frac{R_0 2}{I2}-M_A\frac{L1}{I1} \\ -\frac{L_o 2}{I2}-\frac{R_0 3}{I3}-M_D\frac{L3}{I3} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\left(\frac{6}{3}+\frac{12}{10}\right) & \frac{12}{10} \\ \frac{12}{10} & 2\left(\frac{12}{10}+\frac{6}{2}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -\frac{2.4(6^3)}{4(3)}-\left(\frac{1.6(12^3)}{4(10)}+\frac{3(8)(12^2)}{8(10)}\right)-(0)\frac{6}{3} \\ -\left(\frac{1.6(12^3)}{4(10)}+\frac{3(8)(12^2)}{8(10)}\right)-\frac{(7.2)(4)(6^2-4^2)}{6(2I)}-(-3.6)\frac{6}{2} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.4 & 1.2 \\ 1.2 & 8.4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -155.52 \\ -149.52 \end{Bmatrix}$$

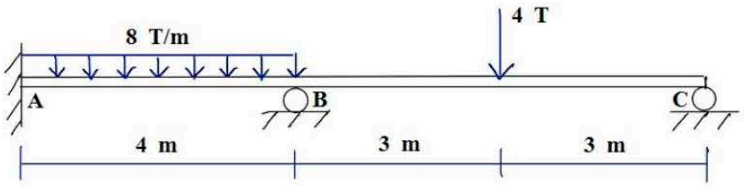
$$\begin{Bmatrix} M_B \\ M_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -21.539 \\ -14.723 \end{Bmatrix} \text{ T·m}$$

TUMCIVIL.COM

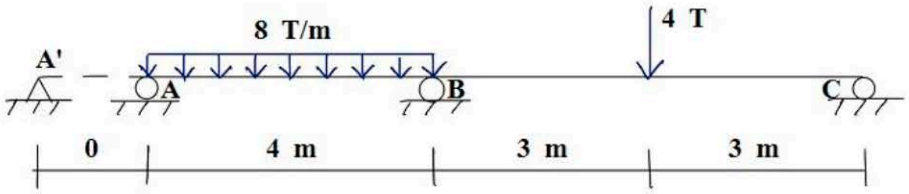
อธิบาย

1. คานมีจำนวนช่วง (N) เท่ากับ 3
2. ดังนั้น M ณ ที่รองรับมีจำนวน N+1 เท่ากับ 4 เริ่มที่ M_0 ถึง M_3 จากซ้ายไปขวา
2. M ที่ไม่ทราบค่ามีจำนวน N-1 เท่ากับ 2 ได้แก่ M ของที่รองรับภายใน คือ M_1 (M_B) และ M_2 (M_C) โดย [A] เป็นเมตริกซ์ 2x2 และ {K} เป็นเมตริกซ์ 2x1
3. ทราบค่า M_0 (M_A) เท่ากับ 0 เพราะไม่มีช่วงยื่น และ M_3 (M_D) ต้านทานโมเมนต์ของน้ำหนักบรรทุกช่วงยื่น เท่ากับ -2.4(1.5) เท่ากับ -3.6 T·m
4. คานแต่ละช่วงค่า I ไม่เท่ากันโดยเทียบเป็นสัดส่วน (ไม่ได้ให้มาเป็นค่าตัวเลข) ดังนั้นเทียบ I เท่ากับ 1 แล้วใส่เฉพาะค่าสัดส่วนลงไปในเมตริกซ์ A

ตัวอย่างที่ 4 วิเคราะห์หา M ณ ที่รองรับของโครงสร้างคานจากตัวอย่างที่ 2 ดังรูป



วิธีทำ ขยายคานช่วง A ออกไปเป็นช่วงปลายแบบจินตภาพ ที่มีความยาวเท่ากับศูนย์ โดยมีที่รองรับเป็นแบบยึดหมุน (pin)



$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(0+4) & 4 \\ 4 & 2(4+6) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -0 - \frac{8(4^3)}{4} - M_{A'}(0) \\ -\frac{8(4^3)}{4} - \frac{3(4)6^2}{8} - 0(6) \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -128 \\ -149.52 \end{Bmatrix}$$

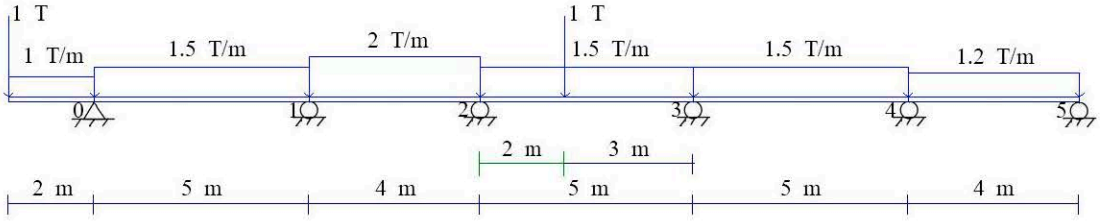
$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -12.723 \\ -6.556 \end{Bmatrix} \text{ T·m}$$

อธิบาย

1. คานมีจำนวนช่วง (N) เท่ากับ 3 (รวมช่วงจินตภาพด้วย)
2. M ณ ที่รองรับมีจำนวน N+1 เท่ากับ 4 เริ่มที่ $M_{A'}$ (M_0)ถึง M_C (M_3) จากซ้ายไปขวา
2. M ที่ไม่ทราบค่ามีจำนวน N-1 เท่ากับ 2 ได้แก่ M ของที่รองรับภายใน คือ M_A และ M_B โดย [A] เป็นเมตริกซ์ 2x2 และ {K} เป็นเมตริกซ์ 2x1
3. ช่วงคานที่ 1 เป็นช่วงจินตภาพ กำหนดความยาวเท่ากับ 0 ดังนั้น $M_{A'}$ จึงเท่ากับ 0 (นั่นคือ $M_{A'}$ เป็น M จินตภาพ) และ M_C เท่ากับ 0 เพราะเป็นที่รองรับแบบยึดหมุน
4. คานแต่ละช่วงค่า I เท่ากัน ดังนั้น จึงสามารถตัดตัวหาร I ออกได้หมดทุกตำแหน่ง (หรืออาจกล่าวว่า เทียบ I เท่ากับ 1)

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 5 วิเคราะห์โครงสร้างคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป กำหนด I คงที่



วิธีทำ

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(5+4) & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 2(4+5) & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 2(5+5) & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 2(5+4) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -\frac{1.5(5^3)}{4} - \frac{2(4^3)}{4} - (-4)(5) \\ -\frac{2(4^3)}{4} - \left(\frac{1.5(5^3)}{4} + \frac{1(3)(5^2-3^2)}{5}\right) \\ -\left(\frac{1.5(5^3)}{4} + \frac{1(2)(5^2-2^2)}{5}\right) - \frac{1.5(5^3)}{4} \\ -\frac{1.5(5^3)}{4} - \frac{1.2(4^3)}{4} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 18 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 20 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 18) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -58.875 \\ -88.475 \\ -102.150 \\ -66.075 \end{Bmatrix}$$

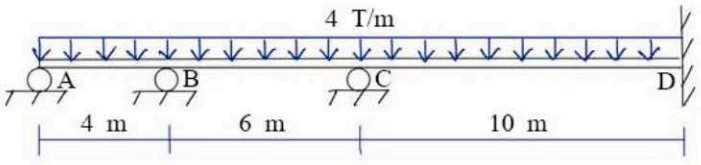
$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2.526 \\ -3.354 \\ -3.601 \\ -2.670 \end{Bmatrix} \text{ T·m}$$

อธิบาย

1. คานมีจำนวนช่วง (N) เท่ากับ 5 (ไม่ต้องนับช่วงยื่น)
2. M ณ ที่รองรับมีจำนวน N+1 เท่ากับ 6 เริ่มที่ M_0 ถึง M_5 จากซ้ายไปขวา
2. M ที่ไม่ทราบค่ามีจำนวน N-1 เท่ากับ 4 ได้แก่ M ของที่รองรับภายใน คือ M_1 ถึง M_4 โดย [A] เป็นเมตริกซ์ 4x4 และ {K} เป็นเมตริกซ์ 4x1
3. M_0 ต้านทานโมเมนต์ของน้ำหนักบรรทุกช่วงยื่น เท่ากับ –[1(2) + (1)(2)(1)] เท่ากับ -4 T·m
4. M_5 เท่ากับ 0 เพราะเป็นที่รองรับแบบยึดหมุน
5. คานแต่ละช่วงค่า I เท่ากัน ดังนั้น จึงสามารถตัดตัวหาร / ออกได้หมดทุกตำแหน่ง

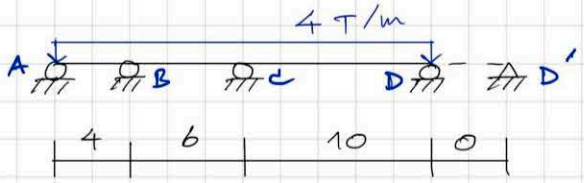
TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 6 วิเคราะห์โครงสร้างคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป กำหนด I คงที่



วิธีทำ

สมมติขยายคานช่วง DD' ออกไป โดยมีความยาวเท่ากับศูนย์



$\therefore M_A = 0$

$$\begin{bmatrix} M_B \\ M_C \\ M_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(4+6) & 6 & 0 \\ 6 & 2(6+10) & 10 \\ 0 & 10 & 2(10+0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{4(4)^3}{4} - \frac{4(6)^3}{4} - \cancel{M_A}^{0}(4) \\ -\frac{4(6)^3}{4} - \frac{4(10)^3}{4} \\ -\frac{4(10)^3}{4} - 0 - \cancel{M_B}^{0}(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 6 & 0 \\ 6 & 32 & 10 \\ 0 & 10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -280 \\ -1216 \\ -1000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6.476 \\ -25.079 \\ -37.460 \end{bmatrix} \text{ T.m} \quad \#$$

TUMEVIL.COM

วิธีกระจายโมเมนต์ : ทำง่ายๆ

ความนำ

วิธีกระจายโมเมนต์ (Moment Distribution Method) เป็นวิธีวิเคราะห์โครงสร้างคานและโครงข้อแข็งแบบอินดีเทอร์มิเนท ที่ถือว่าเหมาะมากในการคำนวณมือ เพราะใช้การบวกลบคูณหารเท่านั้น ไม่ต้องแก้สมการแต่อย่างใด แต่ปัญหาหนึ่งของวิธีนี้คือ รูปแบบการเขียนขั้นตอนการคำนวณ ซึ่งในแต่ละตำราจะมีรูปแบบที่ต่างกันอยู่บ้าง ผู้เขียนจึงขอนำเสนอรูปแบบที่ “ทำง่ายๆ” เพื่อให้การคำนวณทำได้อย่างสะดวกรวดเร็ว

เครื่องหมาย

โมเมนต์ดัด ตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็นบวก $\circlearrowright +$

TUMCIVIL.COM

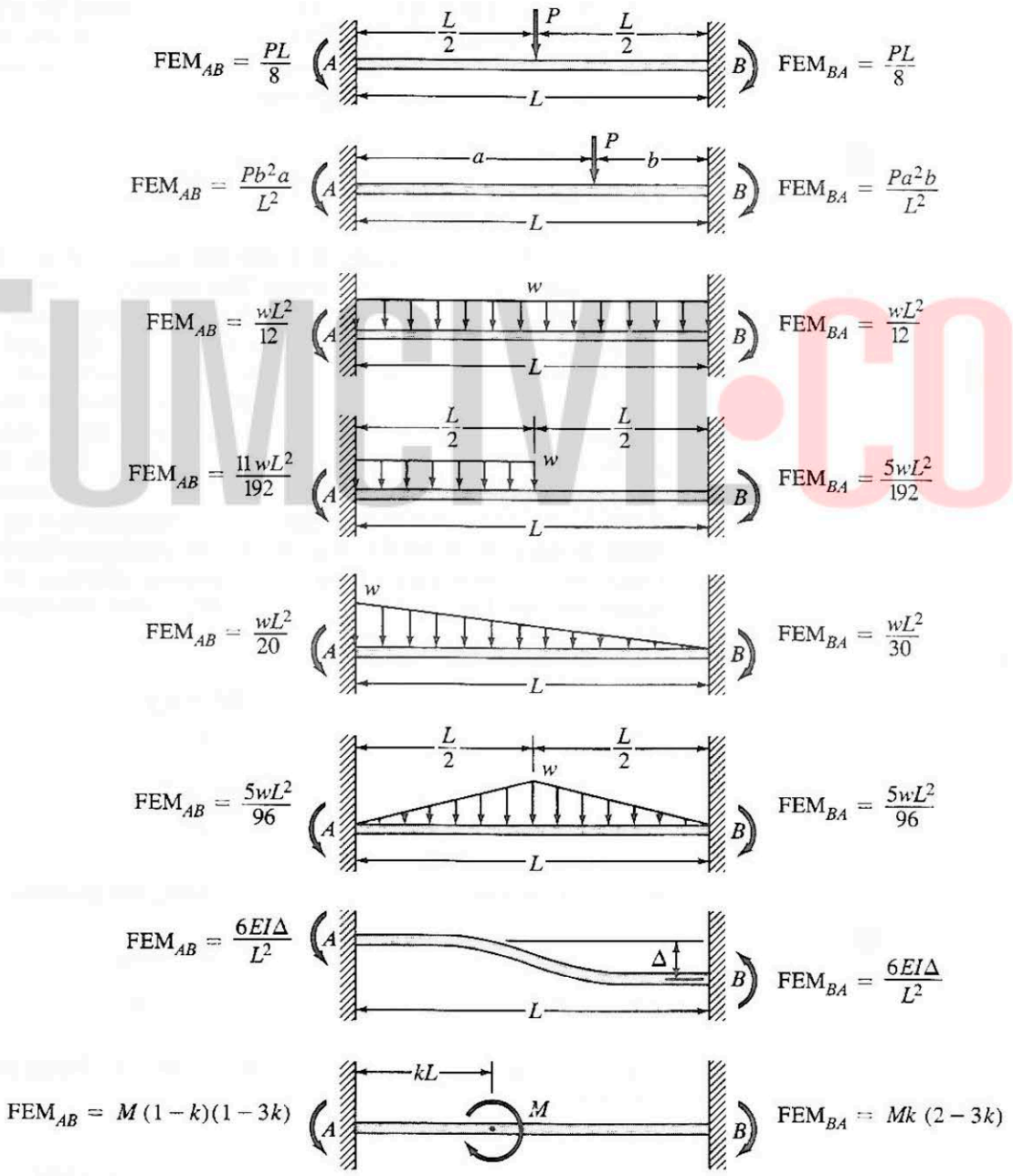
สรุปขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีกระจายโมเมนต์

1. หา K = I/L
2. ถ้าที่รองรับที่ปลายคานเป็นแบบยึดหมุน (Hinge หรือ Roller) สามารถใช้ค่า Modified K $\left(K^M = \frac{3}{4}K\right)$ ที่ชิ้นส่วนนั้น ซึ่งทำให้ส่งถ่ายโมเมนต์นำข้ามจากที่รองรับปลายคานไปที่จุดต่ออีกด้านของชิ้นส่วนนั้นเพียงครั้งเดียว และไม่ต้องส่งถ่ายโมเมนต์นำข้ามกลับไปยังที่รองรับปลายคานนั้น
3. หา DF = K/$\sum$K
4. หา FEM
5. กระจายโมเมนต์ที่แต่ละจุดต่อตามขั้นตอน คือ
   ก) หาโมเมนต์ไม่สมดุลของแต่ละจุดต่อ
   ข) คำนวณโมเมนต์กระจายในแต่ละชิ้นส่วนที่อยู่ติดกับแต่ละจุดต่อนั้น
   ค) นำข้ามค่าครึ่งหนึ่งของโมเมนต์กระจายไปยังจุดต่ออีกด้านหนึ่งของชิ้นส่วนนั้น
   ง) ขั้นตอนที่ ก ถึง ค อาจเรียกว่า ครบรอบ ให้ทำซ้ำขั้นตอนที่ ก ถึง ค จนได้จำนวนรอบตามที่ต้องการ ซึ่งโดยทั่วไปจะทำประมาณสองถึงสามรอบ จะทำให้ได้ค่า

โมเมนต์ดัดที่ใกล้เคียงกับค่าแม่นตรงโดยมีความแตกต่างประมาณ 20 เปอร์เซ็นต์ หรือถ้าหากต้องการค่าที่เท่ากับหรือใกล้เคียงกับค่าแม่นตรงมากขึ้น ก็ทำจำนวนรอบให้มากขึ้นจนกระทั่งค่าเข้าใกล้ศูนย์ทุกจุดต่อ หรือได้ค่าที่ซ้ำกันในแต่ละรอบ

6. หาโมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับ (Final Moments) ที่แต่ละจุดต่อ โดยรวมค่า (ตามเครื่องหมายบวกหรือลบ) ของโมเมนต์ดัดตั้งแต่ FEM ลงมาในแต่ละจุดต่อ

7. เมื่อได้ค่าโมเมนต์ดัดที่จุดต่อแล้ว สามารถวิเคราะห์หาแรงอื่นได้ด้วยสมการสมดุล



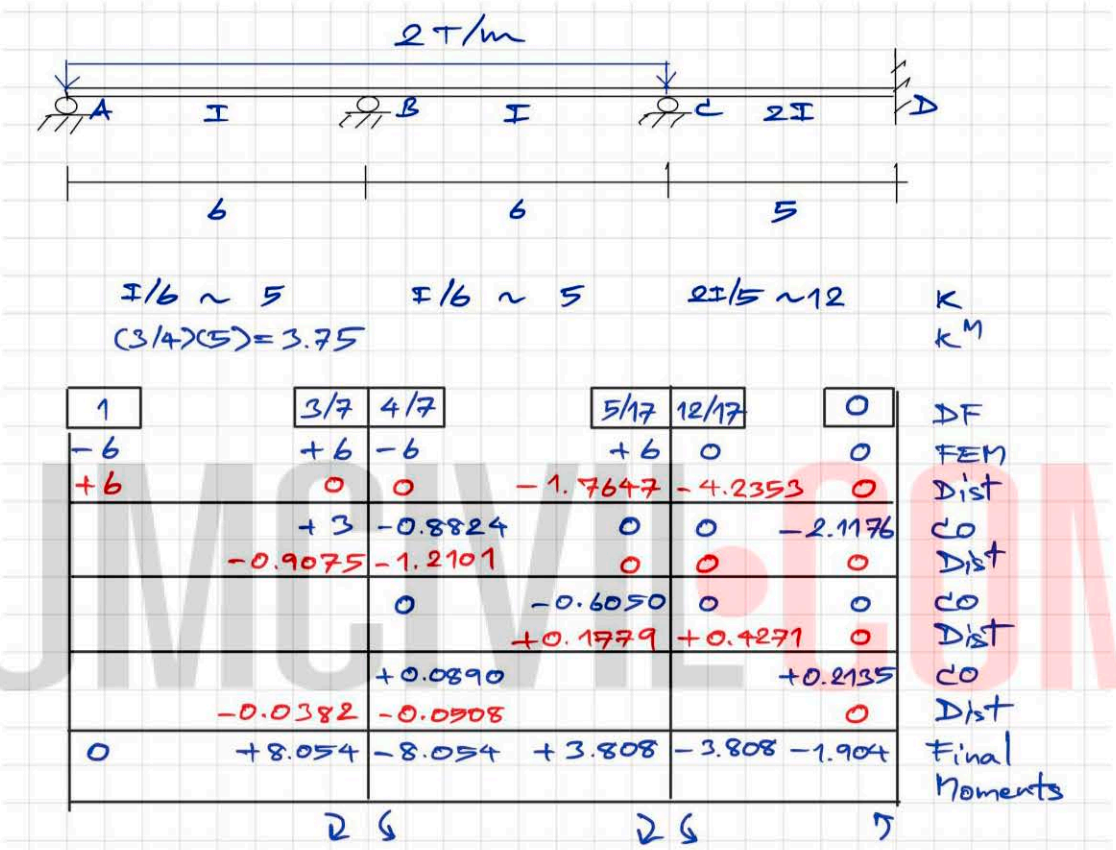
FEM ของน้ำหนักบรรทุกแต่ละรูปแบบ

TUMEMI.COM

ตัวอย่าง คำนวณหาโมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับทั้งหมดของคานรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป โดยวิธีกระจายโมเมนต์

1) กำหนด E คงที่

วิธีทำ



$\therefore M_A = 0$

$M_B = -8.054$ t.m

$M_C = -3.808$ t.m

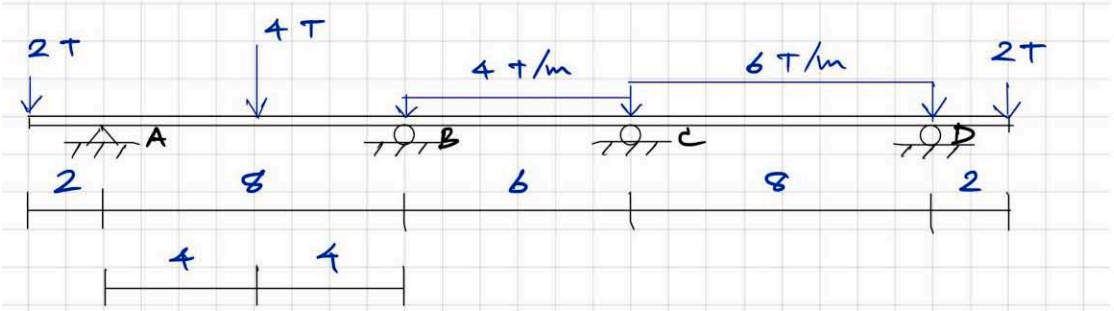
$M_D = +1.904$ t.m

(ตำแหน่ง 4 ตอน) #

TUMCIVIL.COM

2) กำหนด E คงที่

วิธีทำ



	I/8 ~ 3	I/6 ~ 4	I/8 ~ 3	K
	(3/4)(3) = 9/4		(3/4)(3) = 9/4	K^M

	1	0.36	0.64	0.64	0.36	1		DF
+4	-4	+4	-12	+12	-32	+32	-4	FEM
	0	+2.88	+5.12	+12.8	+7.2	-28		Dist
		0	+6.4	+2.56	-14			CO
		-2.304	-4.096	+7.3216	+4.1184			Dist
			+3.6608	-2.048				CO
		-1.3179	-2.3429	+1.3107	+0.7373			Dist
			+0.6554	-1.1715				CO
		-0.2359	-0.4195	+0.7498	+0.4217			Dist
			+0.3749	-0.2097				CO
		-0.1350	-0.2399	+0.1342	+0.0755			Dist
+4	-4	+2.887	-2.887	+33.447	-33.447	+4	-4	Final Moments
	2 ↳		2 ↳		2 ↳		2 ↳	

$\therefore M_A = -4$ t.m

$M_B = -2.887$

$M_C = -33.447$

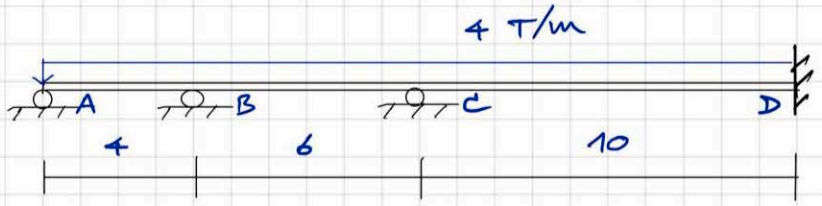
$M_D = -4$

(ตำแหน่ง 5 ตัว) //

TUMEYU.COM

3) กำหนด E คงที่

วิธีทำ



$I/4 \sim 15$ $I/6 \sim 10$ $I/10 \sim 6$ K

$(3/4 \times 15) = 11.25$ K^m

1	9/17	8/17	5/8	3/8	0	
$-16/3$	$+16/3$	-12	$+12$	$-100/3$	$+100/3$	DF
$+16/3$	$+60/17$	$+160/51$	$+40/3$	$+8$	0	FEM
	$+8/3$	$+20/3$	$+80/51$		$+4$	Dist
	$-84/17$	$-224/51$	$-50/51$	$-10/17$		co
		$-25/51$	$-112/51$		$-5/17$	Dist
	$+75/289$	$+200/867$	$+70/51$	$+14/17$		co
		$+35/51$	$+100/867$		$+7/17$	Dist
	$-105/289$	$-280/867$	$-125/1734$	$-25/578$		co
0	$+6.484$	-6.484	$+25.141$	-25.141	$+37.451$	Final Moments

$\therefore M_A = 0$

$M_B = -6.484$ T.m

$M_C = -25.141$

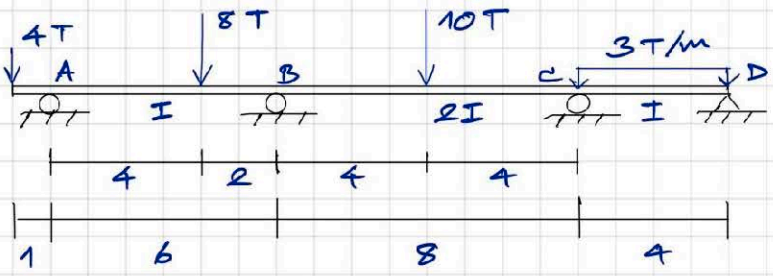
$M_D = -37.451$

(ตำแหน่ง 4 ตอบ) #

TUTOR.COM

4) กำหนด E คงที่

วิธีทำ



$I/6 \sim 4$ $\quad 2I/8 \sim 6$ $\quad I/4 \sim 6$ $\quad K$

$(3/4)(4) = 3$ $\quad (3/4)(6) = 9/2$ $\quad K^m$

	1	1/3	2/3	4/7	3/7	1	
							DF
+4	-32/9	+64/9	-10	+10	-4	+4	FEM
	-4/9	+26/27	+52/27	-24/7	-18/7	-4	Dist
		-2/9	-12/7	+26/27	-2		CO
		+122/189	+244/189	+16/27	+4/9		Dist
			+8/27	+122/189			CO
		-8/81	-16/81	-488/1323	-122/441		Dist
			-244/1323	-8/81			CO
		+244/3969	+488/3969	+32/567	+8/189		Dist
+4	-4	+8.460	-8.460	+8.361	-8.361	0	Final Moments

$\therefore \quad M_A = -4 \quad T.m$

$M_B = -8.460$

$M_C = -8.361$

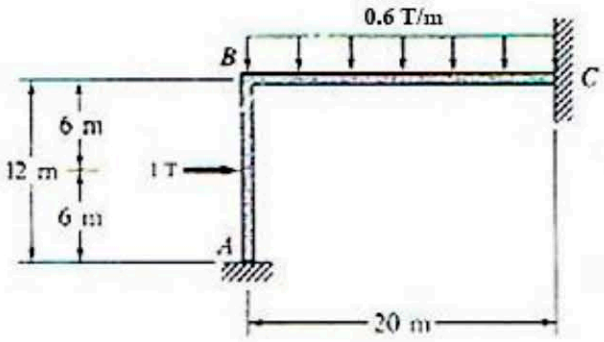
$M_D = 0$

(ตำแหน่ง 4 ระยะ)

#

TUMSAT.COM

5) คำนวณหาโมเมนต์ดัดที่จุดต่อทั้งหมดของโครงข้อแข็งดังรูป กำหนด EI คงที่

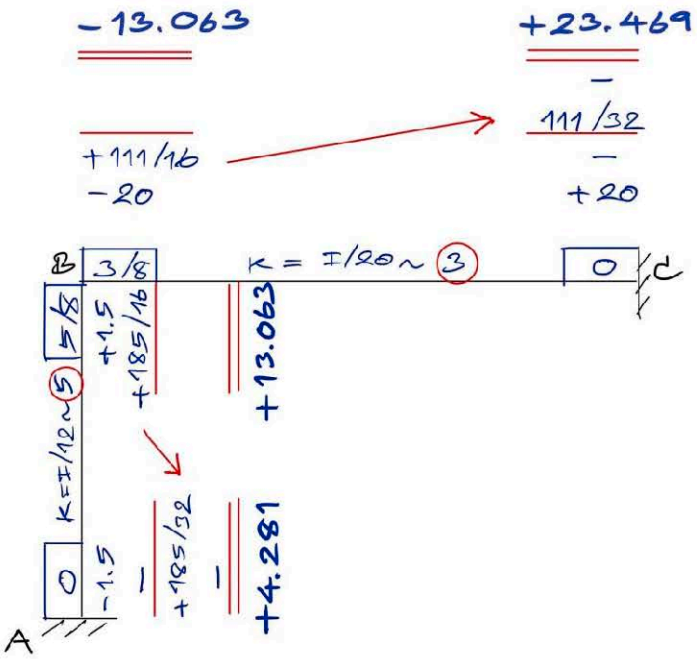


วิธีทำ

โจทย์ข้อนี้โครงจะไม่มีการเซทางข้าง จึงสามารถวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่อธิบายไว้ในบทนี้ได้

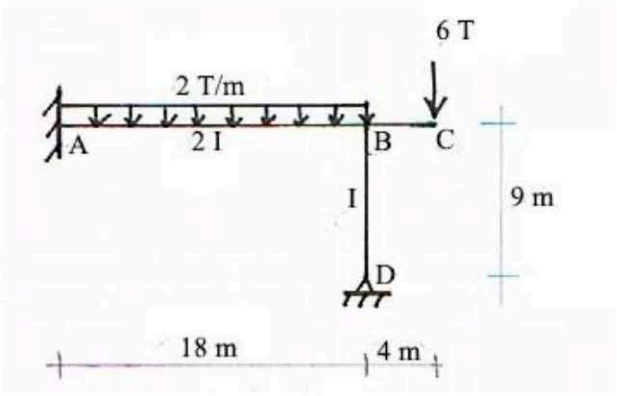
ขั้นตอนการคำนวณทำเช่นเดียวกับคาน แต่เนื่องจากโครงข้อแข็งมีทั้งชิ้นส่วนในแนวราบ (คาน) และชิ้นส่วนในแนวตั้ง (เสา) หรือบางข้ออาจมีชิ้นส่วนเอียง ดังนั้น การเขียนตัวเลขจึงมีหลายวิธีด้วยกัน เช่น พิจารณาโครงข้อแข็งโดยสมมติให้ชิ้นส่วนทุกชิ้นอยู่ในแนวราบ เพื่อเขียนขั้นตอนการคำนวณเหมือนคาน หรือ เขียนขั้นตอนตามแนวของชิ้นส่วน

ผู้เขียนเลือกเขียนขั้นตอนตามแนวของชิ้นส่วน โดยตัดข้อความตัวย่อที่ระบุในแต่ละขั้นตอนทิ้ง ถือว่าละไว้ในฐานที่เข้าใจ ข้อดีของการเขียนแบบนี้คือ สามารถดูได้ชัดเจนว่าค่าโมเมนต์ที่คำนวณได้นั้น เป็นค่าที่จุดต่อใด เพราะเขียนค่าตัวเลขไว้ที่ตำแหน่งใกล้จุดต่อนั้น

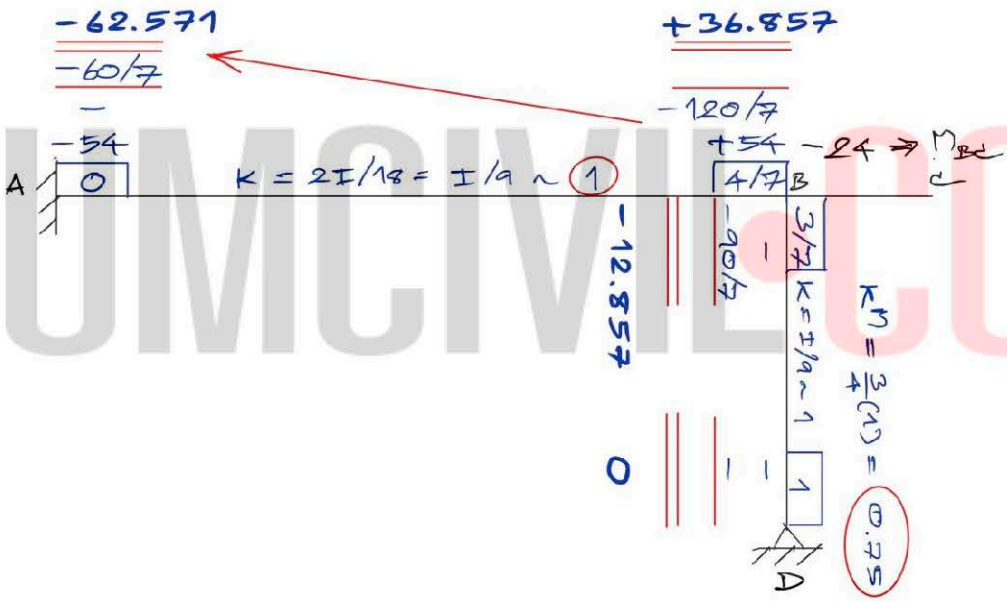


TUMCIVIL.COM

6) คำนวณหาโมเมนต์ดัดที่จุดต่อทั้งหมดของโครงข้อแข็งดังรูป



วิธีทำ



อธิบาย

1) โจทย์ข้อนี้โครงข้อแข็งไม่มีการเซทางข้าง จึงสามารถใช้ขั้นตอนตามที่อธิบายมาวิเคราะห์ได้

2) มีข้อสังเกตว่า ที่รองรับ D เป็นแบบยึดหมุน จึงสามารถใช้สติฟเนสแปลงได้เช่นเดียวกับการวิเคราะห์คาน

3) คานยื่นรับน้ำหนักบรรทุกทำให้เกิด M_{BC} = - 24 T-m (ทวนเข็มนาฬิกา) ซึ่งจะนำค่านี้ไปรวมกับค่า M_{BA} = + 54 T-m ในขั้นตอนการหาโมเมนต์ไม่สมดุล (รวมแล้วเปลี่ยนเครื่องหมาย) เพื่อนำมาหาโมเมนต์กระจายต่อไป

TUMCIVIL.COM

เส้นอิทธิพล : การนำไปใช้ในงานอาคาร

ความนำ

บทนี้กล่าวถึง เส้นอิทธิพล (Influence Lines) ในแง่ของการประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างคานและโครงข้อแข็ง โดยยังไม่ได้กล่าวถึงการนำไปใช้ในการวิเคราะห์ถนน สะพาน หรืองานโยธาอื่นที่รับน้ำหนักที่มีการเคลื่อนที่ เช่น รถ รถไฟ เป็นต้น

การออกแบบโครงสร้างนั้น จะต้องพิจารณาการรับน้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักบรรทุกจร หากน้ำหนักบรรทุกจรมีค่ามาก เราอาจต้องพิจารณาว่าน้ำหนักบรรทุกจรที่มากระทำนั้น จะวางที่ตำแหน่งใดจึงจะเกิดค่าแรงภายในสูงสุด วิธีหนึ่งที่ใช้ในการพิจารณาคือการใช้เส้นอิทธิพล

TUMCIVIL.COM

เส้นอิทธิพล หมายถึง แผนภาพที่แสดงถึงการแปรเปลี่ยนของฟังก์ชันในการออกแบบ (design function) ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากอิทธิพลของน้ำหนักบรรทุก 1 หน่วย ที่กระทำ ณ ตำแหน่งใดๆ บนโครงสร้าง ฟังก์ชันในการออกแบบนี้ได้แก่ แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน, แรงเฉือนในคาน/โครงข้อแข็ง, โมเมนต์ดัดในคาน/โครงข้อแข็ง, แรงปฏิกิริยาในโครงข้อหมุน/คาน/โครงข้อแข็ง เป็นต้น

เส้นอิทธิพล 1 แผนภาพ จะแสดงค่าของฟังก์ชันออกแบบที่พิจารณาเฉพาะค่าใดค่าหนึ่งเมื่อรับน้ำหนักบรรทุก 1 หน่วย ณ ตำแหน่งต่างๆ ซึ่งโดยทั่วไปจะเริ่มต้นวางตำแหน่งน้ำหนักบรรทุก 1 หน่วยนี้ทางด้านซ้ายของโครงสร้าง ไปจนถึงทางด้านขวาของโครงสร้างที่พิจารณาอยู่นั้น

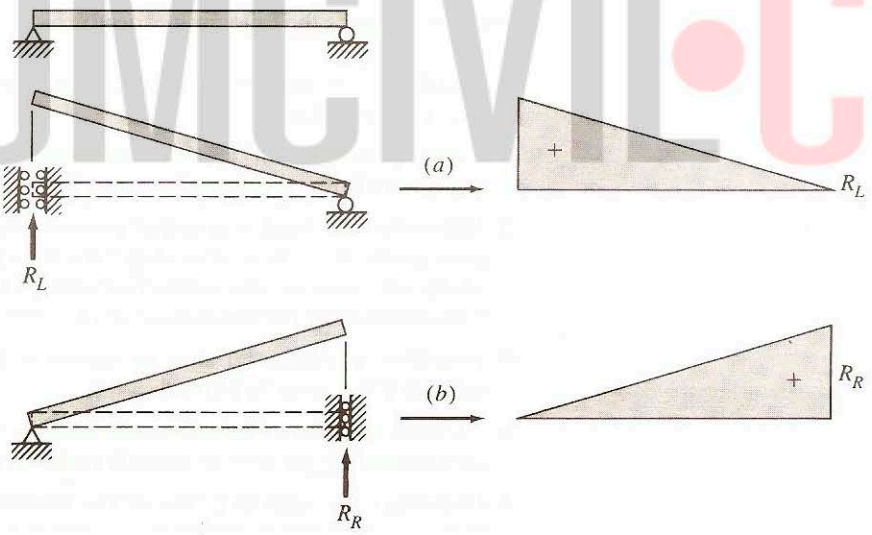
หลักการของมึลเลอร์-เบรสโล

ในปีค.ศ. 1886 ศาสตราจารย์ Heinrich Muller-Breslau ได้นำเสนอวิธีการอย่างง่ายในการเขียนแผนภาพของเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยา, แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด ซึ่งต่อมาวิธีนี้เรียกว่าหลักการของมึลเลอร์-เบรสโล (Muller-Breslau principle) โดยมีใจความสำคัญคือ

เส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยา หรือ แรงเฉือน หรือ โมเมนต์ดัด ที่ตำแหน่งใดๆ ของคาน จะมีรูปร่างคล้ายกันกับรูปทรงของการเปลี่ยนรูปของคานที่ตำแหน่งนั้น โดยสมมุติว่าตำแหน่งนั้นไม่มีการยึดรั้ง ซึ่งการเปลี่ยนรูปจะเป็นไปตามทิศทางของแรงที่พิจารณา

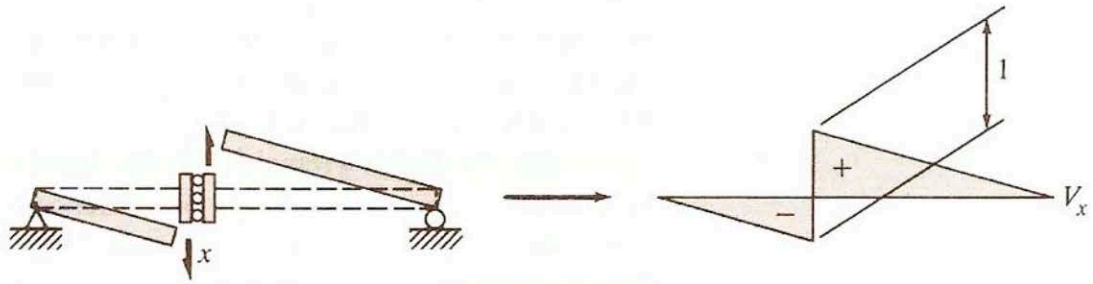
ดังนั้น โดยอาศัยหลักการนี้ เส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาของคานช่วงเดียว (คานแบบดีเทอร์มิเนต) สามารถเขียนได้โดยไม่ต้องคำนวณ ดังรูปที่ 1

TUMCIVIL.COM



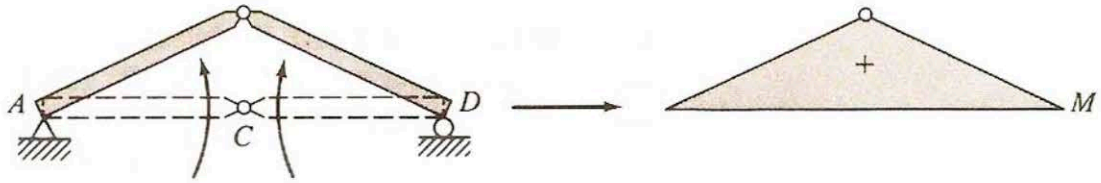
รูปที่ 1 IL ของแรงปฏิกิริยา ของคานช่วงเดียว

เส้นอิทธิพลของแรงเฉือนของคานช่วงเดียว สามารถเขียนได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 IL ของแรงเฉือน ของคานช่วงเดียว

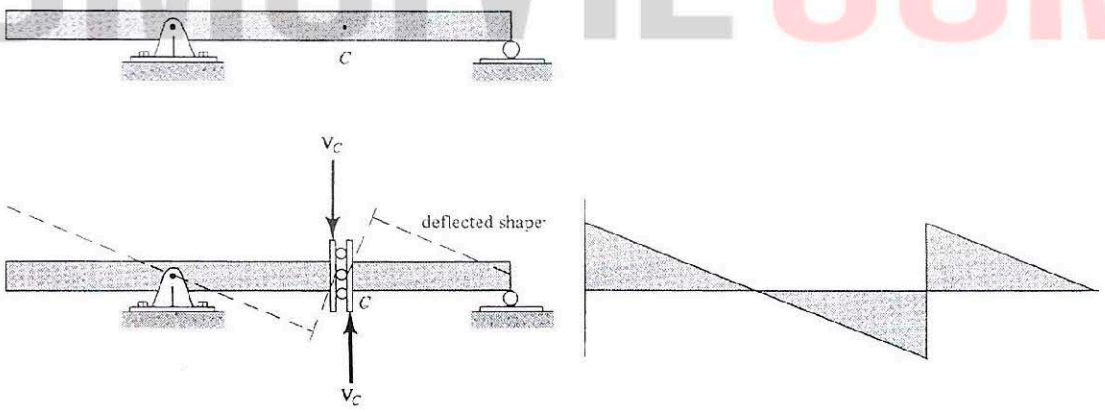
เส้นอิทธิพลของโมเมนต์ของคานช่วงเดียว สามารถเขียนได้ ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 IL ของโมเมนต์ดัด ของคานช่วงเดียว

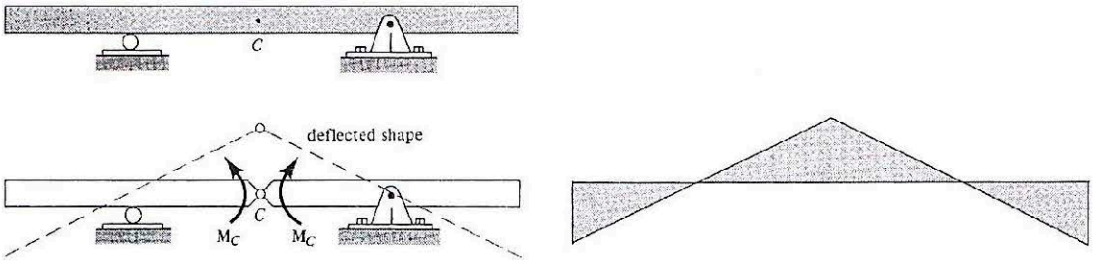
TUMCIVIL.COM

เส้นอิทธิพลของแรงเฉือนของคานช่วงเดียวปลายยื่น สามารถเขียนได้ ดังรูปที่ 4



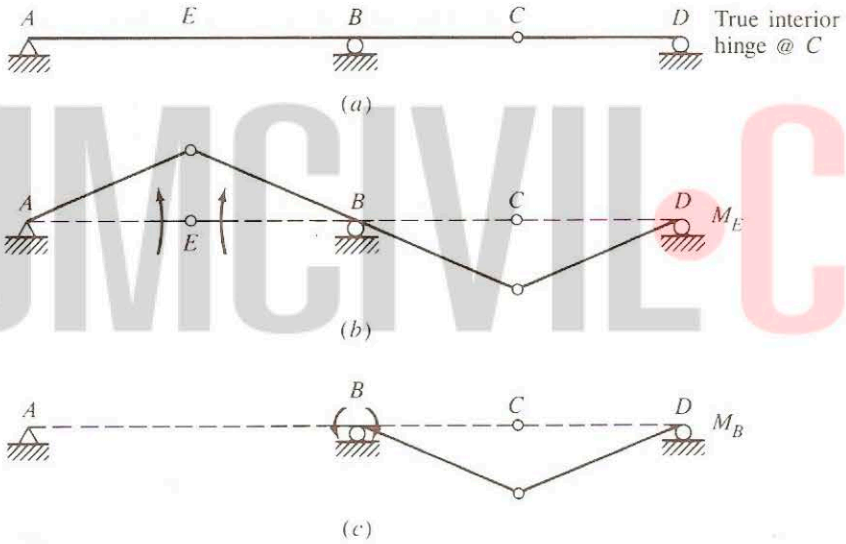
รูปที่ 4 IL of V_C ของคานช่วงเดียวปลายยื่น

เส้นอิทธิพลของโมเมนต์ของคานช่วงเดียวปลายยื่น สามารถเขียนได้ ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 IL of M_C ของคานช่วงเดียวปลายยื่น

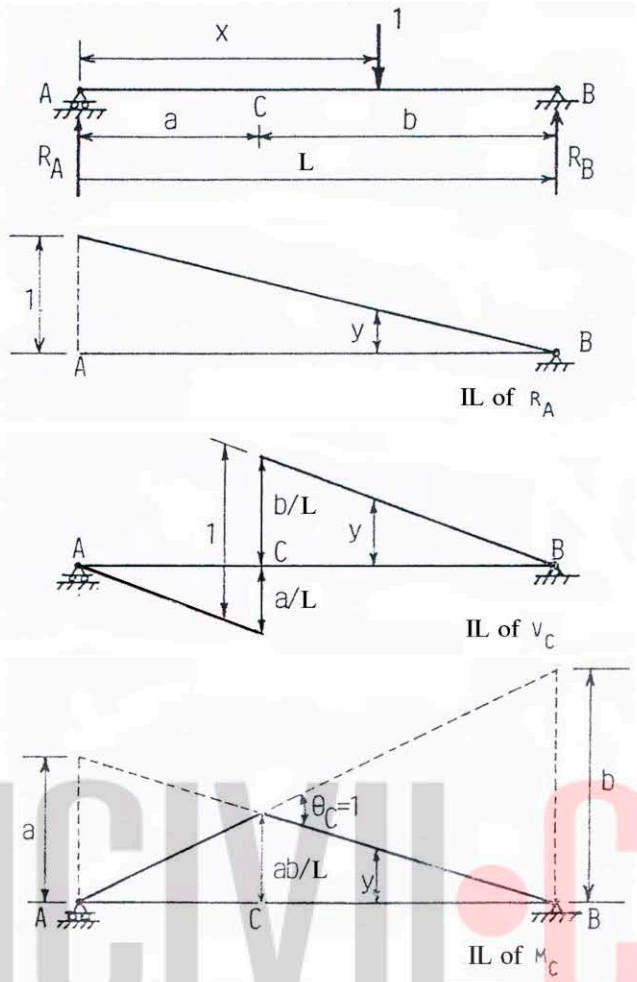
เส้นอิทธิพลของโมเมนต์ของคานสองช่วงที่มีบานพับภายใน (interior hinge) ซึ่งทำให้คานยังคงมีสภาพเป็นแบบดีเทอร์มิเนต สามารถเขียนได้ ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 ตัวอย่าง I.L. ของคาน 2 ช่วงที่มี hinge ภายใน

สำหรับค่าสูงสุดของเส้นอิทธิพลของแรงต่างๆ ที่พิจารณา สำหรับคานช่วงเดียวนั้น แสดงดังรูปที่ 7

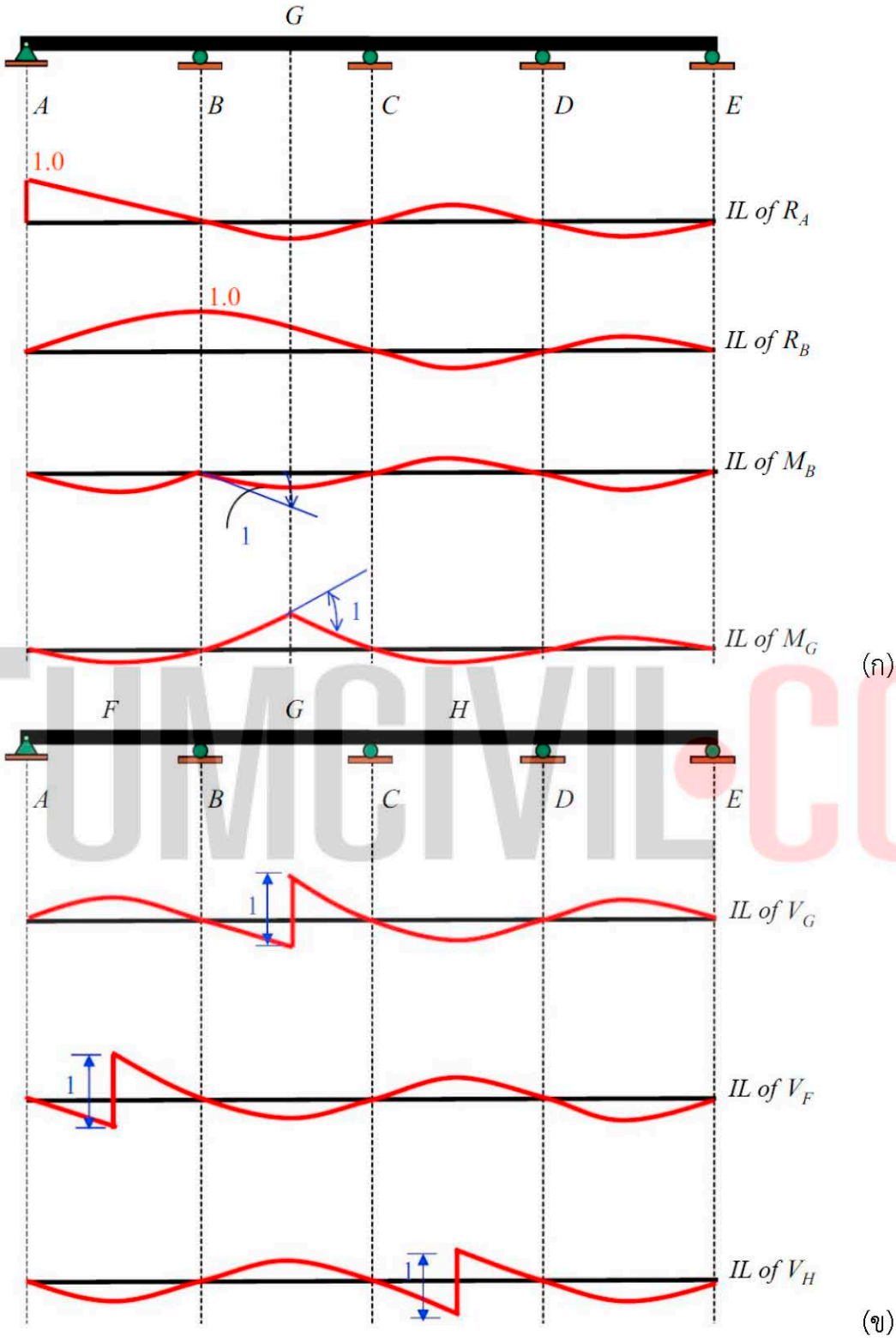
TUMCIVIL.COM



รูปที่ 7 เส้นอิทธิพลพร้อมค่าสูงสุดของแรงต่างๆ ของคานช่วงเดียว

TUMCIVIL.COM

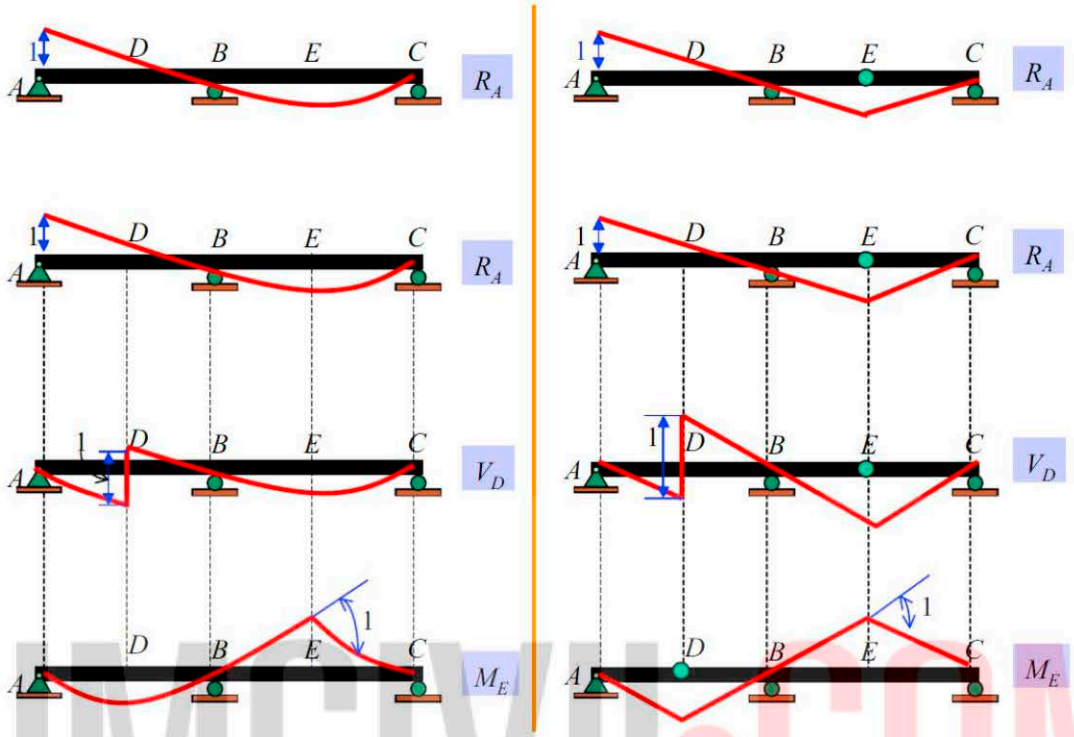
สำหรับคานแบบอินดีเทอร์มิเนต สามารถเขียนเส้นอิทธิพลโดยใช้หลักการของมึลเลอร์-เบรสโล ได้เช่นเดียวกัน แต่ความแตกต่างจากคานแบบดีเทอร์มิเนตคือ เส้นในแผนภาพนั้นจะเป็นเส้นโค้ง ตัวอย่างดังรูปที่ 8



รูปที่ 8 ตัวอย่าง I.L. ของคานแบบอินดีเทอร์มิเนต

TUMCIVIL.COM

เปรียบเทียบเส้นอิทธิพลของแรงต่างๆ ของคานแบบอินดีเทอร์มิเนต กับคานแบบดีเทอร์มิเนต ได้ดังตัวอย่างรูปที่ 9



รูปที่ 9 ตัวอย่างเปรียบเทียบ I.L. ของคานแบบอินดีเทอร์มิเนต และคานแบบดีเทอร์มิเนต

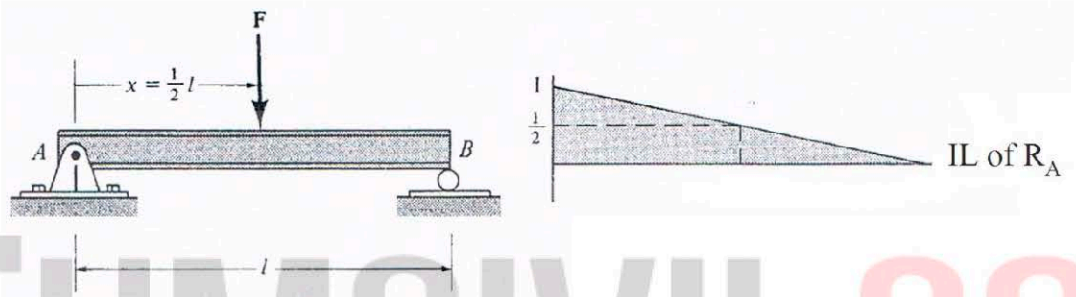
TUMCIVIL.COM

การประยุกต์ใช้เส้นอิทธิพลสำหรับคาน

ก) น้ำหนักบรรทุกแบบจุด (Point Load/ Concentrated Load)

เมื่อเรามีเส้นอิทธิพลของแรงภายในของคานใดๆที่พิจารณาแล้ว ซึ่งแผนภาพนั้นเกิดจากน้ำหนักบรรทุกหนึ่งหน่วยกระทำ ดังนั้น หากมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุด มากระทำที่ตำแหน่งใดๆของคาน เราก็สามารถหาค่าของแรงภายในเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดนั้นได้ โดยการคูณค่าของน้ำหนักกับค่าของเส้นอิทธิพล ณ ตำแหน่งนั้น

ตัวอย่างเส้นอิทธิพลของ R_A (IL of R_A) ดังรูปที่ 10 เมื่อมีน้ำหนัก F มากระทำที่ตำแหน่ง *l/2* ดังนั้น ค่าของ R_A จะเท่ากับ F ▪ (1/2)



รูปที่ 10 การวางตำแหน่งของน้ำหนักแบบจุด พิจารณาจาก $IL\ of\ R_A$

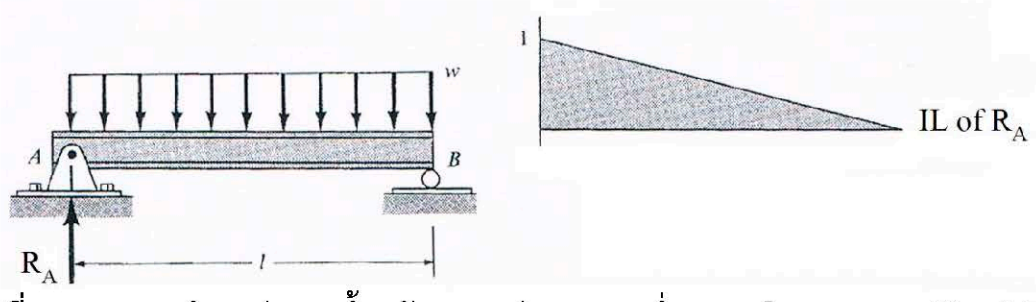
TUMCIVIL.COM

ด้วยหลักการนี้ เราจึงสามารถบอกได้ว่า น้ำหนัก F นี้ จะให้ค่า R_A สูงสุด ก็ต่อเมื่อน้ำหนัก F กระทำที่จุด A ของคานดังรูป และมีค่าเท่ากับ F ▪ 1

ข) น้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (Uniform Load)

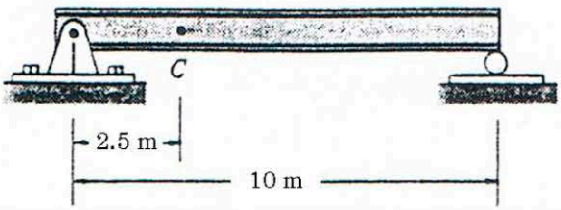
สำหรับการหาค่าของแรงภายในใดๆ เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ จะมีค่าเท่ากับน้ำหนักแผ่นั้นคูณกับพื้นที่ใต้เส้นอิทธิพล

ตัวอย่างเส้นอิทธิพลของ R_A (IL of R_A) ดังรูปที่ 11 เมื่อมีน้ำหนักแผ่ w มากระทำเต็มช่วงคาน ดังนั้น ค่าของ R_A จะเท่ากับ w ▪ [(1/2) ▪ 1 ▪ l]



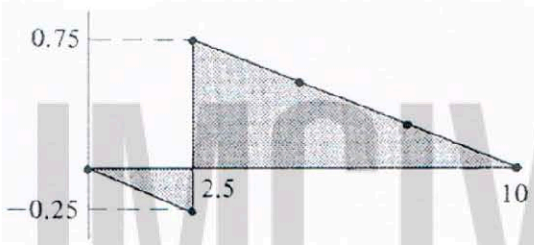
รูปที่ 11 การวางตำแหน่งของน้ำหนักแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ พิจารณาจาก $IL\ of\ R_A$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรแบบจุด 4 T และน้ำหนักจรแบบกระจายสม่ำเสมอ 2 T/m เพื่อให้ได้ค่าแรงเฉือนจรค่าบวกสูงสุดที่จุด C ของคานดังรูป พร้อมทั้งหาค่าแรงเฉือนจรค่าบวกนั้น



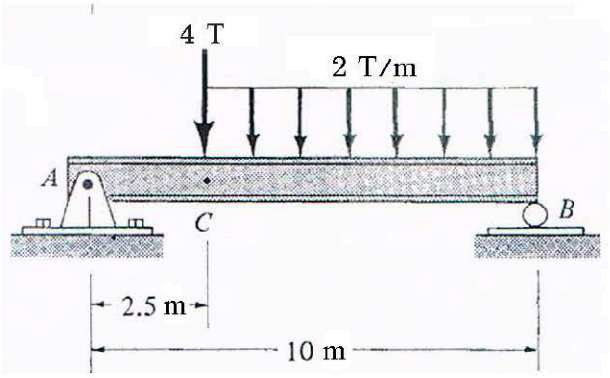
วิธีทำ

เขียนเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด C



$IL\ of\ V_C$

ดังนั้น เพื่อให้ได้ค่าแรงเฉือนจรค่าบวกสูงสุดที่จุด C จึงต้องวางน้ำหนักจรแบบจุดที่ C และน้ำหนักจรแบบกระจายเฉพาะช่วงเส้นอิทธิพลที่มีค่าบวก ซึ่งพิจารณาจากเส้นอิทธิพลแล้ว จึงวางตั้งแต่จุด C ไปถึงที่รองรับด้านขวา



ตอบ

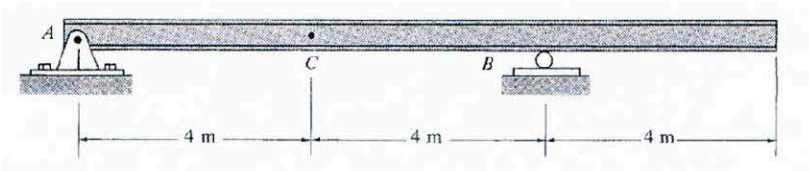
$$\therefore \quad V_C\ max + = \quad (4)(0.75) + (2)[(1/2)(0.75)(7.5)]$$

$$= \quad 8.625\ \text{T}$$

ตอบ

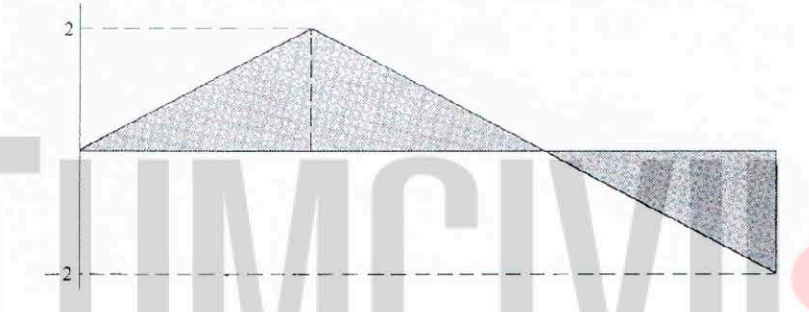
TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 2 จงหาตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรแบบจุด 8 T และน้ำหนักจรแบบกระจายสม่ำเสมอ 3 T/m เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์บวกสูงสุดที่จุด C ของคานซึ่งมีน้ำหนักตัวเอง 1 T/m ดังรูป พร้อมทั้งหาค่าโมเมนต์บวกสูงสุดนั้น



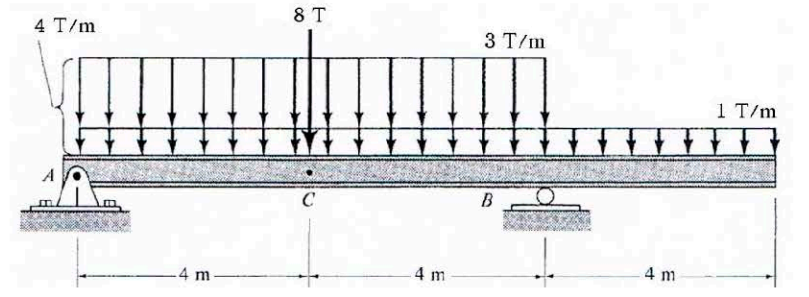
วิธีทำ

เขียนเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่จุด C



$IL\ of\ M_C$

ดังนั้น เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์บวกสูงสุดที่จุด C จึงต้องวางน้ำหนักจรแบบจุดที่ C และน้ำหนักจรแบบกระจายเฉพาะช่วงเส้นอิทธิพลที่มีค่าบวก ซึ่งพิจารณาจากเส้นอิทธิพลแล้วจึงวางตั้งแต่จุด A ถึงจุด B ส่วนน้ำหนักกระจายของตัวคานเอง จะมีตลอดความยาวคาน



ตอบ

$\therefore \quad M_C\ max + =$ (8)(2) + (3)[(1/2)(2)(8)] +

(1)[(1/2)(2)(8) − (1/2)(2)(4)]

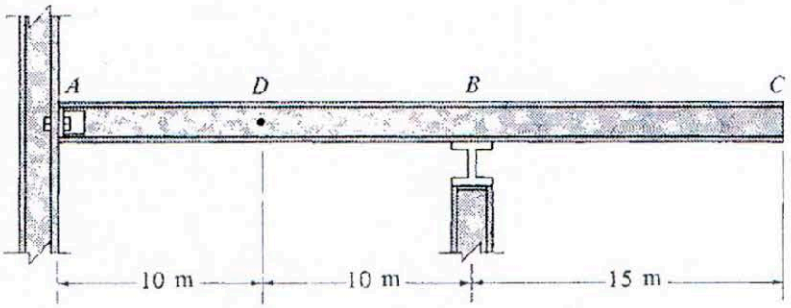
$=$ 44 T-m ตอบ

TUMCIVIL.COM

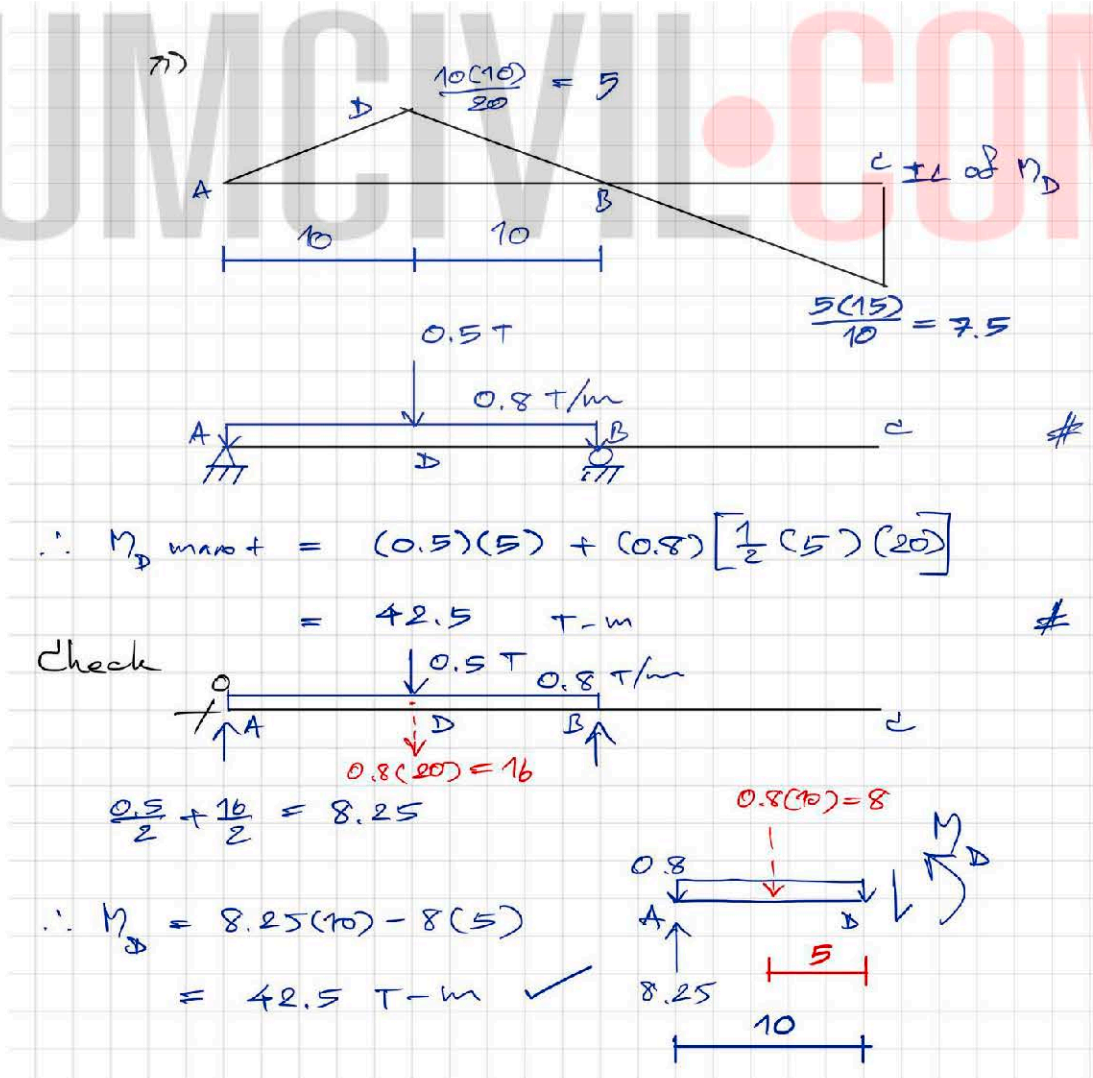
ตัวอย่างที่ 3 คานมีที่รองรับ A เป็นแบบบานพับ และที่รองรับ B เป็นแบบล้อเลื่อน ดังรูป รับน้ำหนักจรแบบกระจาย 0.8 T/m และน้ำหนักจรแบบจุด 0.5 T จงหา

ก) ตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์บวกสูงสุดที่จุด D พร้อมทั้งค่าของโมเมนต์บวกนั้น

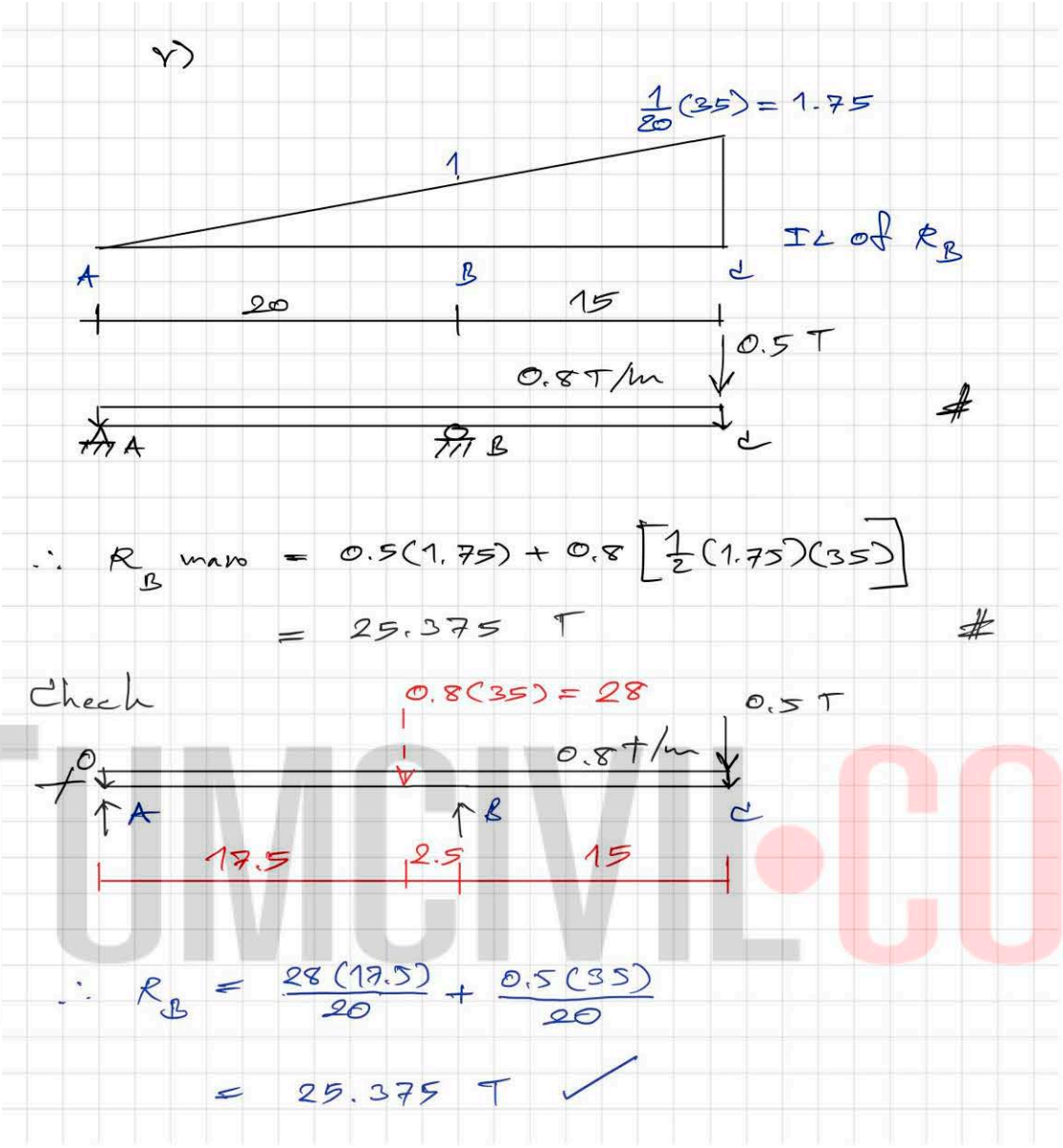
ข) ตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อให้ได้ค่าแรงปฏิกิริยาแนวดิ่งสูงสุด ณ ที่รองรับ B พร้อมทั้งค่าของแรงปฏิกิริยานั้น



วิธีทำ



TUMCIVIL.COM



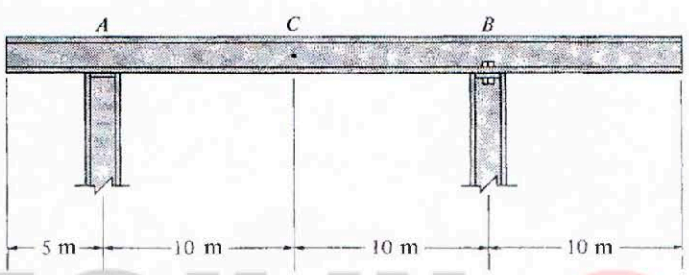
TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 4 คานมีที่รองรับ A เป็นแบบล้อเลื่อน และที่รองรับ B เป็นแบบบานพับ ดังรูป รับน้ำหนักจรแบบกระจาย 0.7 T/m และน้ำหนักจรแบบจุด 10 T จงหา

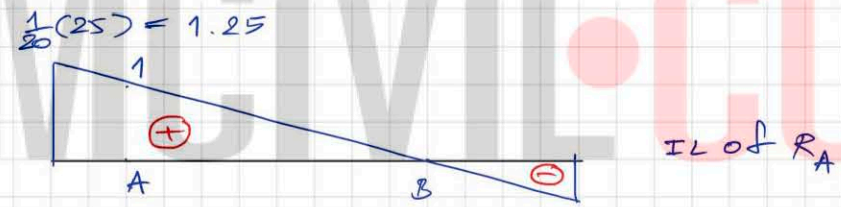
ก) ตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อให้ได้ค่าแรงปฏิกิริยาแนวดิ่งสูงสุด ณ ที่รองรับ A พร้อมทั้งค่าของแรงปฏิกิริยานั้น

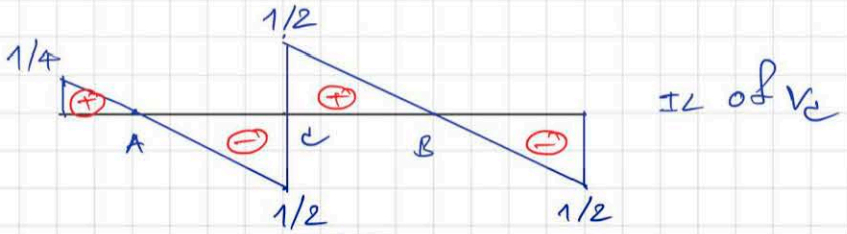
ข) ตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อให้ได้ค่าแรงเฉือนค่าบวกสูงสุดที่จุด C พร้อมทั้งค่าของแรงเฉือนนั้น

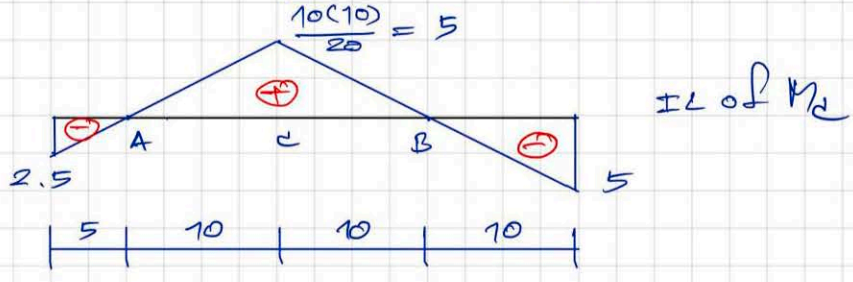
ค) ตำแหน่งการวางน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์บวกสูงสุดที่จุด C พร้อมทั้งค่าของโมเมนต์บวกนั้น



วิธีทำ







#

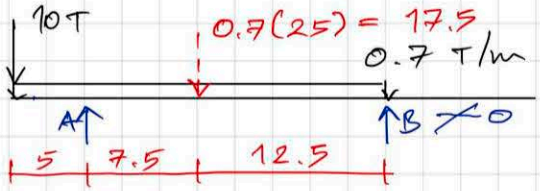
$$\therefore R_{A\ max} = 10(1.25) + 0.7\left[\tfrac{1}{2}(1.25)(25)\right]$$

$$= 23.4375 \text{ T}$$

#

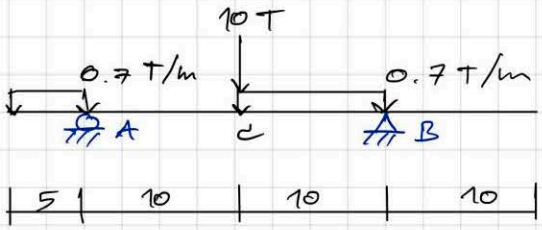
TUMCIVIL.COM

Check



$$\therefore R_A = \frac{17.5(12.5)}{20} + \frac{10(25)}{20} = 23.4375 \text{ T} \checkmark$$

v)



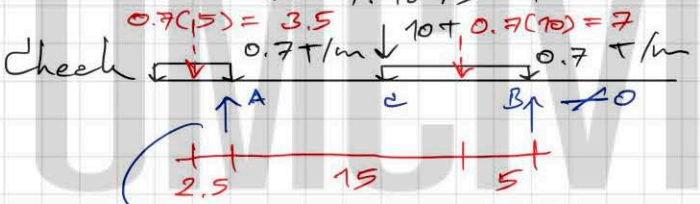
#

$$\therefore V_C \text{ max} + = 10(1/2) + 0.7\left[\frac{1}{2}(1/4)(5)\right] + 0.7\left[\frac{1}{2}(1/2)(10)\right]$$

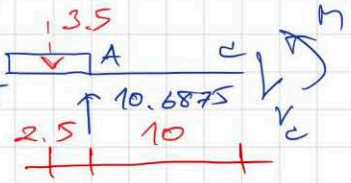
$$= 7.1875 \text{ T}$$

#

Check

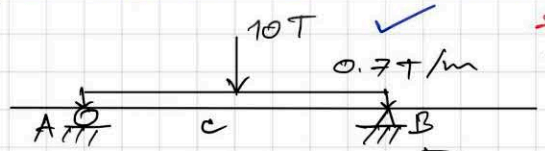


$$\frac{3.5(22.5)}{20} + \frac{7(5)}{20} + \frac{10}{2} = 10.6875$$



$$\therefore V_C = 10.6875 - 3.5 = 7.1875 \text{ T} \checkmark$$

n)



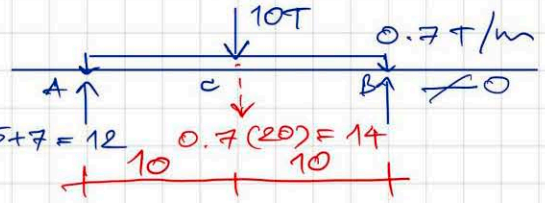
#

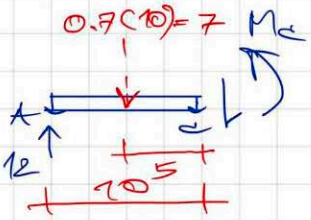
$$\therefore M_C \text{ max} + = 10(5) + 0.7\left[\frac{1}{2}(5)(20)\right]$$

$$= 85 \text{ T-m}$$

#

Check



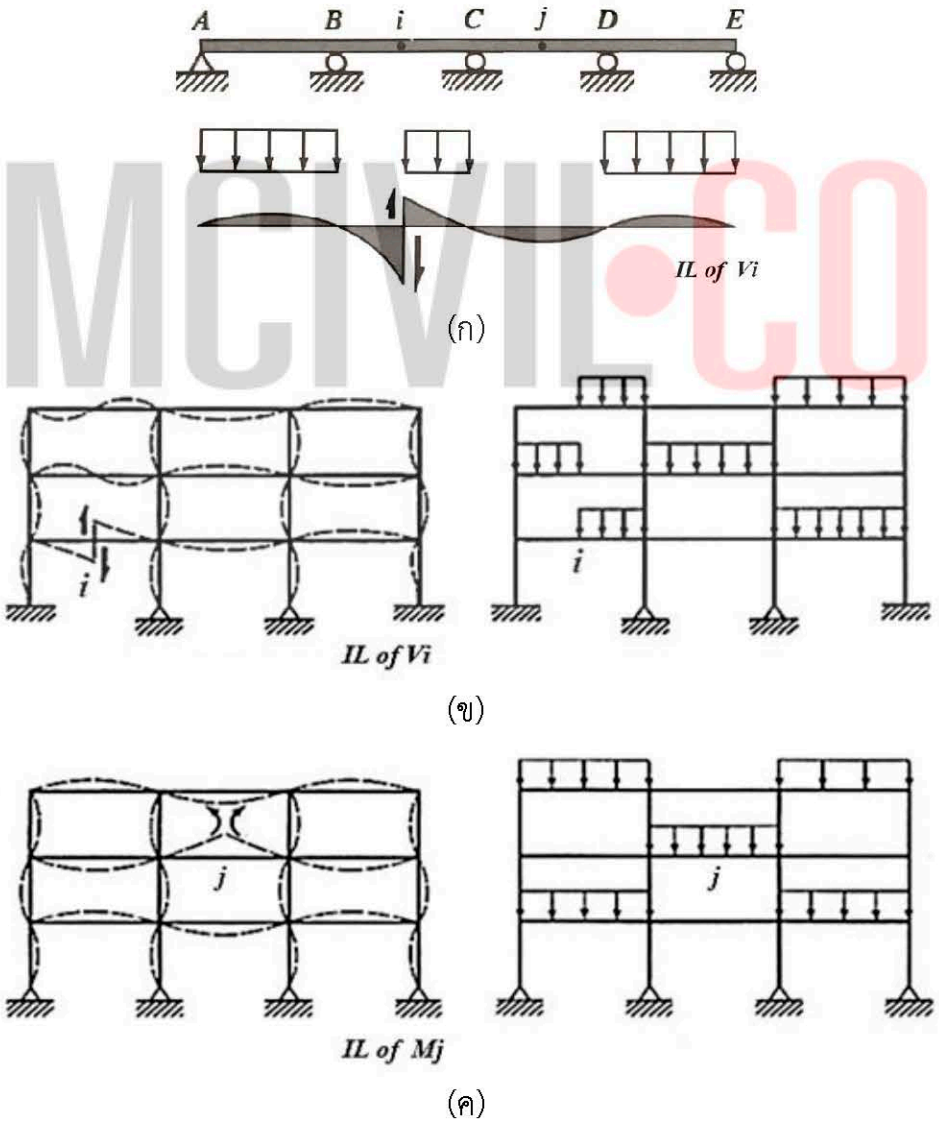


$$\therefore M_C = 12(10) - 7(5) = 85 \text{ T-m} \checkmark$$

TUMCIVIL.COM

การจัดวางน้ำหนักบรรทุก

จากความรู้เรื่องเส้นอิทธิพลที่อธิบายมาแล้วข้างต้น จะเห็นได้ว่า การกำหนดน้ำหนักบรรทุกจรแบบวางเต็มทุกช่วงคานนั้น จะไม่ทำให้ได้ค่าแรงภายในสูงสุด เพราะค่าสูงสุดของแรงภายในที่พิจารณา จะเป็นการวางตามแนวเส้นอิทธิพลของแรงภายในนั้น เพียงแต่ว่า ในการออกแบบโดยทั่วไป หากน้ำหนักบรรทุกจรมีค่าไม่เกิน 3 ใน 4 เท่าของน้ำหนักบรรทุกคงที่ ความแตกต่างของค่าแรงภายในสูงสุดระหว่างการวางน้ำหนักบรรทุกจรเต็มทุกช่วงคานกับวางตามแนวเส้นอิทธิพล มีค่าไม่ต่างกันนัก แต่ถ้าน้ำหนักบรรทุกจรมีค่ามากกว่านั้น การพิจารณารูปแบบการวางน้ำหนักบรรทุกจรจะถือเป็นเรื่องที่ต้องพิจารณาเพื่อให้ได้ค่าแรงภายในสูงสุด ณ ตำแหน่งที่ต้องการ ตัวอย่างดังรูปที่ 12



รูปที่ 12 ตัวอย่างการวางน้ำหนักบรรทุก โดยพิจารณาจากเส้นอิทธิพล

TUMCIVIL.COM

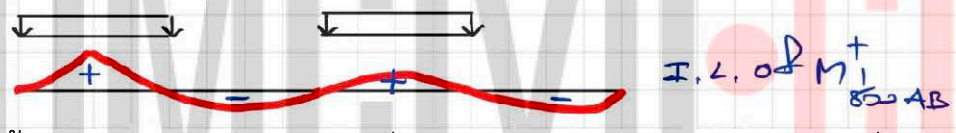
ตัวอย่างที่ 5 ทำไมมาตรฐานการออกแบบอาคารจึงแนะนำว่า โมเมนต์ดัดค่าบวกสูงสุดในช่วงคานใดๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรแบบแผ่สม่ำเสมอ (LL) ได้จากการวาง LL ในช่วงนั้น และวาง LL ช่วงเว้นช่วงถัดไป

วิธีทำ

M^{+}_{max}ในช่วงคานที่พิจารณา เกิดจากการวางน้ำหนัก (ในที่นี้คือ LL) ที่ช่วงคานนั้นและวางเว้นช่วงถัดไปแบบช่วงเว้นช่วง โดยพิสูจน์ได้จากเส้นอิทธิพลและการประยุกต์ใช้คือค่าโมเมนต์ดัดเท่ากับ LL คูณด้วยพื้นที่ของเส้นอิทธิพลระหว่าง LL นั้น

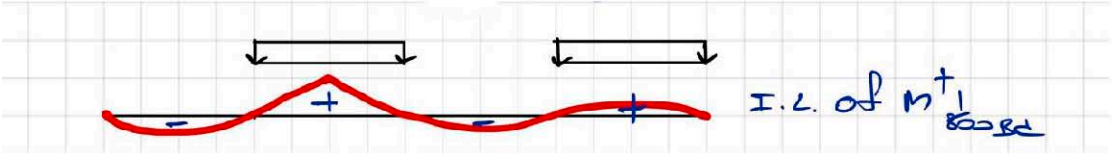
ตัวอย่างคาน 4 ช่วง

ก) หากต้องการหาค่า M^{+}_{max} ช่วง AB



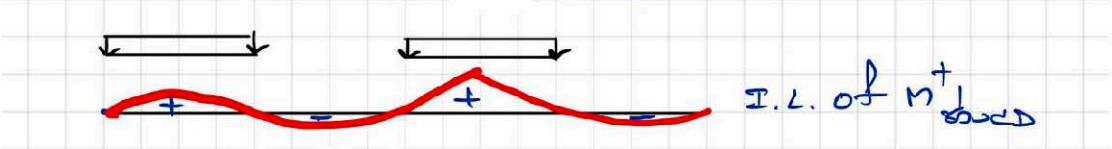
ดังนั้น จึงต้องวาง LL เฉพาะช่วงที่ I.L. มีค่าบวก เพราะถ้าวาง LL ช่วงที่ I.L.มีค่าลบด้วยนั้น จะทำให้ค่าโมเมนต์ดัดมีการหักล้างกัน

ข) หากต้องการหาค่า M^{+}_{max} ช่วง BC



เหตุผลเดียวกับข้อ ก)

ค) หากต้องการหาค่า M^{+}_{max} ช่วง CD



เหตุผลเดียวกับข้อ ก)

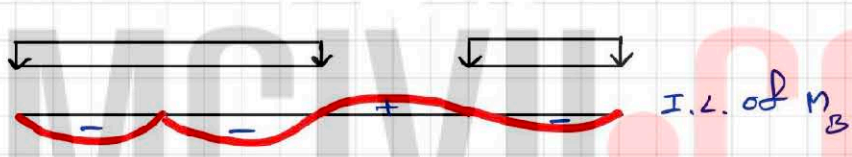
ตัวอย่างที่ 6 ทำไมมาตรฐานการออกแบบอาคารจึงแนะนำว่า โมเมนต์ดัดค่าลบสูงสุด ณ ที่รองรับในช่วงคานใดๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรแบบแผ่สม่ำเสมอ (LL) ได้จากการวาง LL ลงในช่วงคานทั้งสองด้านของที่รองรับนั้น และวาง LL ช่วงเว้นช่วงถัดไป

วิธีทำ

M^{-}_{max} ณ ที่รองรับในช่วงคานที่พิจารณา เกิดจากการวาง LL ที่ช่วงคานทั้งสองของที่รองรับนั้น และวาง LL ช่วงเว้นช่วงถัดไป โดยมีเหตุผลทำนองเดียวกับข้อ 3

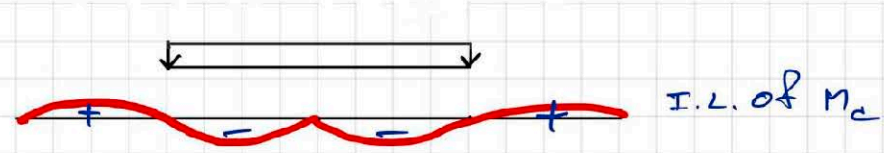
ตัวอย่างคาน 4 ช่วง

ก) หากต้องการหาค่า M^{-}_{max} ที่ B



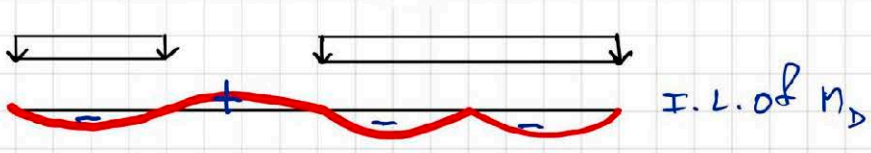
ดังนั้น จึงต้องว่า LL เฉพาะช่วงที่ I.L. มีค่าลบ เพราะถ้าวาง LL ช่วงที่ I.L.มีค่าบวกด้วย นั้น จะทำให้ค่าโมเมนต์ดัดมีการหักล้างกัน

ข) หากต้องการหาค่า M^{-}_{max} ที่ C



เหตุผลเดียวกับข้อ ก)

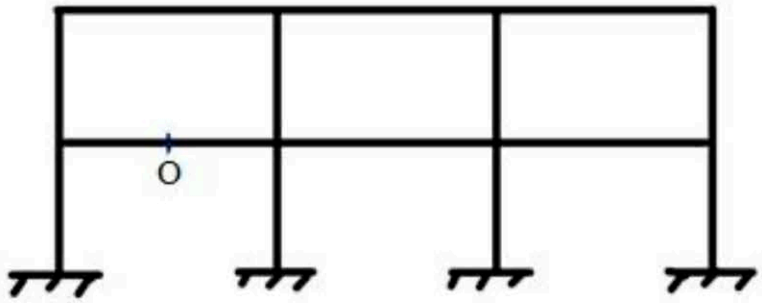
ค) หากต้องการหาค่า M^{-}_{max} ที่ D



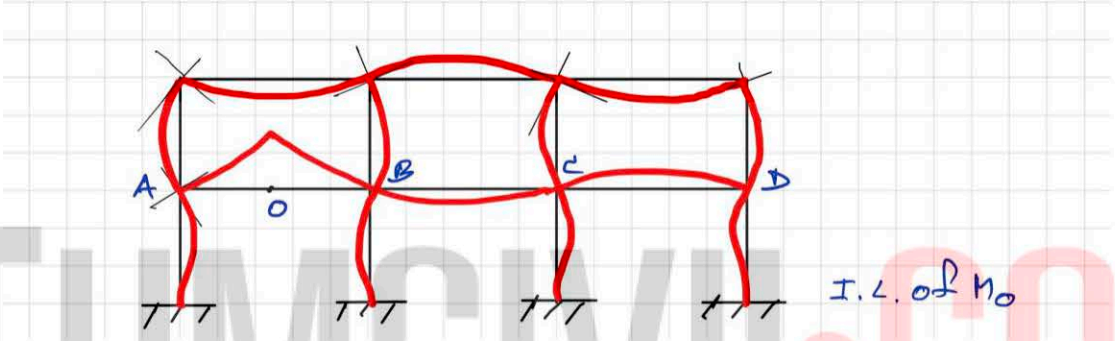
เหตุผลเดียวกับข้อ ก)

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 7 เขียนเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ดัดที่จุด O ของโครงข้อแข็งดังรูป



วิธีทำ



ขั้นตอน

1. ใช้หลักการของ Muller-Breslau จินตนาการว่าที่จุด O เคลื่อนที่ได้ และเปลี่ยนรูปไปในทิศทางที่เป็นบวกของโมเมนต์
2. เขียนเส้นการเปลี่ยนรูปจากการจินตนาการตามข้อ 1 ในแนวคาน ABCD
3. เส้นการเปลี่ยนรูปนี้จะมีผลกระทบต่อทั้งโครงสร้าง ซึ่งสามารถเขียนต่อเนื่องไปยังตำแหน่งอื่นได้โดยใช้สมมติฐานว่า ที่จุดต่อของโครงสร้างเมื่อเกิดการเปลี่ยนรูปจะยังคงเป็นมุมฉากอยู่
4. ที่รองรับแบบยึดแน่น มุมลาดไม่มี ($\theta = 0$) ดังนั้นเส้นการเปลี่ยนรูปจะเป็นเส้นตรงก่อนถึงที่รองรับ
5. เส้นการเปลี่ยนรูปในจินตนาการนี้จะเหมือนกับเส้นอิทธิพลของ M_O

TUMCIVIL.COM

วิธีโครงประตู : แบบไม่ยุ่งเหยิง

ความนำ

บทนี้กล่าวถึง การวิเคราะห์โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนทโดยประมาณ เมื่อโครงสร้างนั้นรับแรงด้านข้าง ซึ่งแรงด้านข้างอาจเป็นไปได้หลายรูปแบบ เช่น แรงลม แรงเนื่องจากแผ่นดินไหว แรงเนื่องจากเครื่องจักร เป็นต้น

หลักการวิเคราะห์โดยประมาณนี้คือ เปลี่ยนโครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนทให้เป็นแบบดีเทอร์มิเนท โดยกำหนดสมมติฐานบางอย่างขึ้นมาเพื่อทำให้โครงสร้างนั้นง่ายขึ้น (แม้ว่าในสภาพโครงสร้างจริง จะไม่ได้มีพฤติกรรมตามสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมา) เพื่อสามารถคำนวณด้วยมือได้โดยไม่ยากนัก สำหรับนำค่าที่ได้จากการวิเคราะห์โดยประมาณนี้ ไปออกแบบอาคารเบื้องต้น เพื่อหาขนาดที่เหมาะสมของเสาและคาน แล้วจึงนำไปวิเคราะห์โดยละเอียดต่อไป ซึ่งในปัจจุบันสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์โดยละเอียดนั้น

TUMCIVIL.COM

สำหรับแรงภายในที่พิจารณา เพื่อนำไปออกแบบเบื้องต้นนี้คือ แรงเฉือนในคานและเสา , โมเมนต์ในคานและเสา และแรงตามแนวแกนในเสา โดยแรงตามแนวแกนในคานนั้นจะตัดทิ้งไป เพื่อให้การวิเคราะห์ทำได้ง่ายขึ้นและลดขั้นตอนการคำนวณ เพราะค่าแรงภายในที่ใช้ควบคุมในการออกแบบคานนั้น คือค่าโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนในคานเป็นหลัก

วิธีที่จะนำเสนอในการวิเคราะห์แรงด้านข้างโดยประมาณ คือ วิธีโครงประตู (Portal Method) โดยเริ่มต้นด้วยวิธีที่อธิบายกันโดยทั่วไป ซึ่งมีขั้นตอนที่ค่อนข้างซับซ้อนยุ่งเหยิง

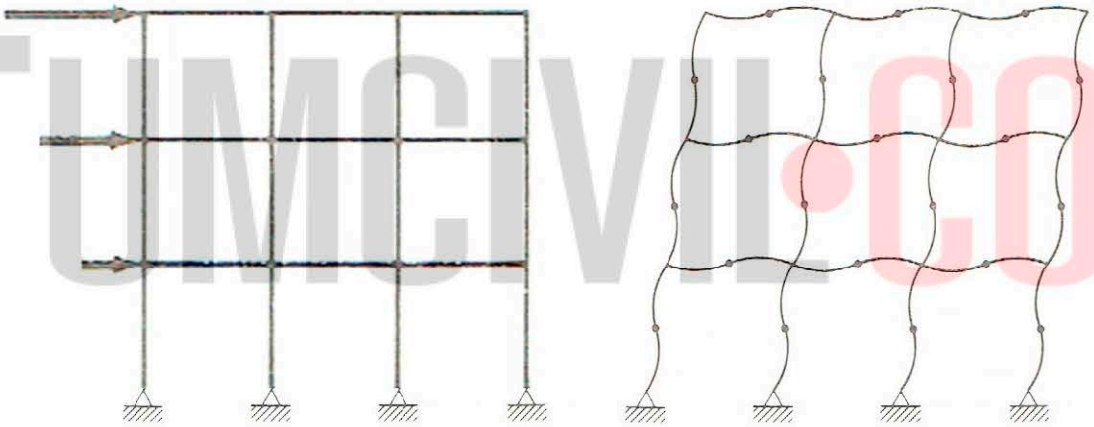
จากนั้นจะนำเสนอเทคนิควิธีลัดที่ผู้เขียนพัฒนาขึ้น เพื่อให้การวิเคราะห์ทำได้ง่ายรวดเร็ว “แบบไม่ยุ่งเหยิง” ทำให้การคำนวณเรียบง่ายขึ้น

วิธีโครงประตู

วิธีนี้เป็นวิธีโดยประมาณในการวิเคราะห์แรงด้านข้างที่ให้ผลลัพธ์ที่น่าพอใจสำหรับโครงสร้างแบบอาคารสูงปานกลาง แต่มีข้อควรพิจารณาว่า ผลลัพธ์ของสองชั้นบนและสองชั้นล่างของอาคารนั้น อาจเกิดข้อผิดพลาดจากค่าจริงได้ถึง 50 เปอร์เซ็นต์ แต่อย่างไรก็ตาม เนื่องจากเป็นวิธีโดยประมาณเพื่อนำค่าไปออกแบบเบื้องต้น วิธีนี้จึงยังเป็นที่นิยมใช้อยู่

ก) สมมติฐานของวิธีโครงประตู

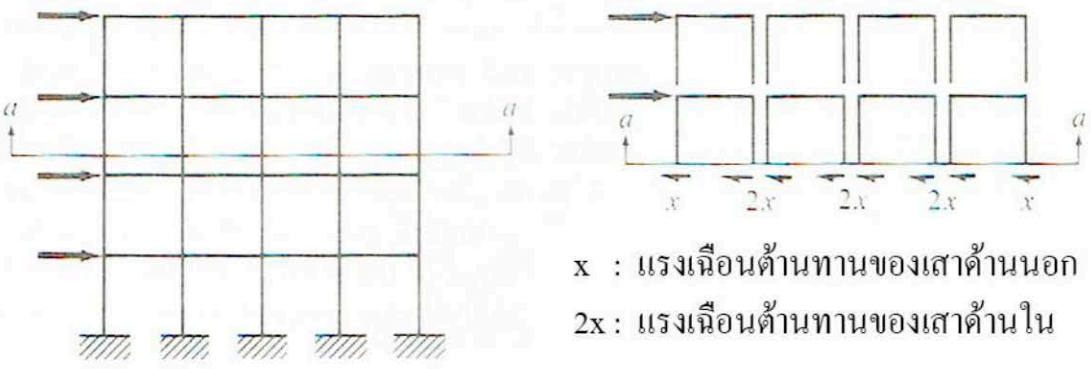
1. แรงด้านข้างกระทำที่จุดต่อเท่านั้น
2. จุดดัดกลับที่เกิดขึ้นในเสาและคาน เกิดขึ้นที่กึ่งกลางของชิ้นส่วน แสดงตัวอย่างดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 สมมติฐานจุดดัดกลับของวิธีโครงประตู

3. ผลรวมของแรงด้านข้างที่กระทำเหนือชั้นและในชั้นที่พิจารณา จะเท่ากับผลรวมของแรงเฉือนต้านทานในเสาชั้นที่พิจารณา โดยการกระจายแรงเฉือนต้านทานในเสานั้น แรงเฉือนที่เกิดขึ้นในเสาด้านใน มีค่าเป็นสองเท่าของเสาด้านนอก แสดงตัวอย่างดังรูปที่ 2

TUMCIVIL.COM



รูปที่ 2 สมมติฐานการกระจายแรงเฉือนต้านทานในเสา

ข) ขั้นตอนการวิเคราะห์

เมื่อใช้สมมติฐาน 3 ข้อดังกล่าวข้างต้นแล้ว สามารถวิเคราะห์โครงสร้างในแบบดีเทอร์มิเนทได้ โดยมีขั้นตอนในการวิเคราะห์ตามลำดับ ดังนี้

1. แรงเฉือนในเสา จากสมมติฐานว่าแรงเฉือนในเสาด้านในมีค่าเป็นสองเท่าของแรงเฉือนในเสาด้านนอก จึงพิจารณาโดยใช้สมการผลรวมของแรงในแนวราบเท่ากับศูนย์ ($\sum H = 0$) เพื่อหาแรงต้านทานแรงด้านข้างของแต่ละชั้นได้

2. โมเมนต์ในเสา จากสมมติฐานว่าจุดดัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางเสา เมื่อได้แรงเฉือนในเสามาแล้ว จึงนำค่าแรงเฉือนในเสาคูณด้วยระยะกึ่งกลางเสาของแต่ละชั้นนี้ เป็นค่าโมเมนต์ในเสาได้

3. โมเมนต์ในคาน จากสมการสมดุล คือผลรวมของโมเมนต์ที่จุดต่อต้องเท่ากับศูนย์ เมื่อได้โมเมนต์ในเสามาแล้ว จะได้ว่าในแต่ละจุดต่อนั้น ผลรวมของโมเมนต์ในคานจะเท่ากับผลรวมของโมเมนต์ในเสา ($\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$) และโดยการพิจารณาแต่ละแนวคานทีละจุดต่อโดยพิจารณาชั้นบนสุดและจุดต่อปลายก่อน (เพราะมีตัวไม่ทราบค่าน้อยที่สุด) ก็จะสามารถหาโมเมนต์ในคานได้

4. แรงเฉือนในคาน จากสมมติฐานว่าจุดดัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางคาน ดังนั้น แรงเฉือนในคานจึงเท่ากับโมเมนต์ในคานหารด้วยระยะครึ่งหนึ่งของคานที่พิจารณา

TUMOVIE.COM

อย่างไรก็ตาม สำหรับขั้นตอนที่ 3 และ 4 นี้ อาจทำสลับกันได้ คือ หาแรงเฉือนก่อน หรือหาโมเมนต์ก่อน แล้วแต่ความสะดวกในการพิจารณา

5. แรงตามแนวแกนในเสา โดยการพิจารณาทีละจุดต่อ โดยเริ่มจากชั้นบนสุดและจุดต่อปลายก่อน สามารถหาค่าได้โดยใช้สมการสมดุล ผลรวมของแรงในแนวดิ่งเท่ากับศูนย์ ($\sum V = 0$) ของแรงเฉือนในคาน และแรงตามแนวแกนในเสา

ค) ข้อสังเกต

1. วิธีนี้จะคำนวณแรงเฉือนในแต่ละเสาเป็นแรงชุดแรกก่อนแรงภายในอื่น

2. การตรวจสอบค่าที่ได้จากการคำนวณ ให้ตรวจสอบผลรวมของแรงตามแนวแกนในเสาของชั้นที่พิจารณาต้องเท่ากับศูนย์ ($\sum S = 0$)

3. แรงเฉือนในแต่ละเสา จะมีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงด้านข้าง

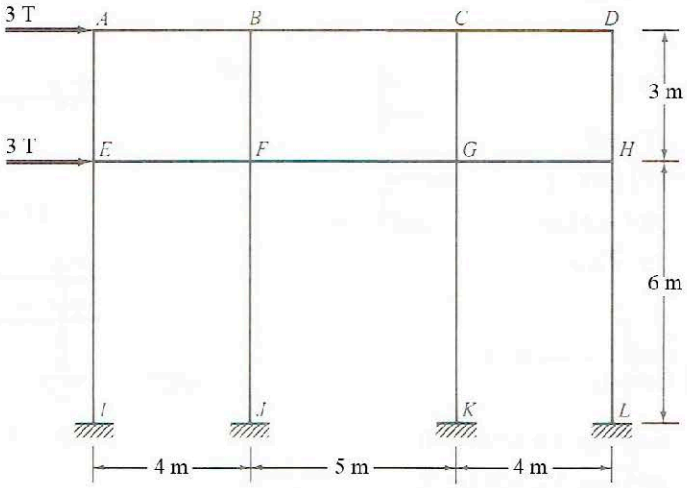
4. ค่าโมเมนต์ในเสาและคานของแต่ละชิ้นส่วน จะมีค่าเดียวกันทั้งค่าบวกและค่าลบ เพราะสมมติฐานคือจุดดัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางชิ้นส่วน

5. แรงตามแนวแกนในเสา จะมีทั้งค่าบวกและค่าลบ ซึ่งในการออกแบบเสานั้นจะใช้ค่าลบ คือแรงอัด โดยในทางปฏิบัติคือ จะนำค่าลบสูงสุดที่ได้ของเสาแต่ละชั้น ไปรวมกับแรงอัดสูงสุดในเสาที่เกิดจากการต้านทานแรงในแนวดิ่ง (Gravity Load) ของชั้นนั้น (อาจจะได้จากวิเคราะห์โดยประมาณมาเช่นกัน) เพื่อนำไปออกแบบขนาดของเสาเบื้องต้นของแต่ละชั้น

6. แรงตามแนวแกนในเสาด้านนอกที่รับแรงด้านข้าง จะมีค่าเป็นบวก (แรงดึง) ส่วนแรงตามแนวแกนในเสาด้านนอกที่ไม่ได้รับแรงด้านข้าง จะมีค่าเป็นลบ (แรงอัด)

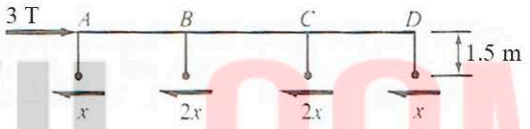
TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 1 โครงข้อแข็งรับแรงด้านข้างดังรูป ให้ใช้วิธีโครงประตูวิเคราะห์หาแรงภายในชิ้นส่วนเสาและคาน (ไม่ต้องหาแรงตามแนวแกนในคาน)



วิธีทำ

1. แรงเฉือนในเสา



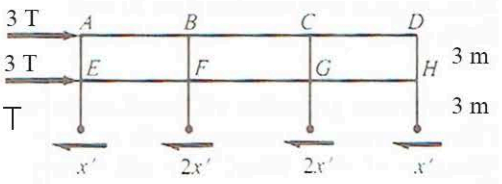
AE = DH = x = **0.5** T

BF = CG = 2x = **1** T

$\sum H = 0 = 3 - 6x \; ; \; \therefore \; x = 0.5$

EI = HL = x' = **1** T

FJ = GK = 2x' = **2**



$\sum H = 0 = 3 + 3 - 6x' \; ; \; \therefore \; x' = 1$ T

2. โมเมนต์ในเสา

AE = DH = 0.5(1.5)= **0.75** T•m

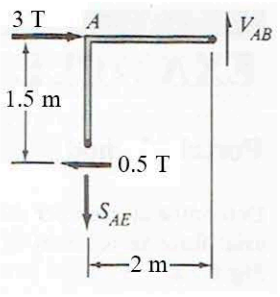
BF = CG = 1(1.5) = **1.5** T•m

EI = HL = 1(3) = **3** T•m

FJ = GK = 2(3) = **6** T•m

TUMCIVIL.COM

3. แรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน , แรงตามแนวแกนในเสา

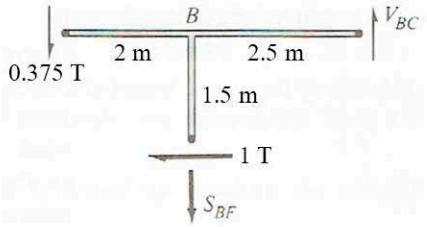


จุดต่อ A : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$\therefore M_{AB} = M_{AE} = \mathbf{0.75}$ T·m

$V_{AB} = M_{AB}/2 = \mathbf{0.375}$ T

$\sum V = 0 = S_{AE} - V_{AB}$; $\therefore S_{AE} = \mathbf{+0.375}$ T



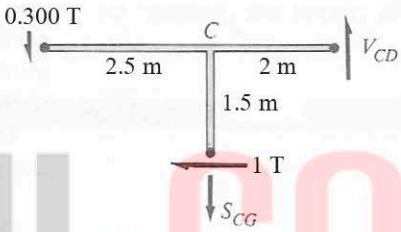
จุดต่อ B : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$0.375(2) + V_{BC}(2.5) = 1(1.5)$

$\therefore V_{BC} = (1.5 - 0.75)/2.5 = \mathbf{0.3}$ T

$M_{BC} = 0.3(2.5) = \mathbf{0.75}$ T·m

$\sum V = 0 = 0.375 + S_{BF} - 0.3$ $\therefore S_{BF} = \mathbf{-0.075}$ T



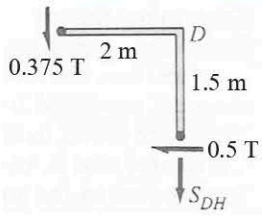
จุดต่อ C : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$0.3(2.5) + V_{CD}(2) = 1(1.5)$

$\therefore V_{CD} = (1.5 - 0.75)/2 = \mathbf{0.375}$ T

$M_{CD} = 0.375(2) = \mathbf{0.75}$ T·m

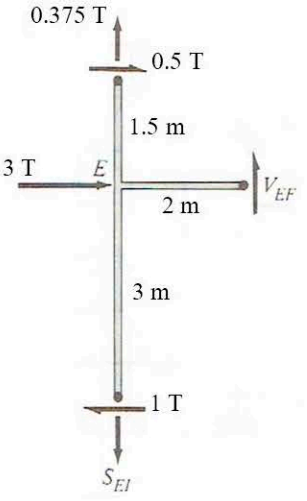
$\sum V = 0 = 0.3 + S_{CG} - 0.375$; $\therefore S_{CG} = \mathbf{+0.075}$ T



จุดต่อ D : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$0.375(2) = 0.5(1.5)$; $\therefore 0.75 = 0.75$ √

$\sum V = 0 = 0.375 + S_{DH}$; $\therefore S_{DH} = \mathbf{-0.375}$ T



ตรวจสอบชั้นที่ 2

$\sum S = 0 = +0.375 - 0.075 + 0.075 - 0.375$ √

จุดต่อ E : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

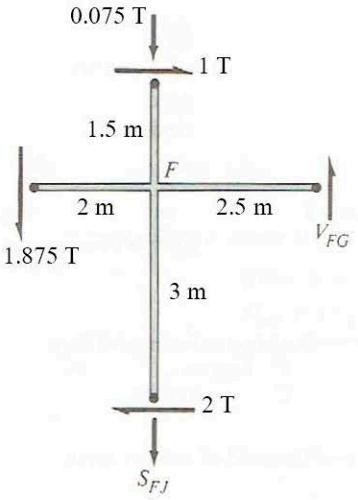
$V_{EF}(2) = 0.5(1.5) + 1(3)$

TUMCIVIL.COM

$\therefore V_{EF} = 3.75/2 = \mathbf{1.875}$ T

$M_{EF} = 1.875(2) = \mathbf{3.75}$ T▪m

$\sum V = 0 = 0.375 + 1.875 - S_{EI}$; $\therefore S_{EI} = \mathbf{+2.25}$ T



จุดต่อ F : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$1.875(2) + V_{FG}(2.5) = 1(1.5) + 2(3)$

$V_{FG} = (7.5 - 3.75)/2.5 = \mathbf{1.5}$ T

$M_{FG} = 1.5(2.5) = \mathbf{3.75}$ T▪m

$\sum V = 0 = 1.875 + 0.075 + S_{FJ} - 1.5$

$\therefore S_{FJ} = \mathbf{-0.45}$ T

จุดต่อ G : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

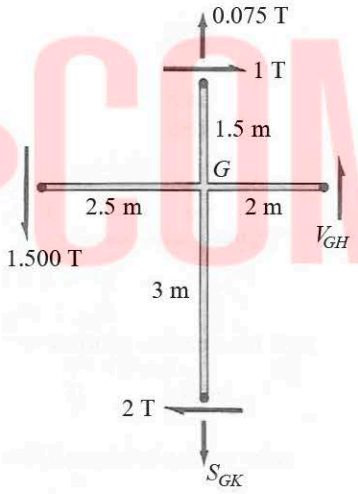
$1.5(2.5) + V_{GH}(2) = 1(1.5) + 2(3)$

$V_{GH} = (7.5 - 3.75)/2 = 1.875$ T

$M_{FG} = 1.875(2) = \mathbf{3.75}$ T▪m

$\sum V = 0 = 1.5 - 0.075 + S_{GK} - 1.875$

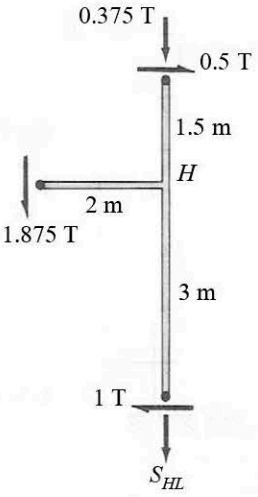
$\therefore S_{FG} = \mathbf{+0.45}$ T



จุดต่อ H : $\sum M_{คาน} = \sum M_{เสา}$

$1.875(2) = 0.5(1.5) + 1(3)$; $\therefore 3.75 = 3.75$ √

$\sum V = 0 = 1.875 + 0.375 + S_{HL}$; $\therefore S_{HL} = \mathbf{-2.25}$ T

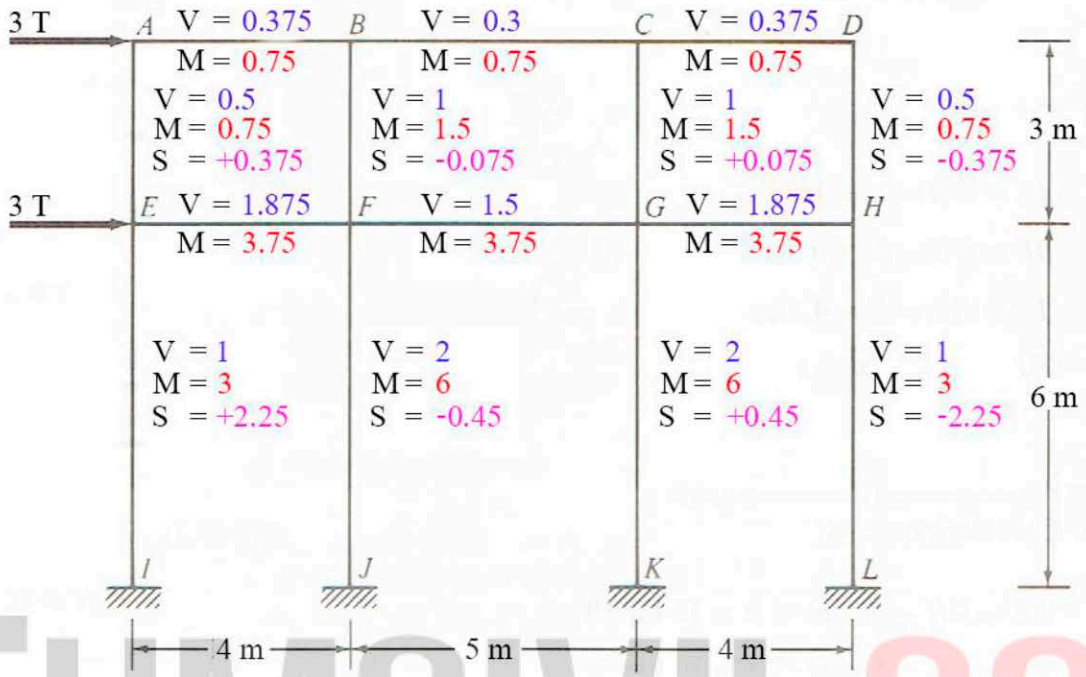


ตรวจสอบชั้นที่ 1

$\sum S = 0 = +2.25 - 0.45 + 0.45 - 2.25$ √

TUMCIVIL.COM

สรุปค่าแรงภายในของแต่ละตำแหน่ง (V , S หน่วย T , M หน่วย T•m)



TUMCIVIL.COM

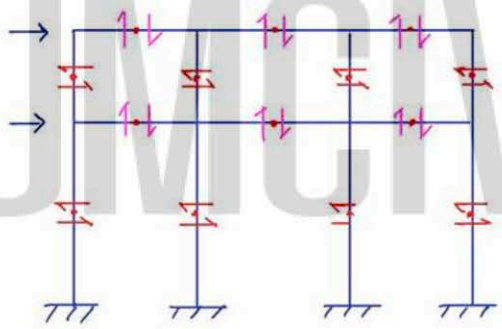
<u>เทคนิควิธีลัด</u>

ขั้นตอนการคำนวณของวิธีโครงประตูนั้น จะคล้ายกับการคำนวณหาแรงภายในโครงข้อหมุน คือพิจารณาทีละจุดต่อ ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วจะใช้เวลาพอสมควรในการทำและอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ง่ายเนื่องจากต้องเขียนหลายหน้า ผู้เขียนจึงขอนำเสนอเทคนิควิธีลัดที่ผู้เขียนได้พัฒนาขึ้น

ข้อสังเกตเบื้องต้นคือ โดยทั่วไปเราจะคำนวณแรงด้านข้างกระทำที่ด้านซ้ายของโครงข้อแข็ง ทิศทางจากซ้ายไปขวา ดังนั้น

1) $V_{เสา}$ จะมีค่าบวก และ $V_{คาน}$ จะมีค่าลบ ซึ่งสามารถเขียนทิศทางของ V เมื่อพิจารณาตัดช่วงเสาและคานตรงจุดดัดกลับ (สมมติว่าเกิดขึ้นที่ระยะกึ่งกลางของแต่ละช่วง) ได้ดังรูปที่ 3

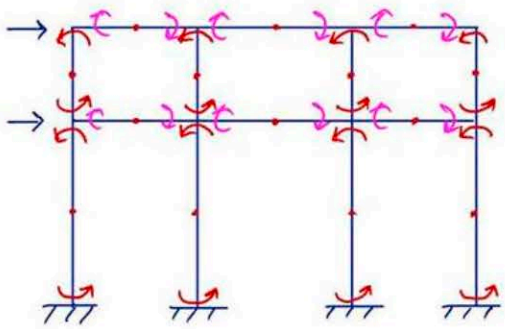
TUMCIVIL.COM



รูปที่ 3 ทิศทางของ V ในเสาและคาน

ทิศทางของ V จากรูปนี้ จะทำให้สามารถหาขนาดและทิศทางของแรงตามแนวแกนในเสา (S) ได้อย่างรวดเร็ว

2) M เสาและคาน มีทั้งค่าบวกและลบ (สมมติฐานจุดดัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางช่วง ทำให้ขนาดของโมเมนต์บวกและลบเท่ากัน) โดยมีทิศทางของโมเมนต์ดัดดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 ทิศทางของ M ในเสาและคาน

ทิศทางของ M จากรูปนี้ จะทำให้สามารถหาค่าของ$M_{คาน}$ ได้เมื่อทราบค่า $M_{เสา}$ หรือกลับกัน หาค่าของ $M_{เสา}$ ได้เมื่อทราบค่า $M_{คาน}$ ได้อย่างรวดเร็ว

จาก 2 ข้อสังเกตข้างต้น สามารถคำนวณโดยใช้เทคนิควิธีลัด โดยมีขั้นตอนดังนี้

1) เขียนแผนภาพของโครง 3 รูป คือ V, M และ S (เฉพาะเสา) โดยกำหนดทิศทางของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ตามแนวทางดังรูปที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

2) หา $V_{เสา}$ ได้จากสมมติฐาน Vด้านใน มีค่าเป็นสองเท่าของ Vด้านนอก แล้วใช้ $\sum H = 0$ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง แล้วเขียนลงในแผนภาพ V

3) หา $M_{เสา}$ ได้จาก $V_{เสา}$ x (ความสูงเสา/2) แล้วเขียนลงในแผนภาพ M

4) หา $M_{คาน}$ ได้จากการพิจารณา $\sum M = 0$ ในแต่ละจุดต่อ กับค่า $M_{เสา}$ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง แล้วเขียนลงในแผนภาพ M

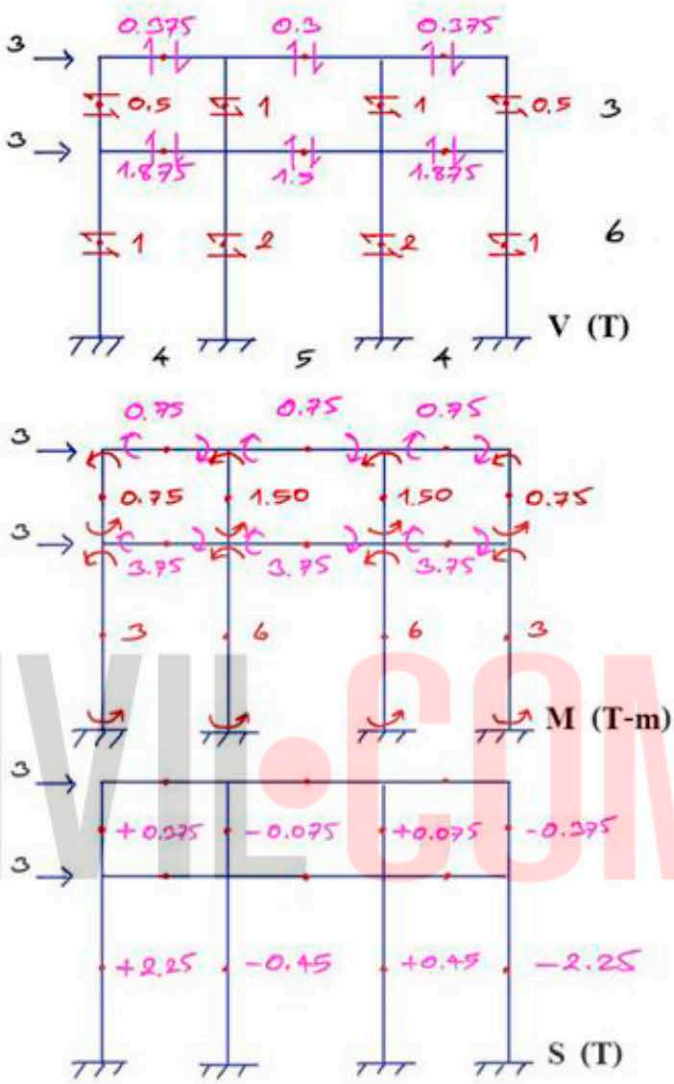
5) หา $V_{คาน}$ ได้จาก $M_{คาน}$/(ความยาวคาน/2) แล้วเขียนลงในแผนภาพ V

6) หา $S_{เสา}$ ได้จากการพิจารณา $V_{คาน}$ แล้วใช้ $\sum V = 0$ ในแต่ละจุดต่อ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง ดูทิศทางของ S ที่คำนวณได้จาก ถ้าพุ่งออกจากจุดต่อ มีค่า $+$, ถ้าพุ่งเข้าจุดต่อ มีค่า $-$ แล้วเขียนลงในแผนภาพ S

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 2 วิเคราะห์โครงข้อแข็งจากตัวอย่างที่ 1 วิธีโครงประตู โดยใช้เทคนิควิธีลัด

วิธีทำ



อธิบาย

1) เขียนแผนภาพของโครง 3 รูป คือ V, M และ S (เฉพาะเสา)

2) หา $V_{เสา}$ ได้จากสมมติฐาน V ด้านในมีค่าเป็นสองเท่าของ V ด้านนอก แล้วใช้ $\sum H = 0$ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง แล้วเขียนลงในแผนภาพ V

3) หา $M_{เสา}$ ได้จาก $V_{เสา}$ x (ความสูงเสา/2) แล้วเขียนลงในแผนภาพ M

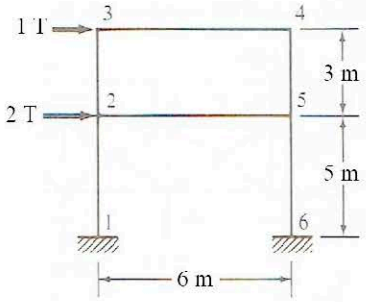
4) หา $M_{คาน}$ ได้จากการพิจารณา $\sum M = 0$ ในแต่ละจุดต่อ กับค่า $M_{เสา}$ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง แล้วเขียนลงในแผนภาพ M

5) หา $V_{คาน}$ ได้จาก $M_{คาน}$/(ความยาวคาน/2) แล้วเขียนลงในแผนภาพ V

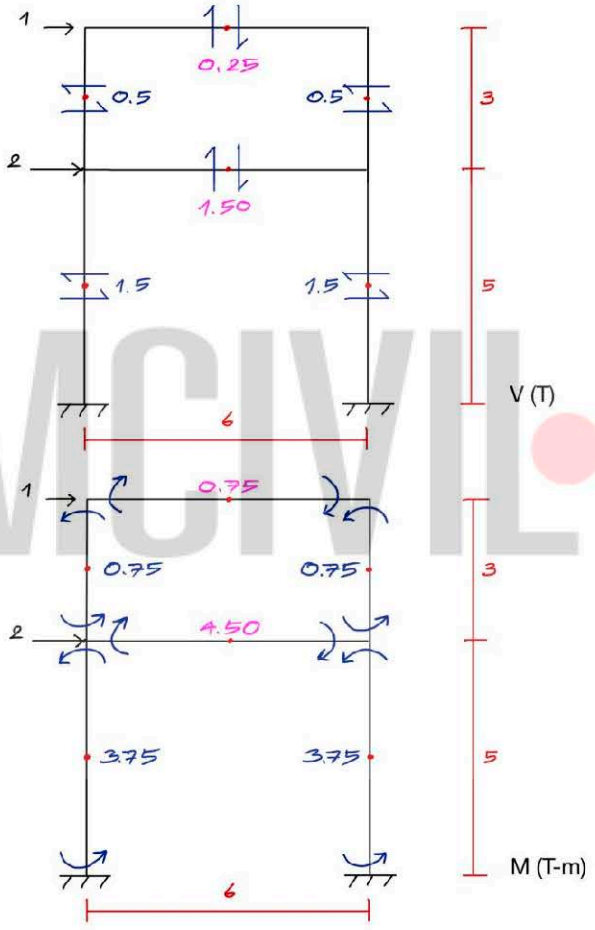
6) หา $S_{เสา}$ ได้จากการพิจารณา $V_{คาน}$ แล้วใช้ $\sum V = 0$ ในแต่ละจุดต่อ เริ่มจากชั้นบนสุดถึงชั้นล่าง ดูทิศทางของ S ที่คำนวณได้จาก ถ้าพุ่งออกจากจุดต่อ มีค่า $+$, ถ้าพุ่งเข้าจุดต่อ มีค่า $-$ แล้วเขียนลงในแผนภาพ S

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 3 วิเคราะห์โครงข้อแข็งรับแรงด้านข้างดังรูป โดยวิธีโครงประตู



วิธีทำ



TUMCIVIL.COM

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

นิพนธ์ เธียรศิริพิพัฒน์. **ทฤษฎีโครงสร้าง**. : ม.ป.ท. , ม.ป.ป.

บัญชา สุปรินายก. **การวิเคราะห์โครงสร้าง**. กรุงเทพฯ: ประชาชน, 2535.

วินิต ช่อวิเชียร. **ทฤษฎีโครงสร้าง**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ป.สัมพันธ์พาณิชย์, 2526.

สรกานต์ ศรีตองอ่อน. **การวิเคราะห์โครงสร้าง**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: เอ็มแอนด์เอ็ม เลเซอร์พริ้นต์, 2563.

_____. **คู่มือทฤษฎีโครงสร้าง**. กรุงเทพฯ: เอ็มแอนด์เอ็ม เลเซอร์พริ้นต์, 2559.

_____. **คู่มือแก้ปัญหาโจทย์ ประกอบวิชา การวิเคราะห์โครงสร้าง**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: เอ็มแอนด์เอ็ม เลเซอร์พริ้นต์, 2563.

ภาษาอังกฤษ

Everard, Noel J. and Tanner III, John L. **Reinforced Concrete Design**. 2nd Edition. Singapore: McGraw-Hill, Inc, 1989.

Leet, Kenneth M., Uang, Chia-Ming and Gilbert, Anne M. **Fundamentals of Structural Analysis**. Singapore: McGraw-Hill, Inc, 2008.

Hibbeler, Russell C. **Structural Analysis**. 9th Edition. London: Pearson Education, Inc., 2015.

Tartaglione, Louis C. **Solutions Manual to Accompany Structural Analysis**. Singapore: McGraw-Hill, Inc, 1991.

_____. **Structural Analysis**. Singapore: McGraw-Hill, Inc, 1991.

TUMCIVIL.COM

เว็บไซต์

www.scribd.com/document/363410427/Structural-Analysis-2-Influence-Line-Diagrams-ILD-for-Statically-Indeterminate-Beams-pdf.

www.sorakarn-kmutnb.com.

TUMCIVIL•COM

ภาคผนวก

TUMCIVIL.COM

ภาคผนวกมีเนื้อหา 7 เรื่องคือ

- สัญลักษณ์กรีก
- ตาราง แผนภาพโมเมนต์ดัด และ สมการระยะแอ่นสูงสุด
- ตาราง สมบัติของพื้นที่
- วิธีเสาอุปมานกับแผ่นพื้นไร้คาน
- เฉลยวิธีทำ Theory of Structures 258 ข้อ
- เฉลยวิธีทำ Structural Analysis 251 ข้อ
- เฉลยวิธีทำ Structural Analysis 6 ข้อ

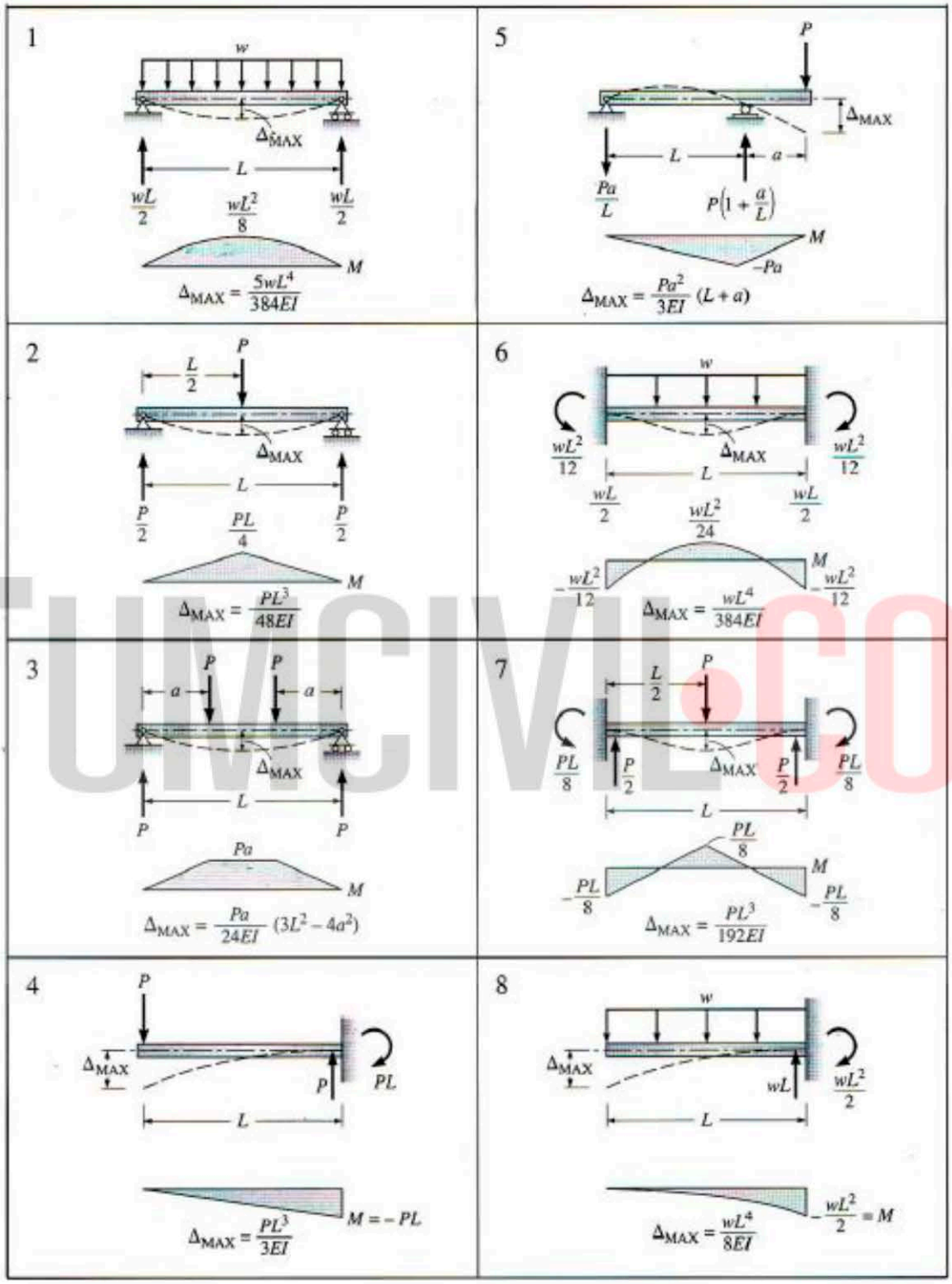
TUMCIVIL.COM

สัญลักษณ์กรีก

สัญลักษณ์	คำสะกด	สัญลักษณ์	คำสะกด	สัญลักษณ์	คำสะกด
Α α	*Alpha*	Ι ι	*Iota*	Ρ ρ	*Rho*
Β β	*Beta*	Κ κ	*Kappa*	Σ σ	*Sigma*
Γ γ	*Gamma*	Λ λ	*Lambda*	Τ τ	*Tau*
Δ δ	*Delta*	Μ μ	*Mu*	Υ υ	*Upsilon*
Ε ε	*Epsilon*	Ν ν	*Nu*	Φ φ	*Phi*
Ζ ζ	*Zeta*	Ξ ξ	*Xi*	Χ χ	*Chi*
Η η	*Eta*	Ο ο	*Omicron*	Ψ ψ	*Psi*
Θ ϑ θ	*Theta*	Π π	*Pi*	Ω ω	*Omega*

TUMCIVIL.COM

ตาราง แผนภาพโมเมนต์ดัด และ สมการระยะแอ่นสูงสุด



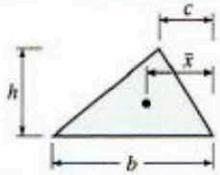
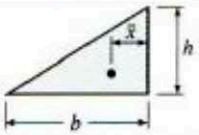
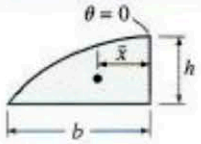
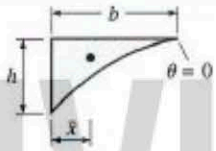
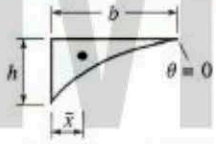
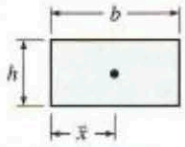
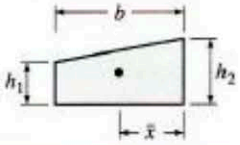
TUMCIVIL.COM

อ้างอิง :

Fundamentals of Structural Analysis

Kenneth M. Leet, Chia-Ming Uang and Anne M. Gilbert

ตาราง สมบัติของพื้นที่

Shape	Figure	Area	Centroidal Distance $\bar{x}$
(a) Triangle		$\frac{bh}{2}$	$\frac{b+c}{3}$
(b) Right triangle		$\frac{bh}{2}$	$\frac{b}{3}$
(c) Parabola		$\frac{2bh}{3}$	$\frac{3b}{8}$
(d) Parabola		$\frac{bh}{3}$	$\frac{b}{4}$
(e) Third-degree parabola		$\frac{bh}{4}$	$0.2b$
(f) Rectangle		bh	$\frac{b}{2}$
(g) Trapezoid		$\frac{b}{2}(h_1+h_2)$	$\frac{b(2h_1+h_2)}{3(h_1+h_2)}$

TUMCIVIL.COM

อ้างอิง :

Fundamentals of Structural Analysis

Kenneth M. Leet, Chia-Ming Uang and Anne M. Gilbert

บันทึก

TUMCIVIL•COM

วิธีเสาอุปมานกับแผ่นพื้นไร้คาน

ความนำ

วิธีเสาอุปมาน (column analogy method) เป็นหนึ่งในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนต ที่มีจำนวนตัวไม่ทราบค่าไม่เกินสาม ดังนั้น จึงเหมาะมากในการคำนวณตัวไม่ทราบค่าของชิ้นส่วนที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน เพราะมีความรวดเร็วเป็นอย่างมากในการวิเคราะห์ อีกทั้งสามารถใช้ได้เป็นอย่างดีกับชิ้นส่วนที่มีขนาดหน้าตัดไม่เท่ากันในแต่ละช่วง (non-prismatic member)

การวิเคราะห์แผ่นพื้นไร้คานวิธีหนึ่งที่นิยมกันคือ วิธีโครงข้อแข็งเทียบเท่า (equivalent frame method) ซึ่งจะพิจารณาแผ่นพื้นเสมือนว่าเป็นคานที่มีขนาดหน้าตัดไม่เท่ากันในแต่ละช่วง แล้วนำไปวิเคราะห์แบบคานด้วยวิธีโมเมนต์กระจาย (moment distribution method)

TUMCIVIL.COM

ดังนั้น จึงมีความจำเป็นในการหาค่า โมเมนต์ที่ปลายชิ้นส่วนซึ่งมีที่รองรับแบบยึดแน่น หรือที่เรียกกันว่า โมเมนต์ที่ปลายยึดแน่น (Fixed End Moment, FEM) , สติฟเนสของแผ่นพื้นไร้คาน และเสา , ตัวประกอบนำข้าม (Carry Over Factor, COF) ซึ่งเหมาะสมมากที่จะหาด้วยวิธีเสาอุปมาน

สัญลักษณ์และความหมาย

I_s = โมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นพื้น-คาน (slab - beam)

L_1 = ความยาวช่วงเสา โดยวัดจากศูนย์กลางเสาในทิศทางที่จะหาค่าสติฟเนส

L_2 = ช่วงกว้างของแผ่นพื้นในทิศทางด้านลึก

L_n = ความยาวของช่วงพื้นวัดจากขอบเสาถึงขอบเสา

L_{1d} = ขนาดของแป้นหัวเสา ด้านขนาน L_1

c_1 = ด้านกว้างของเสาในทิศทางด้านกว้าง

c_2 = ด้านกว้างของเสาในทิศทางด้านลึก

K_s = สติฟเนสของแผ่นพื้น-คาน

K_c = สติฟเนสของเสา

K_{sL} = สติฟเนสของพื้น-คานด้านซ้ายของช่วงพื้น

K_{sR} = สติฟเนสของพื้น-คานด้านขวาของช่วงพื้น

E_{cs} = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตแผ่นพื้นไร้คาน

A_{ac} = พื้นที่ของเสาอุปมาน

I_{ac} = โมเมนต์ความเฉื่อยของเสาอุปมานรอบแกนสะเทิน

M = โมเมนต์เนื่องจากแรง 1 หน่วยกระทำที่ขอบของเสาอุปมาน คูณด้วยระยะทางจาก ขอบเสาอุปมานถึงศูนย์กลางเสาอุปมาน $\left(\frac{L_1}{2}\right)$

c = ระยะทางจากแกนสะเทินถึงขอบเสาอุปมาน $\left(\frac{L_1}{2}\right)$

FEM = โมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่น (Fixed End Moment)

w_u = น้ำหนักบรรทุกต่อหน่วยความยาวที่กระทำที่ช่วงพื้น

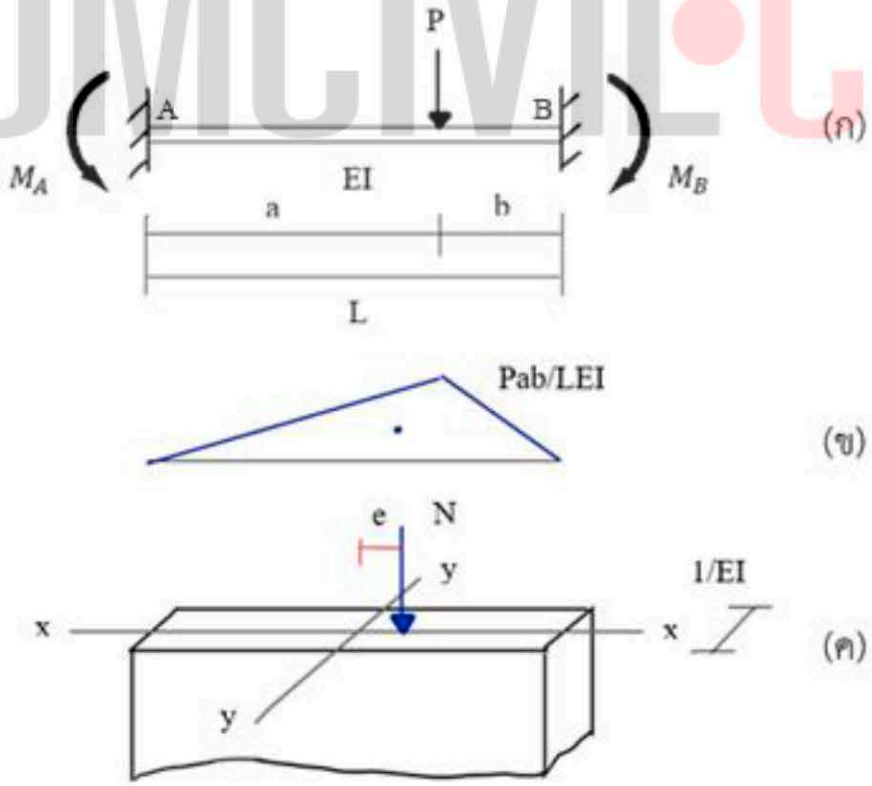
w_d = น้ำหนักของแป้นหัวเสาต่อหน่วยความยาว

P_{ac} = พื้นที่ของแผนภาพโมเมนต์ดัด หารด้วย EI

<u>ทฤษฎี</u>

คาน AB มีปลายยึดแน่นที่จุด A และจุด B รับแรงกระทำ P ใดๆ ดังแสดงในรูปที่ 1 สิ่งที่ต้องการหาค่าคือ โมเมนต์ดัดที่ปลายคาน ได้แก่ M_A และ M_B

TUMCIVIL.COM



รูปที่ 1 ทฤษฎีของวิธีเสาอุปมาน

ทฤษฎีของวิธีเสาอุปมานคือ โมเมนต์ดัดที่ปลายคานจริง มีค่าเท่ากับหน่วยแรงที่ปลายเสาอุปมานซึ่งรับแรงที่เกิดจากโมเมนต์ของน้ำหนักบรรทุกในคานจริงหารด้วย EI

จากรูปที่ 1 (ก) น้ำหนักบรรทุก P ทำให้เกิดแผนภาพโมเมนต์เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีค่าสูงสุดคือ Pab/L นำค่านี้หารด้วย EI (จากรูป EI คงที่) จะเป็นแรงที่กระทำกับเสาอุปมาน ดังรูปที่ 1 (ข)

เสาอุปมาน คือเสาที่สมมติขึ้นมา โดยมีด้านแคบของหน้าตัดมีค่าเท่ากับ 1/EI และด้านกว้างเท่ากับ L คือความยาวคาน ดังรูปที่ 1 (ค)

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเสาอุปมานเป็นไปได้ 2 ประเภทคือ

1. หน่วยแรงอัดเนื่องจากแรงลัพธ์ N ของ M/EI ที่กระทำกับเสาอุปมาน ซึ่งเท่ากับ N/A
2. หน่วยแรงดัดหากจุดเซนทรอยด์ของแรงลัพธ์ N ไม่ตรงกับจุดเซ็นทรอยด์ของเสา ซึ่งเท่ากับ M·c/I เท่ากับ (N·e)(L/2)/I_y

TUMCIVIL.COM

จากรูปที่ 1 เนื่องจากจุดเซนทรอยด์ของแรงลัพธ์ N ไม่ตรงกับจุดเซ็นทรอยด์ของเสา จึงทำให้หน่วยแรงในเสาอุปมานมีทั้งหน่วยแรงอัดและหน่วยแรงดัด ซึ่งปลายด้านซ้ายของเสาจะเกิดหน่วยแรงดัดที่เป็นแรงดึง และปลายด้านขวาเกิดหน่วยแรงดัดที่เป็นแรงอัด

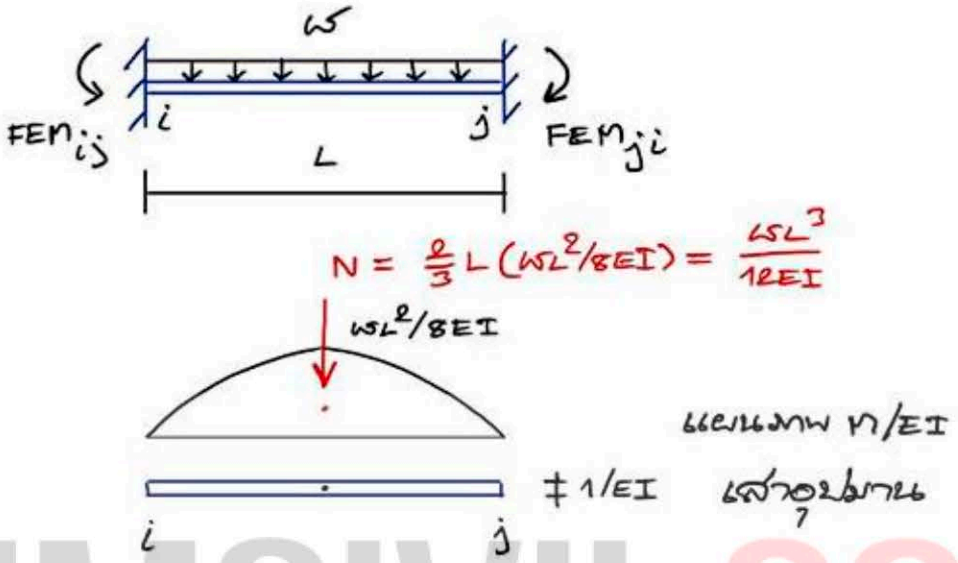
ดังนั้น ถ้ากำหนดให้แรงอัดเป็น + และแรงดึงเป็น – จะได้ว่า

$$M_A = +\frac{N}{A} - \frac{(N \cdot e)(L/2)}{I_y}$$

$$M_B = +\frac{N}{A} + \frac{(N \cdot e)(L/2)}{I_y}$$

ตัวอย่างการหาโมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่น

ก) กรณีรับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอเต็มช่วงคาน



$$A_{\text{เสาอุปมาน}} = L(1/EI) = L/EI$$

$$\therefore \theta_i = \theta_j = \frac{N}{A} = \frac{wL^3}{12EI} \cdot \frac{EI}{L} = \frac{wL^2}{12}$$

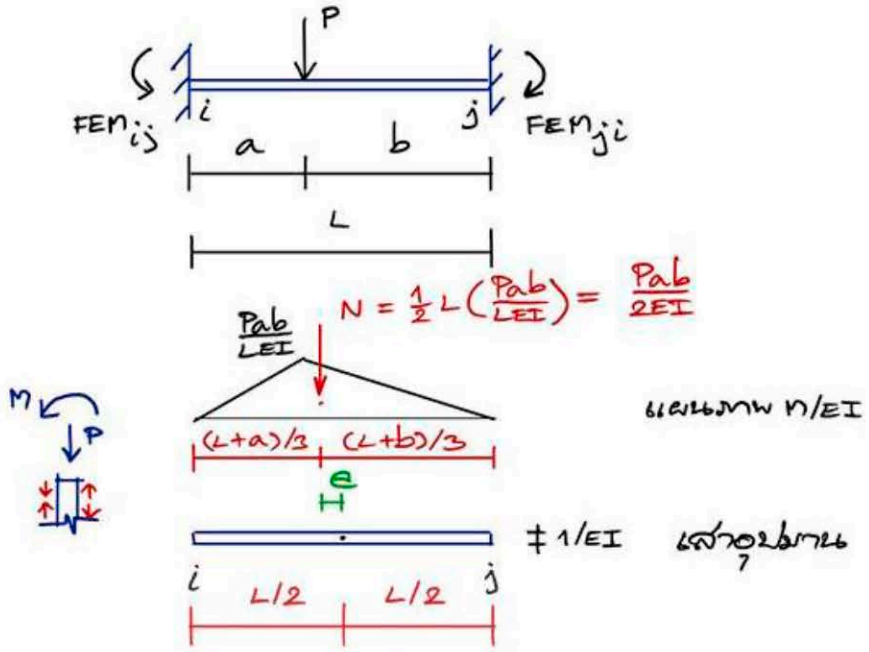
$$\boxed{FEM_{ij} = FEM_{ji} = \frac{wL^2}{12}}$$

อธิบาย

- เซนทรอยด์ของแรงลัพธ์อยู่ตำแหน่งเดียวกับเซนทรอยด์ของเสาอุปมาน ดังนั้น หน่วยแรงที่เกิดขึ้น จะมีเฉพาะหน่วยแรงอัด ไม่มีหน่วยแรงดัด
- หน่วยแรงอัดที่ปลายเสาอุปมานทั้งสองด้านมีค่าเท่ากัน นั่นคือ FEM ทั้งสองด้านในคานจริงมีค่ากัน

TUMCIVIL.COM

ข) กรณีรับน้ำหนักแบบจุด



$$\therefore \sigma_i = \frac{N}{A} + \frac{Mc}{I}, \quad \sigma_j = \frac{N}{A} - \frac{Mc}{I} \quad (\text{แรงดัดเป็นบวก})$$

$$A = L(1/EI) = L/EI, \quad I = (1/EI)(L^3/12) = \frac{L^3}{12EI}, \quad c = \frac{L}{2}$$

$$e = \frac{L}{2} - \frac{L+a}{3} = \frac{1}{6}\left[3L - 2L - 2a\right] = (L-2a)/6$$

$$\frac{N}{A} = \frac{Pab}{2EI} \cdot \frac{EI}{L} = \frac{Pab}{2L}, \quad M = Ne = \frac{Pab}{2EI} \cdot \frac{(L-2a)}{6} = \frac{Pab(L-2a)}{12EI}$$

$$c/I = \frac{L}{2} \cdot \frac{12EI}{L^3} = \frac{6EI}{L^2}$$

$$Mc/I = \frac{Pab(L-2a)}{12EI} \cdot \frac{6EI}{L^2} = Pab(L-2a)/2L^2$$

$$\sigma_i = \frac{Pab}{2L} + \frac{Pab(L-2a)}{2L^2} = \frac{Pab}{2L^2}(L+L-2a) = \frac{2Pab}{2L^2}(L-a) = \frac{Pab^2}{L^2}$$

$$\sigma_j = \frac{Pab}{2L} - \frac{Pab(L-2a)}{2L^2} = \frac{Pab}{2L^2}(L-L+2a) = \frac{2Pab}{2L^2}(a) = \frac{Pa^2b}{L^2}$$

$$\boxed{FEM_{ij} = \frac{Pab^2}{L^2}, \quad FEM_{ji} = \frac{Pa^2b}{L^2}}$$

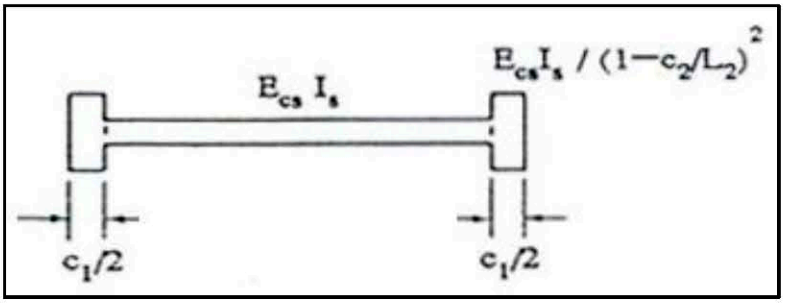
อธิบาย

- เซนทรอยด์ของแรงลัพธ์ไม่อยู่ในตำแหน่งเดียวกับเซนทรอยด์ของเสาอุปมาน ซึ่งทำให้หน่วยแรงที่เกิดขึ้น มีทั้งหน่วยแรงอัดและหน่วยแรงดัด
- FEM ที่ปลายคานทั้งสองด้านจึงมีค่าไม่เท่ากัน

TUMCIVIL.COM

<u>แผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา</u>

ตามสมมติฐานการวิเคราะห์โดยวิธีโครงข้อแข็งเทียบเท่า จะพิจารณาแผ่นพื้นไร้คานว่าเป็นคานรูปแบบหนึ่งเรียกว่า แผ่นพื้น-คาน (slab-beam) ซึ่งมีขนาดหน้าตัดไม่เท่ากันในแต่ละช่วง สำหรับกรณีของแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา แผนภาพสติฟเนสของแผ่นพื้น-คาน แสดงได้ดังรูปที่ 2

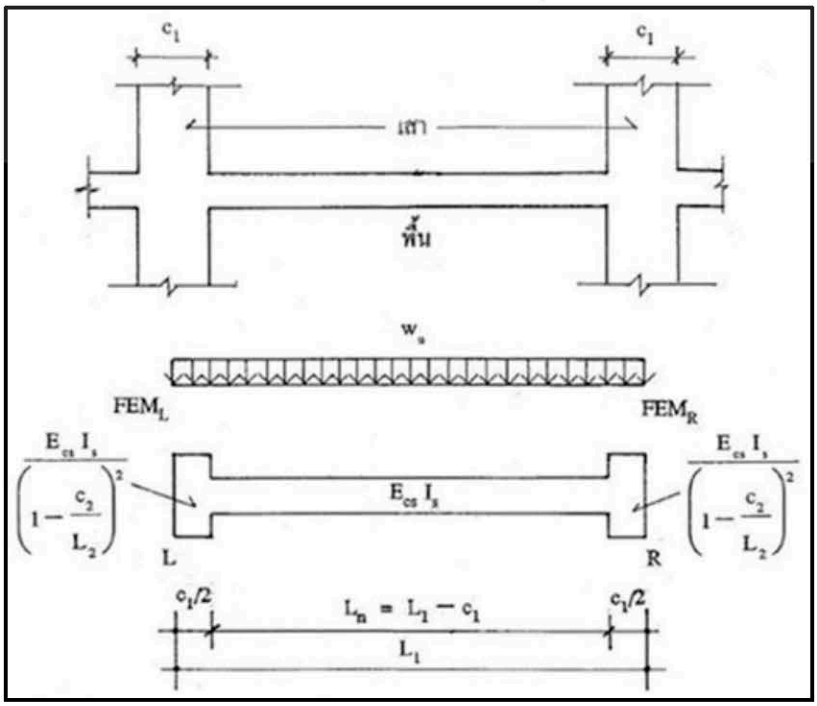


รูปที่ 2 แผนภาพสติฟเนสของแผ่นพื้น-คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา

ทำให้หาค่าต่างๆ ที่จำเป็นในการวิเคราะห์ได้ดังนี้

ก) โมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่น

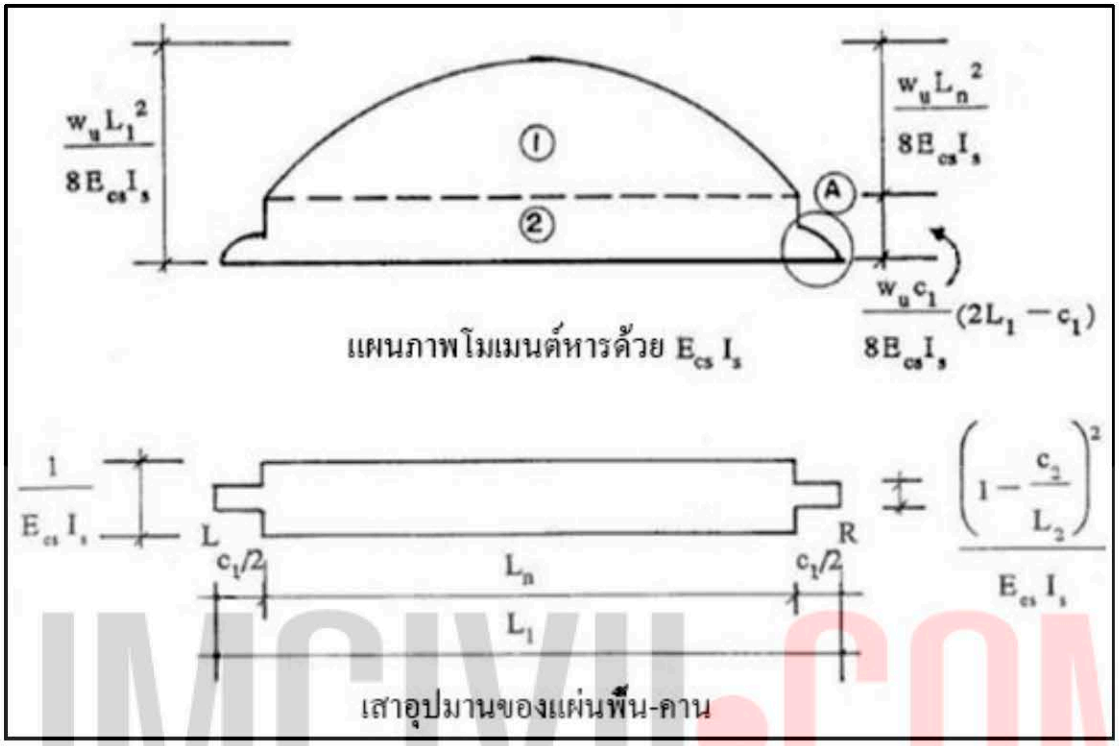
ในกรณีที่หน้าตัดเสาทั้งสองข้างของช่วงแผ่นพื้น-คานที่พิจารณามีขนาดเท่ากัน จะทำให้โครงสร้างมีความสมมาตร แผนภาพวัตถุอิสระเพื่อหาค่าโมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่นโดย เนื่องมาจากน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอเต็มช่วงคาน แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แผนภาพวัตถุอิสระของแผ่นพื้น-คานแบบไม่มีแป้นหัวเสารับน้ำหนักแผ่เต็มช่วงคาน

TUMCIVIL.COM

ดังนั้น แผนภาพโมเมนต์หารด้วย EI ที่กระทำบนเสาอุปมานของแผ่นพื้น-คาน แสดงดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 การหาโมเมนต์ที่ปลายยึดแน่น โดยวิธีเสาอุปมาน

TUMCIVIL.COM

แรงลัพธ์ของแผนภาพ M/EI นี้คือแรงที่กระทำบนเสาอุปมานซึ่งกรณีนี้มีความสมมาตร คือมีจุดศูนย์ถ่วงของแรงลัพธ์กระทำที่กึ่งกลาง และเสาอุปมานก็มีความสมมาตรคือมีจุดศูนย์ถ่วงกระทำที่กึ่งกลางเช่นกัน ดังนั้น หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเสาอุปมาน (ซึ่งหมายถึง FEM ของแผ่นพื้น-คาน) จึงเกิดจากแรงตามแนวแกนเท่านั้น นั่นคือ

$$\mathrm{FEM_L} = \mathrm{FEM}_R = \frac{\mathrm{P_{ac}}}{\mathrm{A_{ac}}}$$

โดย

$$\mathrm{P_{ac}} = \mathrm{A}_{①} + \mathrm{A}_{②} + 2\mathrm{A}_{③}$$

ซึ่ง

$$\mathrm{E_{cs}I_sA}_{①} = \frac{2}{3}\mathrm{L_n}\frac{\mathrm{WL_n}^2}{8} = \frac{\mathrm{WL_n}^3}{12}$$

$$E_{cs}I_sA_{②} = \frac{WL_nc_1}{8}(2L_1 - c_1)$$

กำหนดให้ $kc = \left(1 - \frac{c_2}{L_2}\right)^2$

$$(E_{cs}I_s)2A_{③} = 2kc\int_0^{c_1/2}\left(\frac{WL_1x}{2} - \frac{Wx^2}{2}\right)dx = 2kc\left[\frac{WL_1x^2}{4} - \frac{Wx^3}{6}\right]_0^{c1/2}$$
$$= 2kc\left[\frac{WL_1c_1^2}{16} - \frac{Wc_1^3}{48}\right] = 2kc\frac{Wc_1^2}{48}[3L_1 - c_1]$$
$$= \frac{Wkcc_1^2}{24}[3L_1 - c_1]$$

ดังนั้น

$$(E_{cs}I_s)P_{ac} = \frac{WL_n^3}{12} + \frac{WL_nc_1}{8}(2L_1 - c_1) + \frac{Wkcc_1^2}{24}[3L_1 - c_1]$$
$$= \frac{W}{24}\left[2L_n^3 + 3L_nc_1(2L_1 - c1) + kc \cdot c_1^2(3L_1 - c_1)\right]$$

$(E_{cs}I_s)A_{ac}$ = พื้นที่ของเสาอุปมานของพื้น-คาน

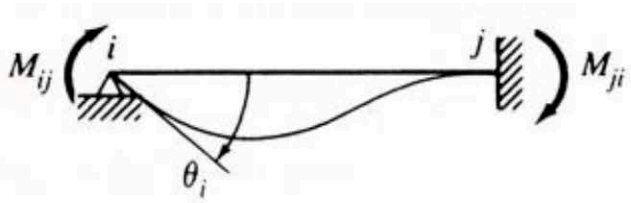
$$= L_n + c_1kc$$

∴ จะได้ว่า

$$FEM_L = FEM_R = \frac{W\left[2L_n^3 + 3L_nc_1(2L_1 - c1) + kc \cdot c_1^2(3L_1 - c_1)\right]}{24(L_n + c_1kc)} \quad (1)$$

ข) สติฟเนสของแผ่นพื้น-คาน (K_s)

ความหมายของสติฟเนสเนื่องจากโมเมนต์ดัดในชิ้นส่วน คือ โมเมนต์ดัดที่ปลายชิ้นส่วนที่ทำให้เกิดมุมลาด ณ ปลายด้านนั้นมีค่า 1 เรเดียน และอีกปลายอีกด้านหนึ่งมุมลาดเป็นศูนย์ นั่นคือเป็นลักษณะของคานที่มีที่รองรับเป็นแบบยึดหมุนด้านหนึ่ง และอีกด้านหนึ่งเป็นแบบยึดแน่น ดังรูปที่ 5

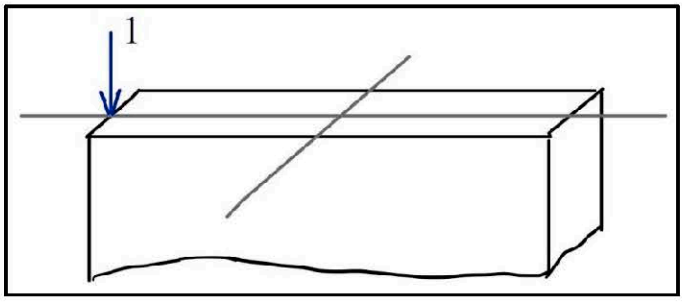


รูปที่ 5 สติฟเนสของชิ้นส่วน

TUMCIVIL.COM

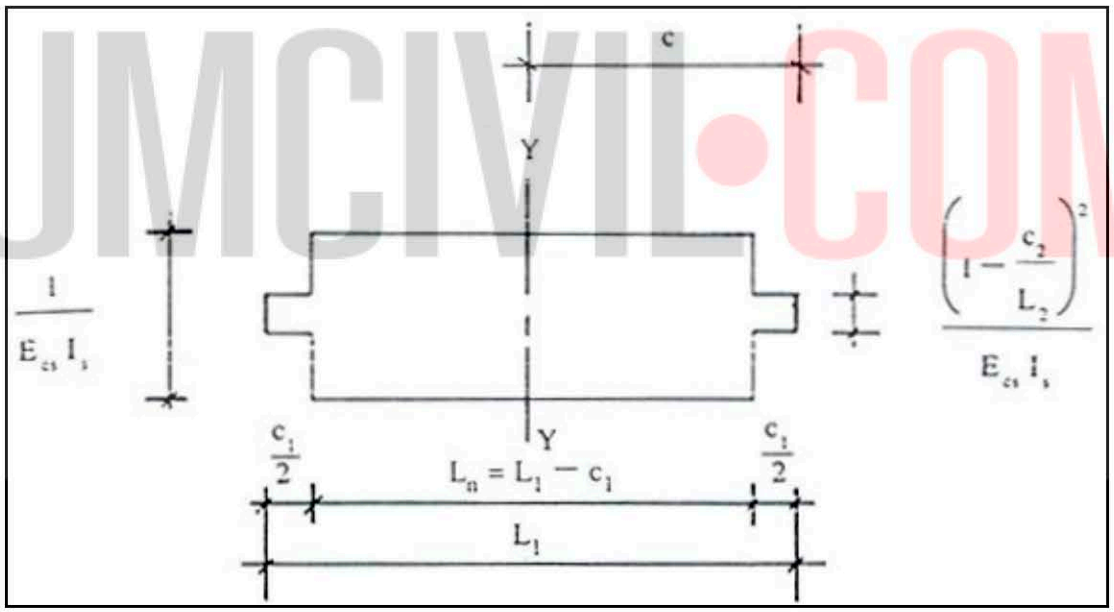
จากรูป สติฟเนสของปลายชิ้นส่วนด้าน *i* คือค่า M_{ij} ที่ทำให้ θ_i เท่ากับ 1

ในมุมมองของวิธีเสาอุปมาน โมเมนต์ดัดนี้ เทียบได้กับแรง 1 หน่วยซึ่งกระทำที่ปลายของเสาอุปมานด้านที่พิจารณา ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 การหาสติฟเนสของแผ่นพื้น-คานโดยวิธีเสาอุปมาน

มิติต่างๆ ของขนาดหน้าตัดเสาอุปมานของแผ่นพื้นคาน แสดง ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 ขนาดหน้าตัดเสาอุปมานของแผ่นพื้น-คาน

เห็นได้ว่า ในกรณีที่โครงสร้างมีความสมมาตร แรง 1 หน่วยกระทำที่เสาอุปมานด้านซ้ายหรือด้านขวา ก็จะทำให้ค่าสติฟเนสเท่ากัน นั่นคือ

K_{sL} เท่ากับ K_{sR} กำหนดให้เท่ากับ K_s

ดังนั้น $$K_s = \frac{1}{A_{ac}} + \frac{Mc}{I_{ac}} \qquad (2)$$

โดย

$$Mc = 1(c)(c) = 1(\frac{L_1}{2})(\frac{L_1}{2}) = L_1^2/4$$

$$A_{ac} = L_n \frac{1}{E_{cs}I_s} + 2\left[\frac{c_1}{2}\frac{\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2}{E_{cs}I_s}\right]$$

$$= \frac{L_n + c_1\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2}{E_{cs}I_s}$$

$$I_{ac} = \left[\frac{\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2}{E_{cs}I_s}\frac{{L_1}^3}{12}\right] + \left[\frac{1}{E_{cs}I_s} - \frac{\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2}{E_{cs}I_s}\right]\frac{{L_n}^3}{12}$$

$$= \frac{1}{12E_{cs}I_s}\left[{L_n}^3 + \left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2\left({L_1}^3 - {L_n}^3\right)\right]$$

แทนใน (2) ; $K_s = \frac{E_{cs}I_s}{L_n + c_1\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2} + \frac{(L_1^2/4)(12E_{cs}I_s)}{{L_n}^3 + \left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2\left({L_1}^3 - {L_n}^3\right)}$

จัดรูปสูตรได้ว่า

$$\frac{K_s}{E_{cs}I_s} = \frac{1}{L_n + c_1\left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2} + \frac{3{L_1}^2}{{L_n}^3 + \left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2\left({L_1}^3 - {L_n}^3\right)} \quad (3)$$

ถ้ากำหนดให้ $kc = \left(1-\frac{c_2}{L_2}\right)^2$ แล้วนำมาแทนในสมการ (3) ดังนั้น

$$\frac{K_s}{E_{cs}I_s} = \frac{1}{L_n + c_1 kc} + \frac{3{L_1}^2}{{L_n}^3 + kc\left({L_1}^3 - {L_n}^3\right)} \quad (4)$$

ค) ตัวประกอบนำข้าม (Carry Over Factor, COF)

จากรูปที่ 5 ค่าของ M_{ji} จะขึ้นอยู่กับค่าของ M_{ij} ซึ่งในมุมมองของการวิเคราะห์โดยวิธีโมเมนต์กระจายคือ $M_{ji} = (COF)M_{ij}$ นั่นคือ

$$COF = \frac{M_{ji}}{M_{ij}}$$

TUMCIVIL.COM

ในมุมมองของวิธีสาอุปมาน M_{ji} คือหน่วยแรงด้านตรงข้ามกับแรง 1 หน่วยกระทำ ดังนั้น จึงมีค่าเท่ากับ หน่วยแรงอัดรวมกับหน่วยแรงดัดที่เป็นแรงดึง ส่วน M_{ij} คือหน่วยแรงด้านเดียวกับแรง 1 หน่วยกระทำ ดังนั้น จึงมีค่าเท่ากับ หน่วยแรงอัดรวมกับหน่วยแรงดัดที่เป็นแรงอัด

ดังนั้น จากคำอธิบายในข้อ ข) จะได้ว่า

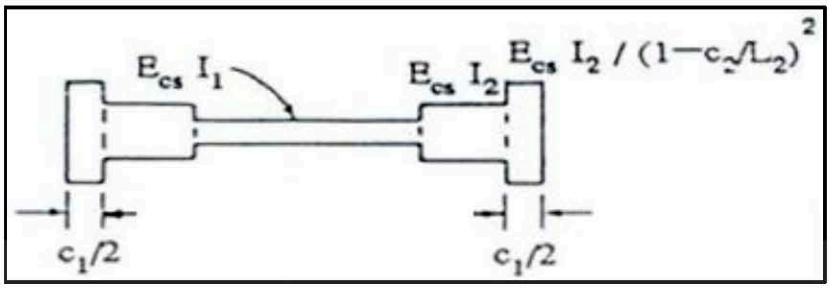
$$COF = \left| \frac{\frac{1}{A_{ac}} - \frac{(L_1^2/4)}{I_{ac}}}{\frac{1}{A_{ac}} + \frac{(L_1^2/4)}{I_{ac}}} \right| \qquad (5)$$

ในกรณีชิ้นส่วนที่มีขนาดหน้าตัดคงที่ COF จะเท่ากับ 0.5 แต่ในกรณีของแผ่นพื้นไร้คานที่มีขนาดหน้าตัดไม่คงที่ COF จะไม่เท่ากับ 0.5 แต่มีค่าไม่เกิน 1

TUMCIVIL.COM

<u>แผ่นพื้นไร้คานแบบมีแป้นหัวเสา</u>

ในทำนองเดียวกับแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา ตามสมมติฐานการวิเคราะห์โดยวิธีโครงข้อแข็งเทียบเท่า (รายละเอียดอยู่ในบทที่ 5) จะพิจารณาแผ่นพื้นไร้คานว่าเป็นคานรูปแบบหนึ่งเรียกว่า แผ่นพื้น-คาน (slab-beam) ซึ่งมีขนาดหน้าตัดไม่เท่ากันในแต่ละช่วง สำหรับกรณีของแผ่นพื้นไร้คานแบบมีแป้นหัวเสา แผนภาพสติฟเนสของแผ่นพื้น-คาน แสดงได้ดังรูปที่ 8 ซึ่งมีความซับซ้อนกว่าแบบไม่มีแป้นหัวเสา



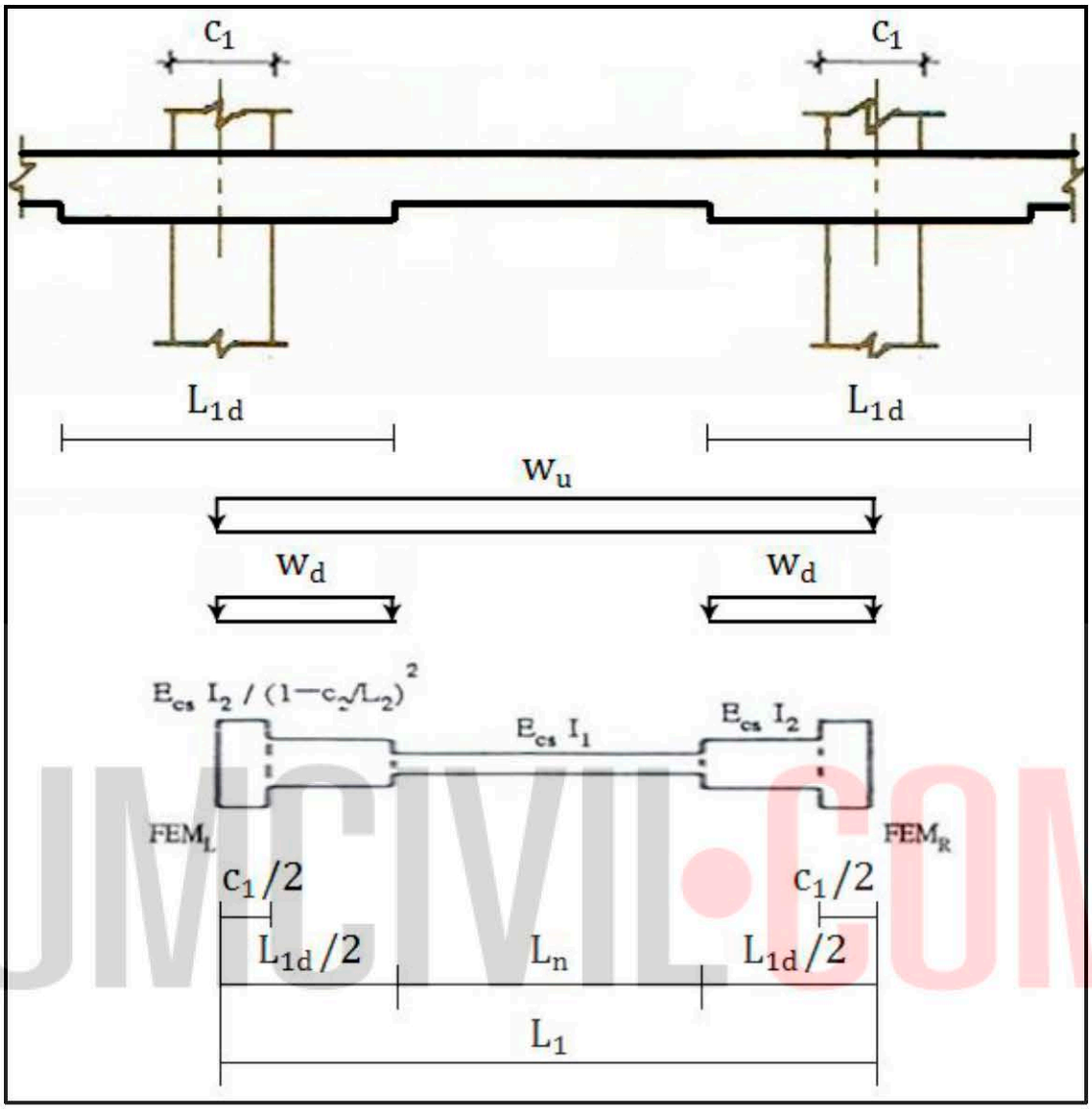
รูปที่ 8 แผนภาพสติฟเนสของแผ่นพื้น-คานแบบมีแป้นหัวเสา

TUMCIVIL.COM

ทำให้หาค่าต่างๆ ที่จำเป็นในการวิเคราะห์ได้ดังนี้

ก) โมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่น

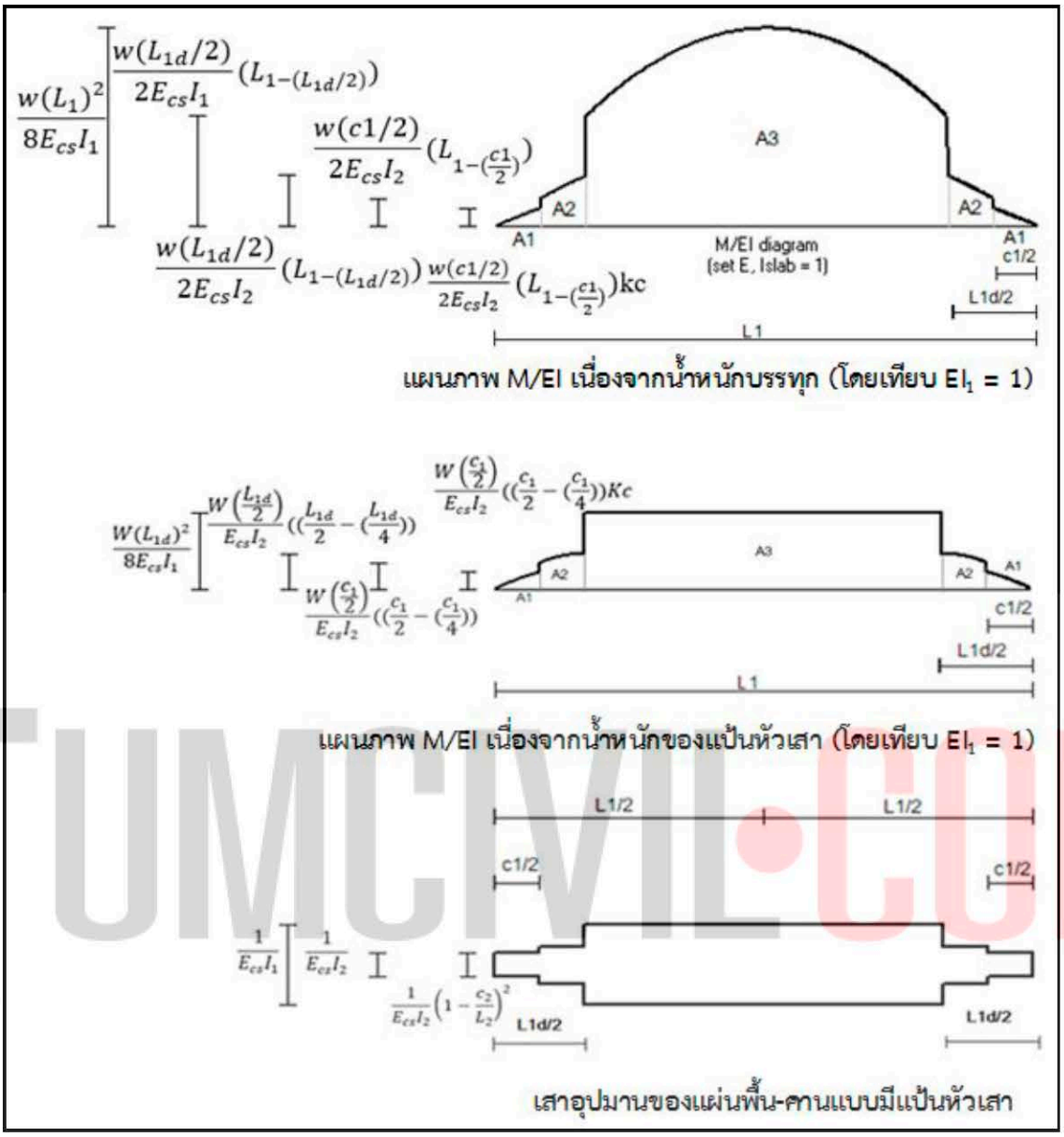
ในกรณีที่หน้าตัดเสาทั้งสองข้างของช่วงแผ่นพื้น-คานที่พิจารณามีขนาดเท่ากัน จะทำให้โครงสร้างมีความสมมาตร แผนภาพวัตถุอิสระเพื่อหาค่าโมเมนต์ที่ปลายแบบยึดแน่นโดย เนื่องมาจากน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอเต็มช่วงคาน แสดงดังรูปที่ 9



รูปที่ 9 แผนภาพวัตถุอิสระของแผ่นพื้น-คานแบบมีแป้นหัวเสารับน้ำหนักแผ่เต็มช่วงคาน

ดังนั้น แผนภาพโมเมนต์หารด้วย EI ที่กระทำบนเสาอุปมานของแผ่นพื้น-คาน จะมีสองส่วน คือ โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอก และโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักของแป้นหัวเสา แสดงดังรูปที่ 10

TUMCIVIL.COM



รูปที่ 10 การหาโมเมนต์ที่ปลายยึดแน่น โดยวิธีเสาอุปมาน

แรงลัพธ์ของแผนภาพ M/EI นี้คือแรงที่กระทำบนเสาอุปมานซึ่งกรณีนี้ ทั้งแผนภาพเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกและเนื่องจากน้ำหนักของแป้นหัวเสามีความสมมาตร คือมีจุดศูนย์ถ่วงของแรงลัพธ์กระทำที่กึ่งกลาง และเสาอุปมานก็มีความสมมาตรคือมีจุดศูนย์ถ่วงกระทำที่กึ่งกลางเช่นกัน ดังนั้นหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเสาอุปมาน (ซึ่งหมายถึง FEM ของแผ่นพื้น-คาน) จึงเกิดจากแรงตามแนวแกนเท่านั้น นั่นคือ

$$FEM_L = FEM_R = \frac{P_{ac}(slab)+P_{ac}(drop\ panel)}{A_{ac}} \qquad (6)$$

TUMCIVIL.COM

โดย

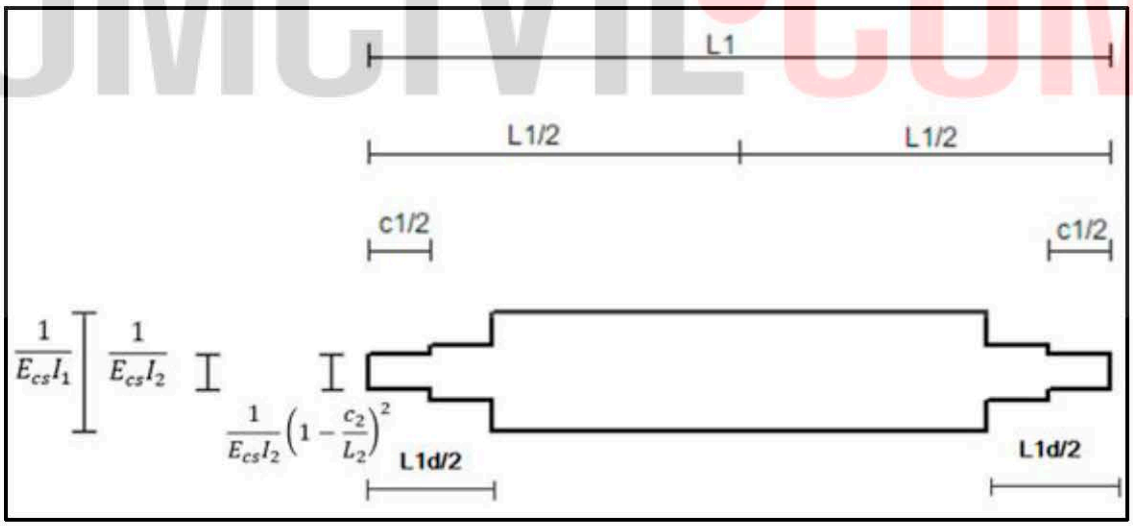
$P_{ac}\ (slab)$ คือ แรงลัพธ์ของ แผนภาพ M/EI เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนของแผ่นพื้นไร้คาน

$P_{ac}\ (drop\ panel)$ คือ แรงลัพธ์ของ แผนภาพ M/EI เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกของแป้นหัวเสา

จากรูปที่ 10 เห็นได้ว่าการจัดรูปสูตร FEM ของแผ่นพื้นไร้คานแบบมีแป้นหัวเสานี้ ได้รูปสูตรที่ยาวเกินไปไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ ซึ่งวิธีแก้ไขโดยทั่วไปคือ ทำเป็นตารางหาค่า FEM ขึ้นมา แต่ผู้เขียนได้แก้ไขด้วยการพัฒนาซอฟต์แวร์ขึ้นมาช่วยในการคำนวณชื่อว่า DON_Slab (เผยแพร่ในงานเก๋า 2019 จัดโดย TumCivil.com)

ข) สติฟเนสของแผ่นพื้น-คาน (K_s)

ในทำนองเดียวกับแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา กรณีที่โครงสร้างมีความสมมาตร แรง 1 หน่วยกระทำที่เสาอุปมานด้านซ้ายหรือด้านขวา ก็จะทำให้ค่าความแข็งเท่ากัน โดยสิ่งที่ต่างออกไปจากแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา คือรูปทรงของเสาอุปมานที่ซับซ้อนขึ้น ดังรูปที่ 11



รูปที่ 11 ขนาดหน้าตัดเสาอุปมานของแผ่นพื้น-คาน

เห็นได้ว่า ในกรณีที่โครงสร้างมีความสมมาตร แรง 1 หน่วยกระทำที่เสาอุปมานด้านซ้ายหรือด้านขวา ก็จะทำให้ค่าสติฟเนสเท่ากัน นั่นคือ

TUMCIVIL.COM

K_{sL} เท่ากับ K_{sR} กำหนดให้เท่ากับ K_s ซึ่งเมื่อเทียบกับแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสาแล้ว ความแตกต่างคือค่า A_{ac} และ I_{ac} เท่านั้น ซึ่งหากจัดเป็นรูปสูตรก็จะยาวซึ่งไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ ผู้เขียนจึงพัฒนาให้ DON_Slab ช่วยคำนวณเช่นเดียวกับการหาค่า FEM

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า

$$K_s = \frac{1}{A_{ac}} + \frac{(L_1^2/4)}{I_{ac}} \qquad (7)$$

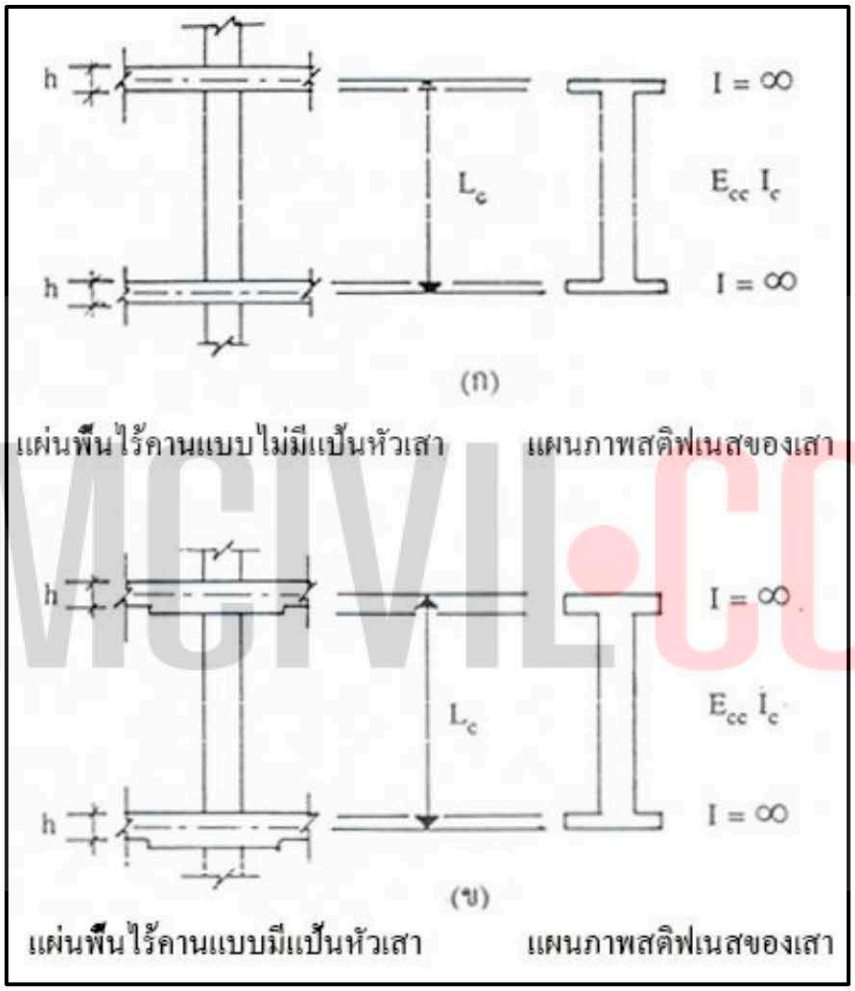
ค) ตัวประกอบนำข้าม

คำอธิบายและรูปสูตรคล้ายกับแผ่นพื้นไร้คานแบบไม่มีแป้นหัวเสา คือสูตรที่ (5) โดยความแตกต่างคือค่า A_{ac} และ I_{ac} ซึ่ง DON_Slab จะช่วยคำนวณให้เช่นเดียวกัน

TUMCIVIL.COM

<u>การหาค่าสติฟเนสต้านทานแรงดัดของเสา</u>

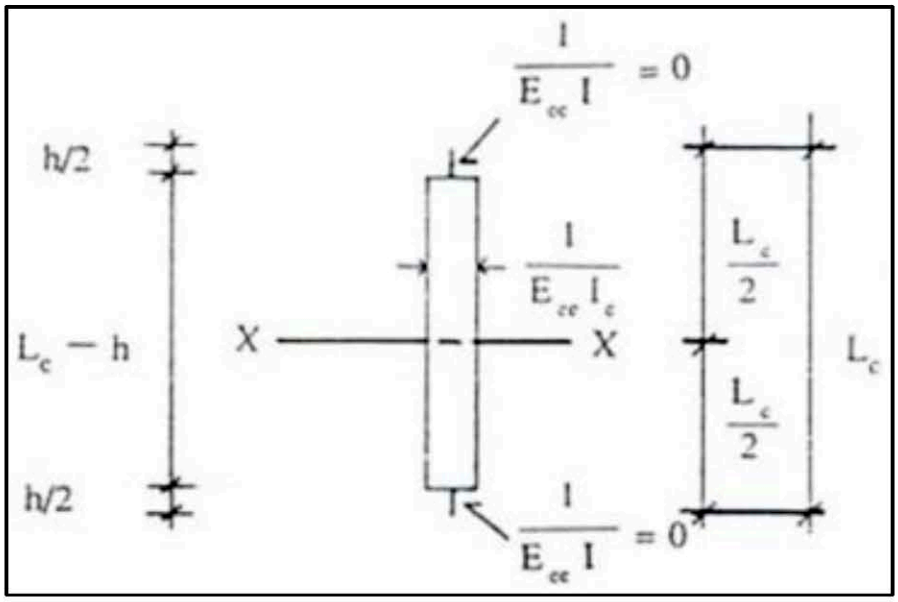
เสาที่รองรับแผ่นพื้นไร้คาน จะคล้ายคลึงกับแผ่นพื้น-คาน คือขนาดหน้าตัดจะไม่เท่ากันในแต่ละช่วงเสา โดยมีสมมติฐานว่า เสาในช่วงที่วัดจากเส้นผ่านศูนย์กลางของแผนพื้นถึงขอบเสา (บนและล่าง) มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยเป็นอนันต์ (Infinity) ดังนั้น แผนภาพสติฟเนสของเสา (column stiffness diagram) สำหรับต้านทานแรงดัด แสดงดังรูปที่ 12



รูปที่ 12 แผนภาพสติฟเนสของเสา

เห็นได้ว่า สติฟเนสของเสา (K_c) สำหรับแผ่นพื้นไร้คานทั้งแบบไม่มีแป้นหัวเสา และแบบมีแป้นหัวเสา มีค่าเท่ากัน ซึ่งจัดอยู่ในรูปเสาอุปมานได้ดังรูปที่ 13

TUMCIVIL.COM



รูปที่ 13 เสาอุปมานของเสาจริง

ดังนั้น $$K_c = \frac{1}{A_{ac}} + \frac{Mc}{I_{ac}} \quad (8)$$

ซึ่ง $$A_{ac} = \frac{L_c - h}{E_{cc} I_c}$$

$$I_{ac} = \frac{1}{E_{cc} I_c} \frac{(L_c - h)^3}{12}$$

แทนใน (4)

$$K_c = \frac{E_{cc} I_c}{L_c - h} + \frac{(1)\left(\frac{L_c}{2}\right)\left(\frac{L_c}{2}\right)(12 E_{cc} I_c)}{(L_c - h)^3}$$

จัดรูปสูตรได้ว่า

$$\frac{K_c}{E_{cc} I_c} = \frac{1}{(L_c - h)^3}\left[(L_c - h)^2 + 3L_c^{\,2}\right] \quad (9)$$

TUMCIVIL.COM

เฉลยข้อสอบ สภาวิศวกร
วิชา Theory of Structures

TUMCIVIL.COM
Engineering Software Center
engfanatic CLUB & member

โดย ดอน สอนกาน

เผยแพร่ฟรี

จำนวนข้อสอบ 258 ข้อ

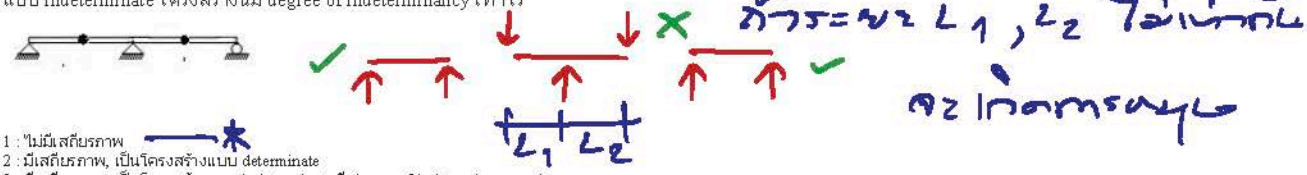
หัวข้อ	ข้อ	จำนวน
รูปแบบของโครงสร้าง	1 2 3 4 5 6 19 20 21 22 23 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256	35
แรงปฏิกิริยา		12
- โครงข้อหมุน	35 65 70	
- คาน	52 93 94 102 103	
- โครงข้อแข็ง	37 45 46 74	
แรงภายใน		81
- โครงข้อหมุน	7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 24 36 66 67 68 69 75 257	
- คาน	25 30 31 32 33 34 41 42 43 44 50 51 53 54 55 76 77 92 95 96 97 98 99 100 101	
- โครงข้อแข็ง	26 27 28 29 38 39 40 47 48 49 71 72 73 81 82 83 84 85 86	
- เสา	78 79 80	
- คานผสมท่อนเหล็ก	56 57 58 59 60 61 62 63 64 87 88 89 90 91	
เส้นอิทธิพล	104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156	53
การเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง	157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209	53
โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนตเบื้องต้น	210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 258	24
	รวม	258

TUMCIVIL.COM engfanatic CLUB & member

สาขา : โยธา
วิชา : Theory of Structures

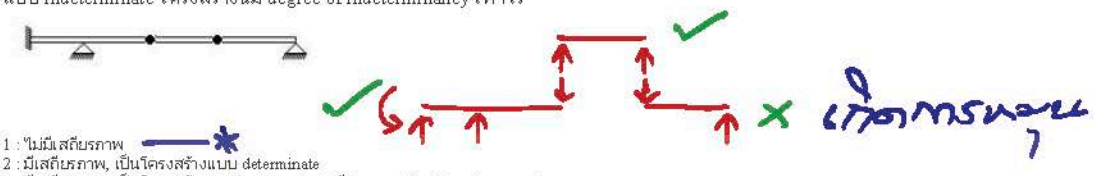
เนื้อหาวิชา : 529 : Introduction to structural analysis

ข้อที่ 1 :
จากโครงสร้างคานดังแสดงในรูป จงวิเคราะห์ว่าโครงสร้างนี้มีเสถียรภาพ (Stable) หรือไม่ เป็นโครงสร้างแบบ determinate หรือ indeterminate ถ้าเป็นโครงสร้างแบบ indeterminate โครงสร้างนี้มี degree of indeterminancy เท่าไร



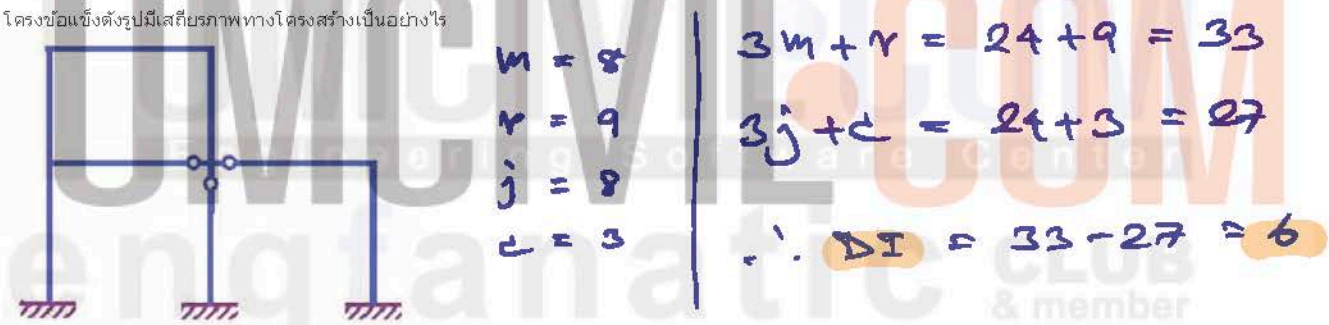
1 : ไม่มีเสถียรภาพ
2 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ determinate
3 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 1
4 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 2
5 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 3
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 2 :
จากโครงสร้างคานดังแสดงในรูป จงวิเคราะห์ว่าโครงสร้างนี้มีเสถียรภาพ (Stable) หรือไม่ เป็นโครงสร้างแบบ determinate หรือ indeterminate ถ้าเป็นโครงสร้างแบบ indeterminate โครงสร้างนี้มี degree of indeterminancy เท่าไร



1 : ไม่มีเสถียรภาพ
2 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ determinate
3 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 1
4 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 2
5 : มีเสถียรภาพ, เป็นโครงสร้างแบบ indeterminate มี degree of indeterminancy = 3
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 3 :
โครงข้อแข็งดังรูปมีเสถียรภาพทางโครงสร้างเป็นอย่างไร

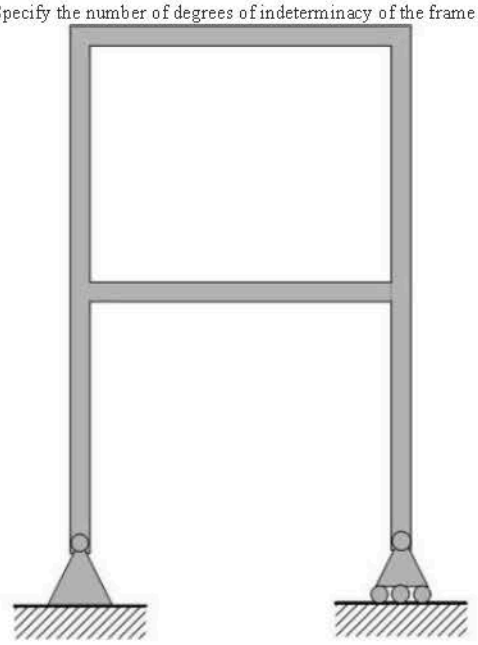


1 : stable – indeterminate – degree of indeterminacy = 3
2 : stable – indeterminate – degree of indeterminacy = 4
3 : stable – indeterminate – degree of indeterminacy = 5
4 : stable – indeterminate – degree of indeterminacy = 6
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 4 :

TUMCIVIL.COM engineering software center engineering club & member

Specify the number of degrees of indeterminacy of the frame shown below.



$m = 6$

$r = 3$

$j = 6$

$\therefore 3m + r = 3(6) + 3 = 21$

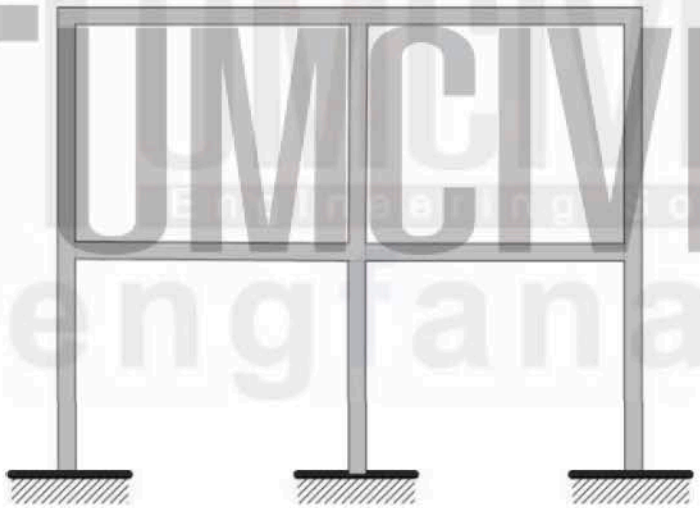
$3j = 3(6) = 18$

$DI = 21 - 18 = 3$

1 : 3 —*
2 : 6
3 : 9
4 : 12
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 5 :

Specify the number of degrees of indeterminacy of the frame shown below.



$m = 10$

$r = 9$

$j = 9$

$\therefore 3m + r = 3(10) + 9 = 39$

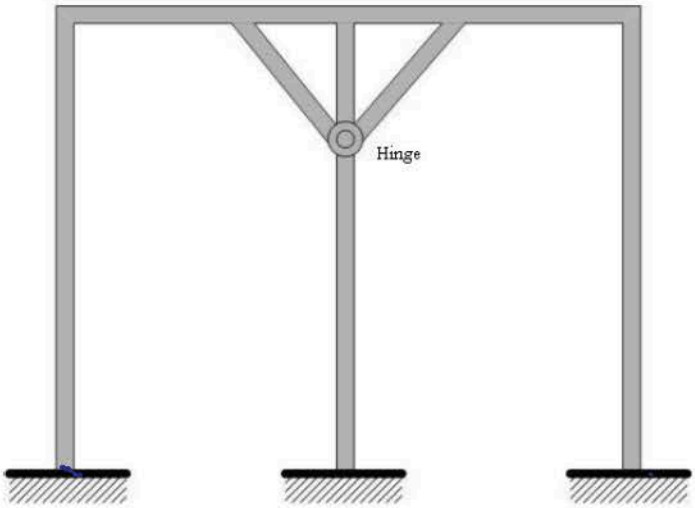
$3j = 3(9) = 27$

$DI = 39 - 27 = 12$

1 : 9
2 : 10
3 : 11
4 : 12 —*
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 6 :

Specify the number of degrees of indeterminacy of the frame shown below.



$m = 10$

$r = 9$

$j = 9$

$c = 4 - 1 = 3$

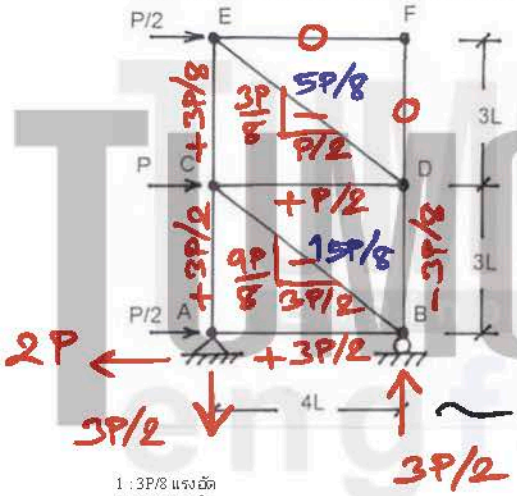
$3m + r = 39$

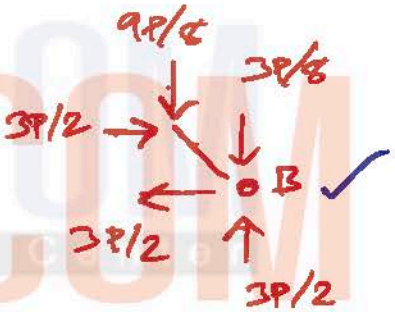
$3j + c = 30$

$\therefore DI = 9$

1 : 8
2 : 9
3 : 10
4 : 11
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 7 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน AC





$\frac{1}{4L}\left[\frac{P}{2}(6L) + P(3L)\right]$

ตอบข้อ 7-9

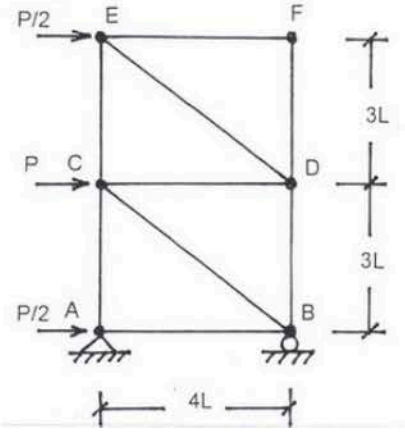
$AC = +\frac{3P}{2}$

$BD = -\frac{3P}{8}$

$BC = -\frac{15P}{8}$

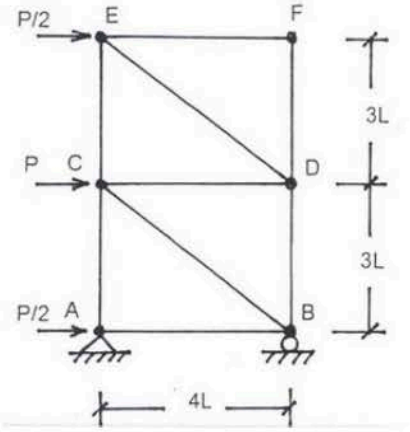
1 : 3P/8 แรงอัด
2 : 3P/8 แรงดึง
3 : P/2 แรงดึง
4 : 3P/2 แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 8 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน BD



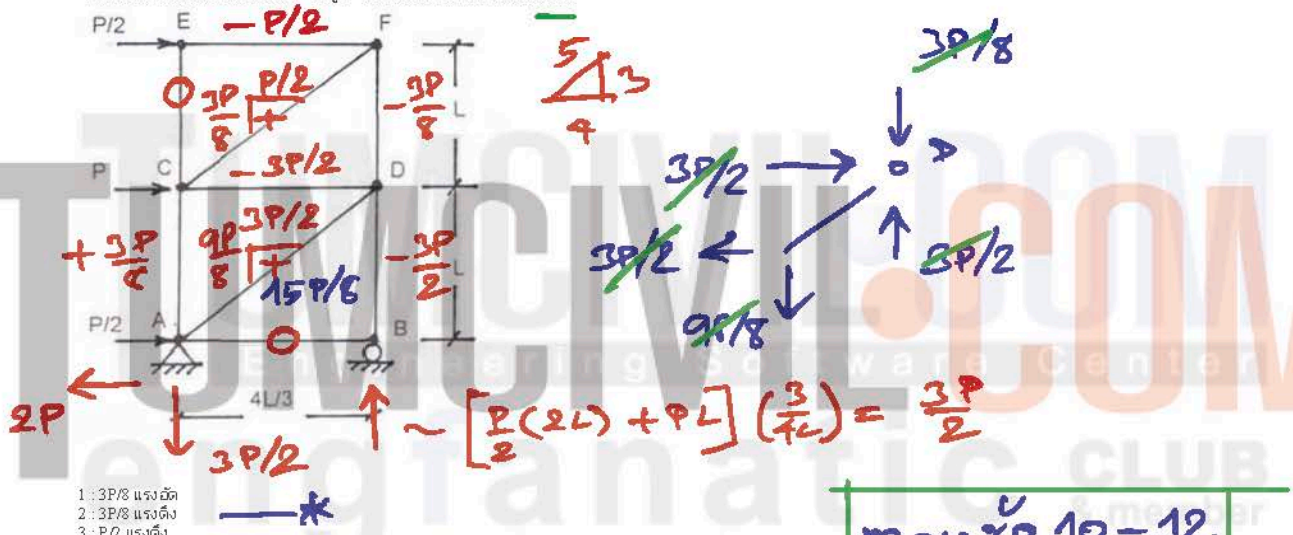
1 : 5P/8 แรงอัด
2 : 3P/2 แรงดึง
3 : 3P/8 แรงอัด
4 : 3P/8 แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 9 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน BC



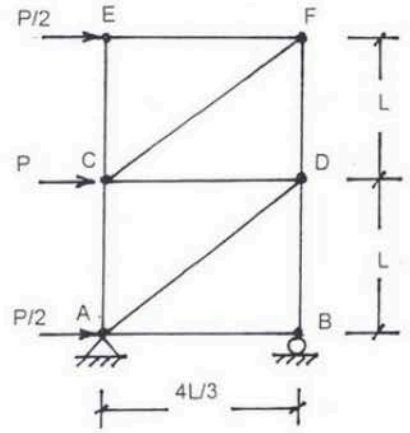
1 : 3P/8 แรงอัด
2 : 5P/8 แรงดึง
3 : 15P/8 แรงอัด
4 : 15P/4 แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 10 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน AC



1 : 3P/8 แรงอัด
2 : 3P/8 แรงดึง
3 : P/2 แรงดึง
4 : 3P/2 แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

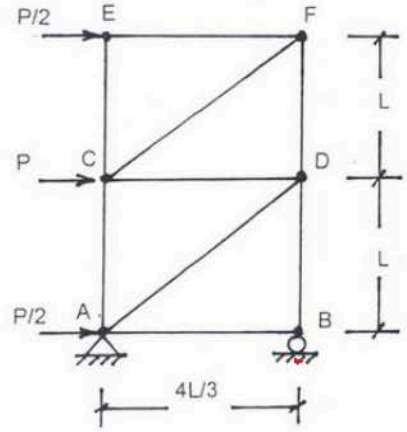
ข้อที่ 11 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน BD



1 : 3P/8 แรงอัด
2 : 3P/8 แรงดึง
3 : 5P/8 แรงอัด
4 : 3P/2 แรงอัด
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

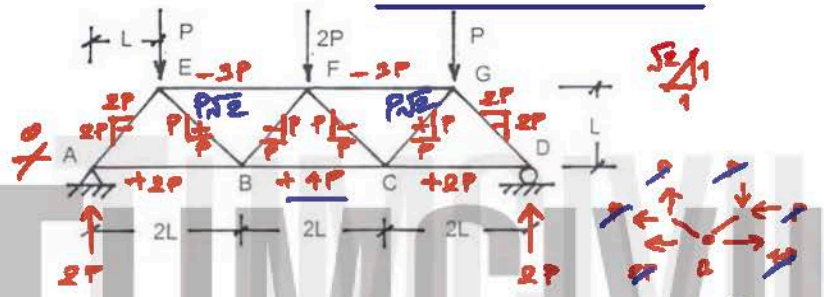
ข้อที่ 12 :

จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในชิ้นส่วน AD



1 : 3P/8 แรงอัด
2 : 5P/8 แรงดึง
3 : 15P/8 แรงดึง
4 : 15P/4 แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 13 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในมากที่สุดในชิ้นส่วน lower chord

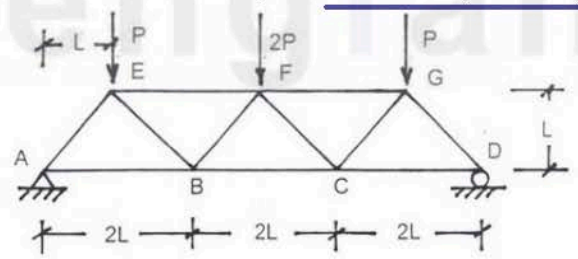


1 : 2P แรงดึง
2 : 3P แรงดึง
3 : 4P แรงดึง
4 : 3P แรงอัด
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ตอบข้อ 13-15

แรงมากสุดใน lower chord
คือ BC = +4P

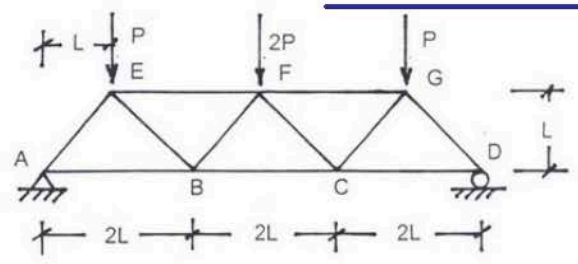
ข้อที่ 14 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงภายในมากที่สุดในชิ้นส่วน upper chord



แรงมากสุดใน upper chord
คือ EF และ FG = -3P

1 : 2P แรงอัด
2 : 3P แรงอัด
3 : 4P แรงอัด
4 : 3P แรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 15 :
จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงดึงภายในที่มากที่สุดในชิ้นส่วนทแยง



แรงดึงมากสุดในชิ้นส่วนทแยง
คือ BE และ CG = +√2 P

1 : $P/\sqrt{2}$
2 : $\sqrt{2}\,P$

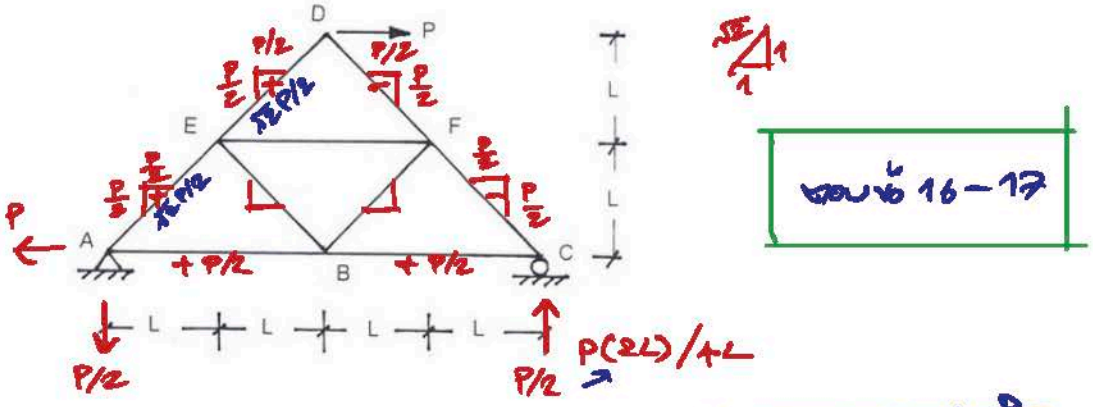
3 : $2\sqrt{2}\,P$

4 : 2P

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 16 :

จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงดึงภายในที่มากที่สุดในชิ้นส่วน AB หรือ BC



1 : $P/\sqrt{2}$

2 : P/2

3 : P

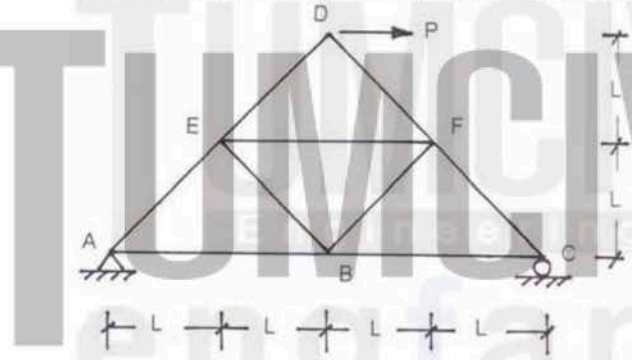
0

4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 17 :

จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงดึงภายในที่มากที่สุดในชิ้นส่วน AE หรือ ED



1 : $P/\sqrt{2}$

2 : P/2

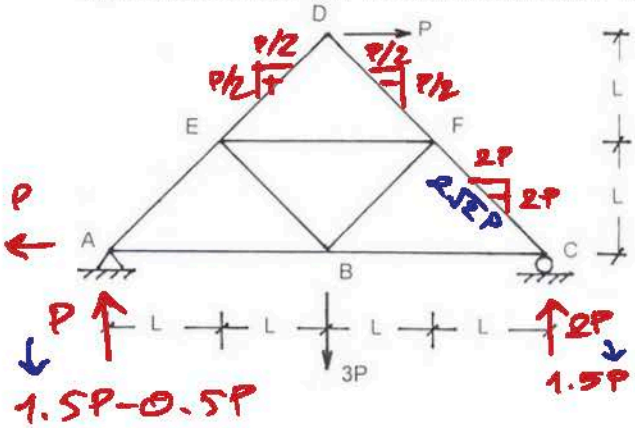
3 : P

4 : 0

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 18 :

จากโครง truss รับแรงกระทำ ดังรูป จงหาแรงอัดภายในชิ้นส่วน DFC ที่มากที่สุด



1 : 0

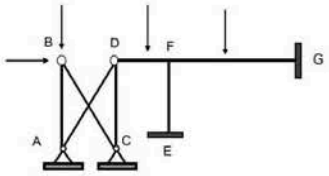
2 : $P/\sqrt{2}$

3 : $2\sqrt{2}\,P$

4 : 3P

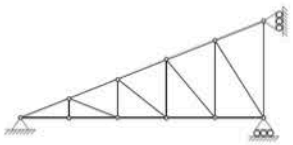
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 19 :
โครงสร้าง 2 มิติ (plane structure) ที่แสดงในรูปมี unknown displacements อยู่กี่ปริมาณ



1 : 5
2 : 7
3 : 8
4 : คำตอบ 1, คำตอบ 2, คำตอบ 3 เป็นคำตอบที่ผิดทุกคำตอบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 20 :
โครงข้อหมุนดังรูปมีเสถียรภาพทางโครงสร้างอย่างไร



m = 19
r = 4
j = 11
m+r = 23
2j = 22
∴ d = 1

1 : unstable
2 : stable+determinate
3 : stable+indeterminate ภายนอกดีกรี 1
4 : stable+indeterminate ภายในดีกรี 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 21 :
คานตัวใดไม่มีเสถียรภาพ

1 :

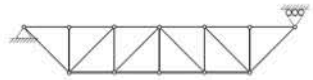
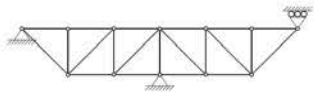
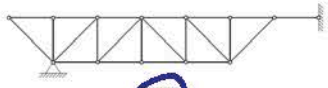
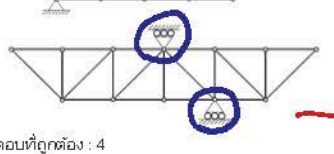
2 :

3 :

4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 22 :
โครงข้อหมุนใดไม่มีเสถียรภาพ (unstable)

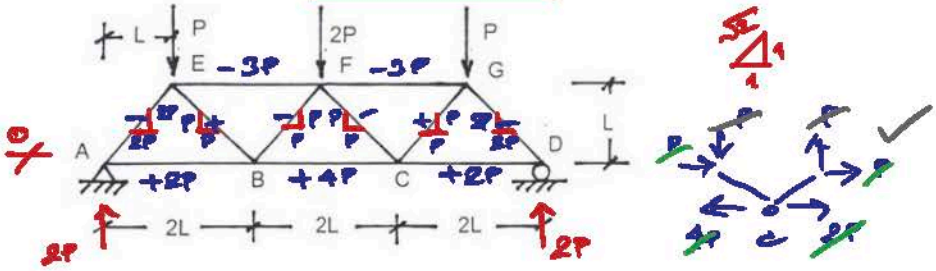
1 :

2 :

3 :

4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 23 :
จงอธิบายเสถียรภาพของโครงข้อหมุนที่กำหนด

1 : ไม่มีเสถียรภาพแบบ determinate
2 : ไม่มีเสถียรภาพแบบ indeterminate[if!]{ p+o+}5{ • lx •akNewLine]>
3 : ไม่มีเสถียรภาพ
4 : มีเสถียรภาพแบบ determinate
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 24 :

จากโครงถักรับแรงกระทำ ดังรูป จงหาชิ้นส่วนที่รับแรงดึงและแรงอัดสูงสุด



1 :
AB รับแรงดึงสูงสุด EF รับแรงอัดสูงสุด

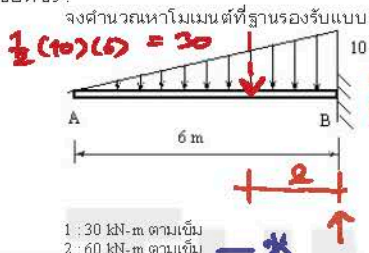
2 : AB รับแรงดึงสูงสุด AE รับแรงอัดสูงสุด

3 : BC รับแรงดึงสูงสุด EF รับแรงอัดสูงสุด *

4 : CD รับแรงดึงสูงสุด GD รับแรงอัดสูงสุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

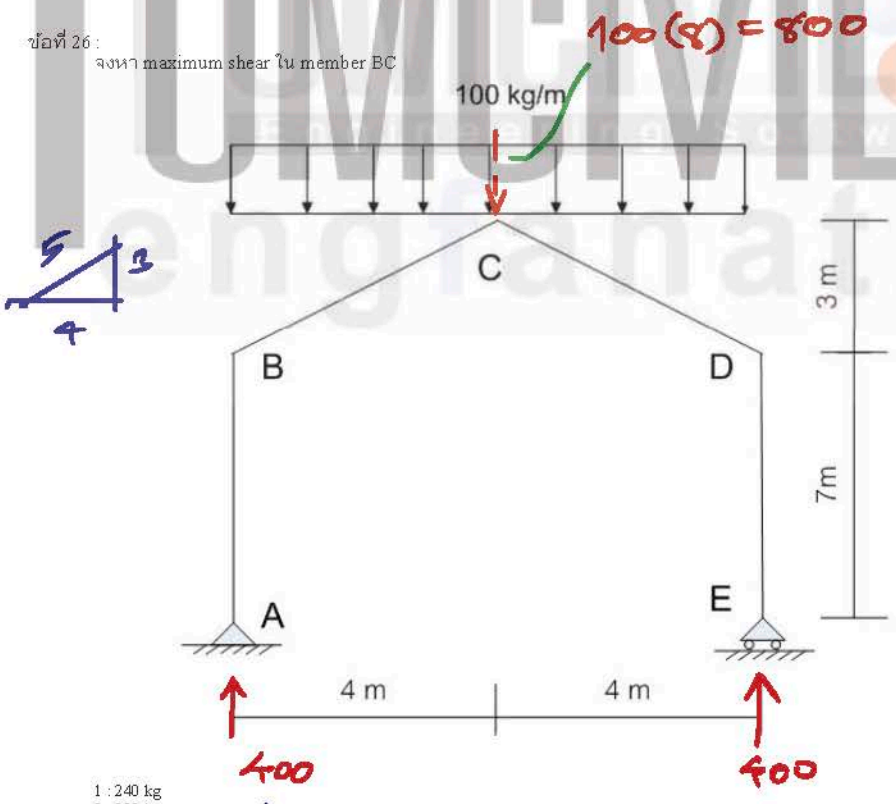
เนื้อหาวิชา : 530 : Reactions, shears and moments in statically determinate structures

ข้อที่ 25 :
จงคำนวณหาโมเมนต์ที่ฐานรองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support) ของคานยื่น (Cantilever Beam) ดังแสดงในรูป



1 : 30 kN-m ตามเข็ม
2 : 60 kN-m ตามเข็ม *
3 : 90 kN-m ตามเข็ม
4 : 120 kN-m ตามเข็ม
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

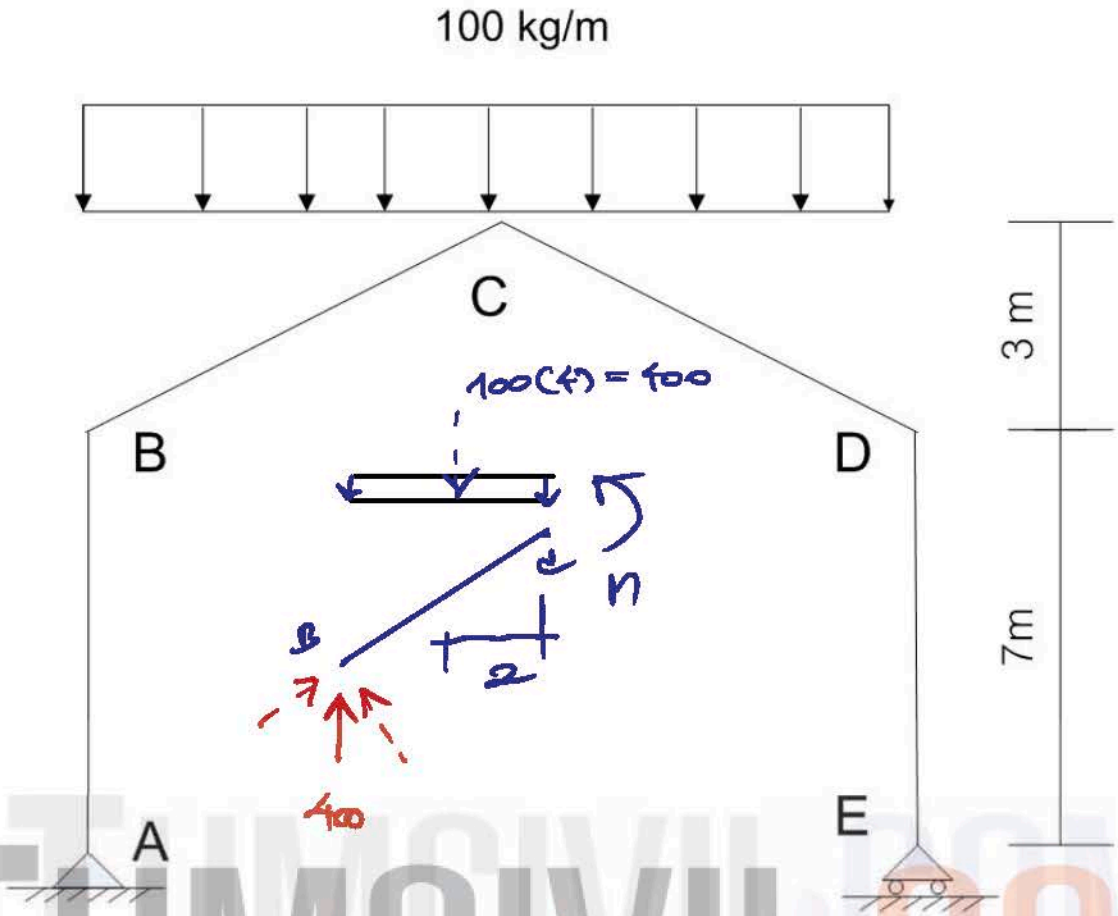
ข้อที่ 26 :
จงหา maximum shear ใน member BC



1 : 240 kg
2 : 320 kg
3 : 300 kg
4 : 400 kg *
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 27 :

จงหา maximum moment ใน member BC



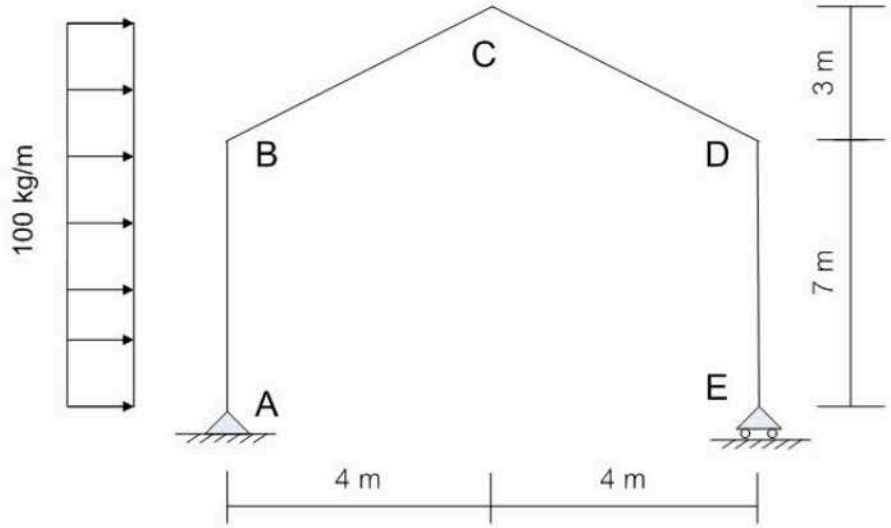
1 : 400 kg-m
2 : 600 kg-m
3 : 800 kg-m
4 : 1000 kg-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

$M_{BC\ max} = 400(4) - 400(2)$

$= 800$ kg-m

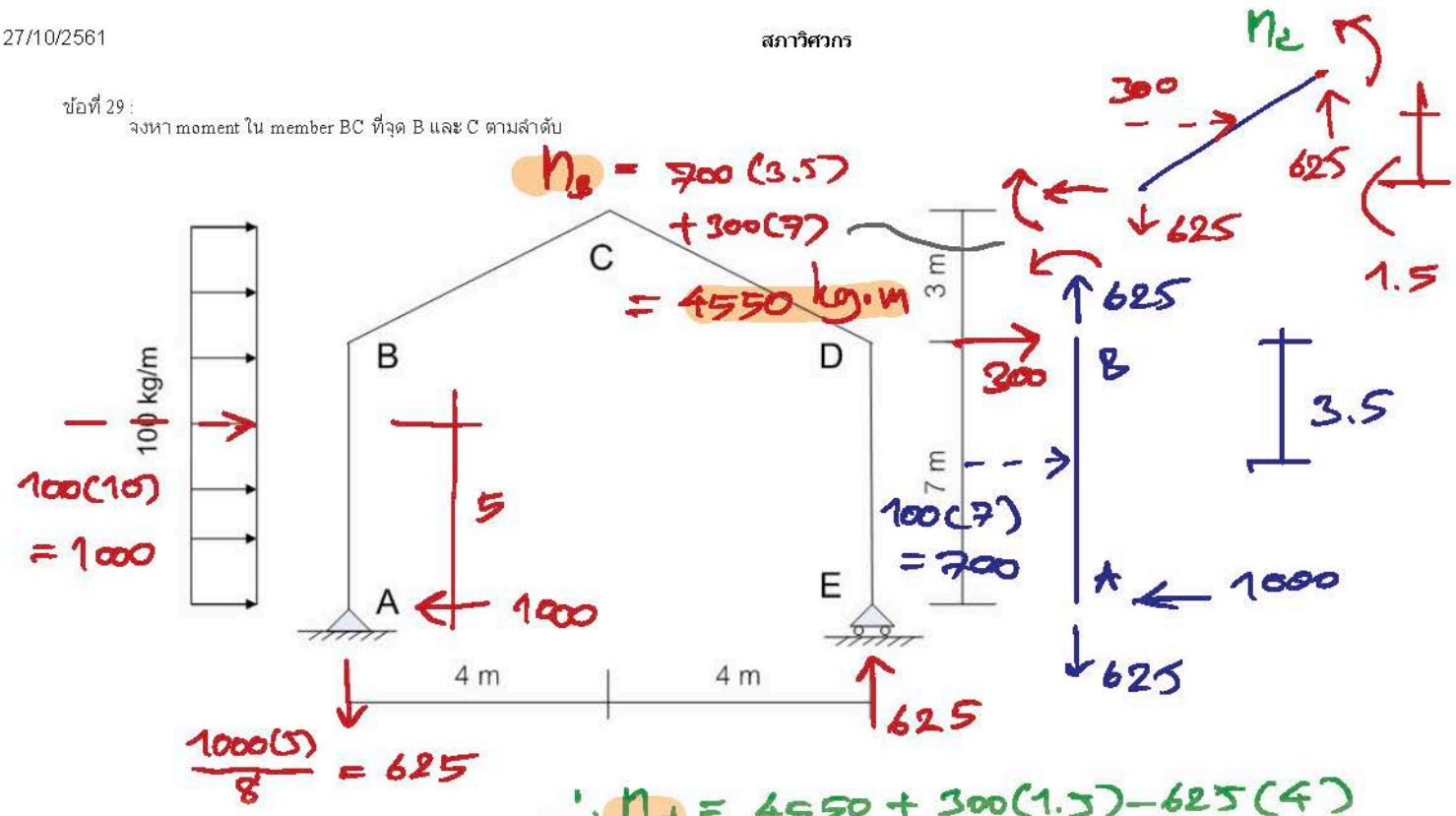
ข้อที่ 28 :

จงหา Axial Force ใน member BC ที่จุด B และ C ตามลำดับ



1 : 375 kg(T), 615 kg(T)
2 : 375 kg(C), 615 kg(C)
3 : 615 kg(T), 375 kg(T)
4 : 615 kg(C), 375 kg(C)
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 29 :
จงหา moment ใน member BC ที่จุด B และ C ตามลำดับ

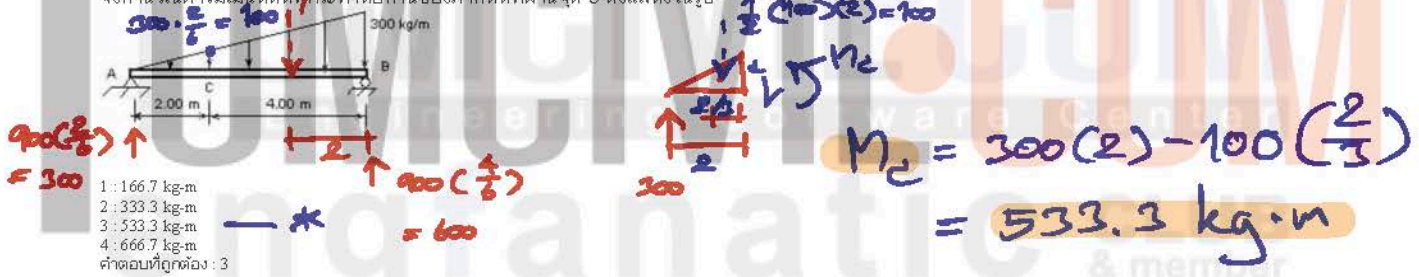


$\therefore M_2 = 4550 + 300(1.5) - 625(4)$

$= 2500$ kg.m

1 : 3850 kg-m, 5950 kg-m
2 : 4550 kg-m, 2500 kg-m
3 : 2500 kg-m, 4550 kg-m
4 : 5950 kg-m, 3850 kg-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 30 :
จงคำนวณหาโมเมนต์ดัดที่กระทำต่อคานของภาคตัดที่ผ่านจุด C ดังแสดงในรูป

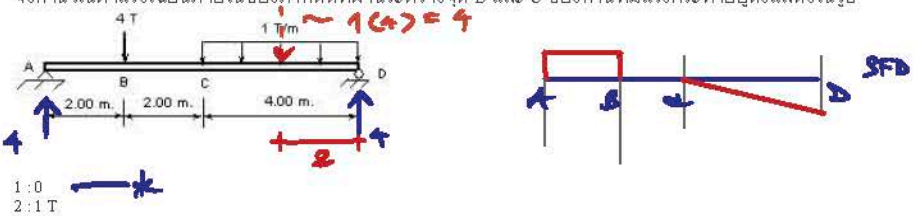


$M_2 = 300(2) - 100\left(\frac{2}{3}\right)$

$= 533.3$ kg.m

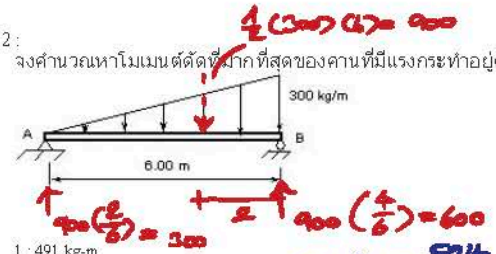
1 : 166.7 kg-m
2 : 333.3 kg-m
3 : 533.3 kg-m
4 : 666.7 kg-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 31 :
จงคำนวณหาแรงเฉือนภายในของภาคตัดที่ผ่านระหว่างจุด B และ C ของคานที่มีแรงกระทำอยู่ดังแสดงในรูป



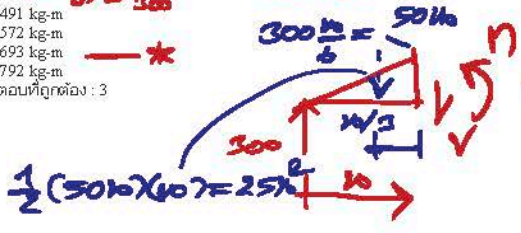
1 : 0
2 : 1 T
3 : 2 T
4 : 3 T
5 : 4 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 32 :
จงคำนวณหาโมเมนต์ดัดที่มากที่สุดของคานที่มีแรงกระทำอยู่ดังแสดงในรูป



1 : 491 kg-m
2 : 572 kg-m
3 : 693 kg-m
4 : 792 kg-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 33 :



M_{max} เมื่อ $V = 0$, แรงเฉือนที่ x

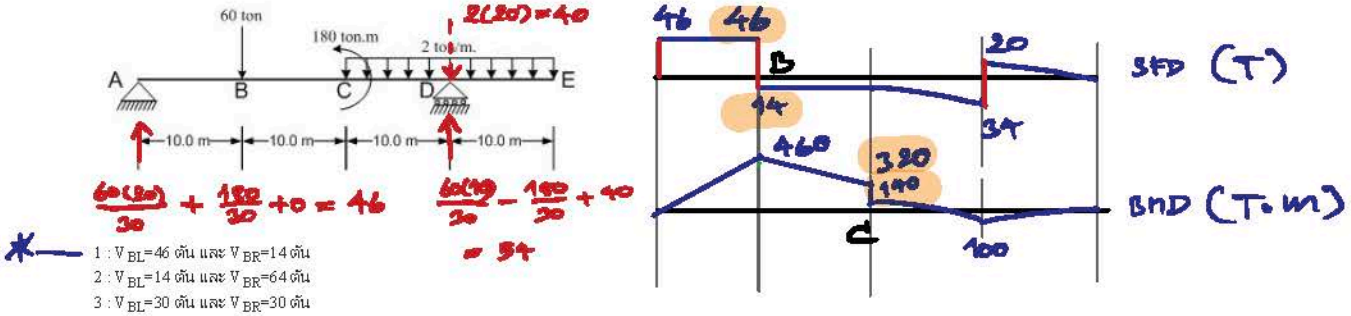
$\therefore V = 0 = 300 - 25x^2$

$x = \sqrt{300/25} = \pm 2\sqrt{3}$ เมตร

$M = 300x - 25x^2(x/3)$

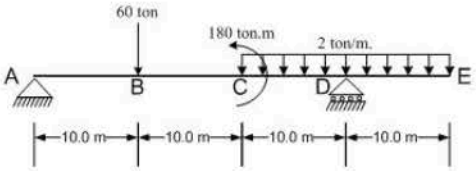
$= 692.82$ kg.m

จงคำนวณหาแรงเฉือน (Shear force) V_{BL} ที่ฝั่งซ้ายของจุด B และ V_{BR} ที่ฝั่งขวาของจุด B ของคาน (Beam) ABCDE ดังแสดงในรูป



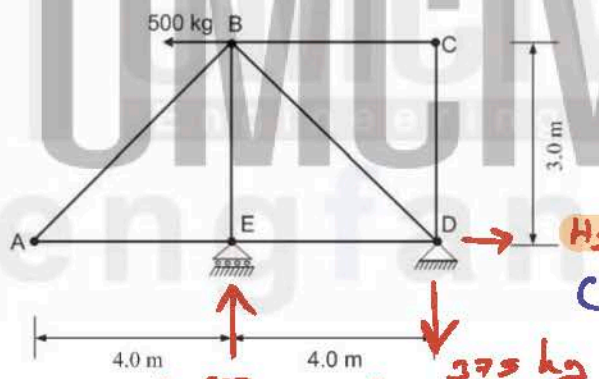
1 : V_{BL}=46 ตัน และ V_{BR}=14 ตัน
2 : V_{BL}=14 ตัน และ V_{BR}=64 ตัน
3 : V_{BL}=30 ตัน และ V_{BR}=30 ตัน
4 : V_{BL}=20 ตัน และ V_{BR}=40 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 34 :
จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด (Bending Moment) M_{CL} ที่ฝั่งซ้ายของจุด C และ M_{CR} ที่ฝั่งขวาของจุด C ของคาน (Beam) ABCDE ดังแสดงในรูป



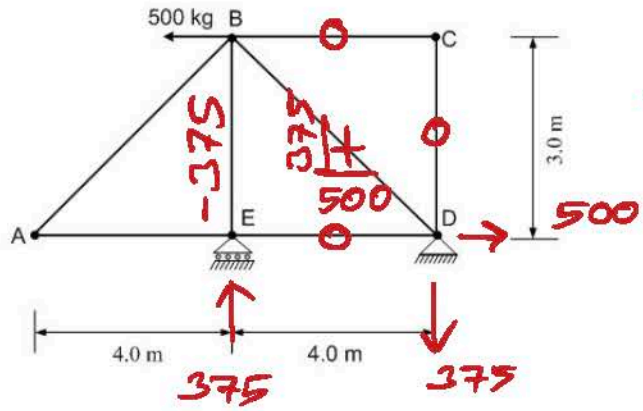
1 : M_{CL}=420 ตัน.เมตร และ M_{CR}=240 ตัน.เมตร
2 : M_{CL}=140 ตัน.เมตร และ M_{CR}=320 ตัน.เมตร
3 : M_{CL}=320 ตัน.เมตร และ M_{CR}=140 ตัน.เมตร
4 : M_{CL}=220 ตัน.เมตร และ M_{CR}=40 ตัน.เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 35 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงปฏิกริยา (Reaction forces) R_D และ H_D ที่จุด D และ R_E ที่จุด E ของโครงข้อหมุน (Truss) ดังแสดงในรูป



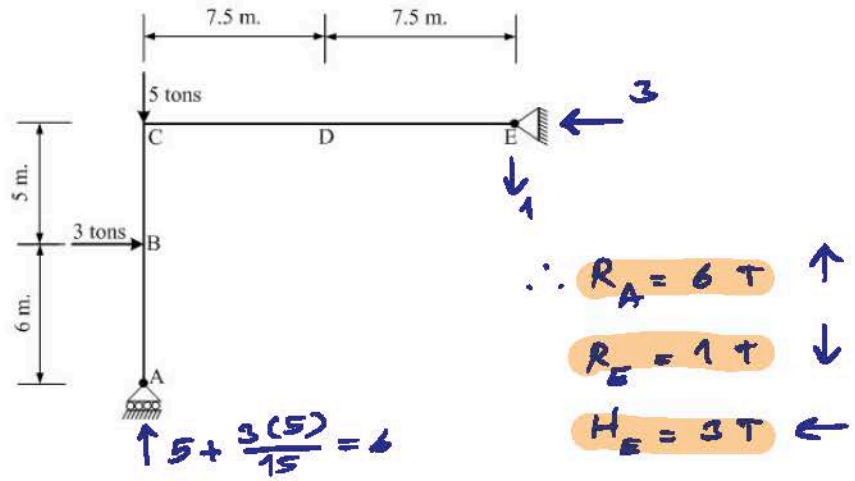
1 : H_D =500 kg.ทิศทางไปทางขวา, R_D=375 kg. ทิศทางลง และ R_E =375 kg.ทิศทางขึ้น
2 : H_D =250 kg. ทิศทางไปทางขวา, R_D=375 kg. ทิศทางลง และ R_E =375 kg. ทิศทางลง
3 : H_D =250 kg. ทิศทางไปทางซ้าย, R_D=187.5 kg. ทิศทางขึ้น และ R_E =375 kg. ทิศทางขึ้น
4 : H_D =500 kg. ทิศทางไปทางซ้าย, R_D=187.5 kg. ทิศทางขึ้น และ R_E =375 kg. ทิศทางขึ้น
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 36 :
จงคำนวณหาขนาดและประเภทของแรงตามแนวแกน (Axial forces) ในชิ้นส่วน BE และชิ้นส่วน DE ของโครงข้อหมุน (Truss) ABCDE ดังแสดงในรูป



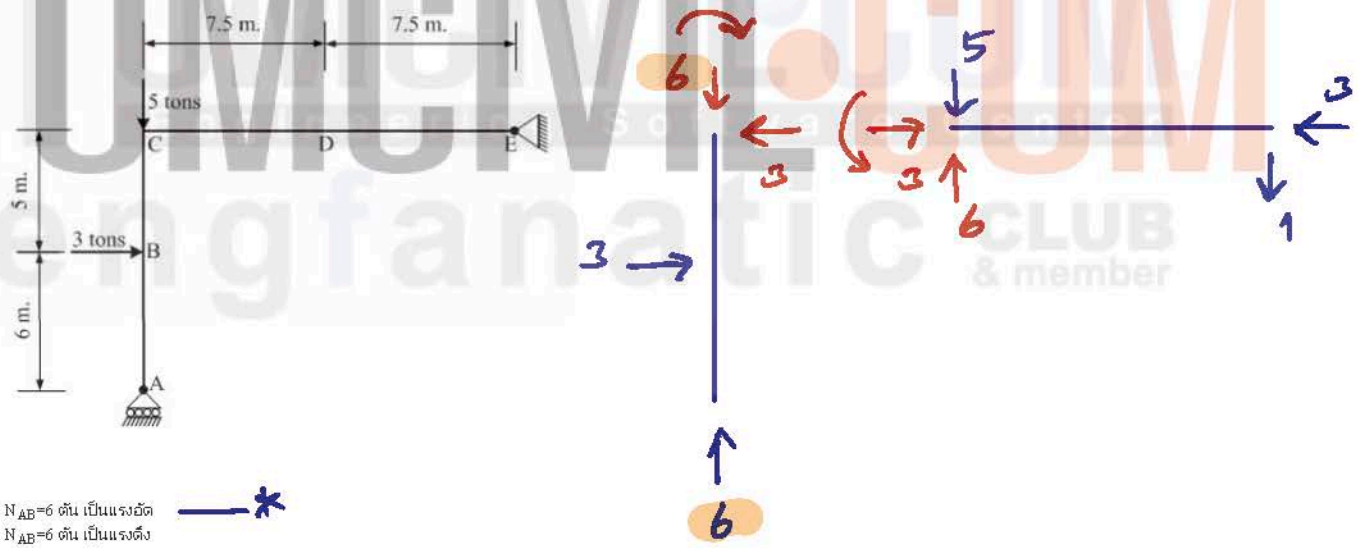
1 : F_{BE} =0 kg. และ F_{DE} =375 kg. เป็นแรงดึง
2 : F_{BE} =375 kg. เป็นแรงดึง และ F_{DE} =375 kg. เป็นแรงอัด
3 : F_{BE} =375 kg. เป็นแรงอัด และ F_{DE}=0 kg. *
4 : F_{BE} =0 kg. และ F_{DE} =0 kg.
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 37 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงปฏิกริยา (Reaction forces) R_A, R_E และ H_E ที่ฐานรองรับ A และ E ของโครงข้อแข็ง (Frame) ดังแสดงในรูป



1 : R_A=6 ตัน มีทิศทางขึ้น, R_E =1 ตัน มีทิศทางขึ้น และ H_E=3 ตัน มีทิศทางไปทางขวา
2 : R_A=6 ตัน มีทิศทางลง, R_E =1 ตัน มีทิศทางลง และ H_E=3 ตัน มีทิศทางไปทางซ้าย
3 : R_A=3 ตัน มีทิศทางลง, R_E =6 ตัน มีทิศทางขึ้น และ H_E=1 ตัน มีทิศทางไปทางขวา
4 : R_A=6 ตัน มีทิศทางขึ้น, R_E =1 ตัน มีทิศทางลง และ H_E=3 ตัน มีทิศทางไปทางซ้าย *
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

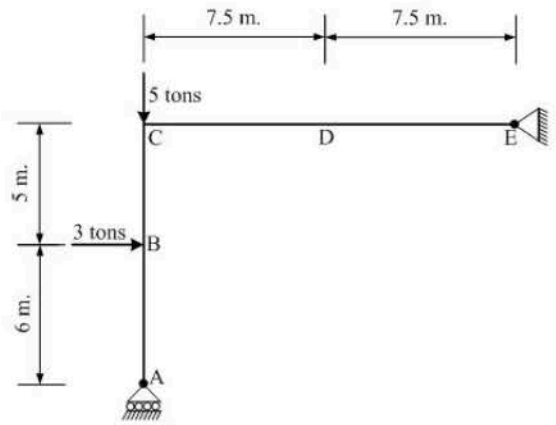
ข้อที่ 38 :
จงคำนวณหาขนาดและประเภทของแรงตามแนวแกน (Axial forces) ในชิ้นส่วน ABC ที่จุด B ของโครงข้อแข็ง (Frame) ดังแสดงในรูป

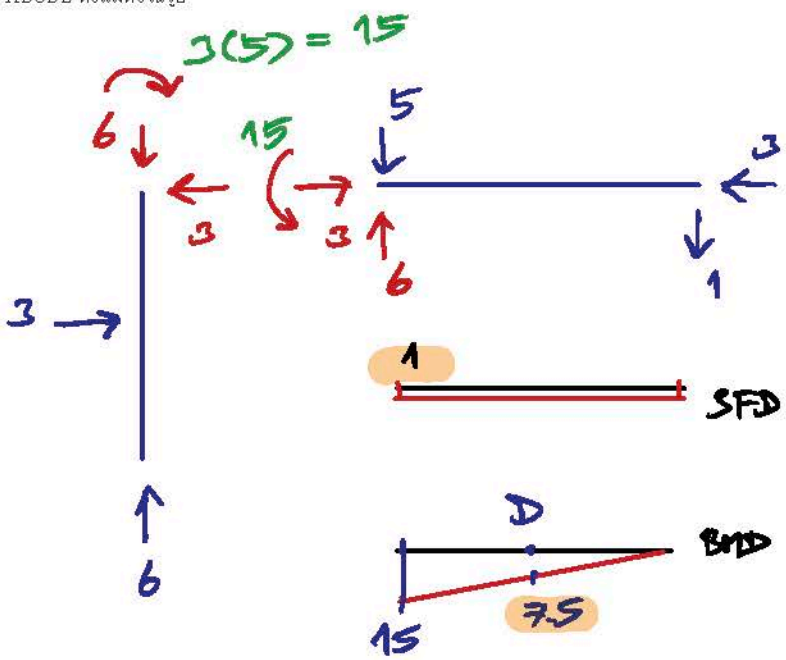


1 : N_{AB}=6 ตัน เป็นแรงอัด *
2 : N_{AB}=6 ตัน เป็นแรงดึง
3 : N_{AB}=3 ตัน เป็นแรงอัด
4 : N_{AB}=3 ตัน เป็นแรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 39 :

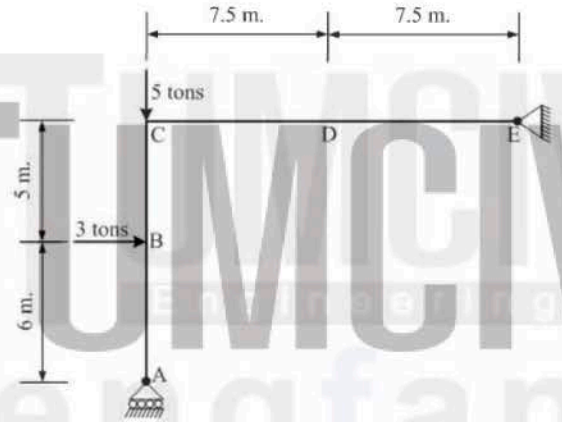
จงคำนวณหาแรงเฉือน (Shear force) V_D ที่จุด D ของโครงข้อแข็ง (Frame) ABCDE ดังแสดงในรูป





1 : V_D=0 ตัน
2 : V_D=1 ตัน
3 : V_D=6 ตัน
4 : V_D=3 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

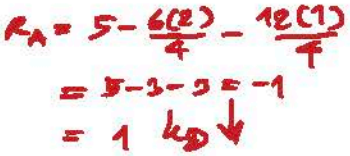
ข้อที่ 40 :
จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด (Bending Moment) M_D ที่จุด D ของโครงข้อแข็ง (Frame) ดังแสดงในรูป

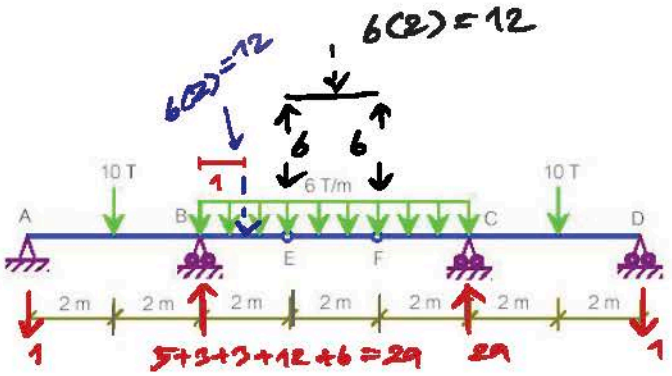


TUMCIVIL.COM Engineering Software Content engfanatic CLUB & member

1 : M_D=5 ตัน.เมตร
2 : M_D=7.5 ตัน.เมตร
3 : M_D=10 ตัน.เมตร
4 : M_D=15 ตัน.เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

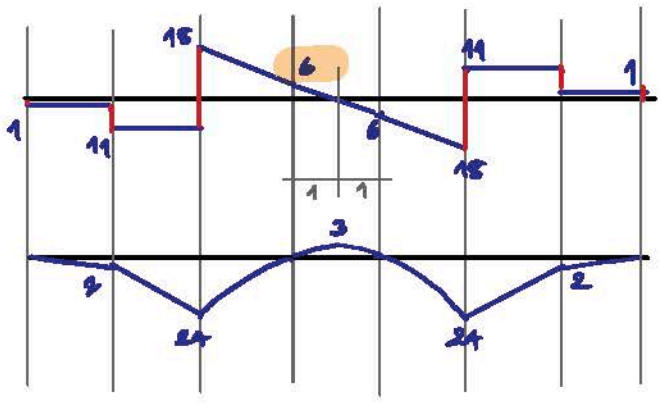
ข้อที่ 41 :





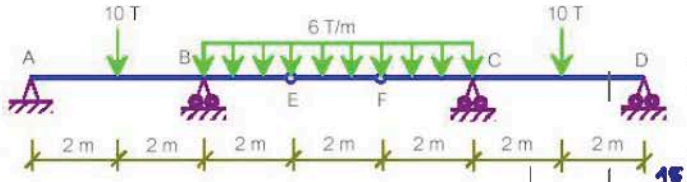
แรงเฉือนที่จุด E ของโครงสร้างดังรูปมีค่าเท่าไร

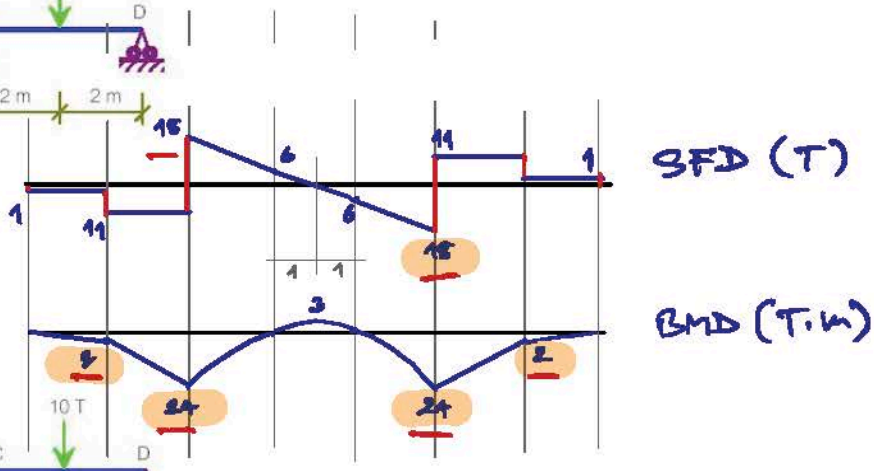
1 : 0 T
2 : 3 T
3 : 6 T
4 : 12 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



ข้อที่ 42 :

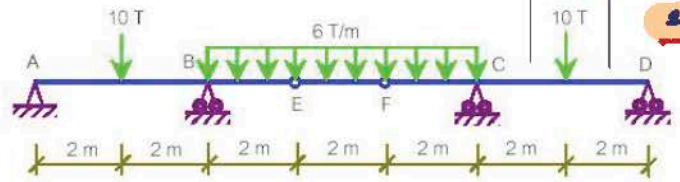
ค่าโมเมนต์ดัดที่จุดซึ่งแรง 10 T กระทำบนโครงสร้างดังรูปมีค่าเท่าไร





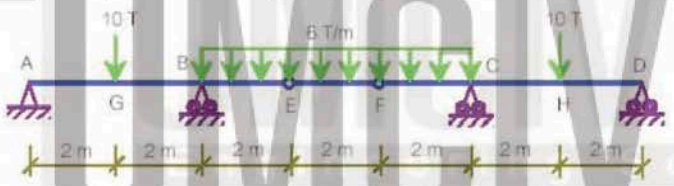
1 : - 1 T-m
2 : - 2 T-m
3 : 5 T-m
4 : 10 T-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 43 :
ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดบนโครงสร้างดังรูปเป็นอย่างไร



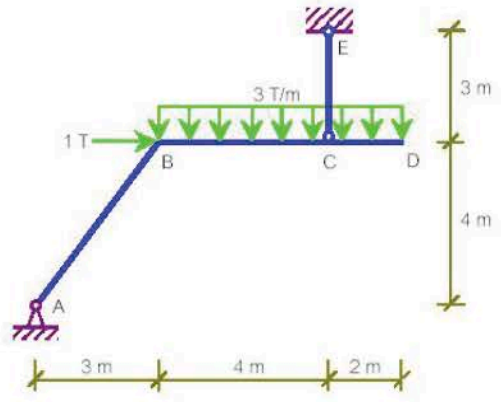
1 : 3 T-m ที่จุดกึ่งกลางโครงสร้าง
2 : 27 T-m ที่จุดกึ่งกลางโครงสร้าง
3 : -24 T-m ที่จุด B และ C
4 : -27 T-m ที่จุด B และ C
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

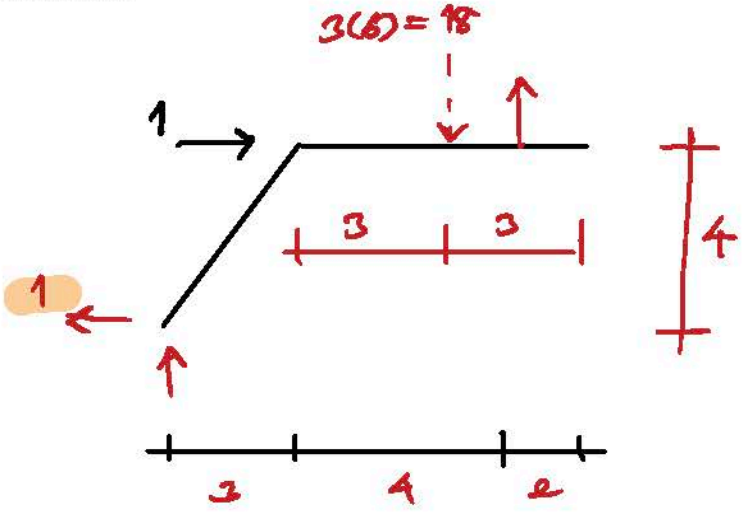
ข้อที่ 44 :
ค่าแรงเฉือนสูงสุดบนโครงสร้างดังรูปเป็นอย่างไร



1 : 9.3 T ที่จุด A
2 : 10 T ที่จุด G
3 : 18 T ที่จุด B
4 : 29 T ที่จุด B
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 45 :
แรงปฏิกิริยาในแนวราบที่จุด A ของโครงสร้างดังรูปมีค่าเท่าไร รูปภาพประกอบคำถาม:

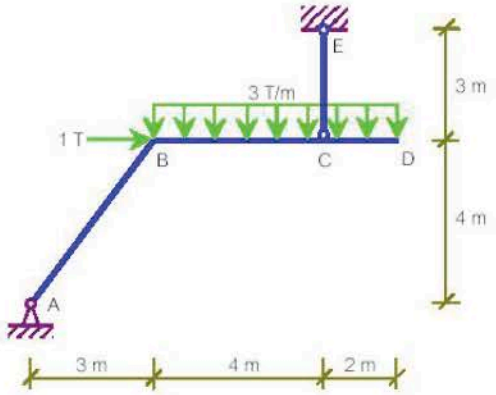


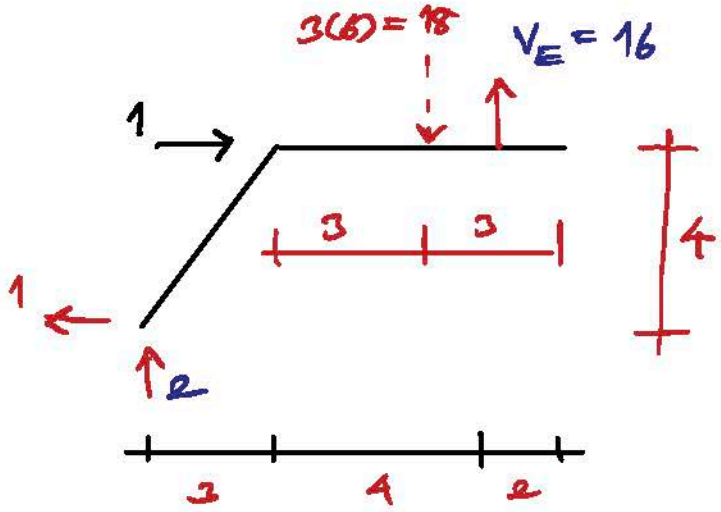


1 : 1 T
2 : 4 T
3 : 7 T
4 : 18 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 46 :

แรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่จุด E ของโครงสร้างดังรูปมีค่าเท่าไร



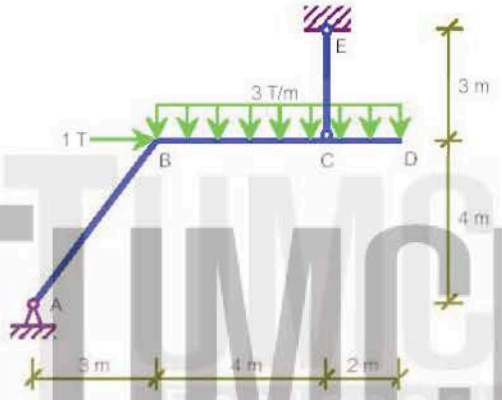


$\therefore V_E = \frac{1}{7}[1(4) + 18(6)]$

$= 16\ T \uparrow$

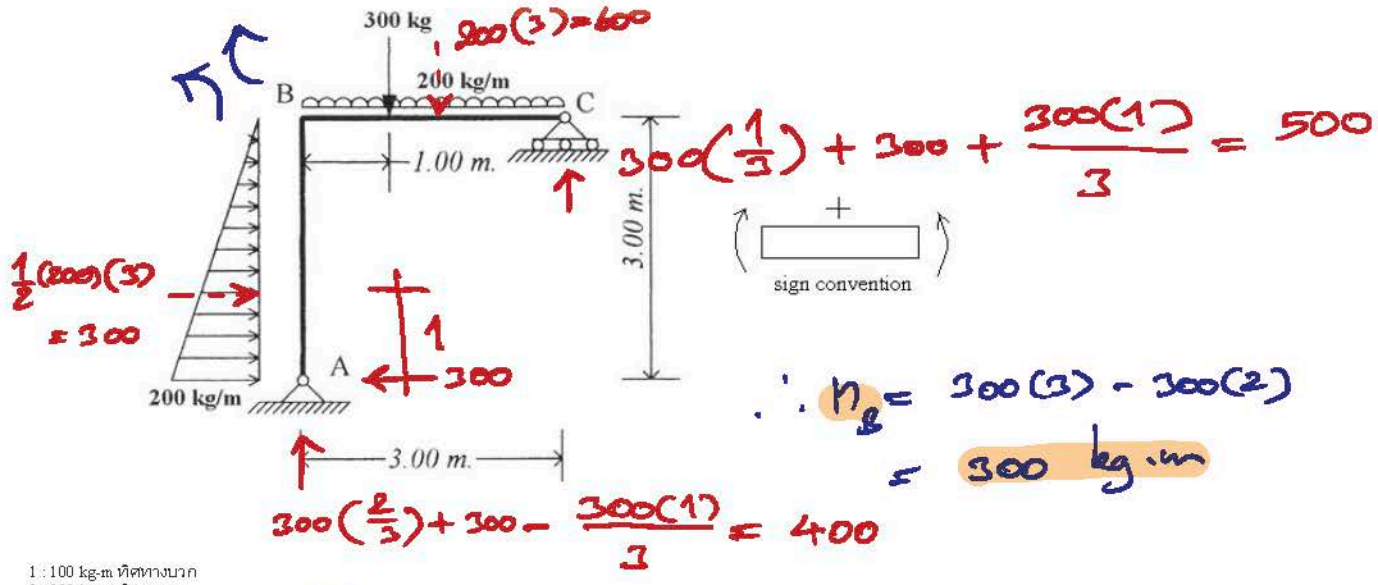
1 : 3 T
2 : 6 T
3 : 12 T
4 : 16 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 47 :
ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดบนโครงสร้างดังรูปเป็นอย่างไร



1 : -6 T-m ที่จุด C
2 : 6 T-m ระหว่างจุด B และ C
3 : 6 T-m ที่จุด B
4 : 10 T-m ที่จุด B
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

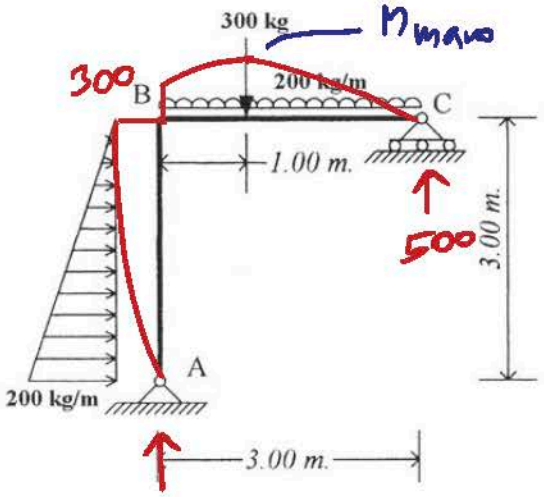
ข้อที่ 48 :
โครงข้อแข็งรับน้ำหนักดังรูป ที่ตำแหน่ง B มีค่าโมเมนต์ดัดเป็นเท่าใด

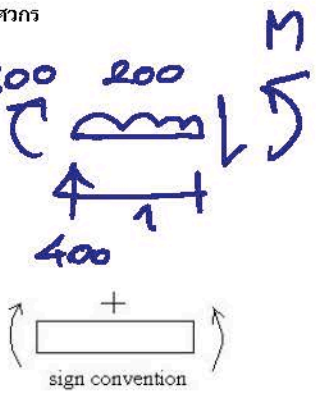


1 : 100 kg-m ทิศทางบวก
2 : 300 kg-m ทิศทางลบ
3 : 300 kg-m ทิศทางบวก
4 : 600 kg-m ทิศทางลบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 49 :

โครงข้อแข็งรับน้ำหนักดังรูป มีค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดเป็นเท่าใด



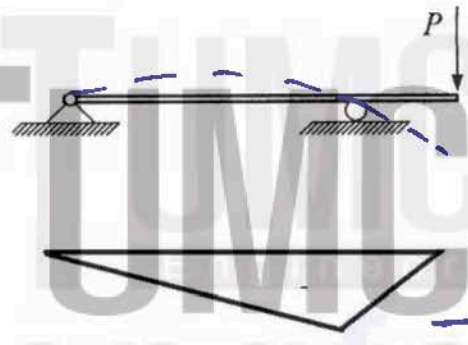


$\therefore M_{max} = 300 + 400(1) - 200(1)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 600$ kg.m

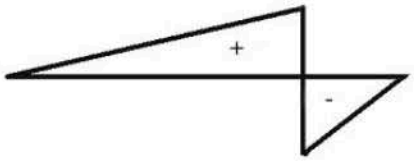
1 : 600 kg-m ทิศทางบวก
2 : 600 kg-m ทิศทางลบ
3 : 1400 kg-m ทิศทางบวก
4 : 1400 kg-m ทิศทางลบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 50 :
คานช่วงเดียวที่รับน้ำหนักตามรูป จะมีแผนภาพโมเมนต์ดัดเป็นแบบใด

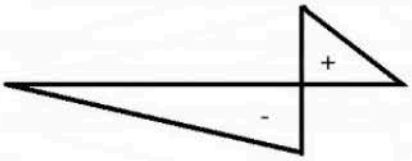


1 :

2 :

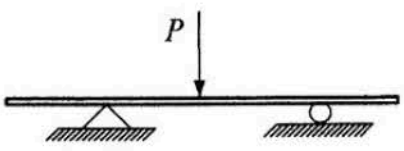


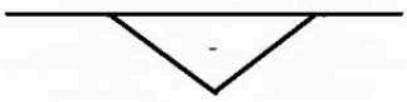
3 :

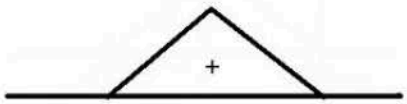


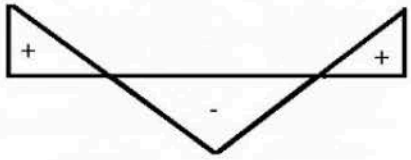
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

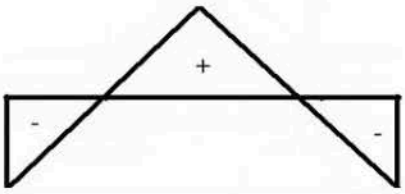
ข้อที่ 51 :
คานช่วงเดียวที่รับน้ำหนักตามรูป จะมีแผนภาพโมเมนต์ดัดเป็นแบบใด



1 :


2 :


3 :


4 :


คำตอบที่ถูกต้อง : 2

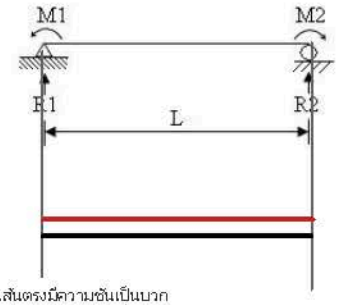
ข้อที่ 52 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของคานที่กำหนด

$R1 = \frac{M1-M2}{L}$

$R2 = -R1 = \frac{M2-M1}{L}$

1 : R1 = (M1-M2)/L , R2 = (M2-M1)/L
2 : R1 = (M2-M1)/L , R2 = (M1-M2)/L
3 : R1 = M2/L-M1 , R2 = M1/L-M2
4 : R1 = M2-M1/L , R2 = M1-M2/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 53 :
Shear force diagram ของคานในรูปมีลักษณะเป็นอย่างไร

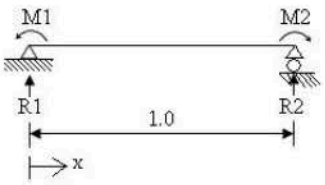


* ถ้า M1 > M2 ; V +
M1 < M2 ; V -
} ความชัน = 0

1 : กราฟเส้นตรงมีความชันเป็นบวก
2 : กราฟเส้นตรงมีความชันเป็นลบ
3 : กราฟเส้นตรงนอนความชันเป็นศูนย์
4 : กราฟเส้นโค้งกำลังสอง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

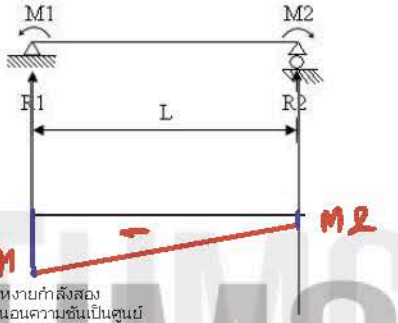
ข้อที่ 54 :

จงเขียนสมการของ Bending moment diagram ของคานในรูป กำหนดให้ x เป็นระยะใดๆวัดจากฐานรองรับด้านซ้ายมือ



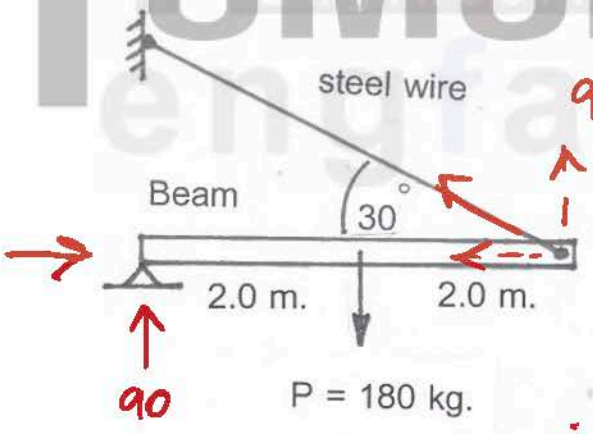
1 : M = (M1)(1-x)-(M2)x
2 : M = (M2)(1-x)+(M1)x
3 : M = -(M1)(1-x)-(M2)x
4 : M = -(M1)(1-x)+(M2)x
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 55 :
กำหนดให้M1มีค่ามากกว่าM2 ลักษณะของ Bending moment diagram สำหรับคานในรูปเป็นอย่างไร



1 : เส้นโค้งหงายกำลังสอง
2 : เส้นตรงนอนความชันเป็นศูนย์
3 : เส้นตรงเอียงความชันเป็นบวก
4 : เส้นตรงเอียงความชันเป็นลบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

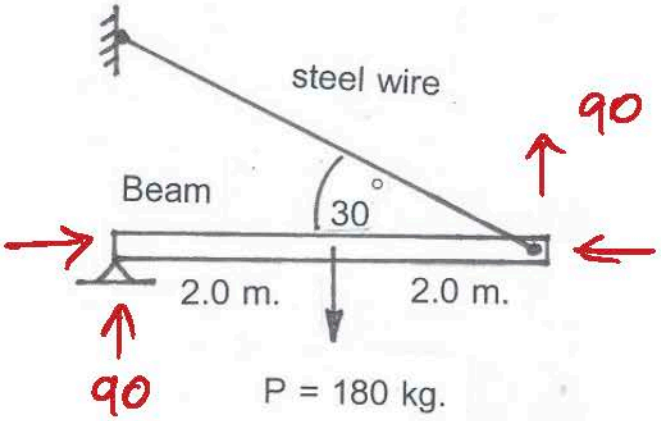
ข้อที่ 56 :
จากรูปที่แสดง แรงตึงในลวดเหล็ก มีค่าเท่ากับ



1 : 90 กก.
2 : 104 กก.
3 : 156 กก.
4 : 180 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 57 :

จากรูปที่แสดง คานรับโมเมนต์มากที่สุดเท่ากับ

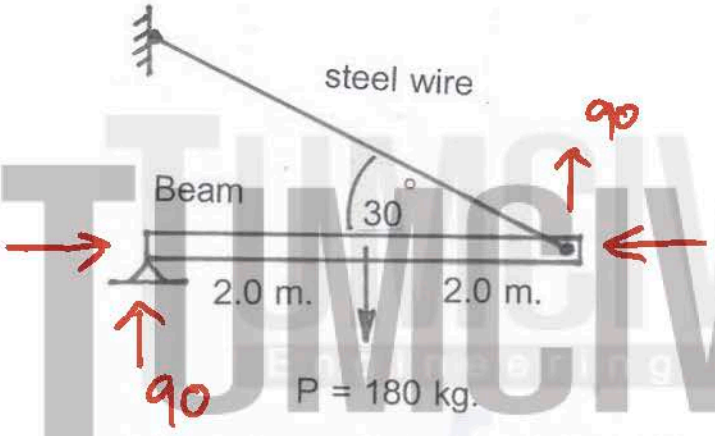


$M_{max} = 90 (2)$

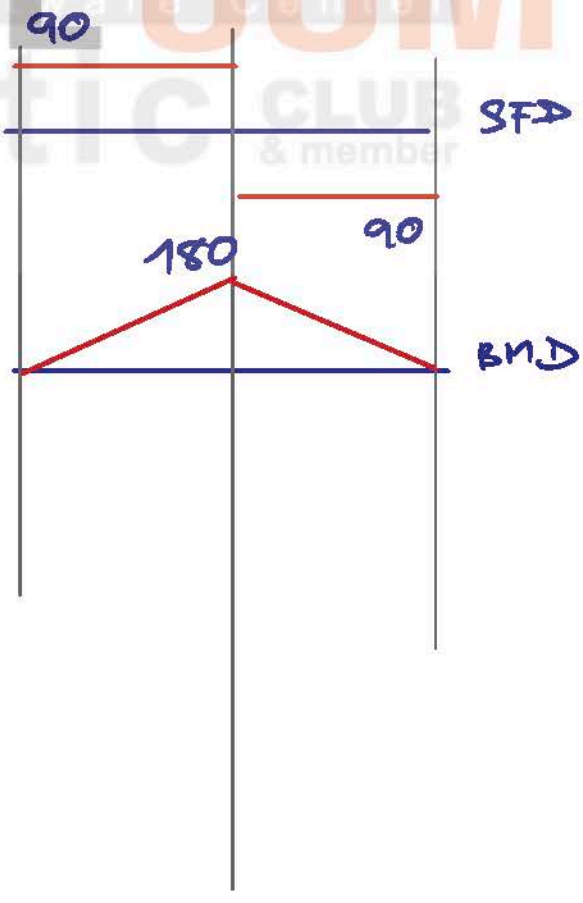
$= 180$ kg.-m.

1 : 90 กก.-ม.
2 : 180 กก.-ม. *
3 : 208 กก.-ม.
4 : 312 กก.-ม.
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 58 :
จากรูปที่แสดง คานรับแรงเฉือนมากที่สุดเท่ากับ

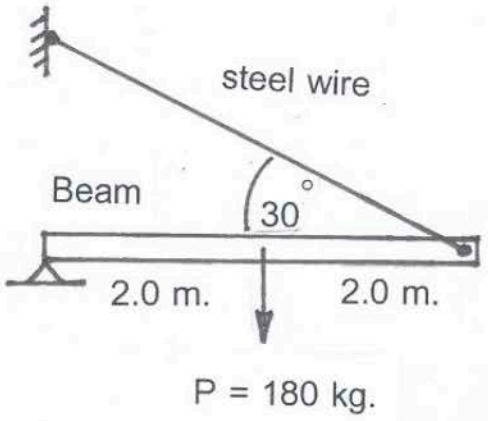


$V_{max} = 90$ kg



1 : 90 กก.
2 : 104 กก.
3 : 156 กก.
4 : 180 กก. *
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

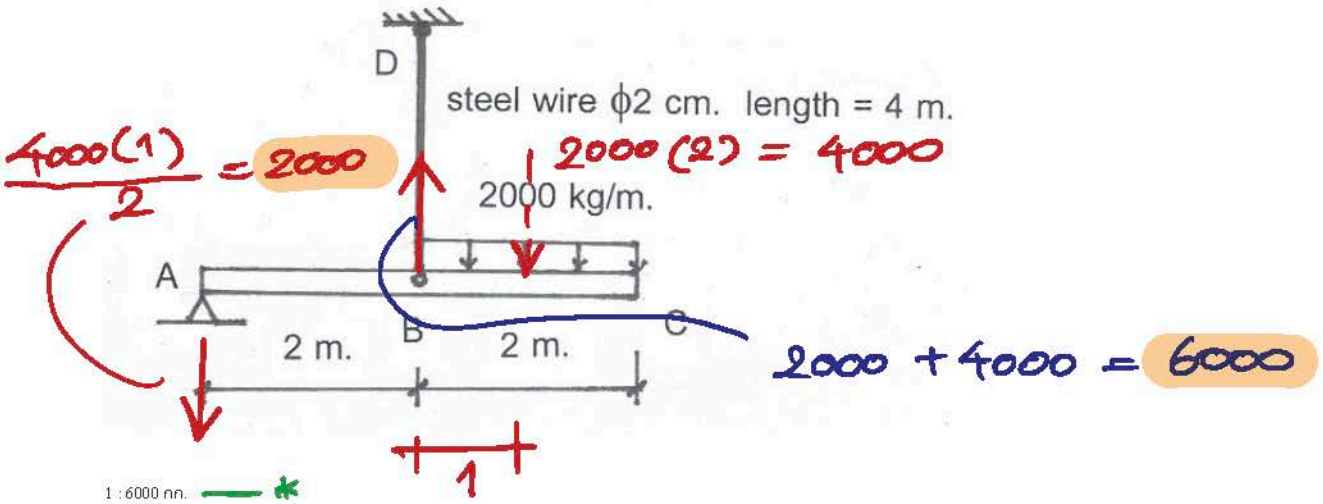
ข้อที่ 59 :
จากรูปที่แสดง ภาพของโมเมนต์ดัดบนคาน มีรูปเป็น



1 : วงกลม
2 : สี่เหลี่ยมผืนผ้า
3 : สามเหลี่ยม *
4 : พาราโบลา
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

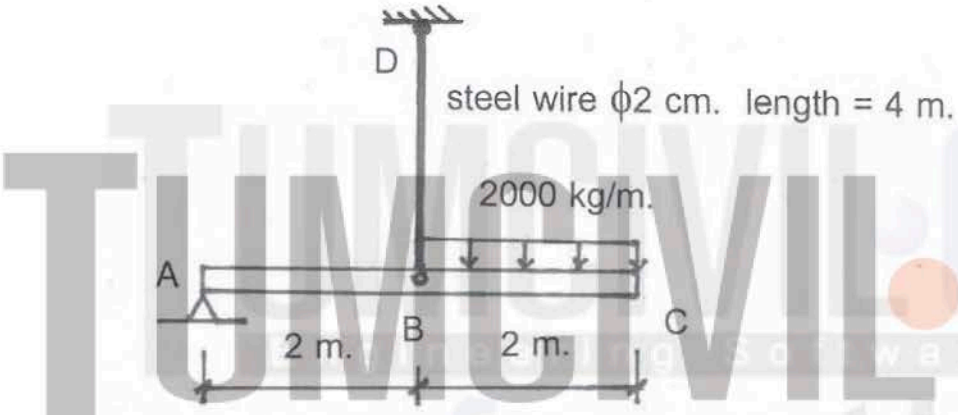
ข้อที่ 60 :

จากรูปที่แสดง แรงในลวดเหล็กมีค่าเท่ากับ



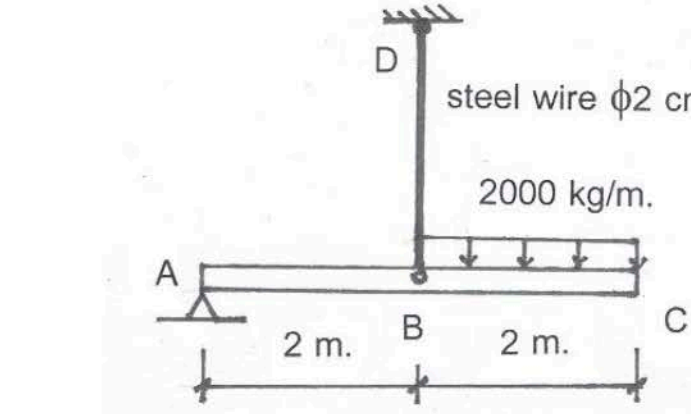
1 : 6000 กก.
2 : 3000 กก.
3 : 1500 กก.
4 : 750 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

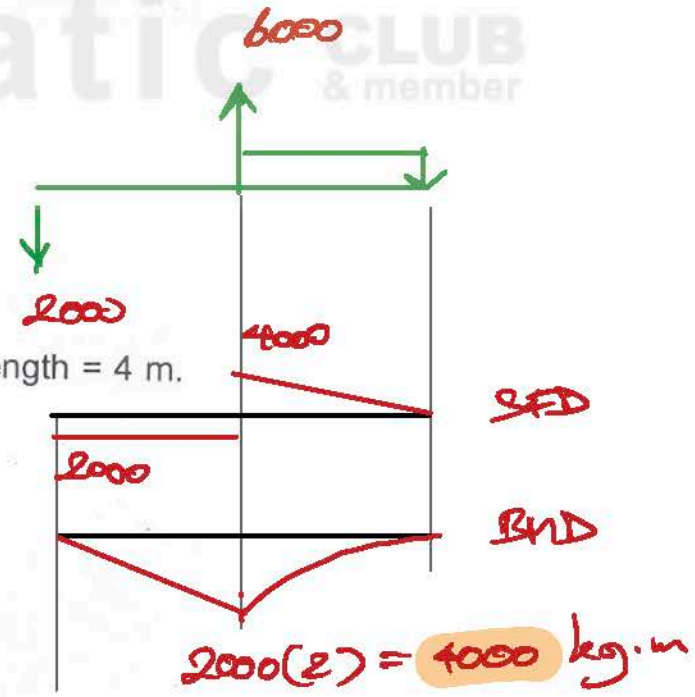
ข้อที่ 61 :
จากรูปที่แสดง แรงปฏิกิริยาที่จุด A เท่ากับ



1 : 10,000 กก.
2 : 6000 กก.
3 : 4000 กก.
4 : 2000 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 62 :
จากรูปที่แสดง โมเมนต์มากที่สุดในคานเท่ากับ

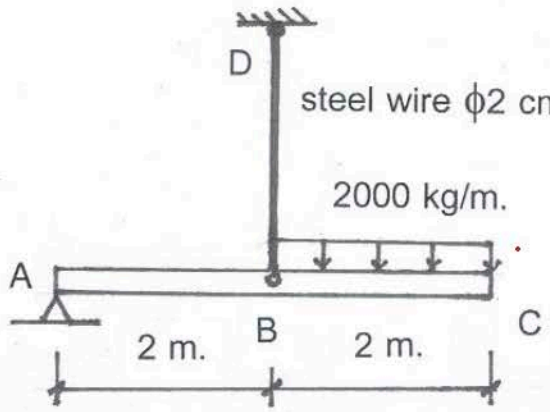


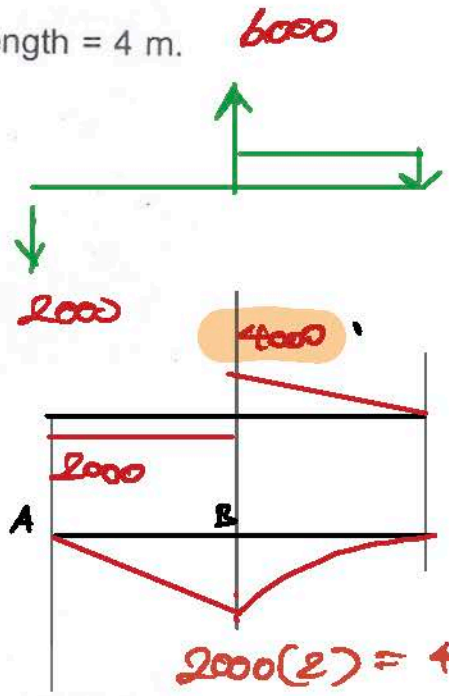


1 : 4000 กก.-ม.
2 : 8000 กก.-ม.
3 : 12000 กก.-ม.
4 : 20000 กก.-ม.
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 63 :

จากรูปที่แสดง แรงเฉือนมากที่สุดในคานเท่ากับ

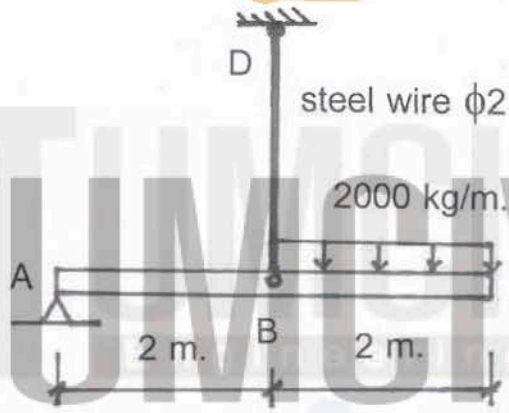




2000(2) = 4000 kg.m

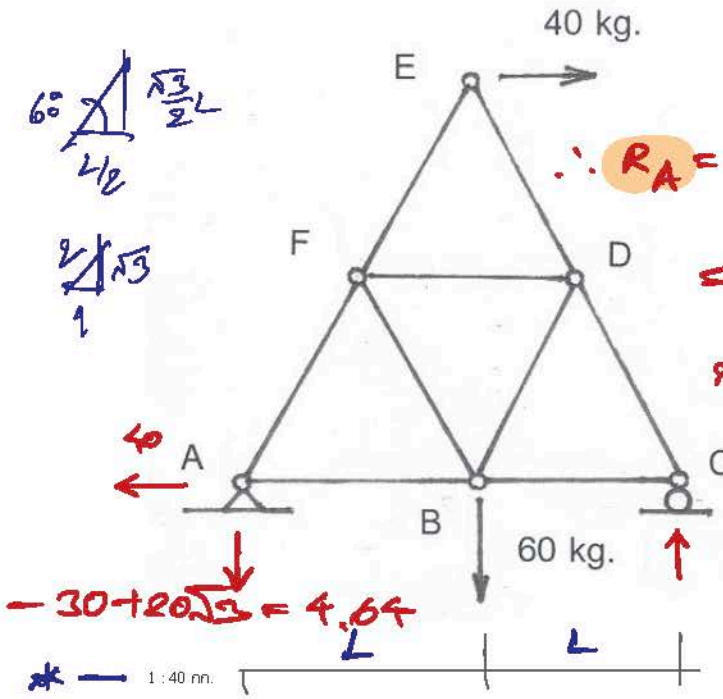
1 : 32000 กก.
2 : 16000 กก.
3 : 8000 กก.
4 : 4000 กก. ✱
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 64 :
จากรูปที่แสดง ภาพของโมเมนต์ดัดในคานช่วง AB มีรูปเป็น



1 : สี่เหลี่ยมผืนผ้า
2 : สามเหลี่ยม ✱
3 : พาราโบลากำลังสอง
4 : พาราโบลากำลัง n
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 65 :
จากโครง truss ที่แสดง โดยที่ต่างมีมุมเท่ากันหมด แรงลัพท์ของแรงปฏิกิริยาที่จุด A มีค่าประมาณเท่ากับ



∴ มุมเท่ากันหมดคือ 60°

$\therefore R_A = \sqrt{40^2 + (4.64)^2}$

$= 40.27$ kg

≈ 40 kg

$-30 + 20\sqrt{3} = 4.64$

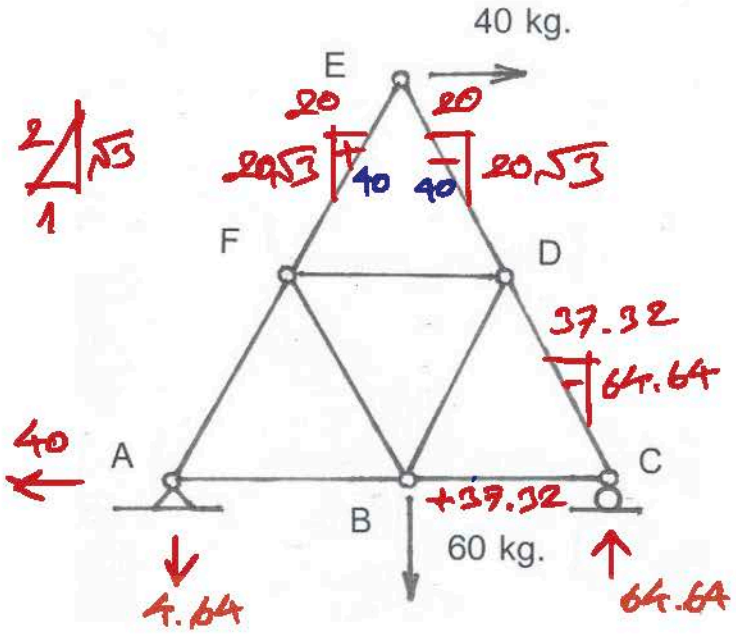
$30 + \frac{40(\sqrt{3}L)}{2L} = 30 + 20\sqrt{3}$

$= 64.64$

✱ — 1 : 40 กก.

2 : 53 กก.
3 : 67 กก.
4 : 75 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 66 :
จากโครง truss ที่แสดง โดยที่ต่างมีมุมเท่ากันหมด แรงภายในชิ้นส่วน BC เท่ากับ (โดยประมาณ)

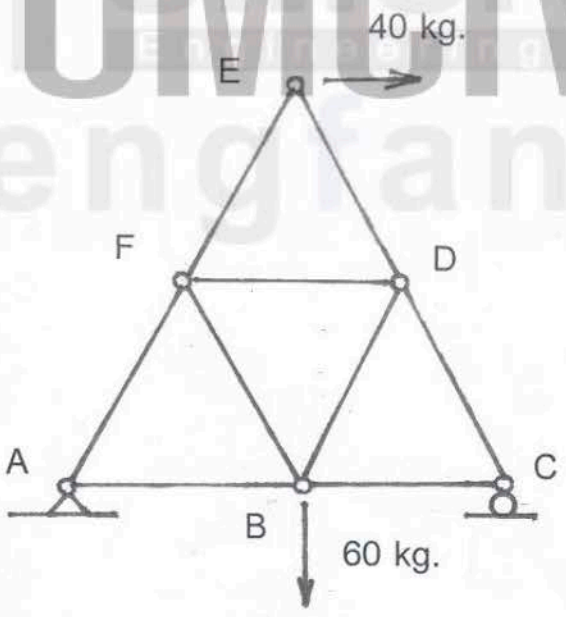


$\therefore BC = +37 \text{ kg}$

1 : 17 กก.
2 : 37 กก. *
3 : 53 กก.
4 : 74 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 67 :
จากโครง truss ที่แสดง โดยที่ต่างมีมุมเท่ากันหมด แรงภายในชิ้นส่วน EF เท่ากับ

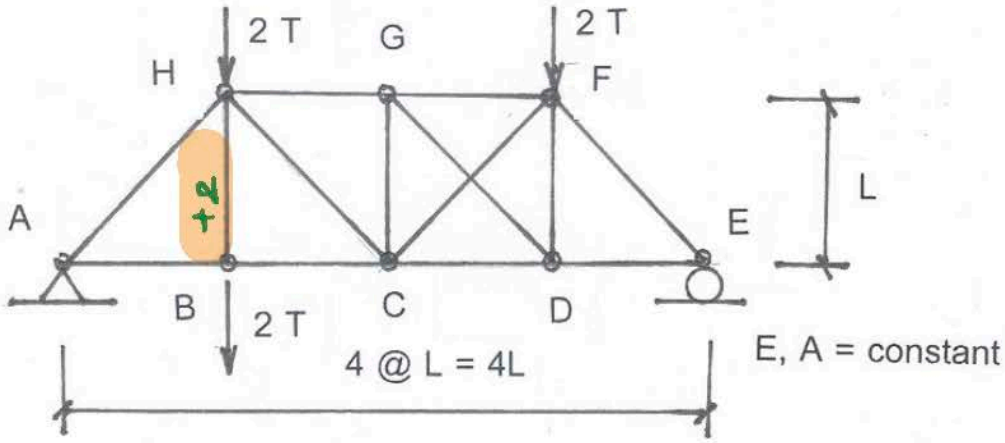
$EF = +40 \text{ kg}$



1 : 10 กก.
2 : 20 กก.
3 : 30 กก.
4 : 40 กก. *
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

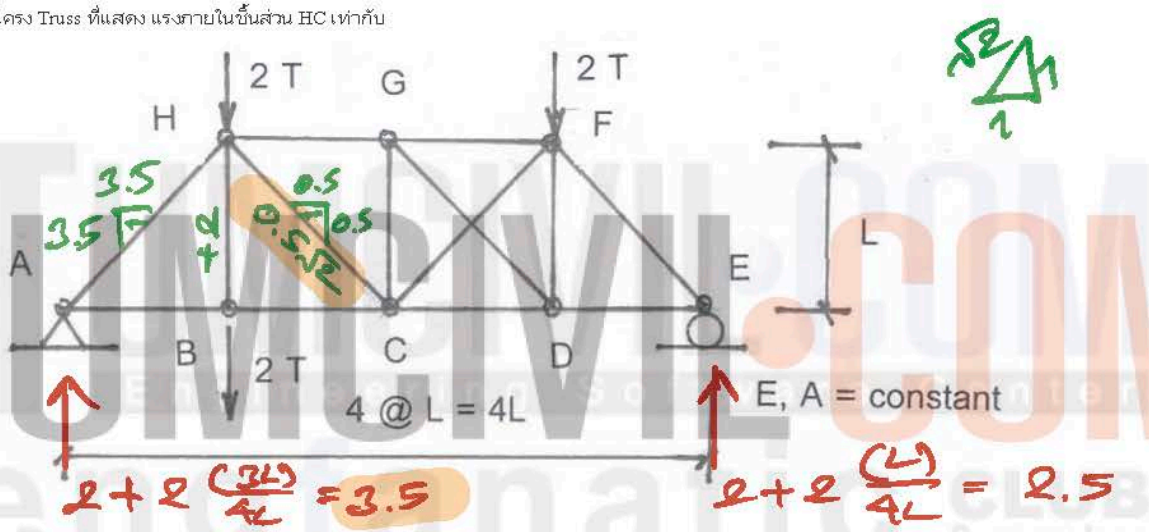
ข้อที่ 68 :

จากโครง Truss ที่แสดง แรงภายในชิ้นส่วน HB เท่ากับ



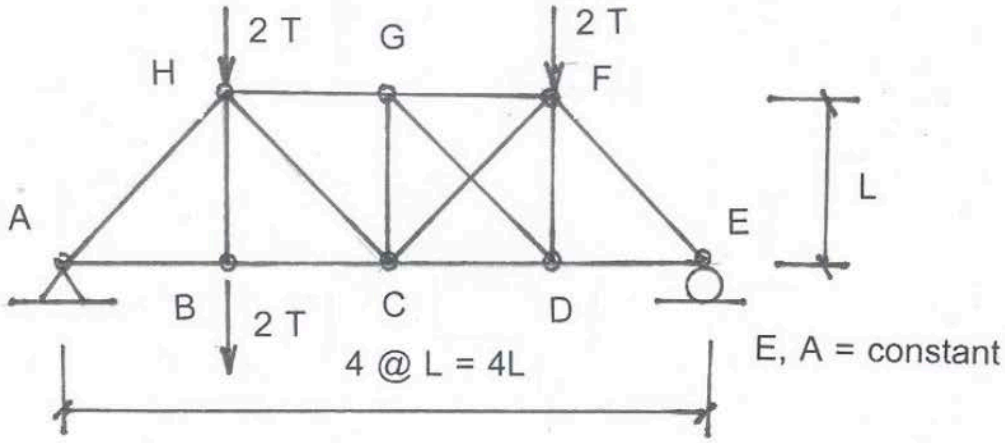
1 : 0
2 : 2 ตัน (แรงอัด)
3 : 2 ตัน (แรงดึง)
4 : 4 ตัน (แรงอัด)
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 69 :
จากโครง Truss ที่แสดง แรงภายในชิ้นส่วน HC เท่ากับ



1 : 0
2 : 0.7 ตัน (แรงอัด)
3 : 0.7 ตัน (แรงดึง)
4 : 2.8 ตัน (แรงอัด)
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

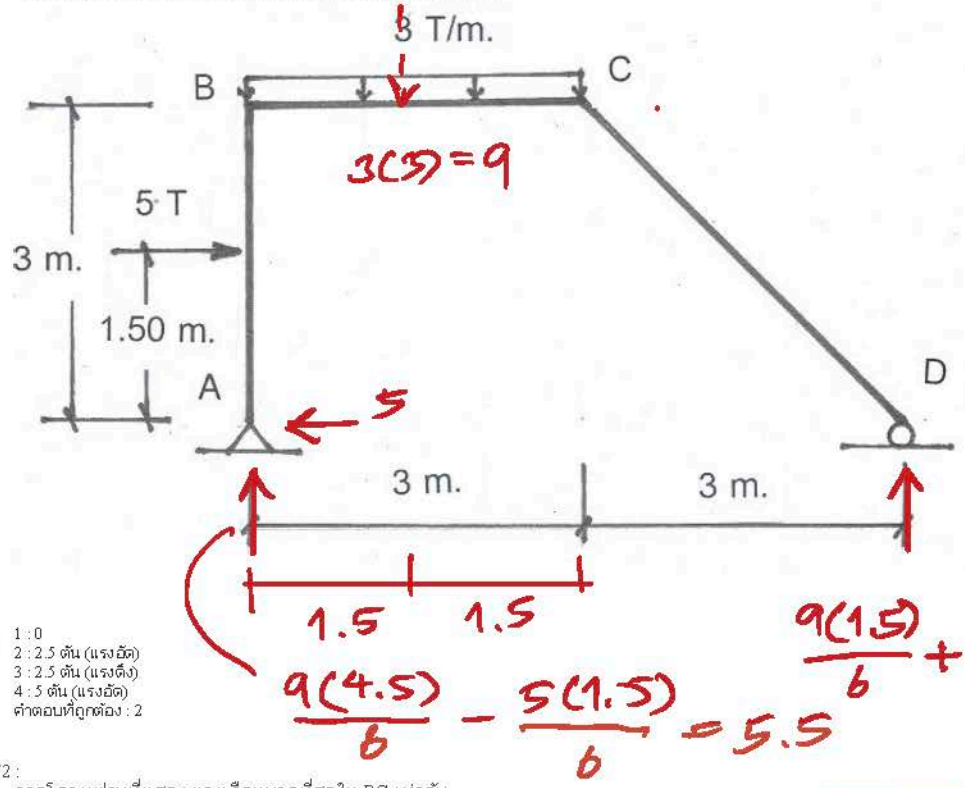
ข้อที่ 70 :
จากโครง Truss ที่แสดง แรงปฏิกิริยาที่จุด A เท่ากับ



1 : 3.5 T
2 : 3.0 T
3 : 2.5 T
4 : 2.0 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 71 :

จากโครงเฟรมที่แสดง แรงภายในตามแนวแกนของ CD เท่ากับ

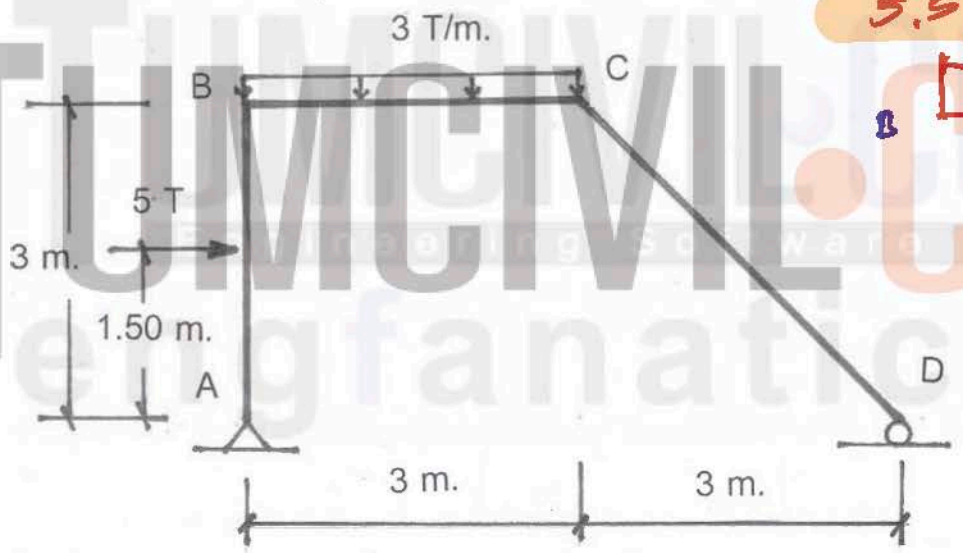


$\frac{9(1.5)}{6} + \frac{5(1.5)}{6} = 3.5$

$\frac{9(4.5)}{6} - \frac{5(1.5)}{6} = 5.5$

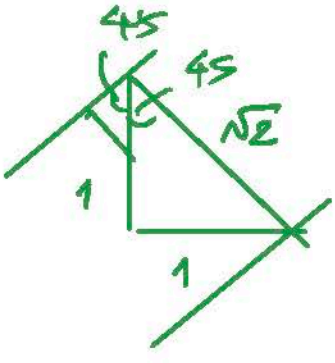
1 : 0
2 : 2.5 ตัน (แรงอัด)
3 : 2.5 ตัน (แรงดึง)
4 : 5 ตัน (แรงอัด)
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

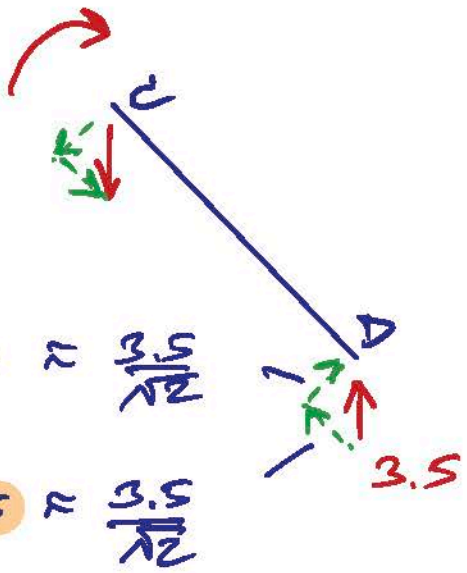
ข้อที่ 72 :
จากโครงเฟรมที่แสดง แรงเฉือนมากที่สุดใน BC เท่ากับ



1 : 3.5 T
2 : 5.5 T
3 : 6.8 T
4 : 7.8 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 73 :



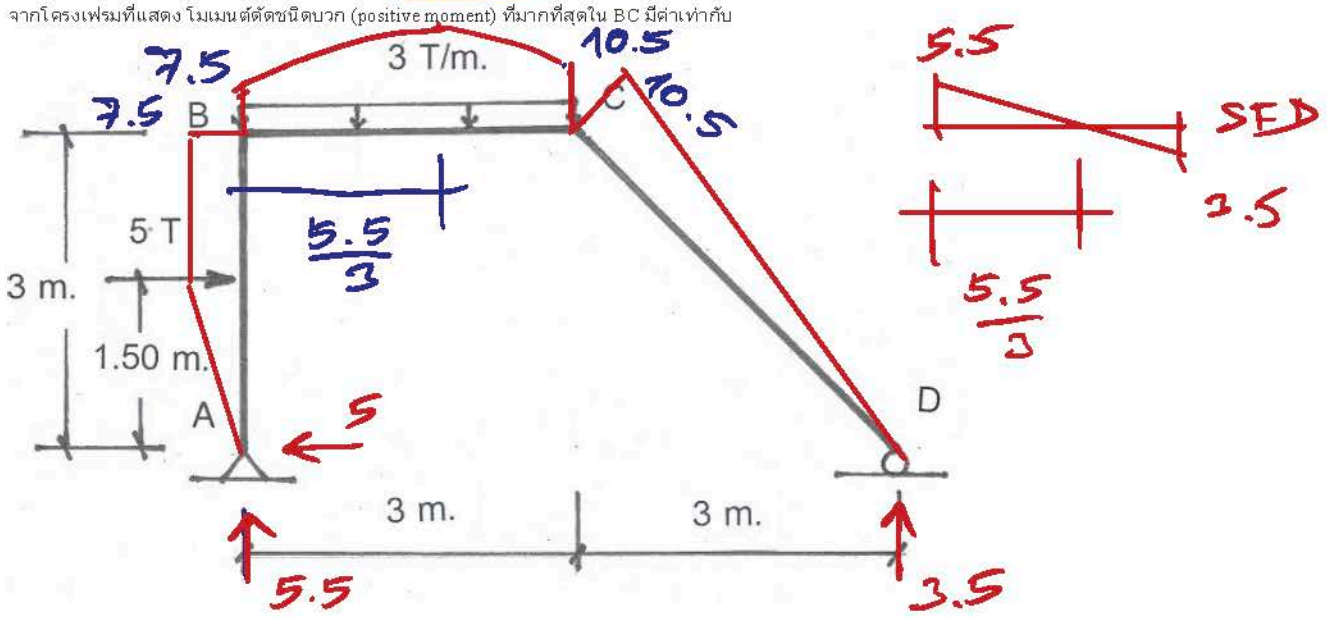


$2.5 \approx \frac{3.5}{\sqrt{2}}$

$2.5 \approx \frac{3.5}{\sqrt{2}}$

TUMCIVIL.COM Engineering Software Center engfanatic CLUB & member

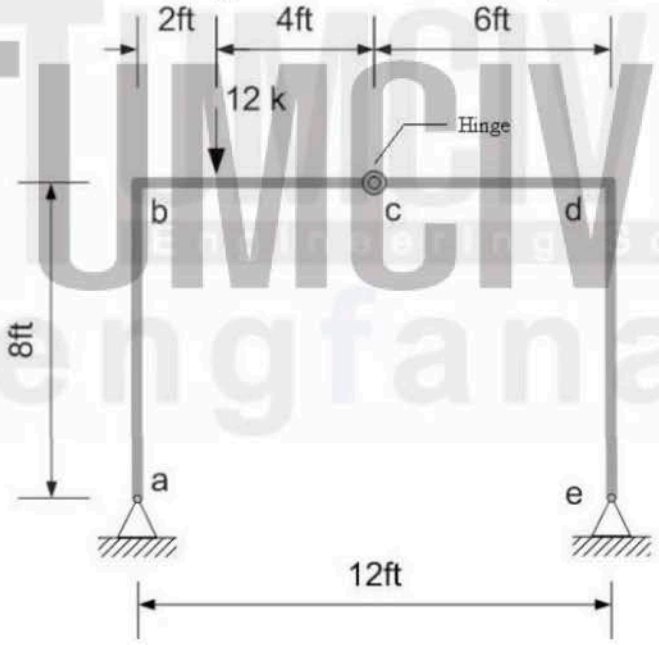
จากโครงเฟรมที่แสดง โมเมนต์ดัดชนิดบวก (positive moment) ที่มากที่สุดใน BC มีค่าเท่ากับ



1 : 5 ตัน-ม.
2 : 7.5 ตัน-ม.
3 : 12.5 ตัน-ม.
4 : 15.0 ตัน-ม.
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 74 :

Determine the reactions at support e of the frame loaded as shown in figure below



1 : $H_e = 1.5\ k \leftarrow$ $V_e = 2\ k \uparrow$

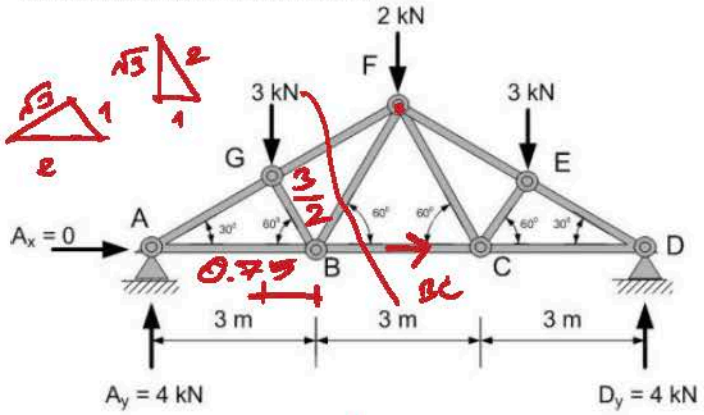
2 : $H_e = 1.5\ k \leftarrow$ $V_e = 2\ k \downarrow$

3 : $H_e = 2\ k \leftarrow$ $V_e = 1.5\ k \uparrow$

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 75 :

จงหาแรงภายในชิ้นส่วน BC ของโครงถักดังรูป

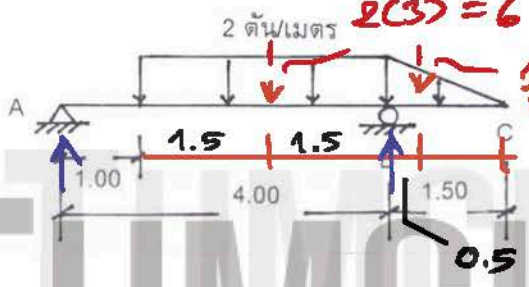


1 : BC = 4.33 kN (comp.)
2 : BC = 4.33 kN (tens.)
3 : BC = 0
4 : BC = 3 kN (tens.)
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

$\circlearrowleft^{+} \sum M_F = 0 = 4(4.5) - 3(0.75+1.5) - BC \cdot \frac{4.5}{\sqrt{3}}$

$BC = +\frac{15}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4.5} = +4.33$ kN

ข้อที่ 76 :
คานช่วงเดียวปลายยื่น รับน้ำหนักบรรทุก ดังรูป ตำแหน่งที่โมเมนต์ดัดมีค่ามากที่สุดจะอยู่ห่างจากจุด A เป็นระยะประมาณ



1 : 1.50 เมตร
2 : 2.00 เมตร
3 : 2.50 เมตร
4 : 3.00 เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

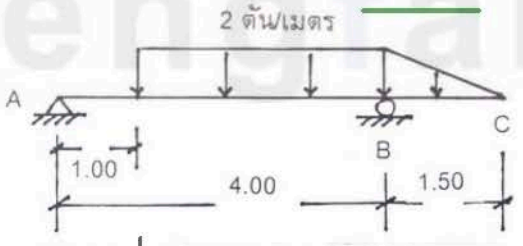
$R_A = \frac{6(1.5)}{4} - \frac{1.5(0.5)}{4}$

$= 2.25 - 0.1875 = 2.0625$ T

$R_B = \frac{6(2.5)}{4} + 0.1875 + 1.5$

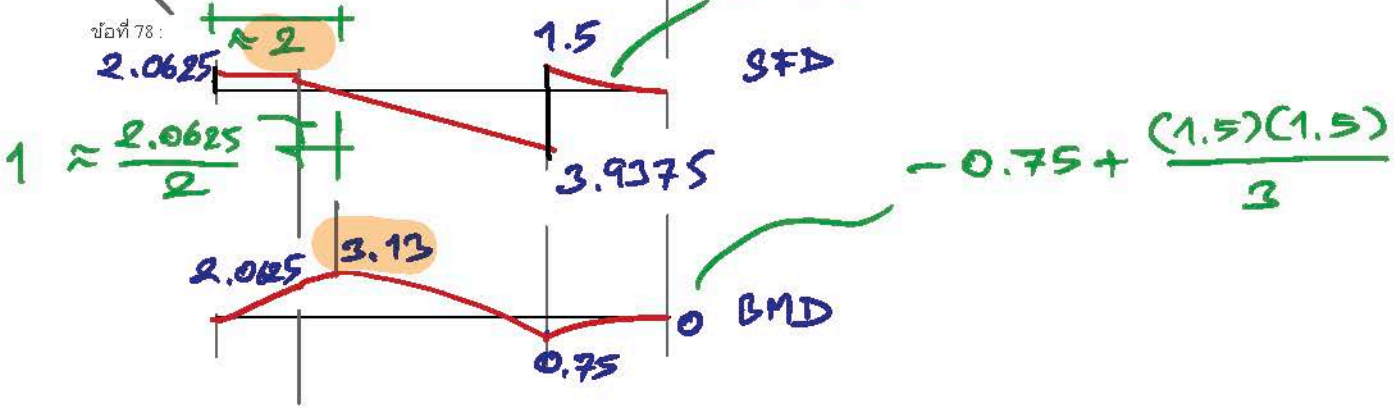
$= 5.4375$ T

ข้อที่ 77 :
คานช่วงเดียวปลายยื่น รับน้ำหนักบรรทุก ดังรูป จงประมาณค่าโมเมนต์ดัดที่มากที่สุด

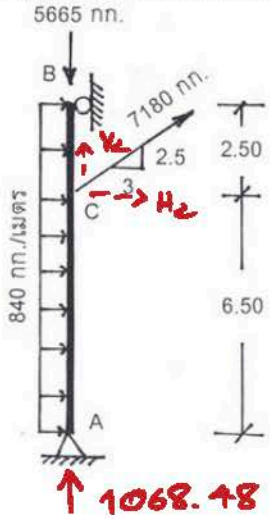


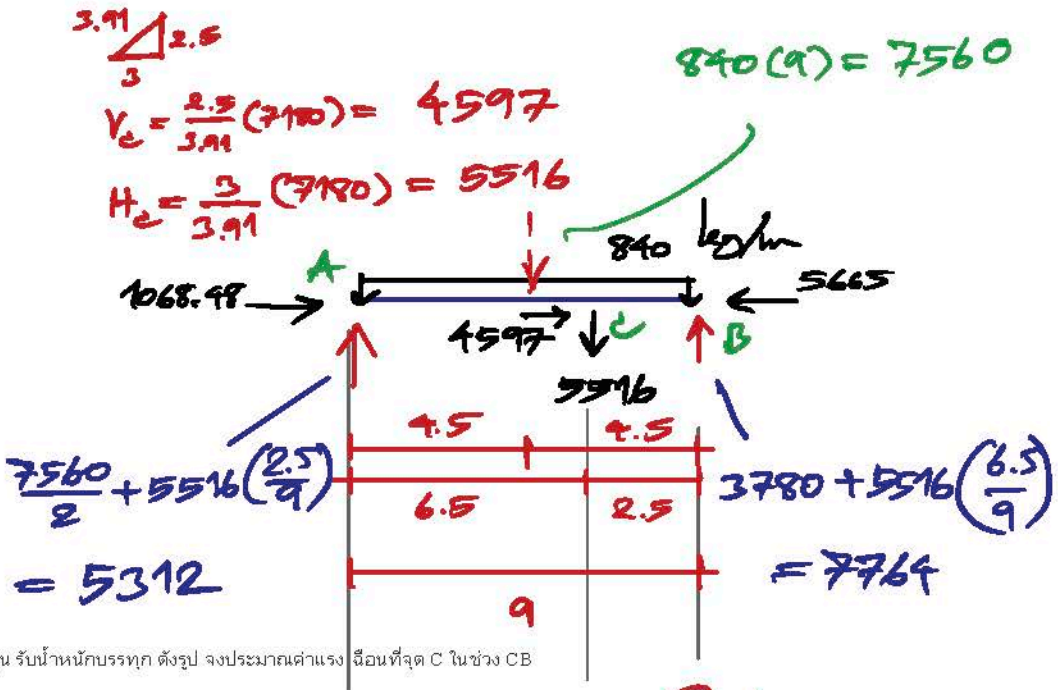
1 : 2.20 ตัน-เมตร
2 : 2.50 ตัน-เมตร
3 : 2.90 ตัน-เมตร
4 : 3.10 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 78 :



เสา AB มีปลายทั้งสองข้างเป็นแบบยึดหมุน รับน้ำหนักบรรทุก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด C

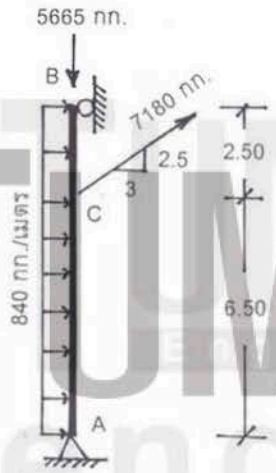


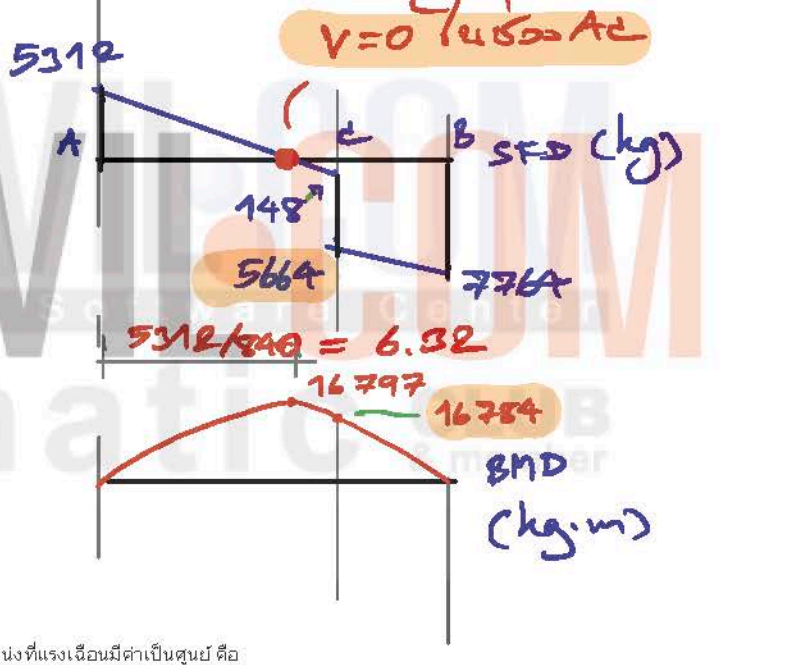


1 : 16.80 ตัน-เมตร
2 : 17.50 ตัน-เมตร
3 : 19.50 ตัน-เมตร
4 : 21.00 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 79 :

เสา AB มีปลายทั้งสองข้างเป็นแบบยึดหมุน รับน้ำหนักบรรทุก ดังรูป จงประมาณค่าแรงเฉือนที่จุด C ในช่วง CB

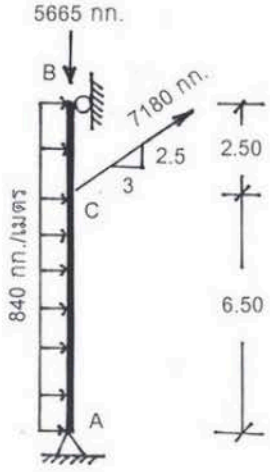




1 : 0.15 ตัน
2 : 5.30 ตัน
3 : 5.70 ตัน
4 : 7.80 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

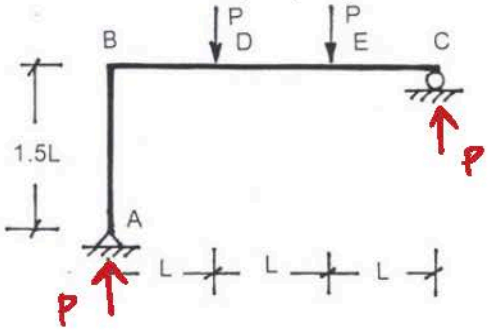
ข้อที่ 80 :

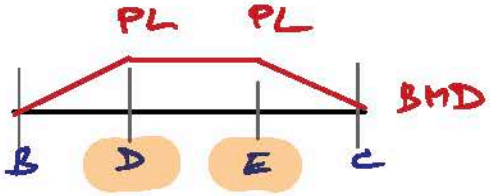
เสา AB มีปลายทั้งสองข้างเป็นแบบยึดหมุน รับน้ำหนักบรรทุก ดังรูป ตำแหน่งที่แรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ คือ



1 : อยู่พอดีที่จุด C
2 : อยู่ในช่วง AC
3 : อยู่ในช่วง CB
4 : ไม่มีข้อใดถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

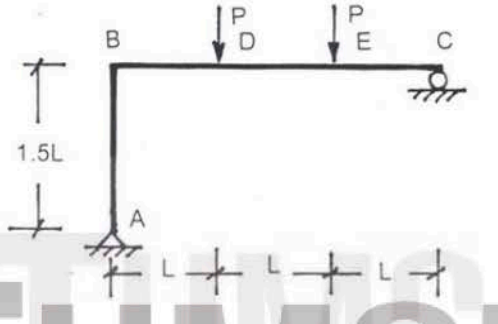
ข้อที่ 81 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป โมเมนต์ดัดมากที่สุดบนคาน BC อยู่ที่

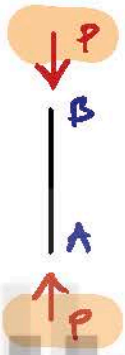




1 : จุด D จุดเดียว
2 : จุด E จุดเดียว
3 : จุด D และจุด E
4 : จุด B และจุด C
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

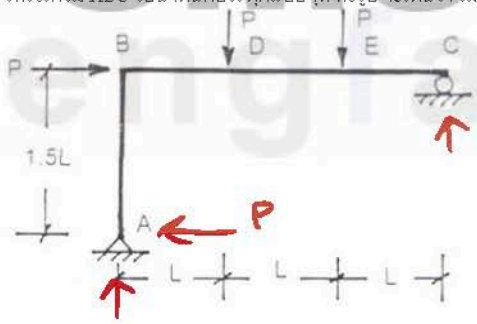
ข้อที่ 82 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป จะเห็นว่า เสา AB รับแรงต่างๆ คือ





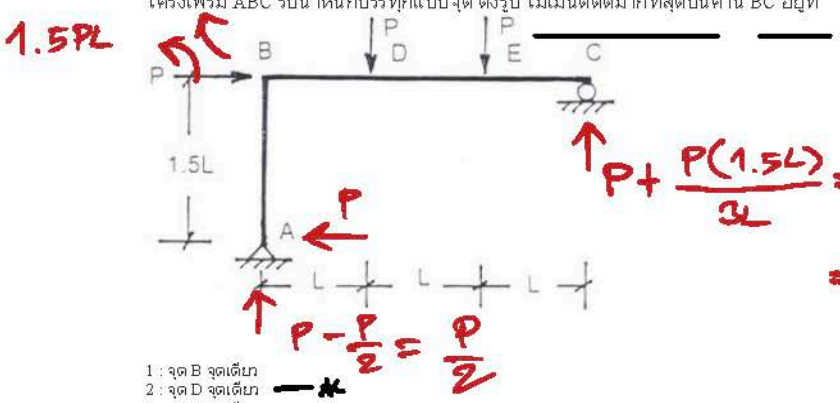
1 : แรงอัดตามแนวแกน แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
2 : แรงเฉือนอย่างเดียว
3 : โมเมนต์ดัดอย่างเดียว
4 : แรงอัดตามแนวแกนอย่างเดียว
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

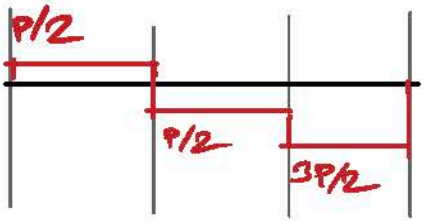
ข้อที่ 83 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป จะเห็นว่า เสา AB รับแรงต่างๆ คือ

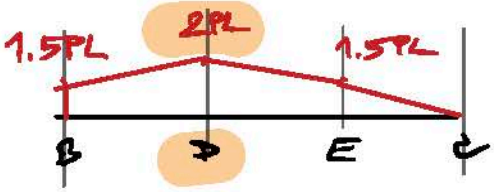


1 : แรงอัดตามแนวแกน แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
2 : แรงเฉือนอย่างเดียว
3 : โมเมนต์ดัดอย่างเดียว
4 : แรงอัดตามแนวแกนอย่างเดียว
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 84 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป โมเมนต์ดัดมากที่สุดบนคาน BC อยู่ที่

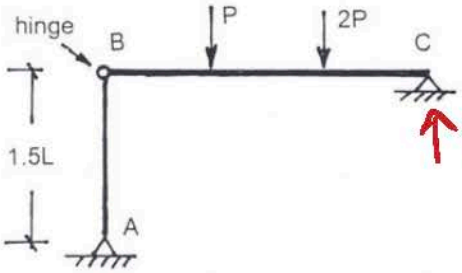


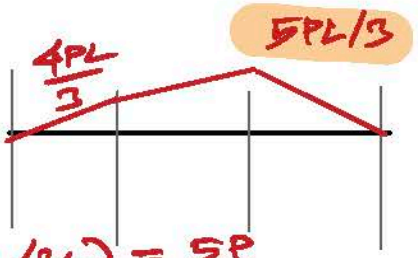




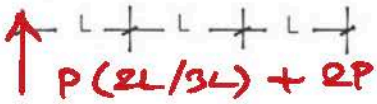
1 : จุด B จุดเดียว
2 : จุด D จุดเดียว
3 : จุด E จุดเดียว
4 : จุด B และจุด E
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 85 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป ค่าโมเมนต์ดัดมากที่สุดบนคาน BC เท่ากับ





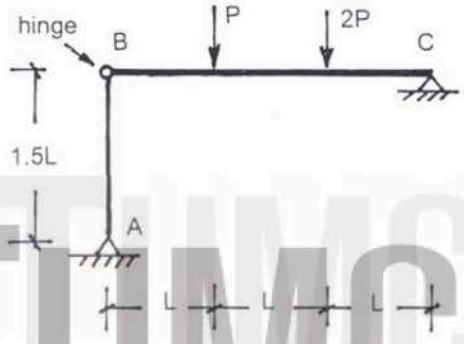
$\uparrow P(L/3L) + 2P(2L/3L) = \frac{5P}{3}$



$\uparrow P(2L/3L) + 2P(L/3L) = \frac{4}{3}P$

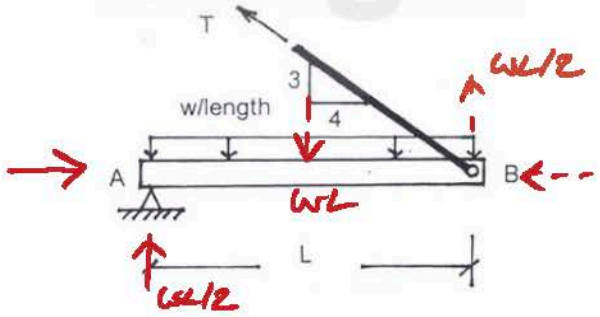
1 : PL
2 : 4PL/3
3 : 5PL/3 ←*
4 : 2PL
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 86 :
โครงเฟรม ABC รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด ดังรูป จะเห็นว่า เสา AB รับแรงต่างๆ คือ



1 : แรงอัดตามแนวแกน แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
2 : แรงเฉือนอย่างเดียว
3 : โมเมนต์ดัดอย่างเดียว
4 : แรงอัดตามแนวแกนอย่างเดียว ←*
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 87 :
คาน AB รับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน โดยมีท่อนเหล็กยึดไว้ตรงจุด B ดังรูป เพื่อให้คาน AB อยู่ในแนวนอน ถ้าไม่คิดน้ำหนักของคานและไม่คิดการยืดหดตัวของท่อนเหล็ก จงหาค่าแรงดึงในท่อนเหล็กนี้

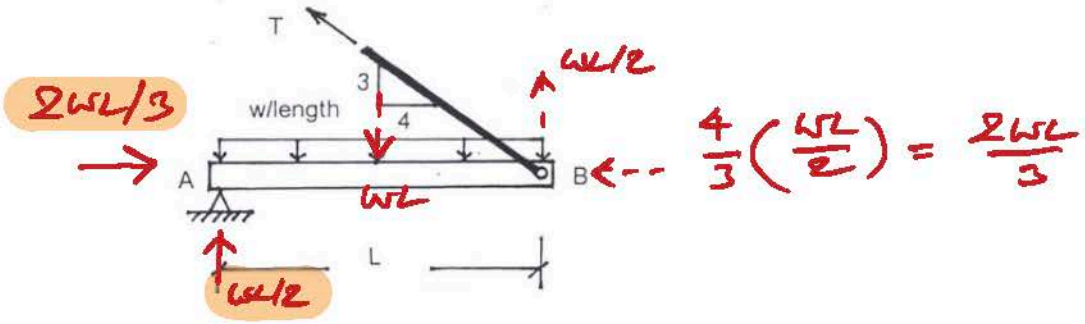


$\therefore T = \frac{5}{3}\left(\frac{wL}{2}\right) = \frac{5wL}{6}$

←* 1 : 5wL/6
2 : 5wL/4
3 : 5wL/3
4 : 5wL/2
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

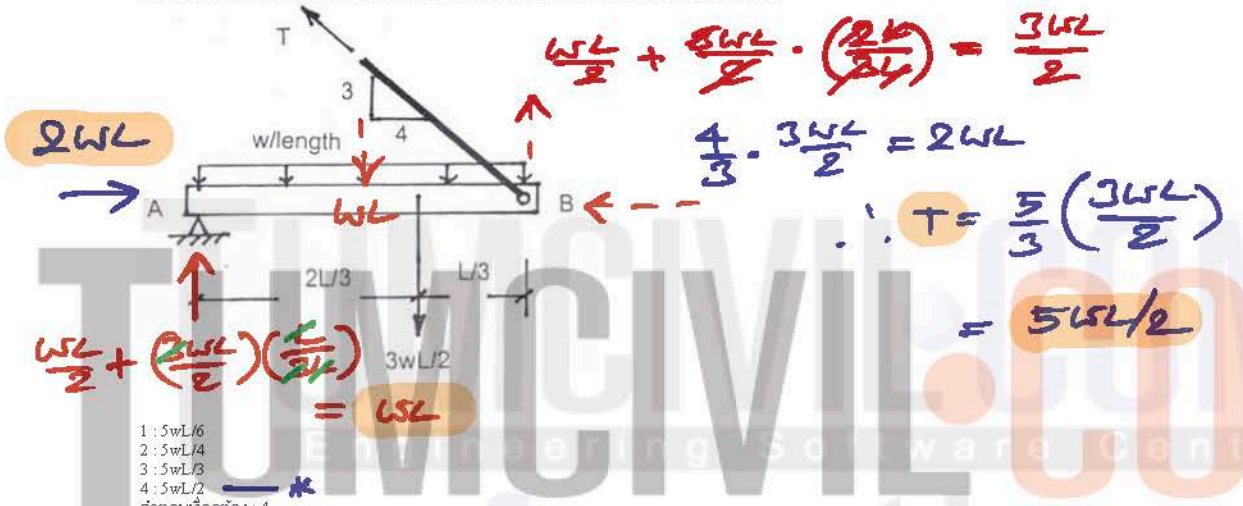
ข้อที่ 88 :
คาน AB รับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน โดยมีท่อนเหล็กยึดไว้ตรงจุด B ดังรูป เพื่อให้คาน AB อยู่ในแนวนอน ถ้าไม่คิดน้ำหนักของคานและไม่คิดการยืดหดตัวของท่อนเหล็ก จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A

TCIVIL.COM Engineering Software Center
engfanatic club & member



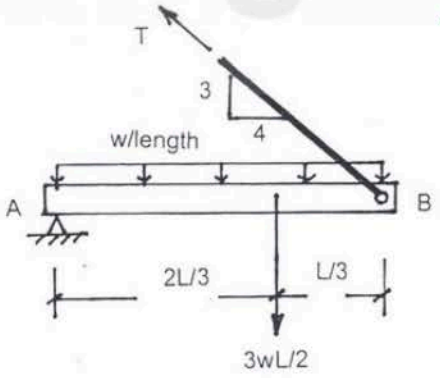
1 : $R_{Ax} = 2wL/3$ และ $R_{Ay} = 2wL/3$
2 : $R_{Ax} = 2wL/3$ และ $R_{Ay} = WL/2$ *
3 : $R_{Ax} = wL/3$ และ $R_{Ay} = WL/2$
4 : $R_{Ax} = 2wL/3$ และ $R_{Ay} = WL/3$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 89 :
คาน AB รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดและแบบแผ่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน โดยมีท่อนเหล็กยึดไว้ตรงจุด B ดังรูป เพื่อให้คาน AB อยู่ในแนวนอน ถ้าไม่คิดน้ำหนักของคานและไม่คิดการยืดหดตัวของท่อนเหล็ก จงหาค่าแรงตึงในท่อนเหล็กนี้



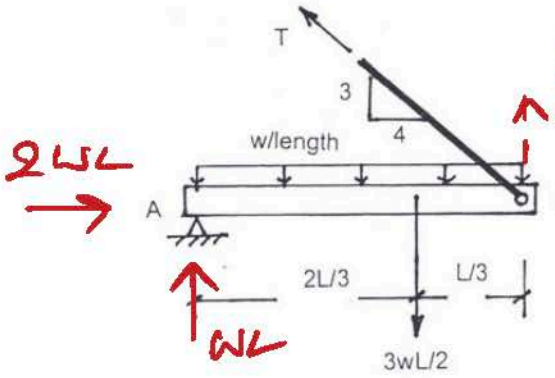
1 : 5wL/6
2 : 5wL/4
3 : 5wL/3
4 : 5wL/2 *
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 90 :
คาน AB รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดและแบบแผ่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน โดยมีท่อนเหล็กยึดไว้ตรงจุด B ดังรูป เพื่อให้คาน AB อยู่ในแนวนอน ถ้าไม่คิดน้ำหนักของคานและไม่คิดการยืดหดตัวของท่อนเหล็ก จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A



1 : $R_{Ax} = 2wL$ และ $R_{Ay} = wL/3$
2 : $R_{Ax} = 2wL$ และ $R_{Ay} = wL$ *
3 : $R_{Ax} = wL$ และ $R_{Ay} = 2wL$
4 : $R_{Ax} = 2wL/3$ และ $R_{Ay} = wL$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 91 :
คาน AB รับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดและแบบแผ่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน โดยมีท่อนเหล็กยึดไว้ตรงจุด B ดังรูป เพื่อให้คาน AB อยู่ในแนวนอน ถ้าไม่คิดน้ำหนักของคานและไม่คิดการยืดหดตัวของท่อนเหล็ก โมเมนต์ดัดที่กึ่งกลางคาน AB มีค่าเท่ากับ



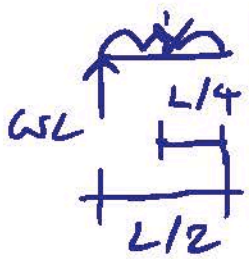
1 : $7WL^2/8$

2 : $5WL^2/8$

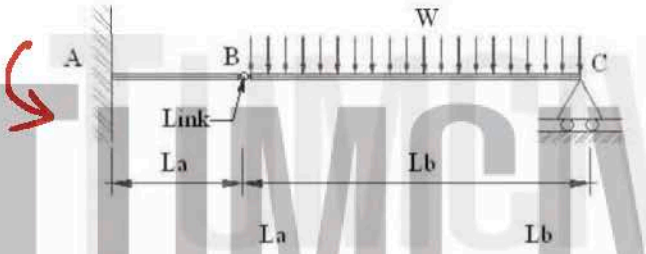
3 : $3WL^2/8$ *

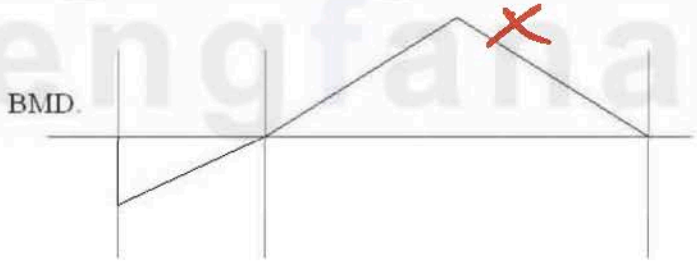
4 : $WL^2/8$

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

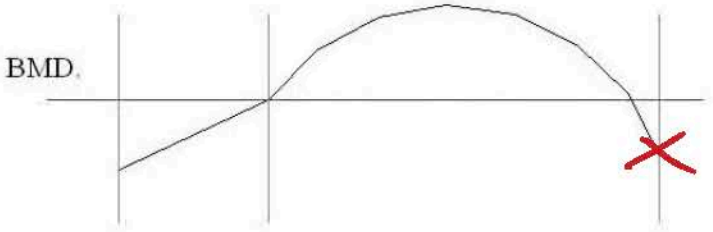


ข้อที่ 92 :
โครงสร้างคานดังรูป กราฟโมเมนต์ดัดมีลักษณะตรงกับข้อใด

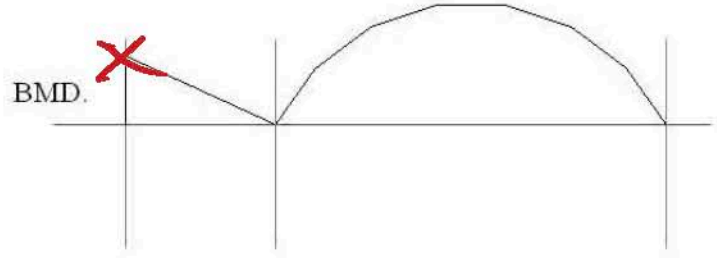




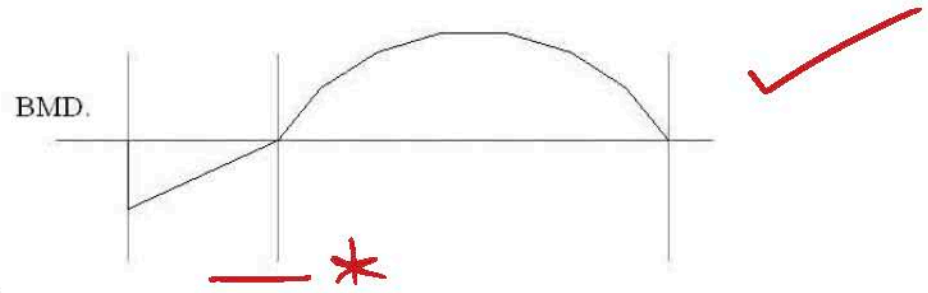
1 :



2 :

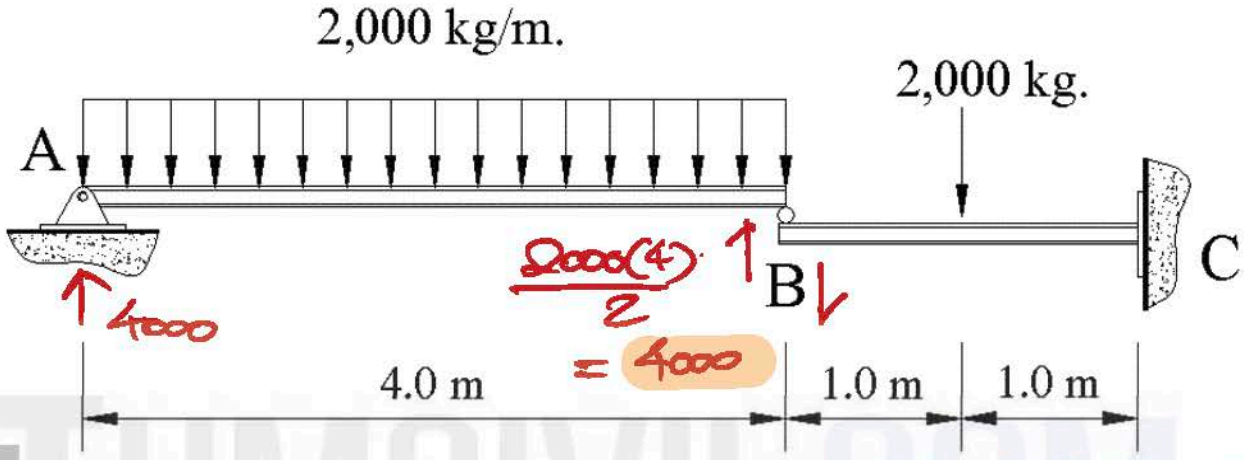


3 :



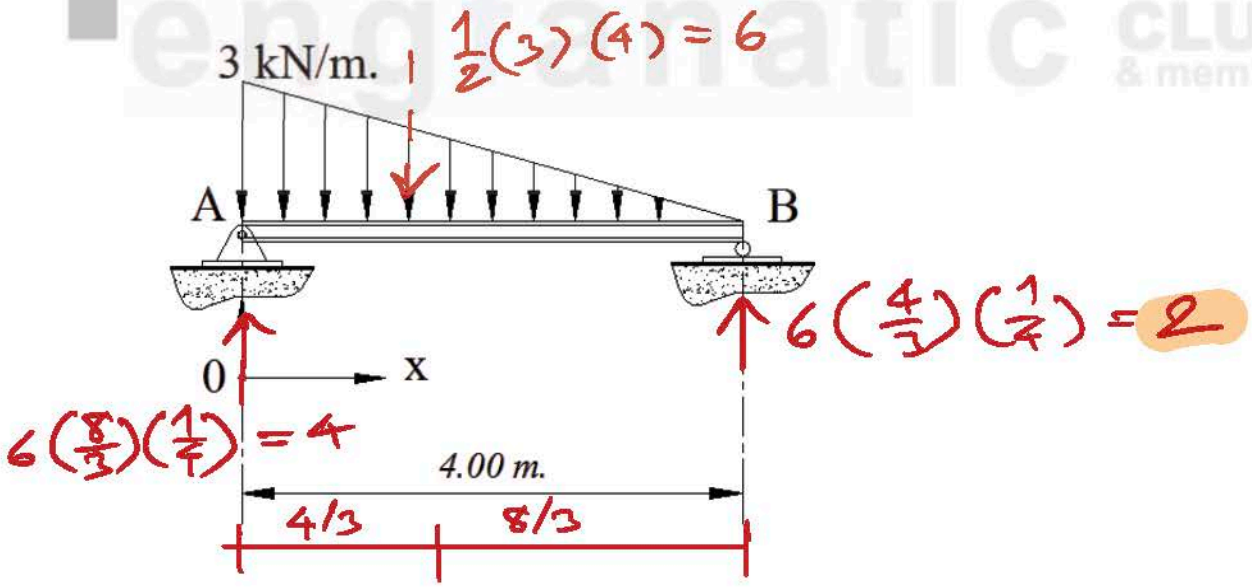
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 93 :
แรงที่กระทำต่อ Internal roller ที่จุด B มีค่าเท่าใด ?



1 : 2,000 kg.
2 : 4,000 kg.
3 : 6,000 kg.
4 : 8,000 kg.
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

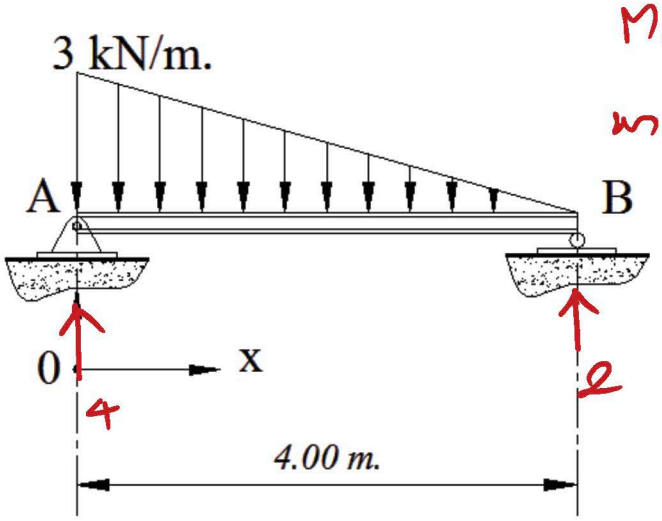
ข้อที่ 94 :
โครงสร้างดังรูป แรงปฏิกิริยาที่จุด B มีค่าเท่าใด?



1 : 2 kN ↓
2 : 2 kN ↑
3 : 4 kN ↑
4 : 6 kN ↑
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

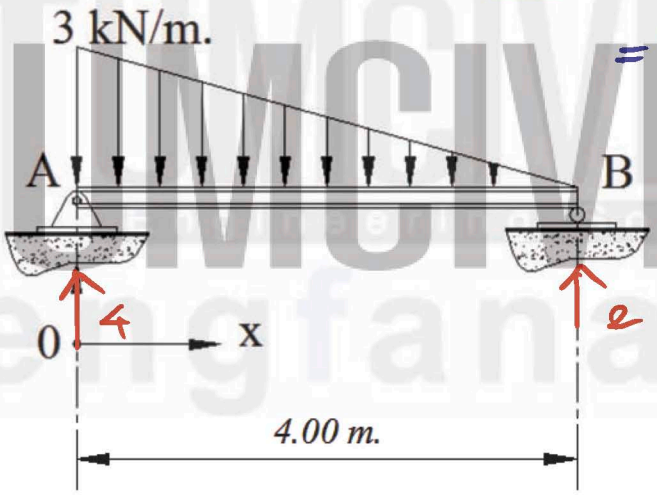
ข้อที่ 95 :

โมเมนต์ดัดสูงสุด มีค่าเท่าใด ?



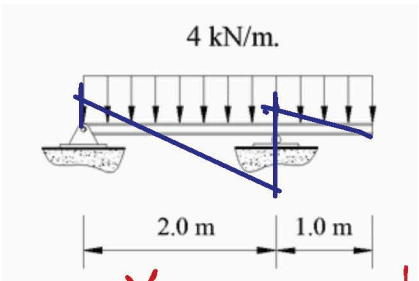
1 : 0.67 kN-m
2 : 1.69 kN-m
3 : 2.31 kN-m
4 : 3.08 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 96 :
ค่าแรงเฉือนสูงสุด มีค่าเท่าใด ?

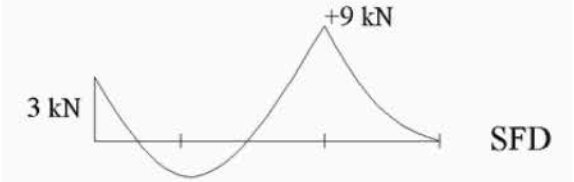


1 : 2 kN ↓
2 : 2 kN ↑
3 : 4 kN ↑
4 : 6 kN ↑
5 : คำตอบข้อ 1-4 ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

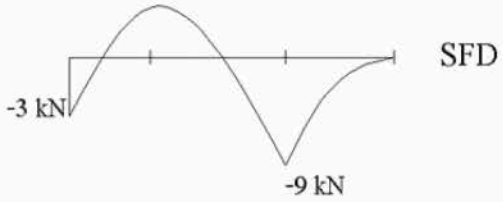
ข้อที่ 97 :
จากโครงสร้างคานดังรูป แผนภาพแรงเฉือน(Shear Force Diagram) เป็นไปตามตัวเลือกข้อใด ?
กำหนดให้ เมื่อตัดรูปตัดใด ๆ ทิศทางของแรงเฉือนที่เป็นบวก มีทิศตามเข็มนาฬิกา ทิศทางของโมเมนต์ที่เป็นบวก ดัดให้คานโก่งหงาย



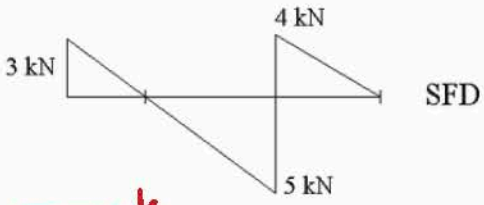
TUMCIVIL.COM engfanatic



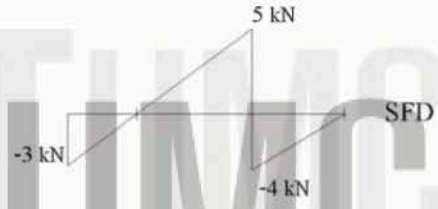
1 :



2 :

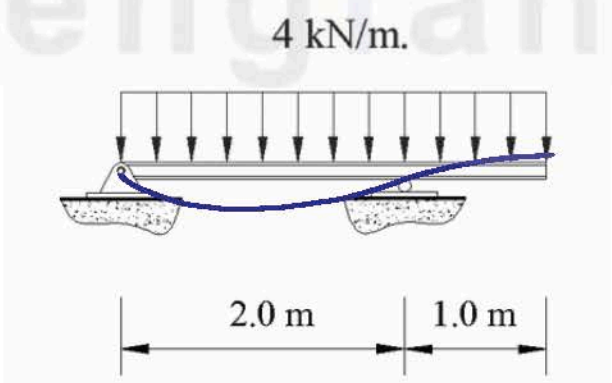


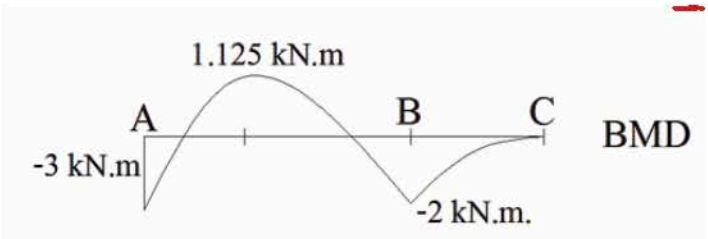
3 :



4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

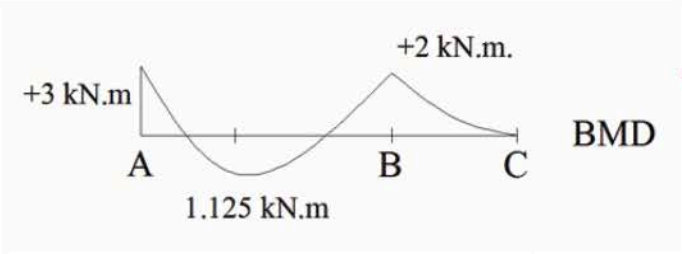
ข้อที่ 98 :
จากโครงสร้างคานดังรูป
แผนภาพโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram) เป็นไปตามตัวเลือกข้อใด ?
กำหนดให้ เมื่อตัดรูปตัดใดๆ ทิศทางของแรงเฉือนที่เป็นบวก มีทิศตามเข็มนาฬิกา ทิศทางของโมเมนต์ที่เป็นบวก ดัดให้คานโก่งหงาย



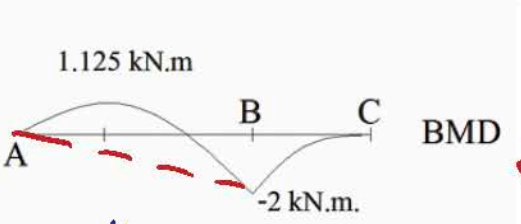


1 :

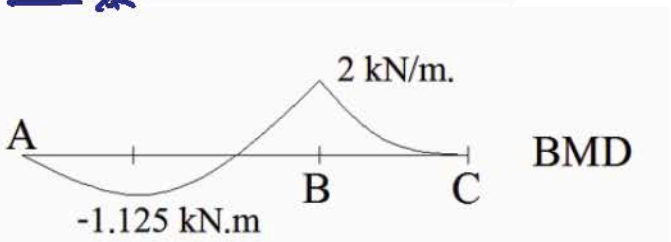
แนวคิด
- ที่ support แนวดิ่งมีค่าเท่ากับ 0
- การแก้สมการหาค่าที่ทำให้แรงเฉือนเป็นศูนย์ได้ (สมการโมเมนต์ที่ทำให้แรงเฉือนเป็นศูนย์ได้)



2 :



3 :

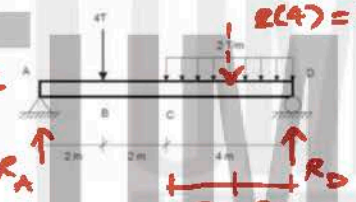


4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 99 :

จงคำนวณหาแรงเฉือนภายในของภาคตัดที่ผ่านระหว่างจุด B และ C ของคานที่มีแรงกระทำดังรูป

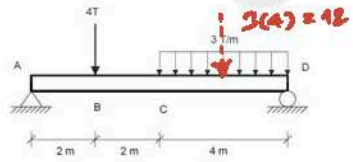


1 : 0 T
2 : 1 T
3 : 2 T
4 : 3 T

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 100 :

จงคำนวณหาแรงเฉือนภายในของภาคตัดที่ผ่านระหว่างจุด B และ C ของคานที่มีแรงกระทำดังรูป

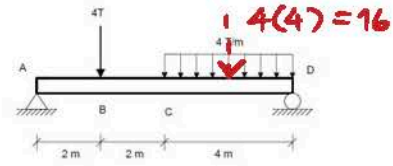


1 : 0 T
2 : 1 T
3 : 2 T
4 : 3 T

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 101 :

จงคำนวณหาแรงเฉือนภายในของภาคตัดที่ผ่านระหว่างจุด B และ C ของคานที่มีแรงกระทำดังรูป

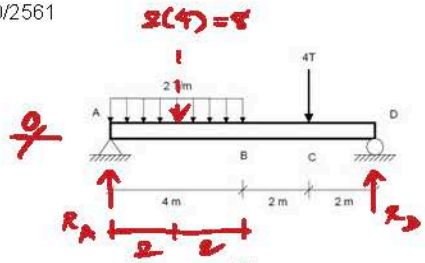


1 : 0 T
2 : 1 T
3 : 2 T
4 : 3 T

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 102 :

จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุด D ของคานดังแสดงในรูป

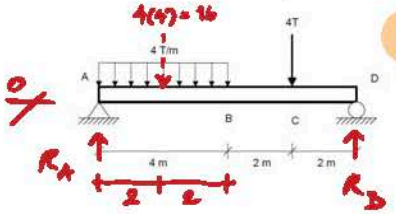


$R_D = \frac{8(2)}{8} + \frac{4(6)}{8} = 5T \uparrow$

$R_A = \frac{8(6)}{8} + \frac{4(2)}{8} = 7T \uparrow$

1 : 5 T
2 : 7 T
3 : 9 T
4 : 10 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 103 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุด D ของคานดังแสดงในรูป



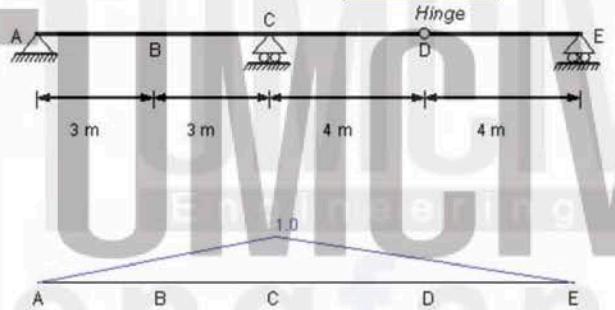
$R_D = 16(2/8) + 4(6/8)$
$= 7T \uparrow$

$R_A = 16(6/8) + 4(2/8)$
$= 13$

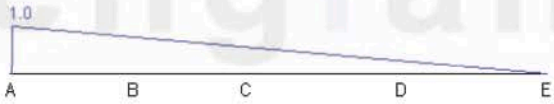
1 : 5 T
2 : 7 T
3 : 9 T
4 : 10 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

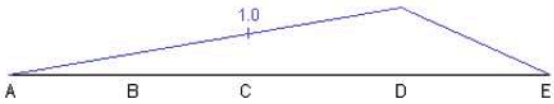
เนื้อหาวิชา : 531 : Influence lines of determinate structures

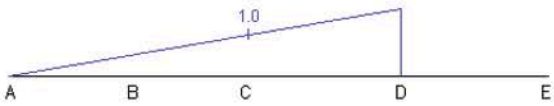
ข้อที่ 104 :
ข้อใดเป็นเส้นอิทธิพล (Influence line) ของแรงปฏิกิริยาที่ฐาน C ของโครงสร้างดังในรูป



1 :

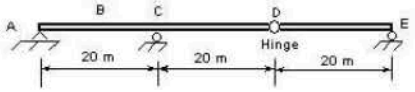
2 :


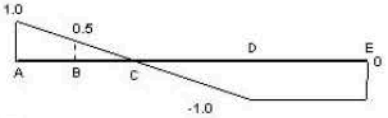
3 :


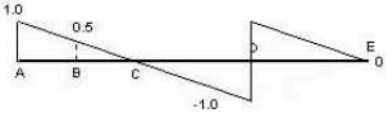
4 :


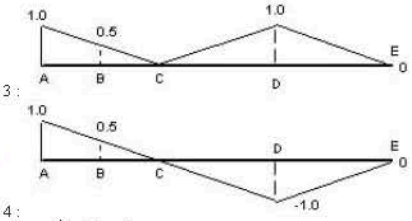
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 105 :
ข้อใดแสดงแนวเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่จุด A ของคานดังแสดงในรูป



1 :


2 :




3 :

* —

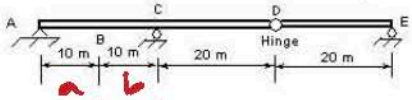
I.L. of K_A

4 :

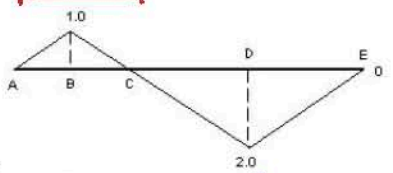
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 106 :

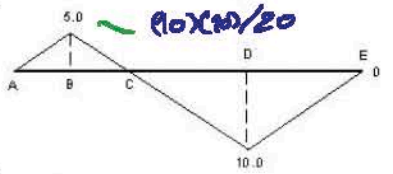
ข้อใดแสดงแนวเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ดัดที่จุด B ของคานดังแสดงในรูป



a b



1 :

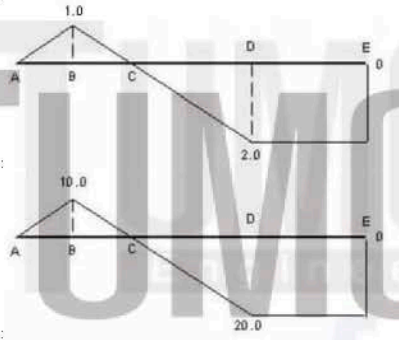


(10x10)/20

I.L. of M_B

ค่า I.L. ที่ B = ab/L

* — 2 :



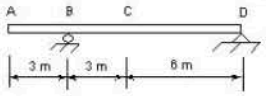
3 :

4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

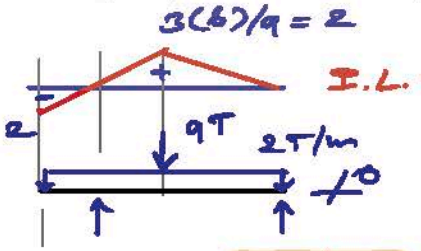
ข้อที่ 107 :

จงคำนวณหาโมเมนต์ดัดบวกที่มากที่สุดที่จุด C ของคานดังแสดงในรูป เมื่อมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดเท่ากับ 9 ตัน และน้ำหนักบรรทุกแบบตายตัว(Dead Load) ซึ่งเกิดจากน้ำหนักของคาน กระจายอย่างสม่ำเสมอมีขนาดเท่ากับ 2 ตัน/เมตร



3(6)/9 = 2

I.L. of M_C



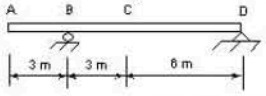
$\therefore M_C = 9(2) + 2\left[\frac{1}{2}(9)(2)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(3)(-2)\right] = 18 + 18 - 6 = 30$ T.m

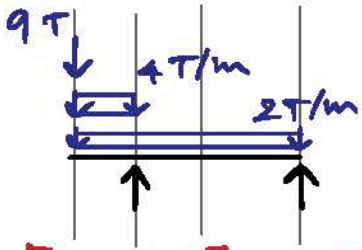
1 : 12 T-m
2 : 18 T-m
3 : 36 T-m
4 : 30 T-m

* — คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 108 :

จงคำนวณหาโมเมนต์ดัดลบที่มากที่สุดที่จุด C ของคานดังแสดงในรูป เมื่อมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดเท่ากับ 9 ตัน น้ำหนักบรรทุกแบบตายตัว (Dead Load) และแบบจร (Live Load) กระจายอย่างสม่ำเสมอมีขนาดเท่ากับ 2 ตัน/เมตร และ 4 ตัน/เมตร ตามลำดับ (น้ำหนักบรรทุกจร 4 ตัน/เมตร จะกระจายเฉพาะช่วงที่จะทำให้โมเมนต์ดัดลบที่จุด C มีค่ามากที่สุด)





$\therefore M_C = 9(-2) + 4\left[\frac{1}{2}(3)(-2)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(9)(2)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(3)(-2)\right] = -18 - 12 + 18 - 6 = -18$ T.m

1 : -18 T-m
2 : -36 T-m
3 : -66 T-m
4 : -12 T-m

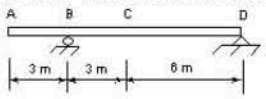
* — คำตอบที่ถูกต้อง : 1

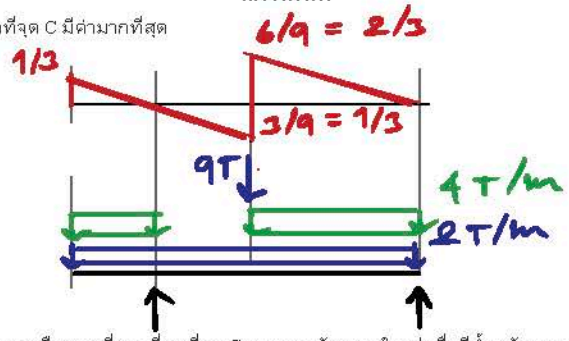
ข้อที่ 109 :

จงใช้หลักการของอินฟลูเอนซ์ไลน์ในการคำนวณหาแรงเฉือนบวกที่มากที่สุดที่จุด C ของคานดังแสดงในรูป เมื่อมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดเท่ากับ 9 ตัน น้ำหนักบรรทุกแบบตายตัว (Dead Load) และแบบจร (Live Load) กระจายอย่างสม่ำเสมอมีขนาดเท่ากับ 2 ตัน/เมตร และ 4 ตัน/เมตร ตามลำดับ โดยน้ำหนักบรรทุกจร 4

TUMCIVIL.COM Engineering Software Center
engfanatic CLUB & member

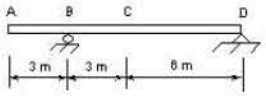
ตัน/เมตร จะกระจายเฉพาะช่วงที่ทำให้แรงเฉือนบวกที่จุด C มีค่ามากที่สุด

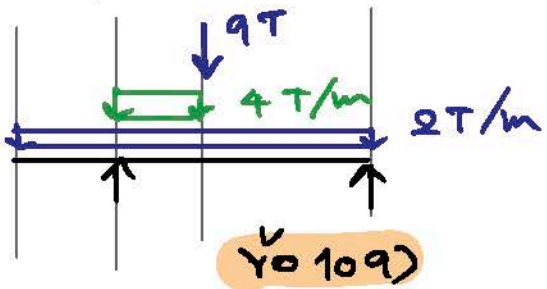




1 : 4 T
2 : 6 T
3 : 10 T
4 : 20 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

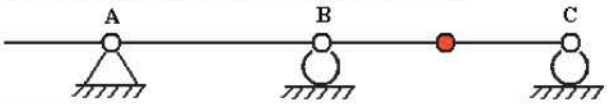
ข้อที่ 110 :
จงใช้หลักการของอินฟลูเอนซ์ไลน์ในการคำนวณหาแรงเฉือนลบที่มากที่สุดที่จุด C ของคานดังแสดงในรูป เมื่อมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดเท่ากับ 9 ตัน น้ำหนักบรรทุกแบบตายตัว (Dead Load) และแบบจร (Live Load) กระจายอย่างสม่ำเสมอมีขนาดเท่ากับ 2 ตัน/เมตร และ 4 ตัน/เมตร ตามลำดับ โดยน้ำหนักบรรทุกจร 4 ตัน/เมตร จะกระจายเฉพาะช่วงที่ทำให้แรงเฉือนลบที่จุด C มีค่ามากที่สุด



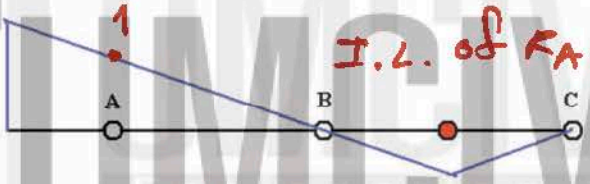


1 : -1 T
2 : -2 T
3 : -3 T
4 : -4 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

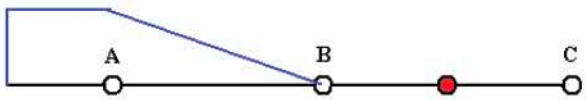
ข้อที่ 111 :
ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A



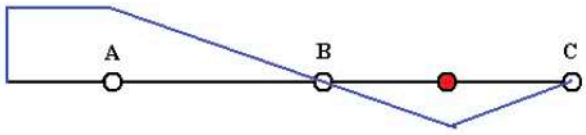
1 :



2 :

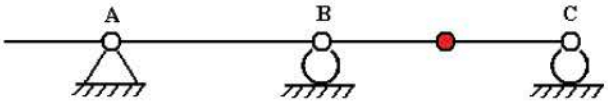


3 :



4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 112 :
ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ B



ข้อ 109)

$\therefore V_2 = 9\left(\frac{2}{3}\right) + 4\left[\frac{1}{2}(3)\left(\frac{1}{3}\right)\right] + 4\left[\frac{1}{2}(6)\left(\frac{2}{3}\right)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(3)\left(\frac{1}{3}\right)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(3)\left(-\frac{1}{3}\right)\right] + 2\left[\frac{1}{2}(6)\left(\frac{2}{3}\right)\right]$

$= 6 + 2 + 8 + (1 - 1 + 4)$

$V_2 = 20$ T

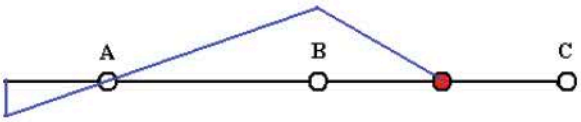
ข้อ 110)

$\therefore V_2 = 9\left(-\frac{1}{3}\right) + 4\left[\frac{1}{2}(3)\left(-\frac{1}{3}\right)\right] + (1 - 1 + 4)$

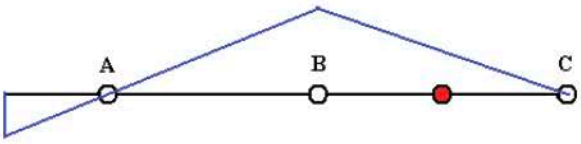
$= -3 - 2 + 4$

$= -1$ T

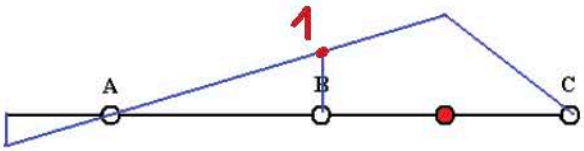
TUMCIVIL.COM engfanatic



1 :

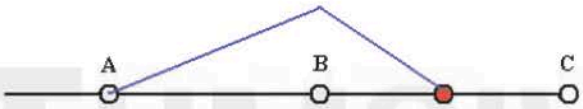


2 :



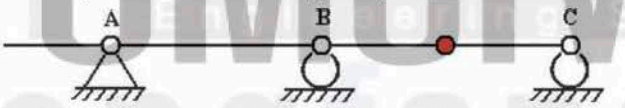
I.L. of R_B

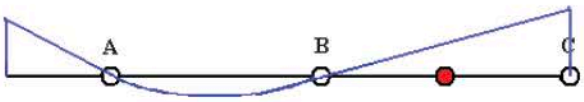
3 : *



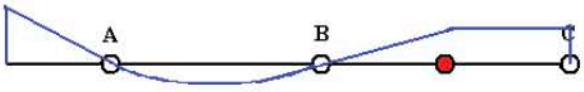
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 113 :
ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ C

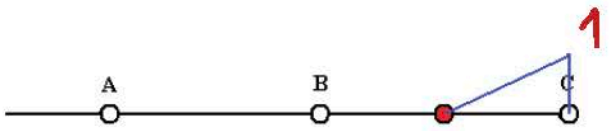




1 :



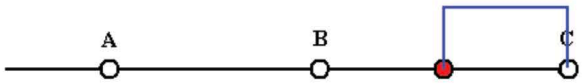
2 :



I.L. of R_C

3 : *

TUMCIVIL.COM Engineering Software Center engranatic CLUB & member

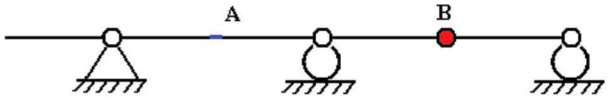


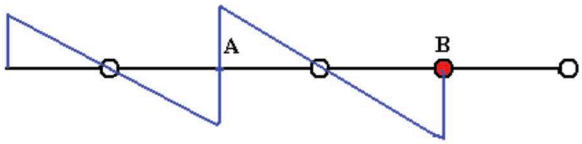
4 :

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

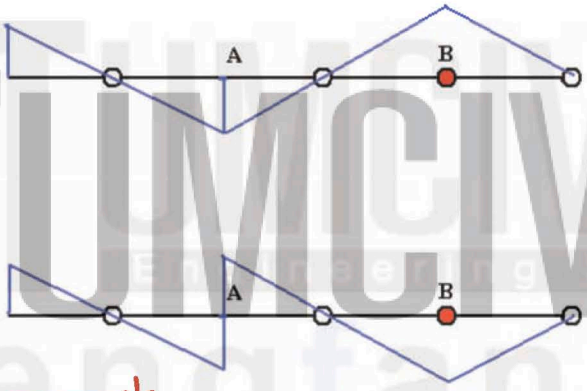
ข้อที่ 114 :

ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด A



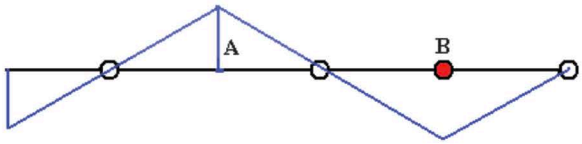


1 :



2 :

3 :

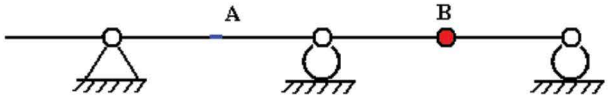


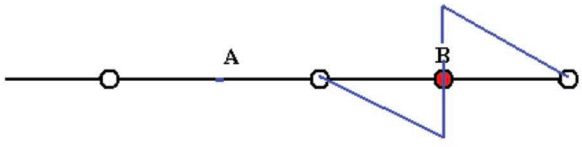
4 :

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 115 :

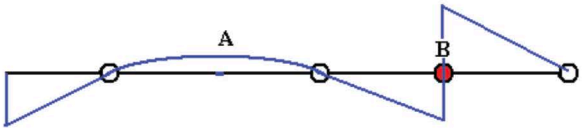
ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด B



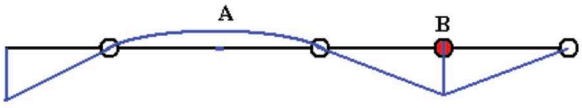


1 :

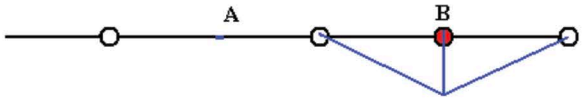
TUMCIVIL.COM Engineering Software Center engfanatic CLUB & member



2 :

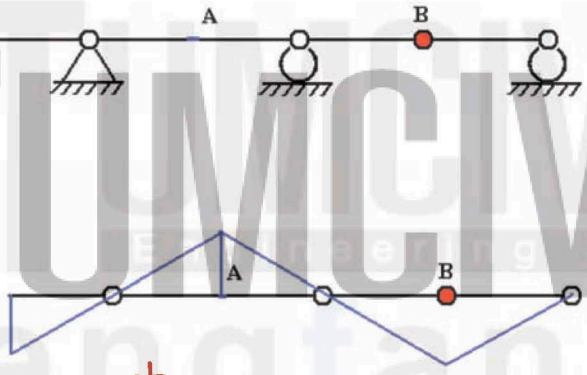


3 :



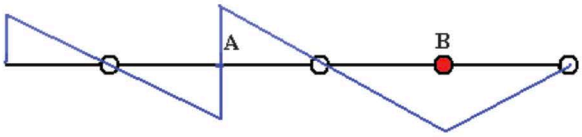
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 116 :
ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่จุด A

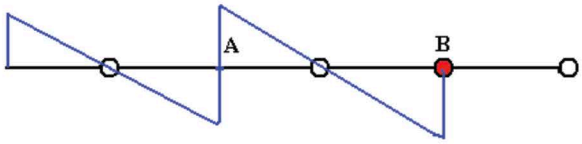


I.L. of M_A

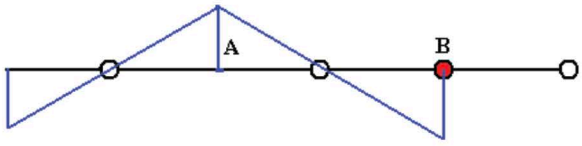
1 :



2 :



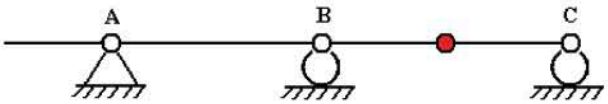
3 :



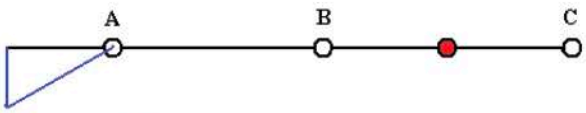
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 117 :

ข้อใดแสดงรูปของเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่จุด A

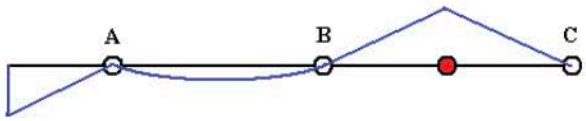


1 :

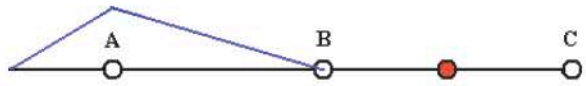


I.L. of M_A

2 :



3 :

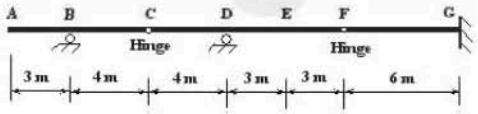


4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

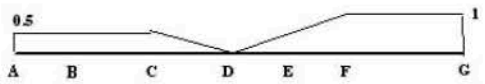
ข้อที่ 118 :

ข้อใดแสดงแนวเส้นอิทธิพลของแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่จุด G ของคานดังแสดงในรูป

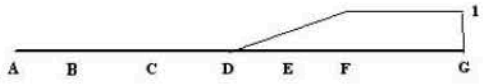


1 :

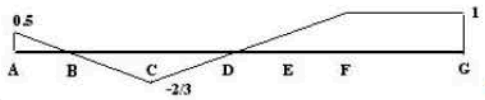
2 :



3 :



4 :

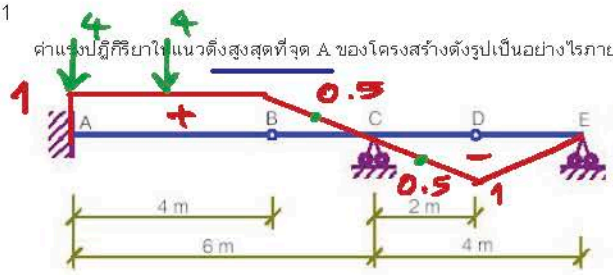


I.L. of R_d

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 119 :

ค่าแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งสูงสุดที่จุด A ของโครงสร้างดังรูปเป็นอย่างไรภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 2 ค่าที่กำหนดบนโครงสร้าง



I.L. of R_A

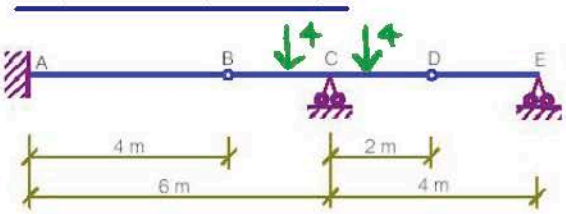
$\therefore R_A = 4(1) + 4(1)$

$= 8\ T \uparrow$

1 : 4 T ทิศขึ้น
2 : 4 T ทิศลง
3 : 8 T ทิศขึ้น —*
4 : 8 T ทิศลง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 120 :

ภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 2 ค่าที่ ดังแสดงในรูป กระทำต่อคาน ที่กำหนดให้ จงหาว่าแรงกระทำคู่นี้ต้องกระทำอยู่ในช่วงใดของคาน ซึ่งทำให้ค่าแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่จุด A มีค่าเป็นศูนย์



$\therefore$ จาก I.L. of R_A

ข้อ 119

$\therefore$ เขียนแนวตัวรูป

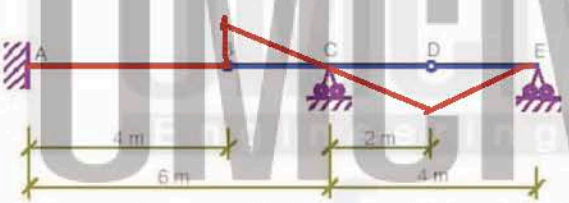
$R_A = 4(0.5) + 4(-0.5)$

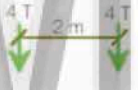
$= 0$

1 : เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง AC
2 : เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง AB
3 : เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง BD —*
4 : เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง DE
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 121 :

ค่าแรงเฉือนที่จุด B ของโครงสร้างดังรูปภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 2 ค่าที่กำหนดบนโครงสร้าง สามารถมีค่าเป็นศูนย์หรือไม่





I.L. of V_B

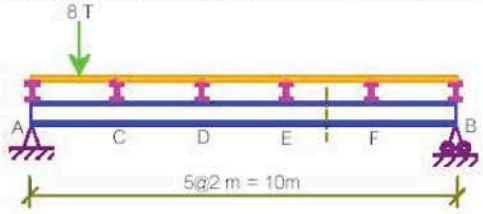
$\therefore$ ถ้าแรงทั้ง 2 ค่า อยู่ในช่วง AB

V_B จะเท่ากับ 0

1 : ไม่มี
2 : มี เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง AB —*
3 : มี เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง BD
4 : มี เมื่อแรงทั้ง 2 ค่า กระทำในช่วง DE
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 122 :

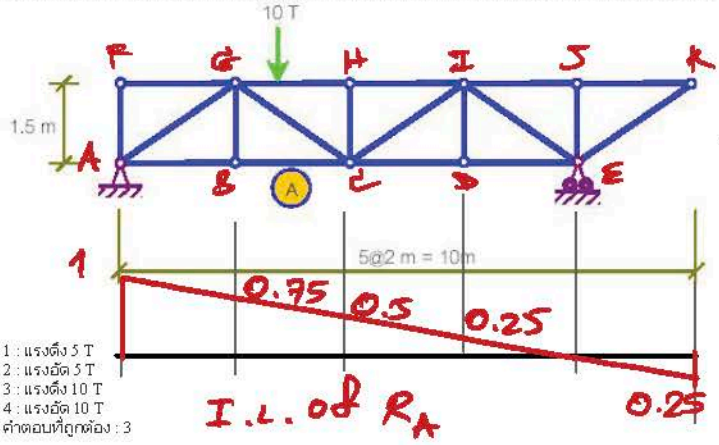
โมเมนต์ดัดในช่วง EF ของคานหลัก AB ในระบบพื้นดังรูปภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 8 T บนโครงสร้าง มีค่าสูงสุดเท่าไร



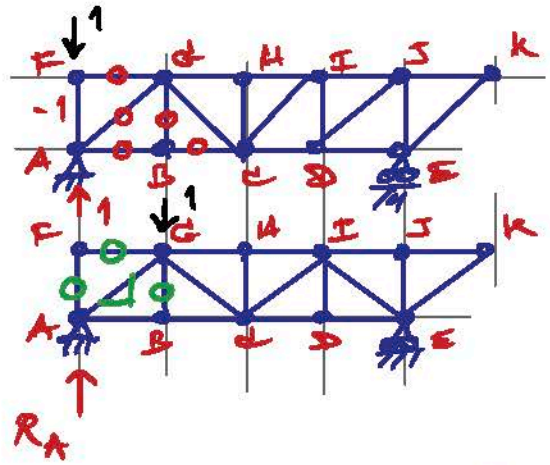
1 : 5.6 T
2 : 7.2 T
3 : 14 T-m
4 : 28 T-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 123 :

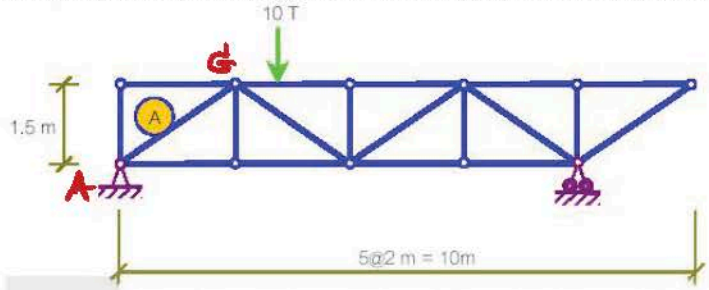
แรงภายในชิ้นส่วน A ของโครงข้อหมุนดังรูปภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 10 T บนโครงข้อหมุน มีค่าสูงสุดเป็นอย่างไร



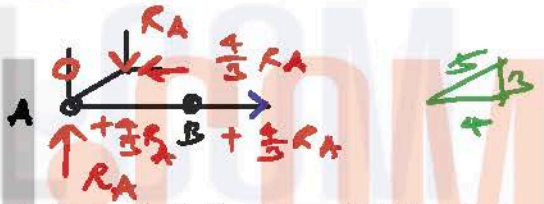
1 : แรงดึง 5 T
2 : แรงอัด 5 T
3 : แรงดึง 10 T
4 : แรงอัด 10 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



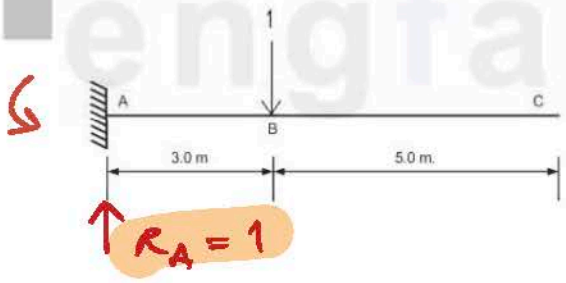
ข้อที่ 124 :
แรงภายในชิ้นส่วน A ของโครงข้อหมุนดังรูปภายใต้การเคลื่อนที่ของแรงกระทำแบบจุด 10 T บนโครงข้อหมุน มีค่าสูงสุดเป็นอย่างไร



1 : แรงดึง 7.5 T
2 : แรงอัด 7.5 T
3 : แรงดึง 12.5 T
4 : แรงอัด 12.5 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

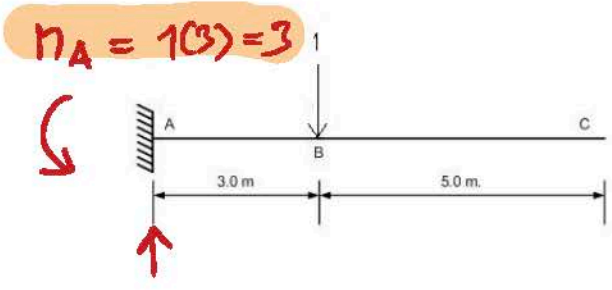


ข้อที่ 125 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงปฏิกริยา (Reaction force) R_A ของฐานรองรับ A เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด B ของคานยื่น (Cantilever beam) ABC ดังแสดงในรูป



1 : R_A=0, ทิศทางชี้ขึ้น
2 : R_A=0.5, ทิศทางชี้ขึ้น
3 : R_A=0.5, ทิศทางชี้ลง
4 : R_A=1.0, ทิศทางชี้ขึ้น
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 126 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของโมเมนต์ปฏิกริยา (Reaction moment) M_A ของฐานรองรับ A เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด B ของคานยื่น (Cantilever beam) ABC ดังแสดงในรูป

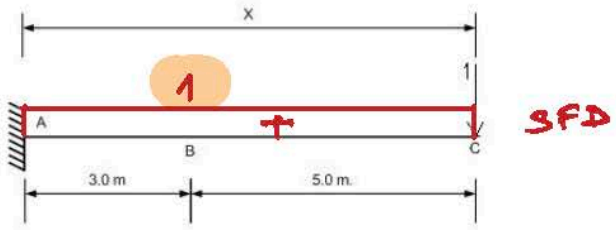


1 : M_A=3, ทิศทางตามเข็มนาฬิกา
2 : M_A=3, ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

TUMCIVIL.com engfanatic

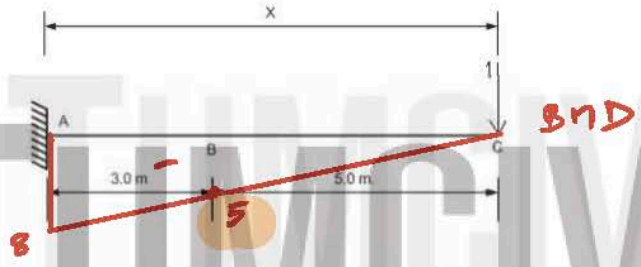
3 : M_A=4, ทิศทางตามเข็มนาฬิกา
4 : M_A=4, ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 127 :
จงคำนวณหาขนาดของแรงเฉือน (Shear force) V_B ที่จุด B เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด C ของคานยื่น (Cantilever beam) ABC ดังแสดงในรูป



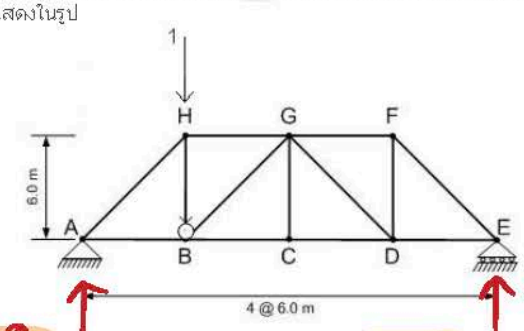
1 : V_B=0
2 : V_B=0.5
3 : V_B=1.0 *
4 : V_B=1.5
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 128 :
จงคำนวณหาค่าของโมเมนต์ภายใน (moment) M_B ที่จุด B เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด C ของคานยื่น (Cantilever beam) ABC ดังแสดงในรูป



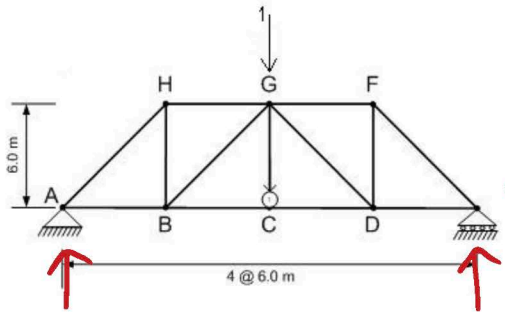
1 : M_B=-4
2 : M_B=-5 *
3 : M_B=-6
4 : M_B=-7
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

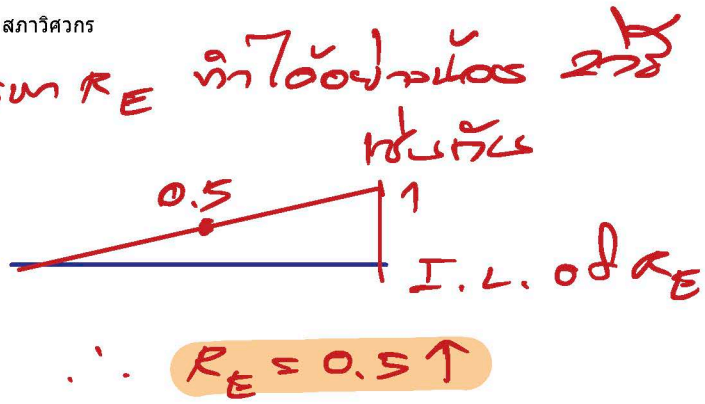
ข้อที่ 129 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงปฏิกริยา (Reaction force) R_A ของฐานรองรับ A เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด B ของโครงข้อหมุน (Truss) ดังแสดงในรูป



1 : R_A=1.0 ทิศทางขึ้น
2 : R_A=0.75 ทิศทางขึ้น *
3 : R_A=0.50 ทิศทางลง
4 : R_A=0.25 ทิศทางลง
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

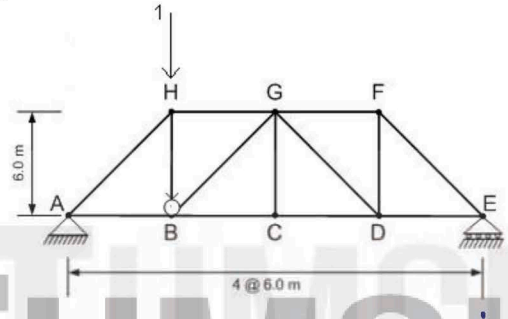
ข้อที่ 130 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงปฏิกริยา (Reaction force) R_E ของฐานรองรับ E เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด C ของโครงข้อหมุน (Truss) ดังแสดงในรูป





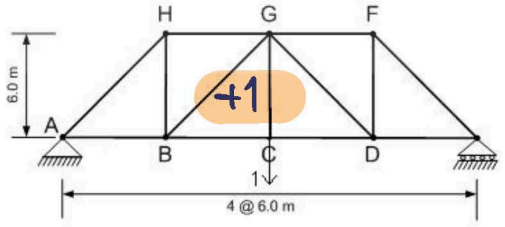
1 : R_E=0
2 : R_E=0.25 ทิศทางขึ้น
3 : R_E=0.5 ทิศทางขึ้น
4 : R_E=0.75 ทิศทางลง
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 131 :
จงคำนวณหาขนาดและประเภทของแรงตามแนวแกน (Axial force) ของชิ้นส่วน GB เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด B ของโครงข้อหมุน (Truss) ดังแสดงในรูป



1 : F_{GB}=0
2 : F_{GB}=0.354 เป็นแรงอัด
3 : F_{GB}=0.707 เป็นแรงอัด
4 : F_{GB}=0.354 เป็นแรงดึง
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

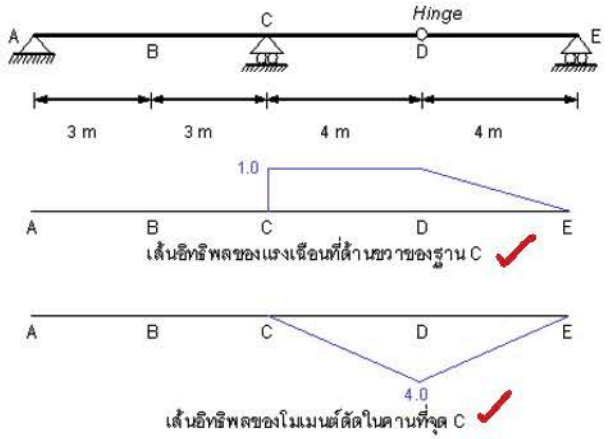
ข้อที่ 132 :
จงคำนวณหาขนาดและประเภทของแรงตามแนวแกน (Axial force) ของชิ้นส่วน CG เมื่อน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่อยู่ที่จุด C ของโครงข้อหมุน (Truss) ดังแสดงในรูป



1 : F_{CG}=1 เป็นแรงดึง
2 : F_{CG}=1 เป็นแรงอัด
3 : F_{CG}=0.5 เป็นแรงดึง
4 : F_{CG}=0.5 เป็นแรงอัด
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

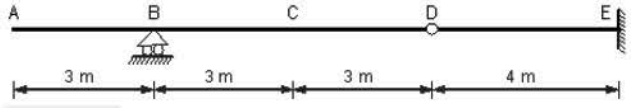
ข้อที่ 133 :

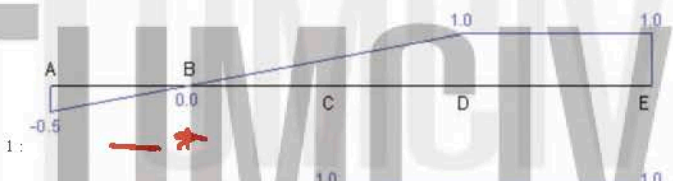
พิจารณาโครงสร้างและเส้นอิทธิพล (Influence line) ดังในรูป คำตอบข้อใดเป็นจริง

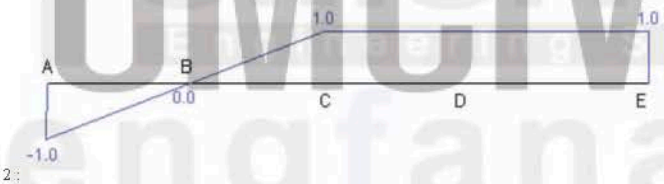


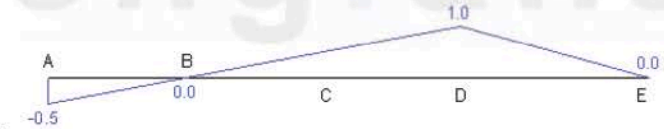
1 : เส้นอิทธิพลทั้งสองเส้นไม่ถูกต้อง
2 : เส้นอิทธิพลทั้งสองเส้นถูกต้อง
3 : เส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่ด้านขวาของฐาน C เท่านั้นที่ถูกต้อง
4 : เส้นอิทธิพลของโมเมนต์ดัดในคานที่จุด C เท่านั้นที่ถูกต้อง
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

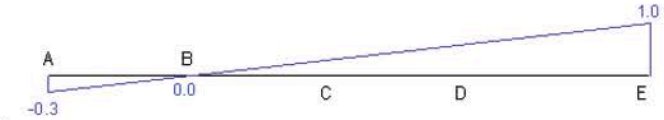
ข้อที่ 134 :
ข้อใดเป็นเส้นอิทธิพล (Influence line) ของแรงปฏิกิริยาที่ฐาน E ของโครงสร้างดังในรูป



1 :


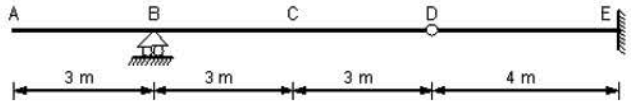
2 :


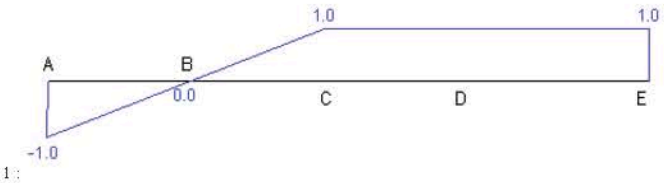
3 :


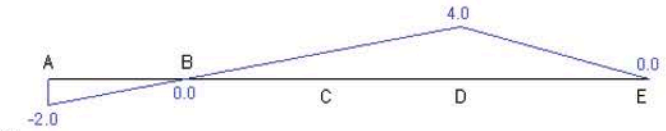
4 :


คำตอบที่ถูกต้อง : 1

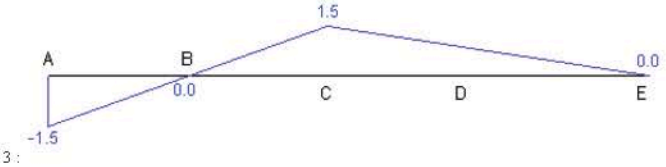
ข้อที่ 135 :
ข้อใดเป็นเส้นอิทธิพล (Influence line) ของโมเมนต์ดัดที่จุด C ของโครงสร้างดังในรูป



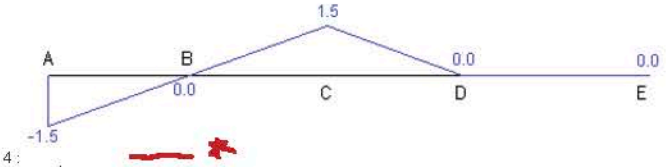
1 :




2 :



3 :

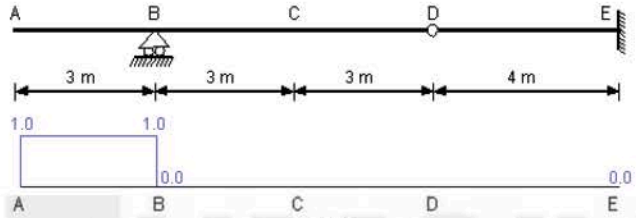


4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 136 :

พิจารณาโครงสร้างและเส้นอิทธิพล (Influence line) ในรูปที่ 1 และ 2 แล้วหาว่าคำตอบข้อใดเป็นจริง



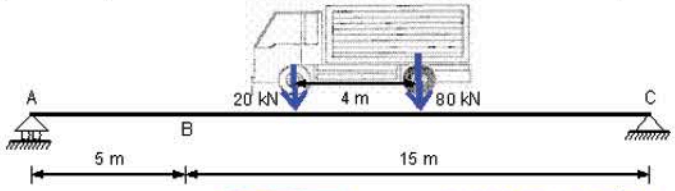
รูปที่ 1

รูปที่ 2

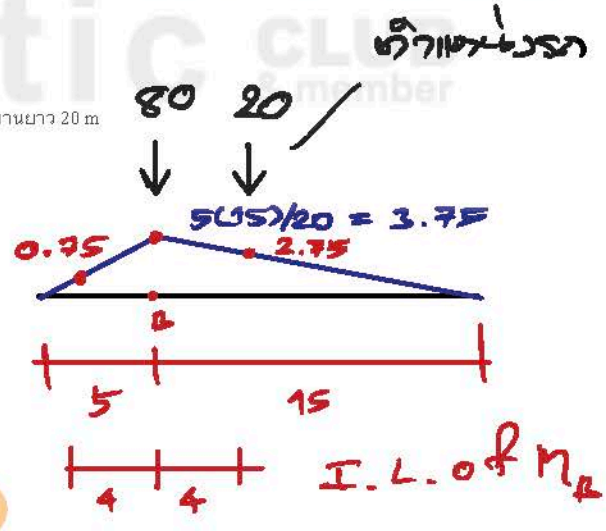
1 : รูปที่ 1 เท่านั้นที่เป็นเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด B
2 : รูปที่ 2 เท่านั้นที่เป็นเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด B
3 : รูปที่ 1 และ 2 เป็นเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด B
4 : ไม่มีรูปใดเป็นเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่จุด B
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 137 :

รถบรรทุกหกล้อคันหนึ่งมีน้ำหนักลงล้อหน้า 20 kN และล้อหลัง 80 kN ดังในรูป วิ่งผ่านคานสะพานยาว 20 m ให้คำนวณหาค่าโมเมนต์ที่มากที่สุด ที่จะเกิดขึ้นได้ที่จุด B
(*** รถจะอยู่ตำแหน่งใดก็ได้บนสะพาน และหันหน้ารถไปทางซ้ายหรือขวาก็ได้)

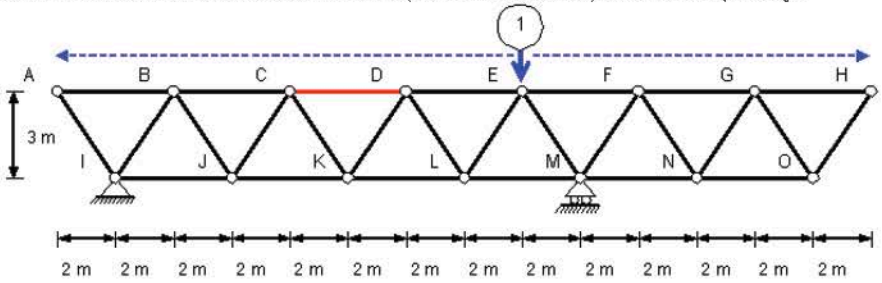


1 : 295 kN-m
2 : 355 kN-m
3 : 460 kN-m
4 : 500 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

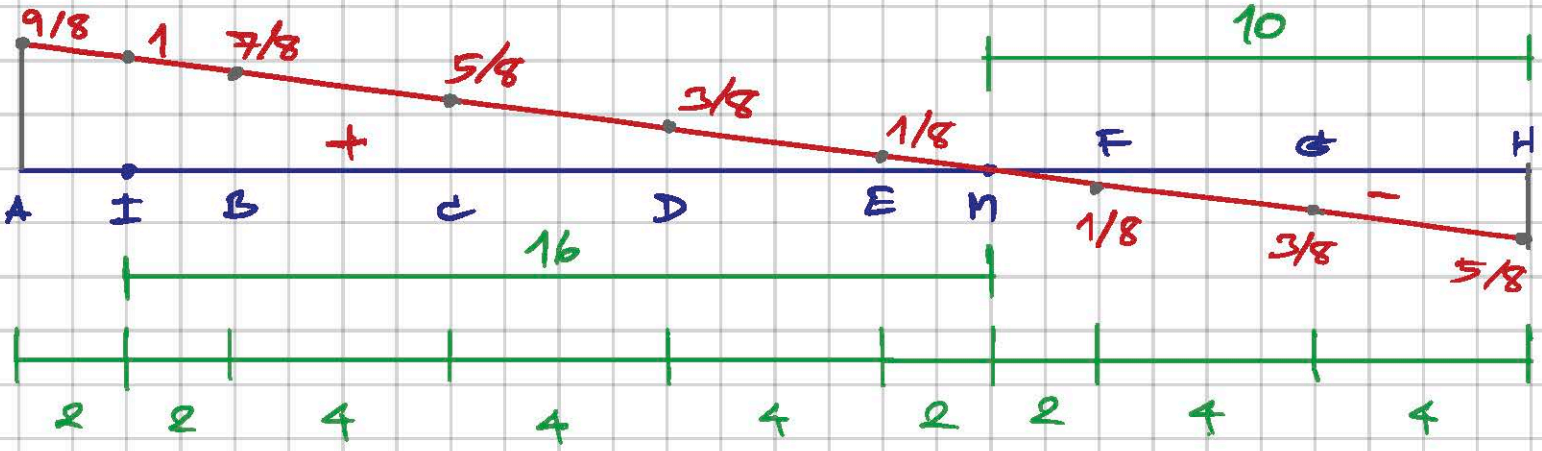


ข้อที่ 138 :

คำตอบข้อใดคือเส้นอิทธิพลของแรงในชิ้นส่วน CD (แสดงเป็นชิ้นส่วนสีแดง) ของโครงข้อหมุนดังในรูป

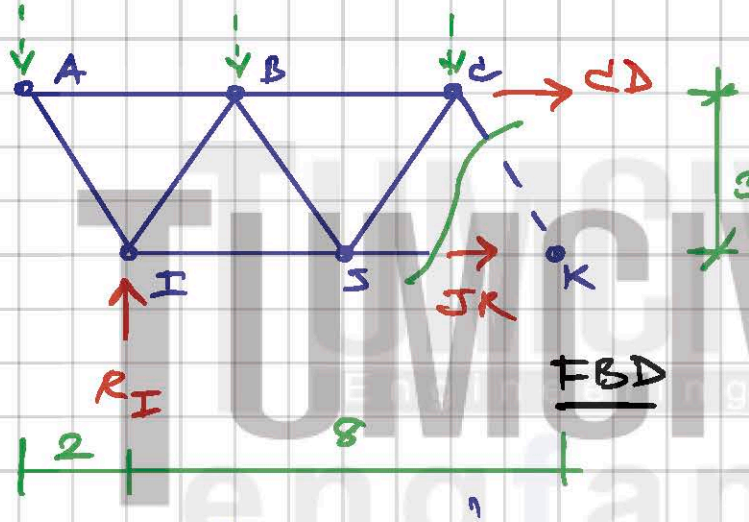


ข้อ 138



I.L. of R_I

ถ้าแรง 1 หน่วย กระทำที่ A หรือ B หรือ C



ถ้า แรง 1 หน่วย กระทำที่ A

$\curvearrowleft+ \sum M_K = 0 = 1(10) - R_I(8) - CD(3)$

$\therefore CD = \frac{1}{3}\left[10 - (9/8)(8)\right]$

$= \frac{1}{3} = +0.33$

ถ้า แรง 1 หน่วย กระทำที่ B; $\therefore CD = \frac{1}{3}\left[1(6) - (7/8)(8)\right] = -0.33$

ถ้าแรง 1 หน่วย กระทำที่ C; $\therefore CD = \frac{1}{3}\left[1(2) - (5/8)(8)\right] = -1$

ถ้า แรง 1 หน่วย กระทำที่ D หรือ E หรือ F หรือ G หรือ H

แรง 1 หน่วย จะไม่ผ่าน เพื่อ Take Moment หาค่า R ของ FBD

$\therefore$ ถ้าแรง 1 หน่วย กระทำที่ D; $CD = \frac{1}{3}\left[-R_I(8)\right] = \frac{1}{3}(-3/8)(8) = -1$

E; $CD = \frac{1}{3}\left[-(1/8)(8)\right] = -0.33$

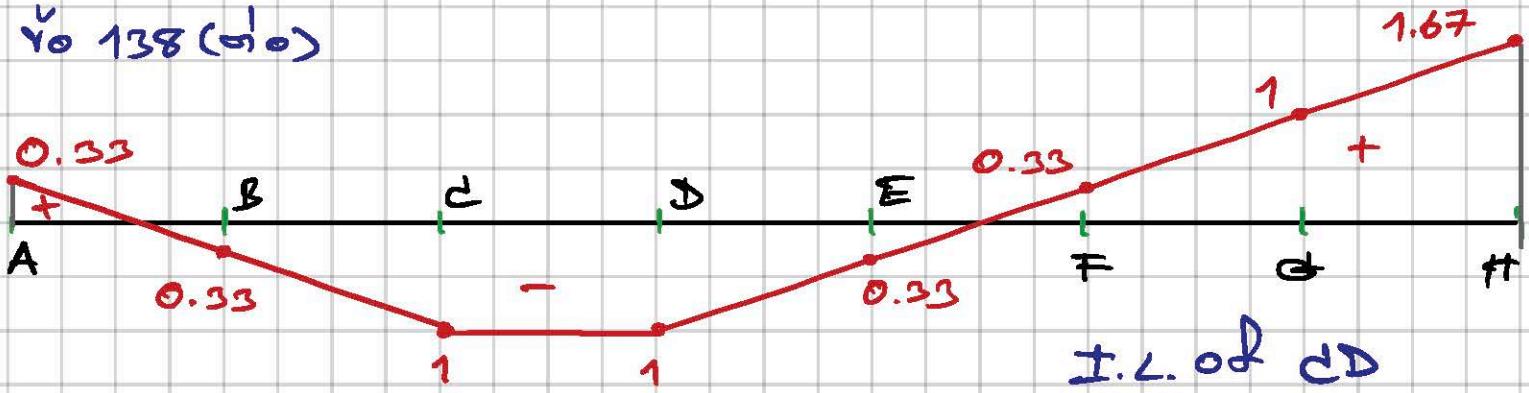
F; $CD = \frac{1}{3}\left[-(-1/8)(8)\right] = +0.33$

G; $CD = \frac{1}{3}\left[-(-3/8)(8)\right] = +1$

H; $CD = \frac{1}{3}\left[-(-5/8)(8)\right] = +1.67$

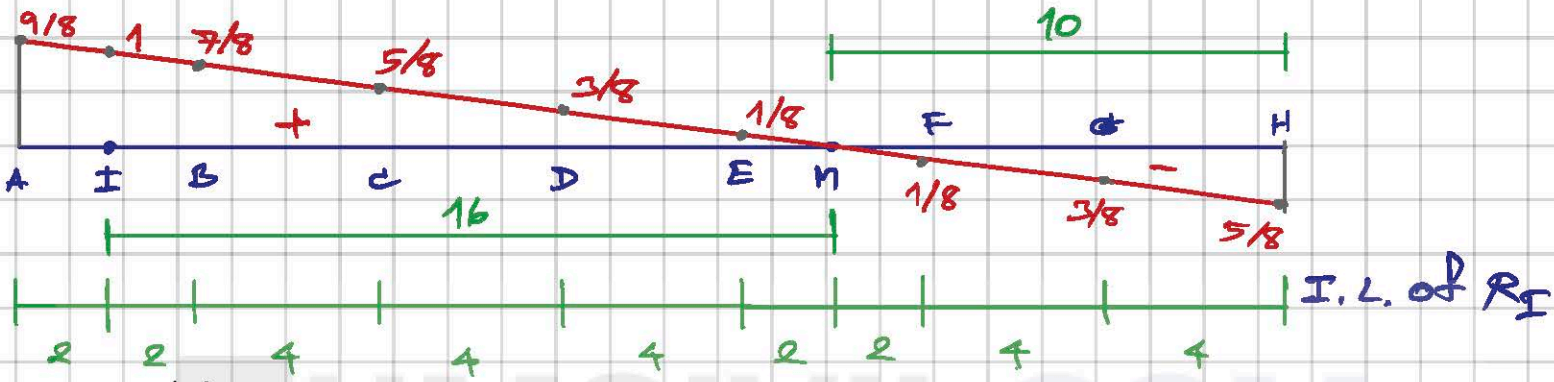
TUMCIVIL.COM
engtanatic CLUB

ข้อ 138 (ต่อ)

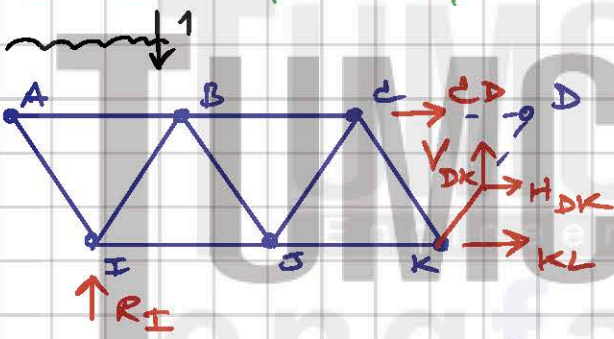


I.L. of CD

ข้อ 139



I.L. of R_I



$\therefore R_{DK} = \frac{\sqrt{13}}{3} V_{DK}$

TUNCIVIL.COM
Engineering Software Program
engfanatic
CLUB
a member

ถ้าแรง 1 หน่วย เคลื่อนที่จาก A หรือ B หรือ C ; $V_{DK} = 1 - R_I$

ที่ A ; $V_{DK} = 1 - (9/8) = -1/8$, $R_{DK} = \frac{\sqrt{13}}{3}(-1/8) = -0.15$

B ; $= 1 - (7/8) = 1/8$ $= +0.15$

C ; $= 1 - (5/8) = 3/8$ $= +0.45$

ถ้าแรง 1 หน่วย เคลื่อนที่จาก D หรือ E หรือ F หรือ G หรือ H ; $V_{DK} = -R_I$

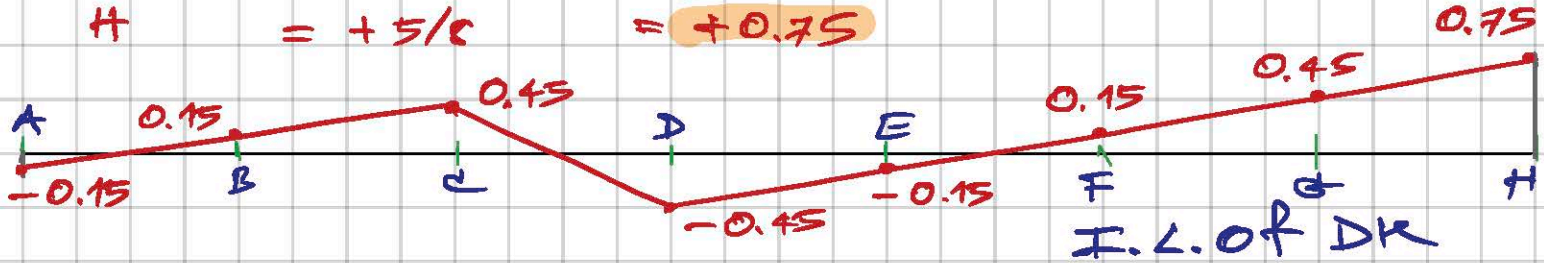
ที่ D ; $V_{DK} = -3/8$, $R_{DK} = -0.45$

E ; $= -1/8$ $= -0.15$

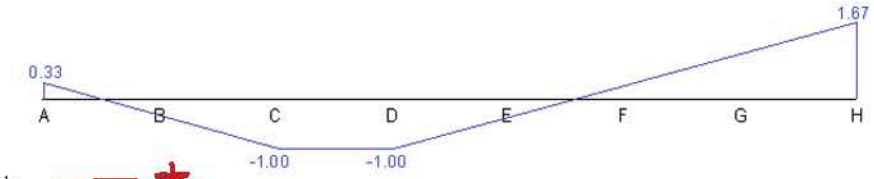
F ; $= +1/8$ $= +0.15$

G ; $= +3/8$ $= +0.45$

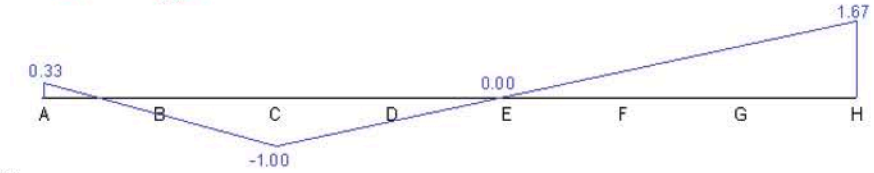
H ; $= +5/8$ $= +0.75$



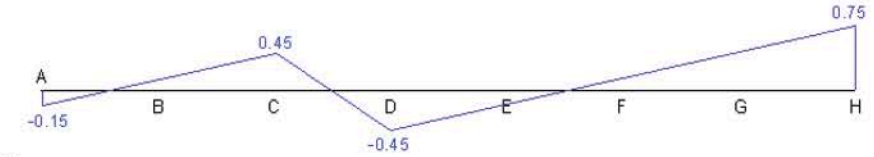
I.L. of DK



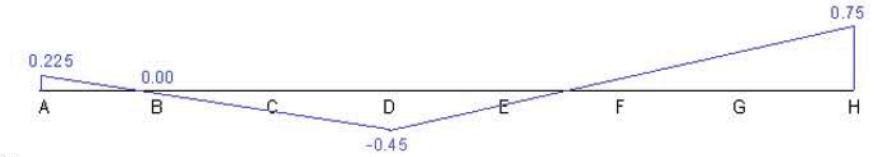
1 :



2 :



3 :

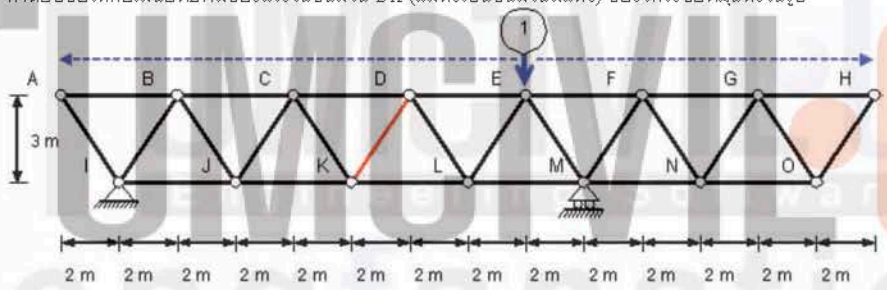


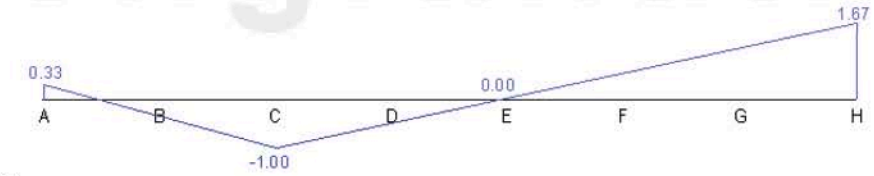
4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

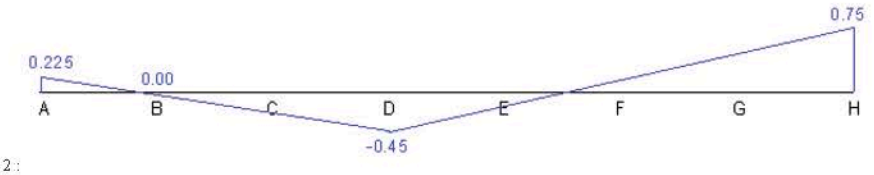
ข้อที่ 139 :

คำตอบข้อใดคือเส้นอิทธิพลของแรงในชิ้นส่วน DK (แสดงเป็นชิ้นส่วนสีแดง) ของโครงข้อหมุนดังในรูป

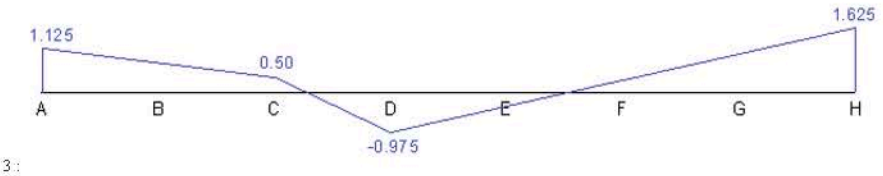




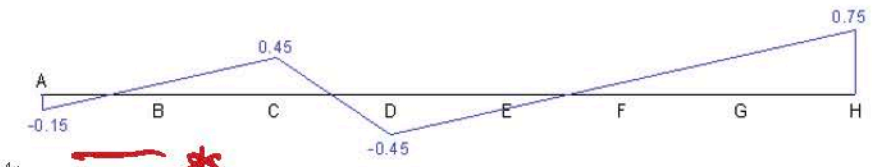
1 :



2 :



3 :

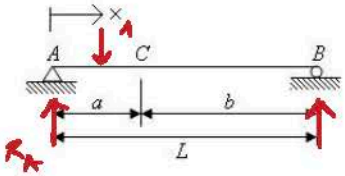


4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 140 :

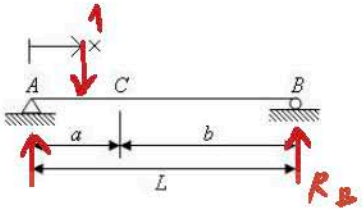
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของแรงปฏิกริยาที่ฐานรองรับ A



$\therefore R_A = \frac{1(L-x)}{L} = 1 - \frac{x}{L}$

1 : I.L.(RA) = x/L - 1
2 : I.L.(RA) = 1
3 : I.L.(RA) = x/L
4 : I.L.(RA) = 1 - x/L *
5 : I.L.(RA) = L - 1/x
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

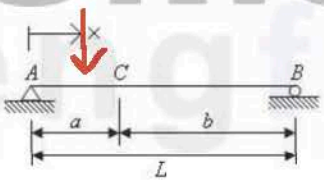
ข้อที่ 141 :
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของแรงปฏิกริยาที่ฐานรองรับB

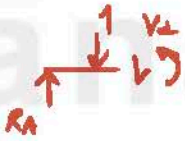


$R_B = \frac{1(x)}{L} = \frac{x}{L}$

1 : I.L. (RB) = 1
2 : I.L. (RB) = 1 - x/L
3 : I.L. (RB) = x/L *
4 : I.L. (RB) = x/L - 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 142 :
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของแรงเฉือนที่จุดC เมื่อน้ำหนักบรรทุกจรเคลื่อนที่อยู่ในช่วงAC



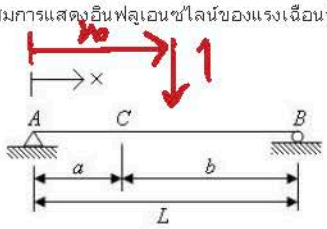


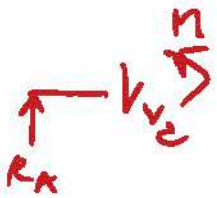
$V_c = R_A - 1$

$= (1 - \frac{x}{L}) - 1 = -\frac{x}{L}$

1 : I.L. (Vc) = -x/L *
2 : I.L. (Vc) = 1 - x/L
3 : I.L. (Vc) = x/L - 1
4 : I.L. (Vc) = x/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 143 :
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของแรงเฉือนที่จุดC เมื่อน้ำหนักบรรทุกจรเคลื่อนที่อยู่ในช่วงCB



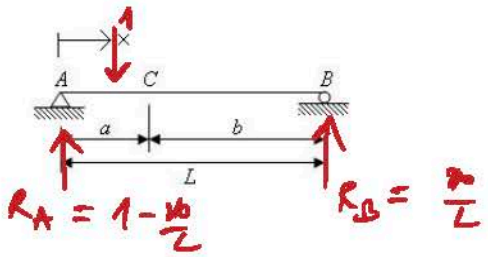


$\therefore V_c = R_A = 1 - \frac{x}{L}$

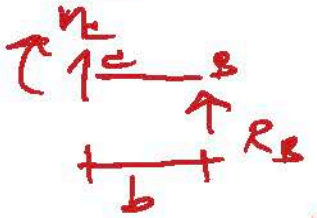
1 : I.L.(V c) = -x/L
2 : I.L.(V c) = 1 - x/L +
3 : I.L.(V c) = x/L
4 : I.L.(V c) = x/L - 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

TUMCIVIL.COM engfanatic CLUB & member

ข้อที่ 144 :
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของโมเมนต์ดัดที่จุดC เมื่อน้ำหนักบรรทุกจรเคลื่อนที่อยู่ในช่วงAC



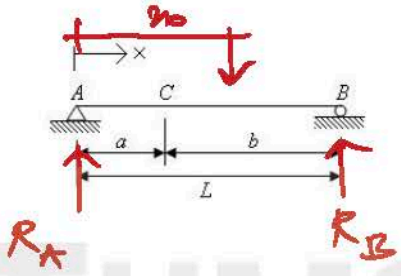
ถ้าแรง 1 หน่วย อยู่ในช่วง AC



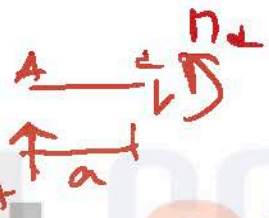
$\therefore M_C = R_B b = \frac{x_a b}{L}$

1 : I.L.(Mc) = L - x a/L
2 : I.L.(Mc) = x b/L — *
3 : I.L.(Mc) = x a/L
4 : I.L.(Mc) = L - x b/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 145 :
จงเขียนสมการแสดงอินฟลูเอนซ์ไลน์ของโมเมนต์ดัดที่จุดC เมื่อน้ำหนักบรรทุกจรเคลื่อนที่อยู่ในช่วงCB



ถ้าแรง 1 หน่วย อยู่ในช่วง CB

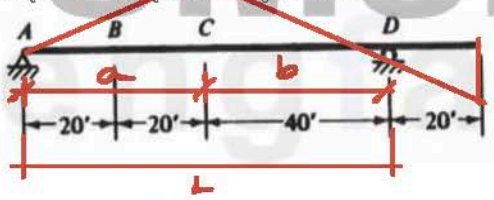


$\therefore M_C = R_A a = (1 - \frac{x}{L})a$

1 : I.L.(Mc) = (1-x/L)b
2 : I.L.(Mc) = (x/L)b
3 : I.L.(Mc) = (1-x/L)a — *
4 : I.L.(Mc) = (-x/L)b
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

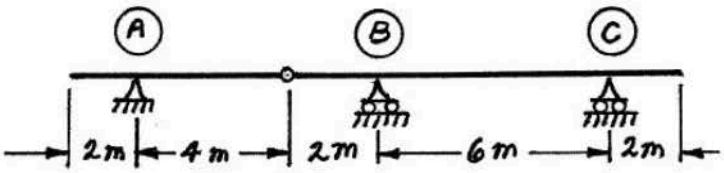
$M_C = \frac{ab}{L} = (40)(40)/(80) = 20$ kip.ft

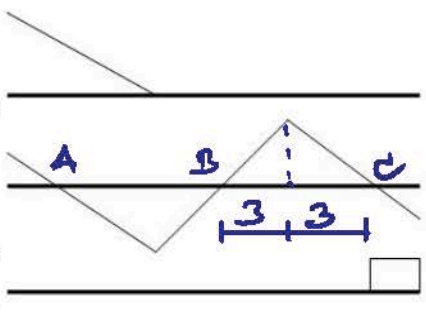
ข้อที่ 146 :
จากรูป ค่าของอันฟลูเอ็นซ์ไลน์ M_C มีค่าเท่าใด



1 : 10 kip-ft
2 : 20 kip-ft — *
3 : 30 kip-ft
4 : 40 kip-ft
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

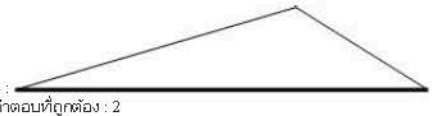
ข้อที่ 147 :
จากหลักการของ Muller Breslau's รูปใดคืออินฟลูเอ็นซ์ไลน์ของโมเมนต์ ณ จุดกึ่งกลาง B-C





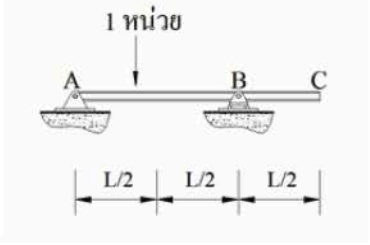
I.L. of M_C ตำแหน่ง B-C

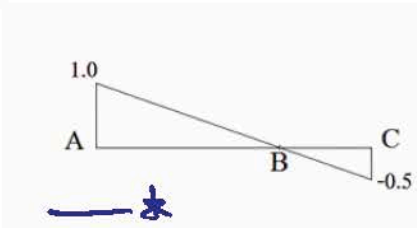
*

4 :


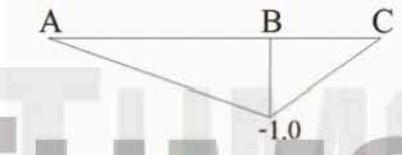
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

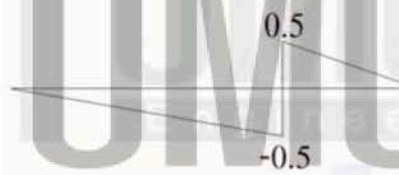
ข้อที่ 148 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป
ข้อใดคือ INFLUENCE LINES ของแรงปฏิกิริยาที่จุด A

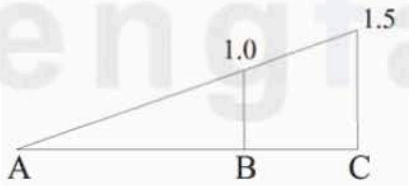


1 :


I.L. of R_A

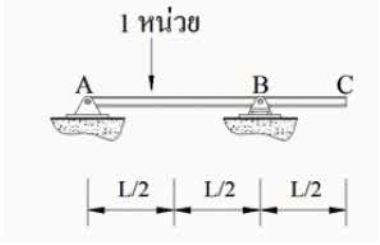
2 :


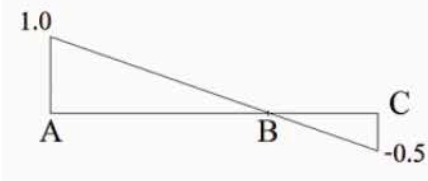
3 :


4 :


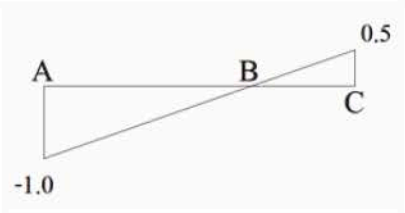
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

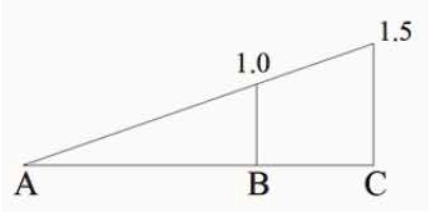
ข้อที่ 149 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป
ข้อใดคือ INFLUENCE LINES ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B



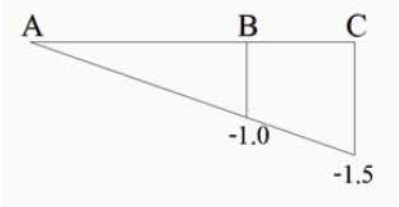
1 :


TUMCIVIL.COM Engineering Software Center
engfanatic CLUB & member

2 :


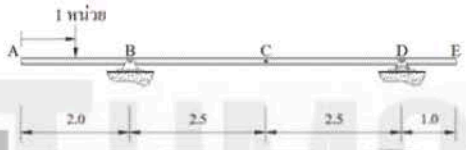
3 :


I.L. of K_B

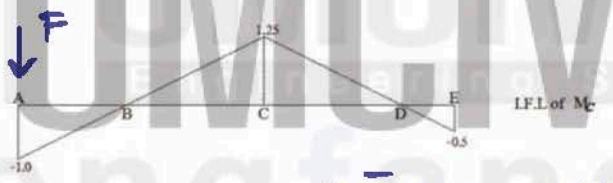
4 :


คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 150 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป



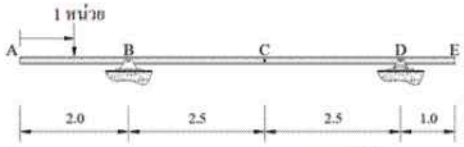
ถ้า INFLUENCE LINES ของโมเมนต์ดัดที่จุด C สามารถคำนวณได้ดังแสดงในแผนภาพ สะพานนี้ จะเกิดโมเมนต์ดัดลบสูงสุดที่จุด C เมื่อแรงกระทำที่ตำแหน่งใด



M_C max $= F(-1) = -F$

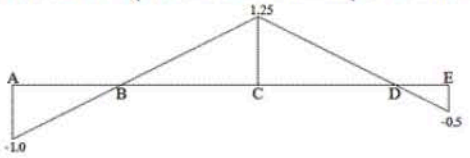
1 : A
2 : B
3 : C
4 : D
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 151 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป ความยาวคานมีหน่วยเป็นเมตร



20T

โดยมี INFLUENCE LINES ของโมเมนต์ดัดที่จุด C ดังแผนภาพ ถ้ามีน้ำหนักกระทำแบบจุด ขนาด 20 ตัน วิ่งบนคานนี้ ที่จุด C จะทำให้เกิดโมเมนต์ดัดที่จุด C ขนาดเท่าใด ?



I.F.L of M_C

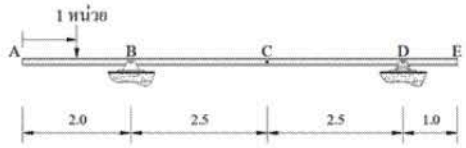
$\therefore M_C = 20(1.25)$

$= 25$ T.m

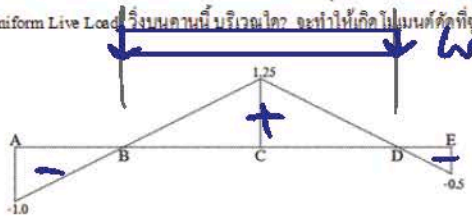
1 : 1.25 ตัน.เมตร
2 : 25 ตัน.เมตร
3 : -1 ตัน.เมตร
4 : -20 ตัน.เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 152 :

คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป ความยาวคานมีหน่วยเป็นเมตร



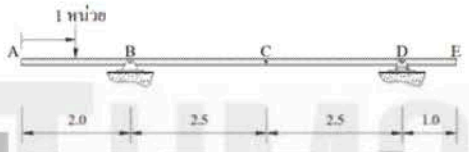
โดยมี INFLUENCE LINES ของโมเมนต์ดัดที่จุด C ดังแผนภาพ ถ้ามีน้ำหนักจรกระทำแบบสม่ำเสมอ (Uniform Live Load) วิ่งบนคานนี้ บริเวณใด จะทำให้เกิดโมเมนต์ดัดที่จุด C สูงสุด



∴ M_C = w • พื้นที่ของ I.L. ของช่วงที่ w กระทำ

1 : A ถึง B
2 : B ถึง D — +
3 : D ถึง E
4 : A ถึง E
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 153 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป

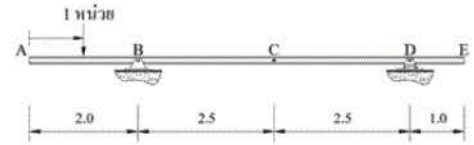


โดยมี INFLUENCE LINES ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B ดังแผนภาพ ถ้ามีน้ำหนักกระทำแบบจุด ขนาด 20 ตัน วิ่งบนคานนี้ ที่จุด A จะทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่จุด B มีขนาดเท่าใด ?

∴ $R_B = 20(1.4)$
$= 28$ T

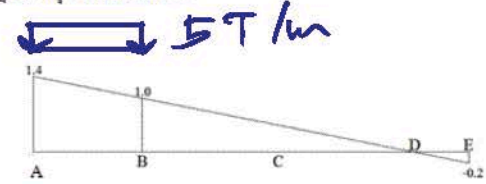
1 : – 4 ตัน
2 : 0
3 : 10 ตัน
4 : 28 ตัน — *
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 154 :
คานที่มีน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ดังรูป ความยาวคานมีหน่วยเป็นเมตร



∴ $R_B = 5\left[\frac{1}{2}(1.4+1)(2)\right]$
$= 12$ T

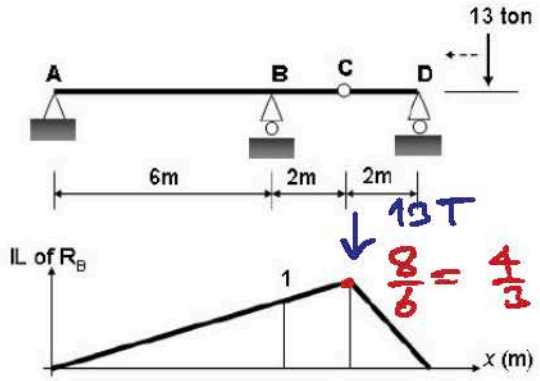
โดยมี INFLUENCE LINES ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B ดังแผนภาพ
ถ้ามีน้ำหนักกระทำแบบสม่ำเสมอขนาด 5 t/m. กระทำบนคานนี้ ตั้งแต่จุด A ถึง จุด B จะทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่จุด B มีขนาดเท่าใด



1 : -5 ตัน
2 : 12 ตัน — +
3 : 24 ตัน
4 : 28 ตัน

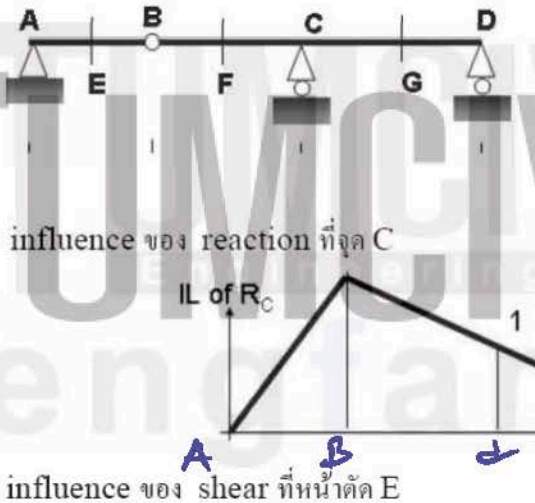
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 155 :
จากภาพ influence line ของ reaction ที่จุด B ของคานที่กำหนดให้ หากมี น้ำหนักบรรทุก 13 ton วิ่งผ่านคานดังแสดงในรูป จงหาค่าสูงสุดของ reaction ที่จุด B พร้อมระบุตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกนี้กระทำ

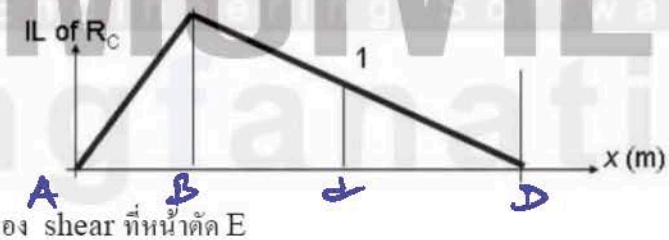


1 : ค่าสูงสุด คือ 17.33 ton น้ำหนักบรรทุกอยู่ที่จุด B
2 : ค่าสูงสุด คือ 17.33 ton น้ำหนักบรรทุกอยู่ที่จุด C
3 : ค่าสูงสุด คือ 21.67 ton น้ำหนักบรรทุกอยู่ที่จุด B
4 : ค่าสูงสุด คือ 21.67 ton น้ำหนักบรรทุกอยู่ที่จุด C
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

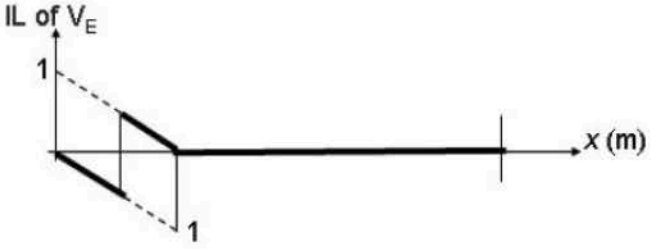
ข้อที่ 156 :
จากคานที่กำหนดให้ดังรูป ภาพ influence line ต่อไปนี้ คำตอบใดผิด



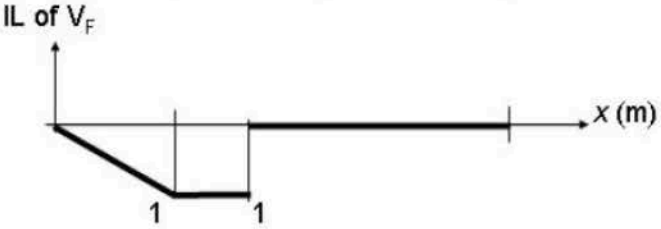
1 :
influence ของ reaction ที่จุด C



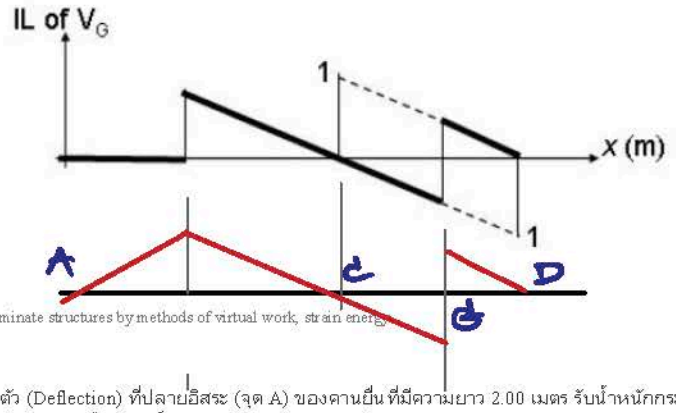
2 :
influence ของ shear ที่หน้าตัด E



3 :
influence ของ shear ที่หน้าตัด F



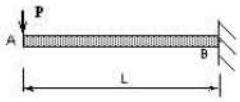
influence ของ shear ที่หน้าตัด G



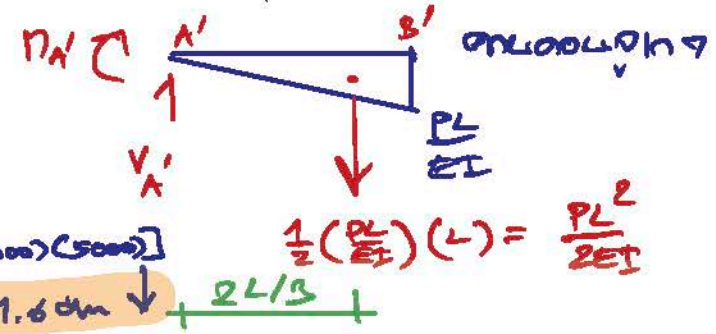
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

เนื้อหาวิชา : 532 : Deflections of determinate structures by methods of virtual work, strain energy

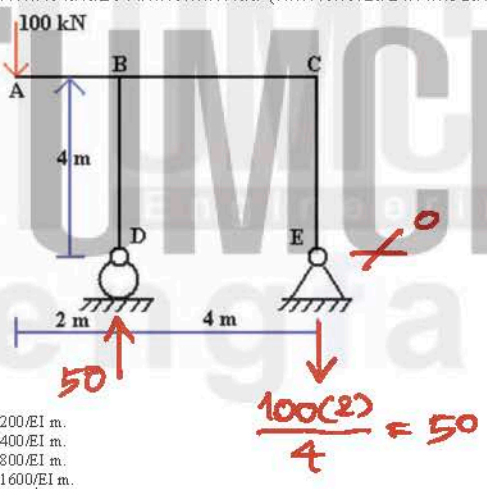
ข้อที่ 157 :
จงคำนวณหาค่าการโก่งตัว (Deflection) ที่ปลายอิสระ (จุด A) ของคานยื่นที่มีความยาว 2.00 เมตร รับน้ำหนักกระทำเป็นจุด ขนาด 6 T มีค่าโมเมนต์ อินเนอร์เชีย 5000 ซม.^4 และค่าโมดูลัสของการยืดหยุ่นเป็น 2000 ตันต่อตารางเซนติเมตร



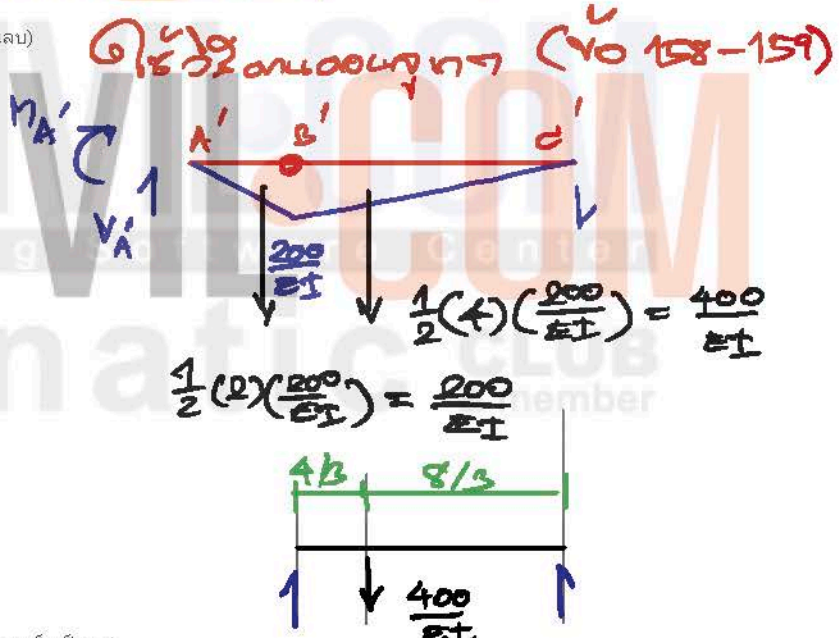
1 : 0.2 cm
2 : 0.8 cm
3 : 1.0 cm
4 : 1.6 cm
คำตอบที่ถูกต้อง : 4



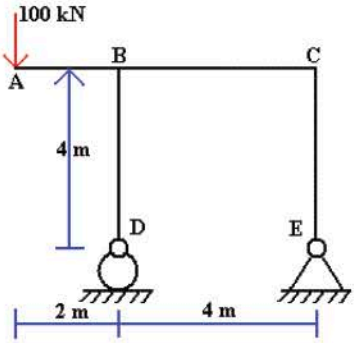
ข้อที่ 158 :
ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องของค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งที่จุด A
พิจารณางานเนื่องจากแรงดัดเท่านั้น (ทิศทางลงเป็นบวก และขึ้นเป็นลบ)



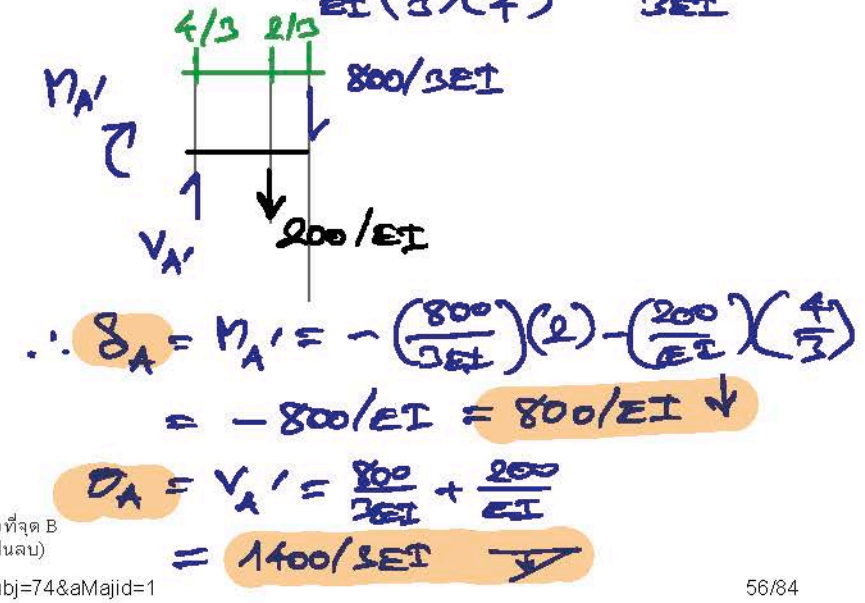
1 : 200/EI m.
2 : 400/EI m.
3 : 800/EI m.
4 : 1600/EI m.
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



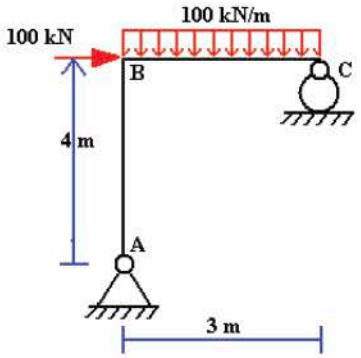
ข้อที่ 159 :
ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องของค่าการหมุนที่จุด A
พิจารณางานเนื่องจากแรงดัดเท่านั้น (ทิศทางทวนเข็มเป็นบวก และตามเข็มเป็นลบ)

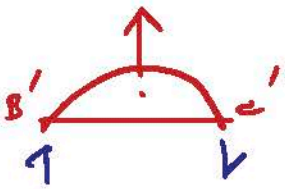


1 : 800/3EI
2 : 1000/3EI
3 : 1400/3EI
4 : 1600/3EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



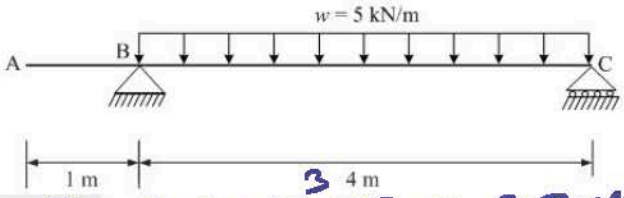
ข้อที่ 160 :
ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องของค่าการโก่งตัว (deflection) ในแนวดิ่งที่จุด B
พิจารณางานเนื่องจากแรงดัดเท่านั้น (ทิศทางลงเป็นบวก และขึ้นเป็นลบ)

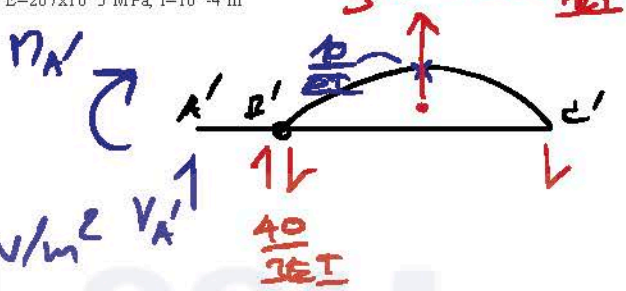




1 : 0 m.
2 : 50/EI m.
3 : 100/EI m.
4 : 150/EI m.
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

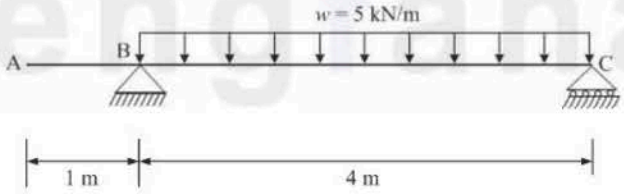
ข้อที่ 161 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของการแอ่นตัวในแนวดิ่ง ของจุด A ของคาน ABC ดังแสดงในรูป E=207x10^3 MPa, I=10^-4 m





1 : 0.643 m ทิศขึ้น
2 : 0.643 m ทิศลง
3 : 0.321 m ทิศขึ้น
4 : 0.321 m ทิศลง
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

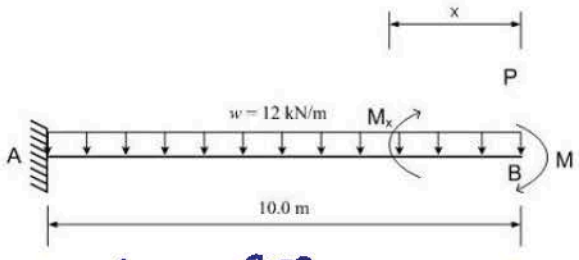
ข้อที่ 162 :
จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของการหมุน (rotation) ของจุด A ของคาน ABC ดังแสดงในรูป E=207x10^3 MPa, I=10^-4 m

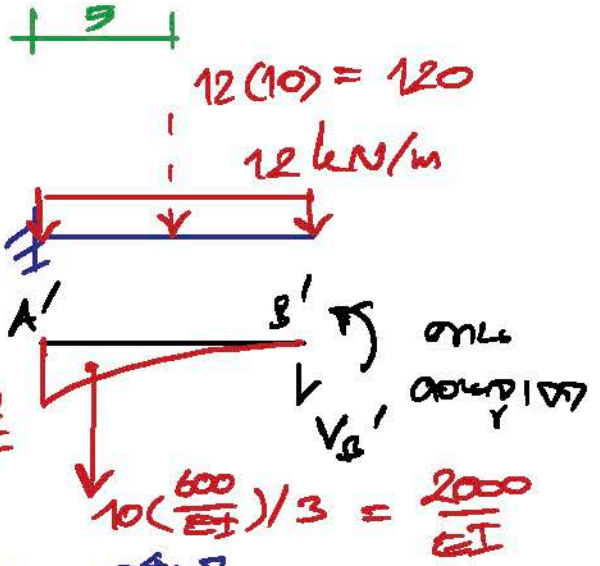


1 : 0.643 rad ทวนเข็มนาฬิกา
2 : 0.643 rad ตามเข็มนาฬิกา
3 : 0.321 rad ทวนเข็มนาฬิกา
4 : 0.321 rad ตามเข็มนาฬิกา
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 163 :

จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของการหมุน (rotation) ของจุด B ของคาน (Beam) AB ดังแสดงในรูป E=200x10^6 kPa, I=5x10^-4 m^4

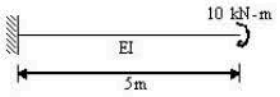


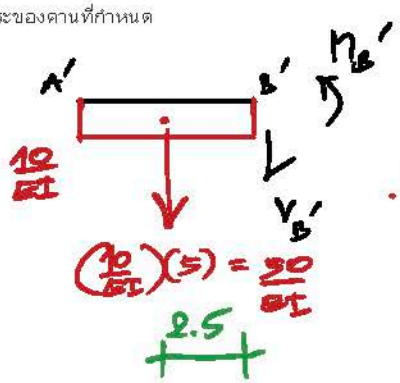


1 : 0.01 rad ทิศทวนเข็มนาฬิกา

2 : 0.01 rad ทิศตามเข็มนาฬิกา
3 : 0.02 rad ทิศทวนเข็มนาฬิกา
4 : 0.02 rad ทิศตามเข็มนาฬิกา
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 164 :
จงคำนวณระยะโก่ง (vertical deflection) ที่ปลายอิสระของคานที่กำหนด





$\therefore \delta_B = M_B'$

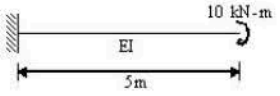
$= -\frac{50}{EI}(2.5)$

$= -\frac{125}{EI}$

$= \frac{125}{EI} \downarrow$

1 : 125/EI
2 : 127.5/EI
3 : 120/EI
4 : 100/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 165 :
จงคำนวณหามุมลาดเอียง (slope) ที่ปลายอิสระของคานที่กำหนด

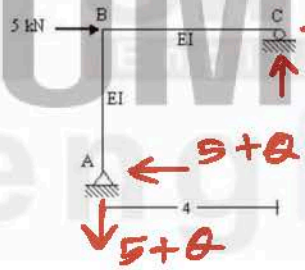


$\theta_B = V_B' = -\frac{50}{EI}$

$= \frac{50}{EI}$

1 : 125/EI-clockwise
2 : 125/EI-couterclockwise
3 : 50/EI-clockwise
4 : 50/EI-counterclockwise
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 166 :
จงคำนวณระยะเคลื่อนที่ในแนวนอน (horizontal deflection) ของจุดCของโครงข้อแข็งที่กำหนด



$\theta < 0$ ใช้หลักงานเสมือนแรงกลับโค้ง

$\therefore \delta_L = \int_0^L M(\frac{\partial M}{\partial \theta})\frac{dx}{EI}$

จาก A ถึง B ; $M = (5+\theta)x$

$\partial M/\partial\theta = x$

$M(\partial M/\partial\theta) = 5x^2 + \theta x^2 \to 0$

จาก C ถึง B ; $M = (5+\theta)x$

$\therefore M(\partial M/\partial\theta) = 5x^2$

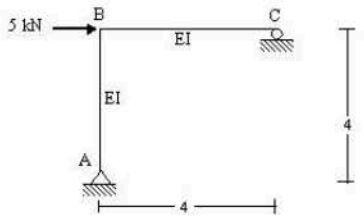
$\therefore \delta_L = 2\int_0^4 (5x^2)\frac{dx}{EI}$

$= 2\left[\frac{5x^3}{3EI}\right]_0^4$

$= \frac{640}{3EI} \rightarrow$

1 : 640/3EI ไปทางขวา
2 : 620/3EI ไปทางขวา
3 : 610/3EI ไปทางขวา
4 : 320/3EI ไปทางขวา
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 167 :
จงคำนวณระยะเคลื่อนที่ในแนวนอน (horizontal deflection) ของจุดBของโครงข้อแข็งที่กำหนด



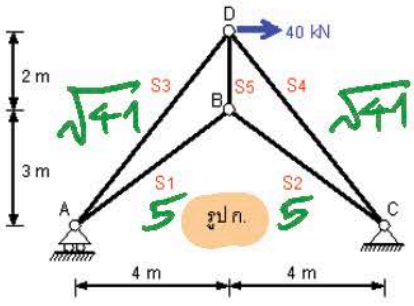
$\therefore \delta_B = \delta_L$; $\therefore \delta_B = \frac{640}{3EI} \rightarrow$

1 : 320/3EI ไปทางขวา
2 : 310/3EI ไปทางขวา
3 : 640/3EI ไปทางขวา
4 : 620/3EI ไปทางขวา
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

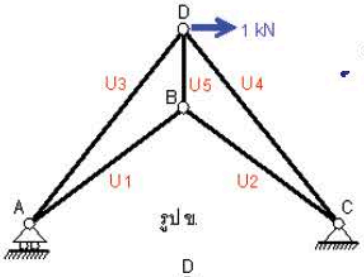
ข้อที่ 168 :
โครงข้อหมุนรับแรงกระทำดังในรูป ก. ให้หาค่าการเคลื่อนที่ในแนวราบที่จุด A
[ตัวหนังสือสีแดงในรูป ก. รูป ข. และรูป ค. คือค่าแรงตามแนวแกนในแต่ละชิ้นส่วน

TUMCIVIL.COM engineering fanatic CLUB

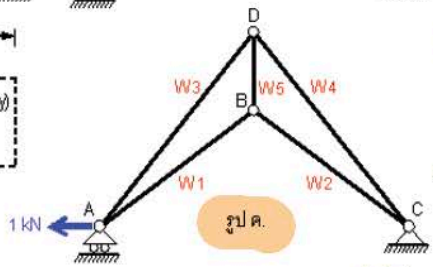
เมื่อมีแรงลักษณะต่างๆ (สีน้ำเงิน) มากระทำ]



รูป ก.



รูป ข.

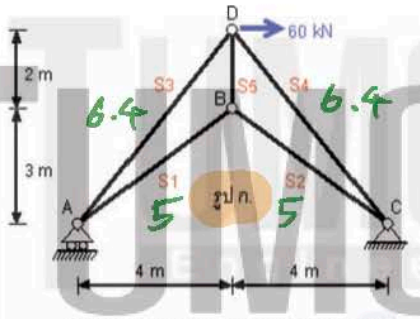


รูป ค.

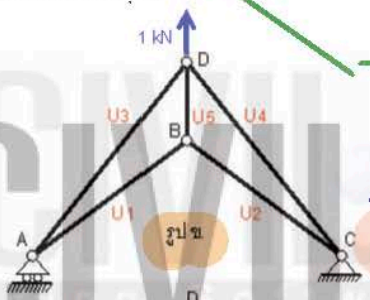
ทุกชิ้นส่วนมีค่า E (Modulus of Elasticity) และ A(Sectional Area) เท่ากัน

1 : (S1 U1 + S2 U2 + S3 U3 + S4 U4 + S5 U5) / (EA)
2 : (5.0 S1 U1 + 5.0 S2 U2 + 6.4 S3 U3 + 6.4 S4 U4 + 2.0 S5 U5) / (EA)
3 : (S1 W1 + S2 W2 + S3 W3 + S4 W4 + S5 W5) / (EA)
4 : (5.0 S1 W1 + 5.0 S2 W2 + 6.4 S3 W3 + 6.4 S4 W4 + 2.0 S5 W5) / (EA)
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

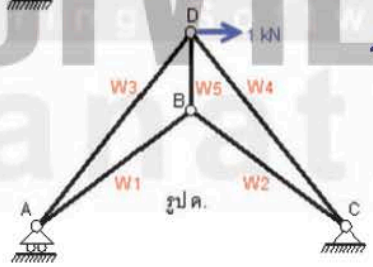
ข้อที่ 169 :
โครงข้อหมุนรับแรงกระทำดังในรูป ก. ให้หาค่าการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งที่จุด D



รูป ก.



รูป ข.



รูป ค.

ทุกชิ้นส่วนมีค่า E (Modulus of Elasticity) และ A(Sectional Area) เท่ากัน

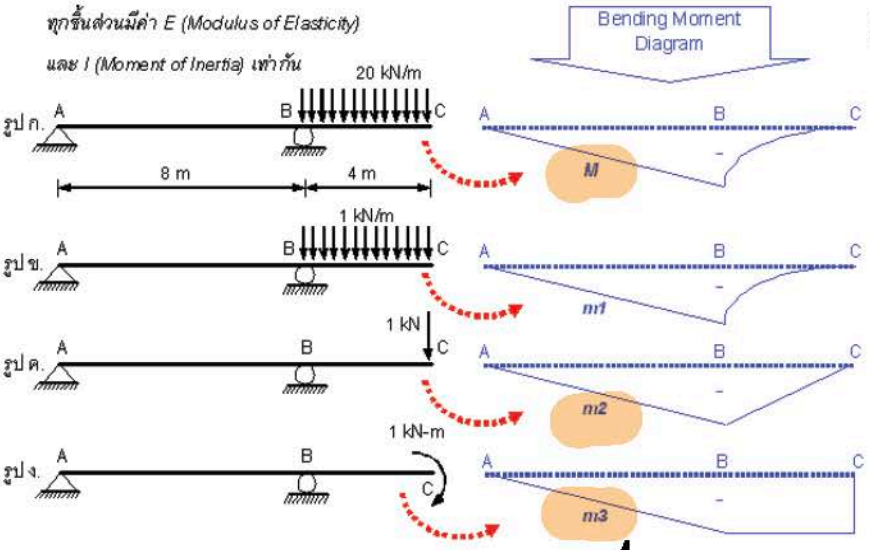
1 : (5.0 S1 U1 + 5.0 S2 U2 + 6.4 S3 U3 + 6.4 S4 U4 + 2.0 S5 U5) / (EA)
2 : 60 (5.0 U1 U1 + 5.0 U2 U2 + 6.4 U3 U3 + 6.4 U4 U4 + 2.0 U5 U5) / (EA)
3 : (5.0 S1 W1 + 5.0 S2 W2 + 6.4 S3 W3 + 6.4 S4 W4 + 2.0 S5 W5) / (EA)
4 : 60 (5.0 S1 S1 + 5.0 S2 S2 + 6.4 S3 S3 + 6.4 S4 S4 + 2.0 S5 S5) / (EA)
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 170 :

TUMCIVIL.COM engineering CLUB & member

คำตอบใดเป็นสมการที่ใช้หาค่าการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งที่จุด C (Δ_C) และมุมหมุน (Rotation) ที่จุด C (θ_C) เมื่อมีแรง 20 kN/m กระทำดังในรูป ก.

ทุกชิ้นส่วนมีค่า E (Modulus of Elasticity) และ I (Moment of Inertia) เท่ากัน



1 : $\Delta_c = \int \frac{(M \cdot m1)}{EI} dx, \quad \theta_c = \int \frac{(M \cdot m2)}{EI} dx$

2 : $\Delta_c = \int \frac{(M \cdot m2)}{EI} dx, \quad \theta_c = \int \frac{(M \cdot m3)}{EI} dx$

3 : $\Delta_c = \int \frac{(m1 \cdot m2)}{EI} dx, \quad \theta_c = \int \frac{(m1 \cdot m3)}{EI} dx$

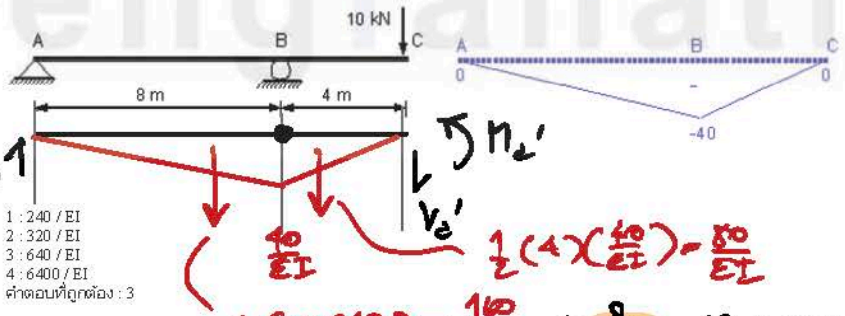
4 : $\Delta_c = \int \frac{(m2 \cdot m2)}{EI} dx, \quad \theta_c = \int \frac{(m2 \cdot m3)}{EI} dx$

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 171 :

จงหาค่า Deflection ที่จุด C เมื่อมีแรง 10 kN กระทำ ตามรูปด้านล่าง

ทุกชิ้นส่วนมีค่า E (Modulus of Elasticity) และ I (Moment of Inertia) เท่ากัน

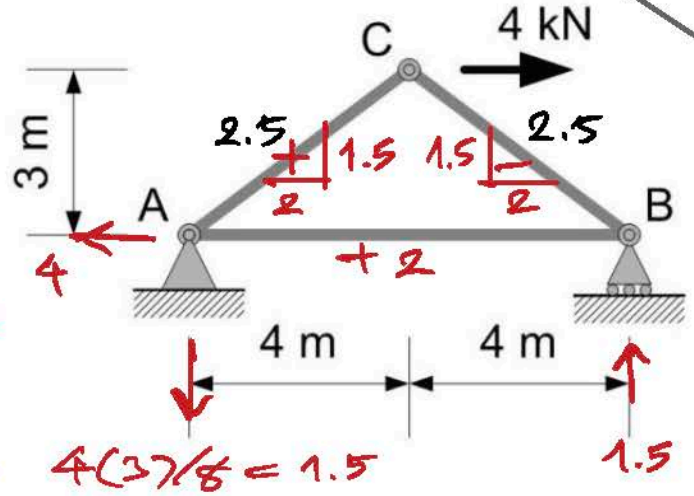


1 : 240 / EI
2 : 320 / EI
3 : 640 / EI
4 : 6400 / EI

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 172 :

Determine the vertical displacement at point C of the truss in figure below.



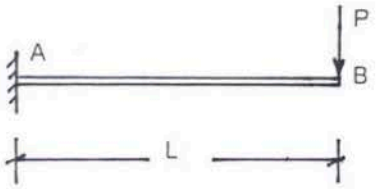
1 : Δ_{cv} = 16.67/AE kN.m
2 : Δ_{cv} = 13.33/AE kN.m
3 : Δ_{cv} = 10.67/AE kN.m
4 : Δ_{cv} = 8.25/AE kN.m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

$$\therefore 1\cdot\Delta_{cv} = \sum \frac{nuL}{AE}$$

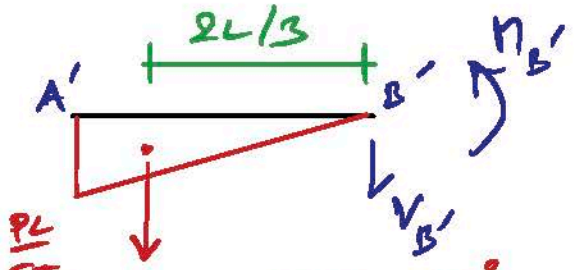
$$\Delta_{cv} = \frac{1}{AE}\left[2\left(\frac{2}{3}\right)(8) + 2.5\left(-\frac{5}{6}\right)(5) + (-2.5)\left(-\frac{5}{6}\right)(5)\right]$$

$$= \frac{32}{3AE} = \frac{10.67}{AE}\downarrow$$

ข้อที่ 173 :
คานยื่นรับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่ามุมลาดเอียงที่จุด B



1 : $PL^2/4EI$
2 : $PL^2/3EI$
3 : $PL^2/2EI$ *
4 : PL^2/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



ตามแนวแรงเฉือน

$$\frac{1}{2}(L)\left(\frac{PL}{EI}\right) = \frac{PL^2}{2EI}$$

$$\therefore \theta_B = V_{B'} = -\frac{PL^2}{2EI} = \frac{PL^2}{2EI}$$

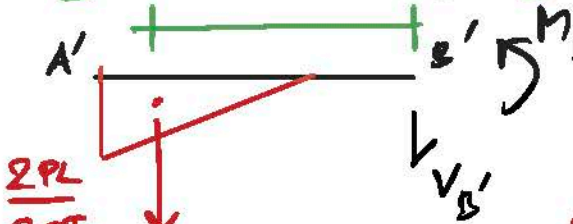
ข้อที่ 174 :
คานยื่นรับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าการโก่งตัวที่จุด B

1 : $PL^2/4EI$
2 : $PL^3/3EI$ *
3 : $PL^2/2EI$
4 : PL^2/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

$$\Delta_B = M_{B'} = -\frac{PL^2}{2EI}\left(\frac{2L}{3}\right)$$

$$= -\frac{PL^3}{3EI} = \frac{PL^3}{3EI}\downarrow$$

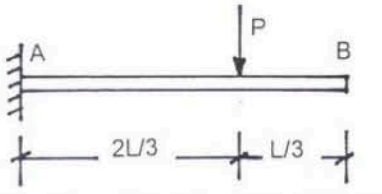
$$\frac{2}{3}\left(\frac{2L}{3}\right) + \frac{L}{3} = \frac{4L}{9} + \frac{L}{3} = \frac{7L}{9}$$



ตามแนวแรงเฉือน

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2L}{3}\right)\left(\frac{2PL}{3EI}\right) = \frac{2PL^2}{9EI}$$

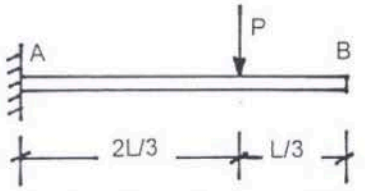
ข้อที่ 175 :
คานยื่นรับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่ามุมลาดเอียงที่จุด B



1 : 2PL^2/9EI *
2 : 5PL^2/16EI
3 : PL^2/2EI
4 : PL^2/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

$$\therefore \theta_B = V_{B'} = -\frac{2PL^2}{9EI} = \frac{2PL^2}{9EI}$$

ข้อที่ 176 :
คานยื่นรับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าการโก่งตัวที่จุด B



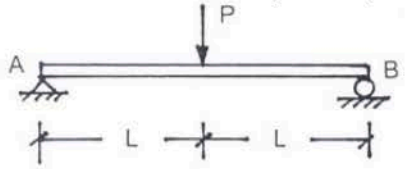
1 : 3PL^3/16EI

$$\Delta_B = M_{B'} = -\frac{2PL^2}{9EI}\left(\frac{7L}{9}\right)$$

$$= -\frac{14PL^3}{81EI} = \frac{14PL^3}{81EI}\downarrow$$

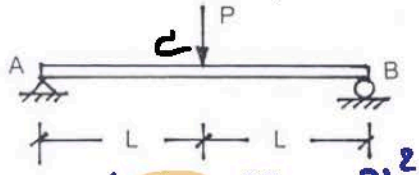
2 : 14PL^3/81EI
3 : PL^3/EI
4 : PL^3/6EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 177 :
คานช่วงเดี่ยวธรรมดารับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่ามุมลาดเอียงที่จุด B



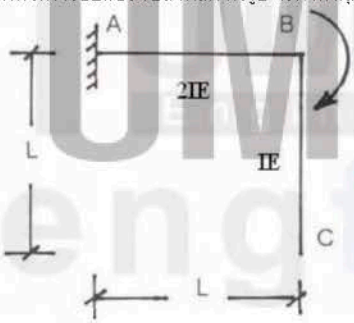
1 : PL^2/4EI
2 : PL^2/3EI
3 : PL^2/2EI
4 : PL^2/2EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 178 :
คานช่วงเดี่ยวธรรมดารับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าการโก่งตัวที่กึ่งกลางคาน



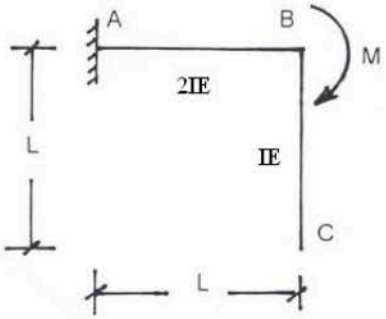
1 : PL^3/EI
2 : PL^3/3EI
3 : PL^3/4EI
4 : PL^3/6EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 179 :
โครงสร้างข้อแข็ง รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่ามุมลาดเอียงที่จุด B



1 : ML/EI
2 : ML/2EI
3 : 2ML/EI
4 : ML/2EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

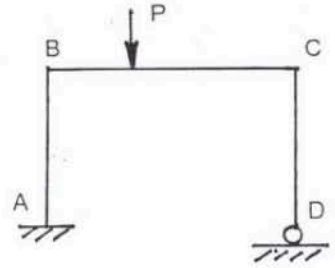
ข้อที่ 180 :
โครงสร้างข้อแข็ง รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งที่จุด C



1 : ML^2/EI
2 : ML^2/2EI
3 : ML^2/4EI
4 : 3ML^2/4EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

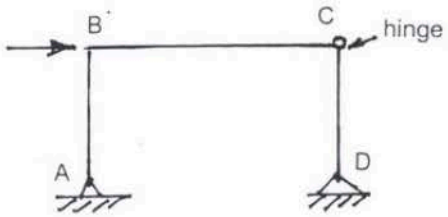
ข้อที่ 181 :

โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว(No axial deformation) ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



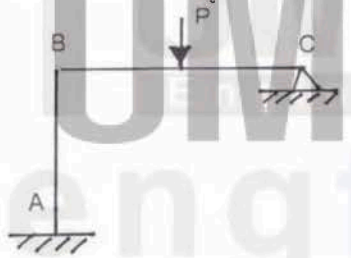
1 : จุด B และจุด C มีระยะเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน
2 : จุด A และจุด D ไม่มีการหรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับ
3 : จุด B มีการหรุดตัวเท่ากับจุด C
4 : จุด B ไม่มีการเคลื่อนตัวในแนวระดับ
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 182 :
โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



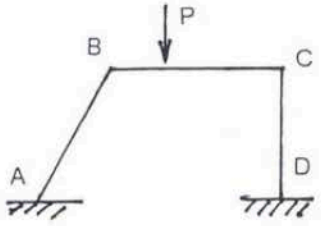
1 : จุด B และจุด C มีระยะเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน
2 : จุด A ไม่มีการหมุนและเลื่อนตัวในแนวดิ่ง
3 : จุด A ไม่มีการหรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับ ส่วนจุด D ไม่มีการหรุดตัวแต่เคลื่อนที่ในแนวระดับได้
4 : จุด D ไม่มีการเลื่อนตัวในแนวดิ่งและไม่มีการหมุน
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 183 :
โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



1 : จุด B และจุด C ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวระดับ
2 : จุด A ไม่มีการหรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับแต่มีการหมุน
3 : จุด C ไม่มีการหมุน
4 : จุด B ไม่มีการหมุน
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 184 :
โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

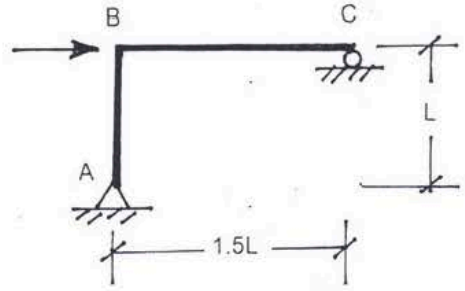


1 : จุด B และจุด C มีระยะเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน
2 : จุด A และจุด D มีการหรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับ
3 : จุด B มีเฉพาะการเคลื่อนตัวในแนวราบ
4 : จุด B มีเฉพาะการเคลื่อนตัวในแนวดิ่ง
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 185 :

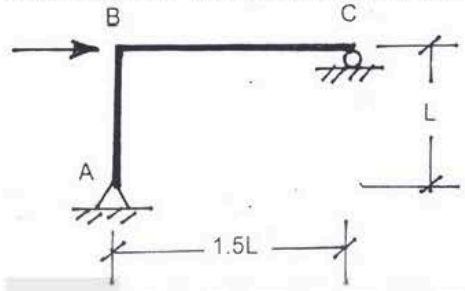
TUMCIVIL.COM Engineering Software Content engfanatic CLUB & member

โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



1 : จุด B และจุด C มีการเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน
2 : จุด A ไม่มีการทรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับและไม่มีการหมุน
3 : จุด B และ C มีการเคลื่อนตัวในแนวระดับที่ไม่เท่ากัน
4 : จุด B มีการทรุดตัวในแนวดิ่ง
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 186 :
โครงข้อแข็งรับน้ำหนัก ดังรูป ถ้าสมมติว่าชิ้นส่วนไม่ยืดหรือหดตัว ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



1 : จุด B และจุด C มีระยะเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน โดยไม่คิดผลจากมุมหมุนของจุด A
2 : จุด B และจุด C มีระยะเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากัน โดยมีผลจากมุมหมุนของจุด A
3 : จุด A ไม่มีการทรุดตัวและไม่เคลื่อนที่ในแนวระดับ
4 : รวมคำตอบข้อ (ข) และ ข้อ (ค) โดยมีมุมหมุนที่จุด A B และ C ตามลำดับ
5 : รวมคำตอบข้อ (ก) และ ข้อ (ค) โดยมีมุมหมุนที่จุด A B และ C ตามลำดับ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

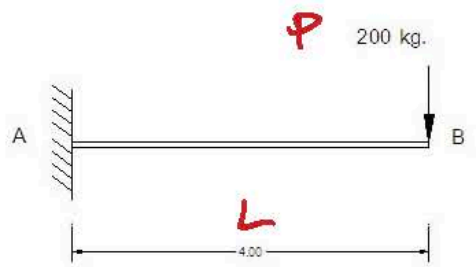
ข้อที่ 187 :
การวิเคราะห์หาการโก่งตัวของโครงสร้างโดยวิธี moment-area หรือวิธี conjugate-beam พิจารณาจากผลของ

1 : แรงตามแนวแกนอย่างเดียว
2 : แรงเฉือนอย่างเดียว
3 : โมเมนต์ดัดอย่างเดียว
4 : โมเมนต์และแรงเฉือน
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 188 :
การวิเคราะห์หาการโก่งตัวของโครงสร้างโดยวิธี Energy เช่นวิธี virtual work สามารถพิจารณาได้จากผลของ

1 : แรงตามแนวแกนอย่างเดียว
2 : แรงเฉือนอย่างเดียว
3 : โมเมนต์ดัดอย่างเดียว
4 : แรงตามแนวแกน, แรงเฉือน, และโมเมนต์ดัด
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

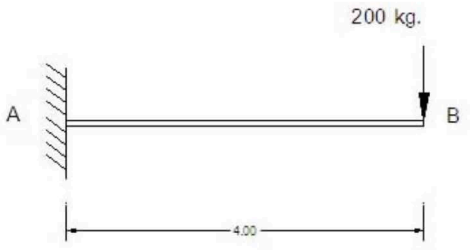
ข้อที่ 189 :
จงหาระยะการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นสูงสุด ณ จุด B (EI = constance)



1 : มีค่า 2466/EI หน่วย
2 : มีค่า 4266/EI หน่วย
3 : มีค่า 6246/EI หน่วย
4 : มีค่า 6624/EI หน่วย
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 190 :

จงหาค่า Slope ณ จุด B ในโครงสร้าง เมื่อ EI = ค่าคงที่



1 : มีค่า 1006/EI เรเดียน
2 : มีค่า 1060/EI เรเดียน
3 : มีค่า 1600/EI เรเดียน
4 : มีค่า 6100/EI เรเดียน
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

(จากตารางข้อ 189)

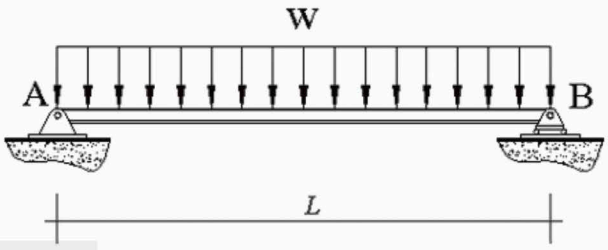
$\therefore \theta_B = V_B' = -\frac{PL^2}{2EI}$

$= -\frac{(200)(4)^2}{2EI}$

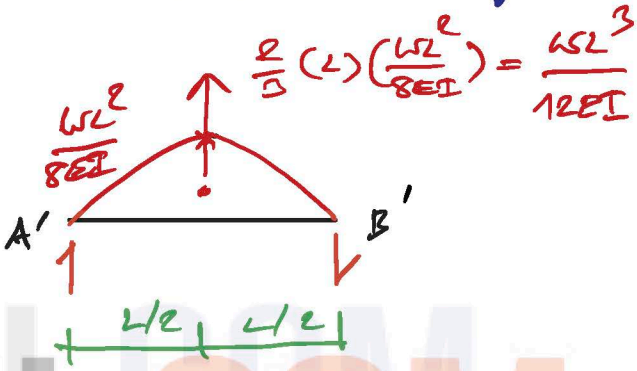
$= 1600/EI$

ข้อ 191 - 192 ใช้วิธีการคานคอนจูเกต

ข้อที่ 191 :
โครงสร้างดังรูป มีค่าความชัน (slope) ที่จุด A เท่ากับเท่าใด?

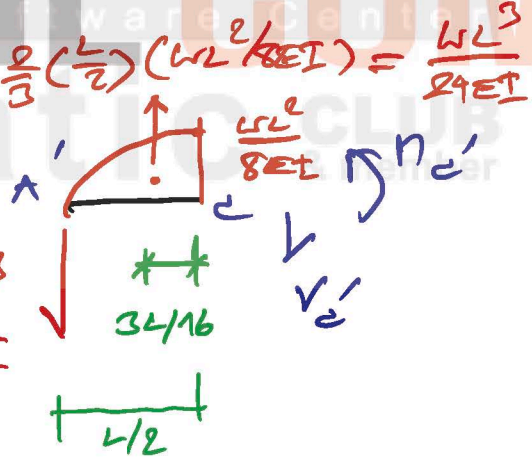


1 : 0
2 : $\frac{wL^3}{24EI}$
3 : $\frac{wL^3}{48EI}$
4 : $\frac{5wL^4}{384EI}$
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 2

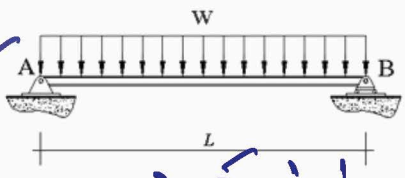


$\theta_A = -\frac{wL^3}{12EI}\cdot\frac{1}{2} = -\frac{wL^3}{24EI}$

$= wL^3/24EI$



ข้อที่ 192 :
โครงสร้างดังรูป มีค่าการโก่งตัวสูงสุด (Maximum Deflection) เท่ากับเท่าใด?



ค่า Δ_{max} เกิดขึ้นที่กึ่งกลางคาน

1 : 0
2 : $\frac{wL^2}{24EI}$
3 : $\frac{wL^3}{48EI}$
4 : $\frac{5wL^4}{384EI}$
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 4

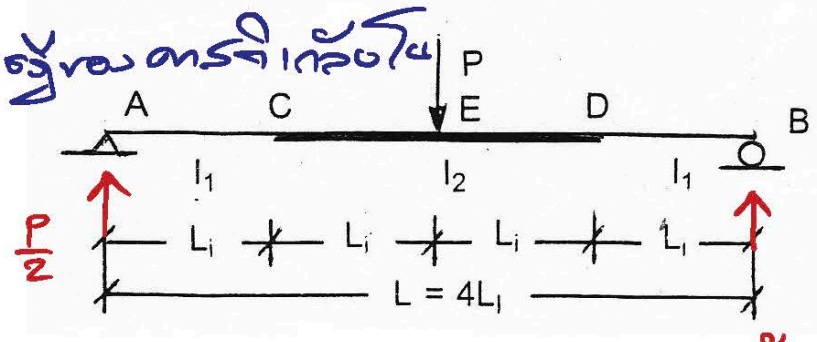
$\therefore \Delta_L = \Delta_{L'} = -\frac{wL^3}{24EI}(\frac{L}{2}) + \frac{wL^3}{24EI}(\frac{3L}{16})$

$= -\frac{wL^4}{EI}[\frac{1}{48} - \frac{1}{128}] = -\frac{wL^4}{EI}[\frac{8-3}{384}]$

ข้อที่ 193 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ L_i = L, I_1 = I, I_2 = 2I และค่า E คงที่

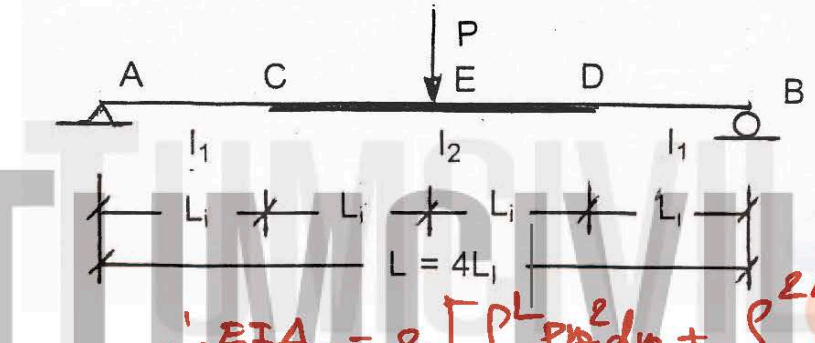
$\therefore \Delta_{max} = \frac{5wL^4}{384EI}$

สูตรนี้ใช้บ่อยควรจำ



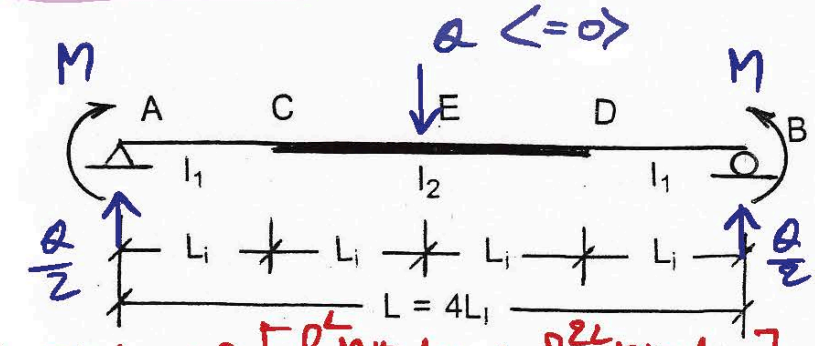
ข้อที่ 194 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่

1 : $4PL^3/3EI$
2 : $3PL^3/4EI$
3 : $9PL^3/5EI$
4 : $5PL^3/9EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2



ข้อที่ 195 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับโมเมนต์ดัด M ที่จุดรองรับทั้งสอง ดังรูป ซึ่งทำให้คานโก่งทางเดียว กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

1 : $5PL^3/9EI$
2 : $4PL^3/3EI$
3 : $3PL^3/4EI$
4 : $9PL^3/5EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

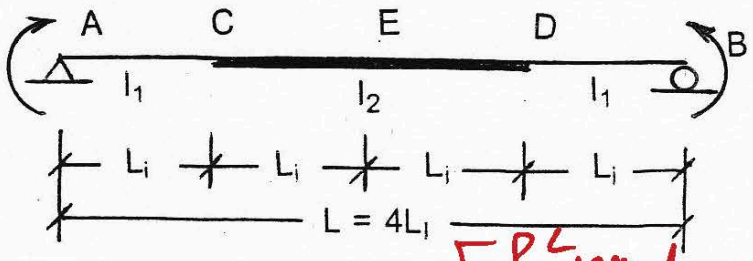


ข้อที่ 196 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับโมเมนต์ดัด M ที่จุดรองรับทั้งสอง ดังรูป ซึ่งทำให้คานโก่งทางเดียว กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่

1 : $5ML^2/8EI$
2 : $5ML^2/4EI$
3 : $2ML^2/2EI$
4 : $2ML^2/EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

TUMOVIL.COM

สามารถใช้ข้อมูลจากข้อ 195 แต่เปลี่ยน I_2 เป็น $3I$



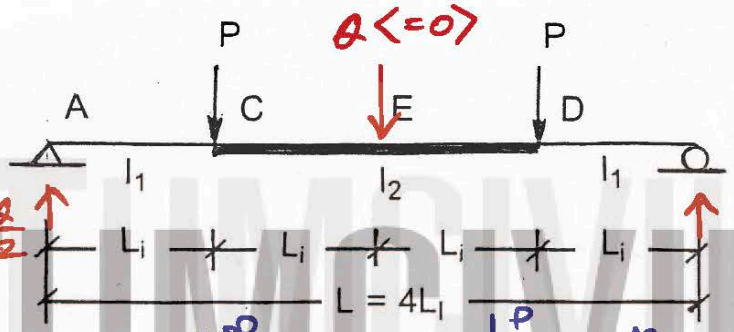
$$\therefore EI\Delta_E = 2\left[\int_0^L \frac{Mx}{2}dx + \int_L^{2L} \frac{Mx}{2(3)}dx\right]$$

$$= 2M\left[\frac{x^2}{4}\Big|_0^L + \frac{x^2}{12}\Big|_L^{2L}\right] = 2ML^2\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{12}\right]$$

$$\Delta_E = \frac{2ML^2}{EI}\left(\frac{1}{2}\right) = ML^2/EI \downarrow$$

1 : $5ML^2/8EI$
2 : $5ML^2/4EI$
* 3 : $2ML^2/2EI$
4 : $2ML^2/EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 197 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



$\Delta_{max} = \Delta_E$

จาก A ถึง E

$P+\frac{Q}{2}$ ↑ x →

$M = P x + \frac{Q x}{2}$

$\frac{\partial M}{\partial Q} = \frac{x}{2}$

$M(\partial M/\partial Q) = \frac{Px^2}{2} + \frac{Qx^2}{4}$ (Q = 0)

จาก E ถึง B

P ↓ ↑ $P+\frac{Q}{2}$

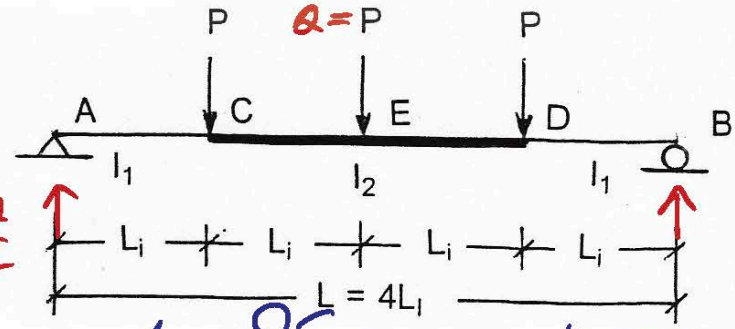
x ← M

$M = Px + \frac{Qx}{2} - P(x-L) = Px + \frac{Qx}{2} - Px + PL = PL + \frac{Qx}{2}$

$\partial M/\partial Q = \frac{x}{2}$, $M(\partial M/\partial Q) = \frac{PLx}{2} + \frac{Qx^2}{4}$ (Q = 0)

1 : $5PL^3/6EI$
2 : $11PL^3/6EI$
* 3 : $13PL^3/12EI$
4 : $19PL^3/12EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 198 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



สามารถใช้ผลจากข้อ 197

แทน Q = P

$\therefore$ จาก A ถึง E

$M(\partial M/\partial Q) = \frac{PLx}{2} + \frac{Px^2}{4} = \frac{3Px^2}{4}$

$$\therefore EI\Delta_E = 2\left[\int_0^L \frac{Px^2}{2}dx + \int_L^{2L} \frac{PLx}{2(2)}dx\right]$$

$$EI\Delta_E = 2P\left[\frac{x^3}{6}\Big|_0^L + \frac{Lx^2}{8}\Big|_L^{2L}\right]$$

$$= 2PL^3\left[\frac{1}{6}+\frac{3}{8}\right]$$

$$= 2PL^3\left[\frac{4+9}{24}\right]$$

$$\Delta_E = \frac{13PL^3}{12EI} \downarrow$$ <ข้อ 197>

1 : $5PL^3/6EI$
2 : $11PL^3/6EI$
* 3 : $13PL^3/12EI$
4 : $19PL^3/12EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

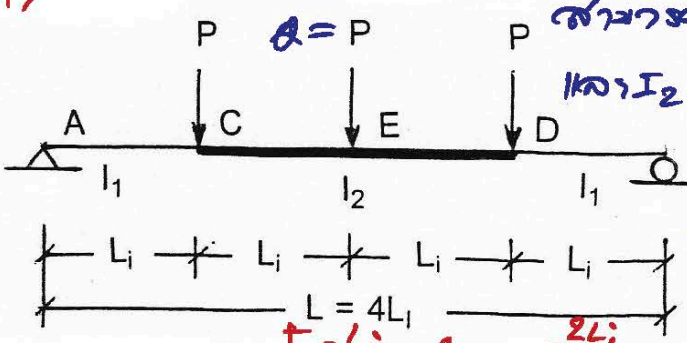
ข้อที่ 199 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่

จาก E ถึง B: $M(\partial M/\partial Q) = \frac{PLx}{2} + \frac{Px^2}{4}$

$$\therefore \Delta_E = \frac{2}{EI}\left[\int_0^L \frac{3Px^2}{4}dx + \int_L^{2L}\left(\frac{PLx}{2(2)} + \frac{Px^2}{4(2)}\right)dx\right] = \frac{2P}{EI}\left[\frac{3x^3}{4(3)}\Big|_0^L + \frac{Lx^2}{8}\Big|_L^{2L} + \frac{x^3}{24}\Big|_L^{2L}\right]$$

$$= \frac{2PL^3}{EI}\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{7}{24}\right] = \frac{2PL^3}{EI}\left[\frac{6+9+7}{24}\right] = \frac{2PL^3}{EI}\left[\frac{22}{24}\right] = \frac{11PL^3}{6EI} \downarrow$$

<199>



ใช้ข้อมูลจากข้อ 198 ได้ $L_i = \frac{L}{2}$

ให้ $I_2 = 3I$

จาก A ถึง C: $M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) = \frac{3Px^2}{4}$

จาก C ถึง E: $M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) = \frac{PLx}{2} + \frac{Px^2}{4}$

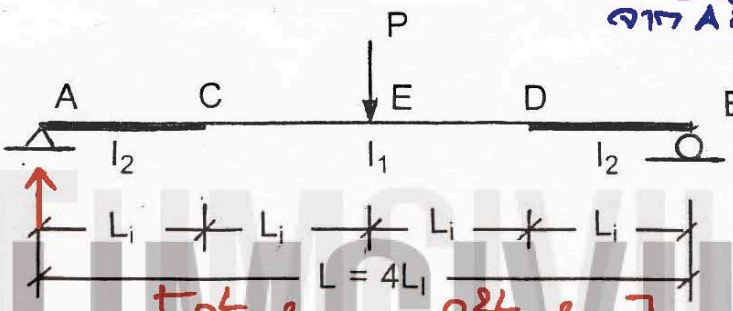
$$\therefore EI\Delta_E = 2\left[\int_0^{L_i} \frac{3Px^2}{4}dx + \int_{L_i}^{2L_i}\left(\frac{PLx}{2(3)} + \frac{Px^2}{4(3)}\right)dx\right]$$

$$\Delta_E = \frac{2P}{EI}\left[\frac{x^3}{4}\Big|_0^{L_i} + \frac{Lx^2}{12}\Big|_{L_i}^{2L_i} + \frac{x^3}{36}\Big|_{L_i}^{2L_i}\right] = \frac{2PL_i^3}{EI}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{7}{36}\right]$$

$$= \frac{2P(25)}{EI(36)}\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^3 = 25PL^3/144EI\downarrow$$

1 : $25PL^3/18EI$
2 : $25PL^3/36EI$
3 : $25PL^3/72EI$
4 : $25PL^3/144EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 200 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



จาก A ถึง E:

$M = \frac{Px}{2}$

$\frac{\partial M}{\partial P} = \frac{x}{2}$

$M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) = \frac{Px^2}{4}$

$$EI\Delta_E = 2\left[\int_0^{L} \frac{Px^2}{4(2)}dx + \int_{L}^{2L} \frac{Px^2}{4}dx\right] = 2P\left[\frac{x^3}{24}\Big|_0^{L} + \frac{x^3}{12}\Big|_{L}^{2L}\right]$$

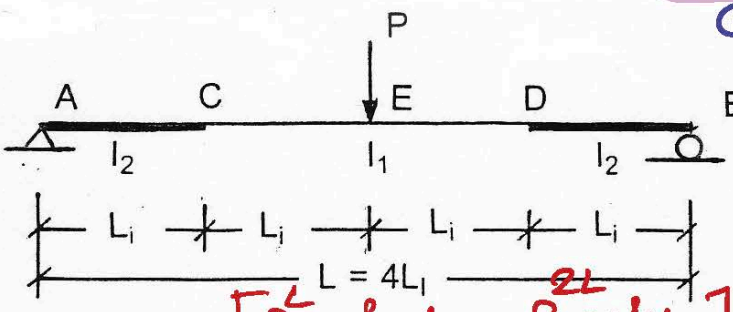
$$\Delta_E = \frac{2PL^3}{EI}\left[\frac{1}{24}+\frac{7}{12}\right] = 5PL^3/4EI\downarrow$$

1 : $11PL^3/18EI$
2 : $11PL^3/9EI$
3 : $5PL^3/4EI$
4 : $4PL^3/3EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 201 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่

ใช้ข้อมูลจากข้อ 200

ให้ $I_2 = 3I$

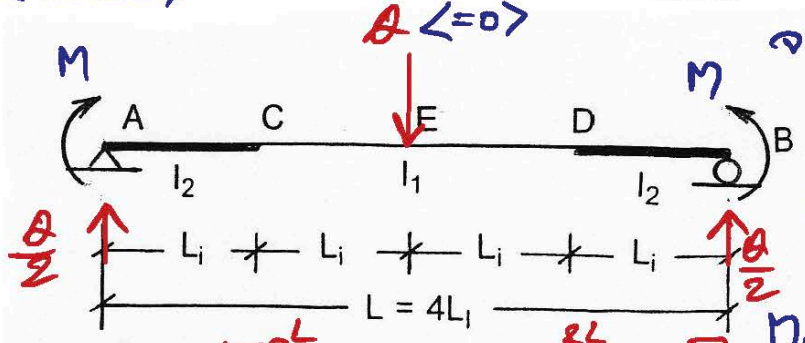


$$EI\Delta_E = 2\left[\int_0^{L} \frac{Px^2}{4(3)}dx + \int_{L}^{2L} \frac{Px^2}{4}dx\right] = 2P\left[\frac{x^3}{36}\Big|_0^{L} + \frac{x^3}{12}\Big|_{L}^{2L}\right]$$

$$\Delta_E = \frac{2PL^3}{EI}\left[\frac{1}{36}+\frac{7}{12}\right] = 11PL^3/9EI\downarrow$$

1 : $11PL^3/18EI$
2 : $11PL^3/9EI$
3 : $11PL^3/6EI$
4 : $11PL^3/3EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 202 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับโมเมนต์ดัด M ที่จุดรองรับทั้งสอง ดังรูป ซึ่งทำให้คานโก่งทางเดียว กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

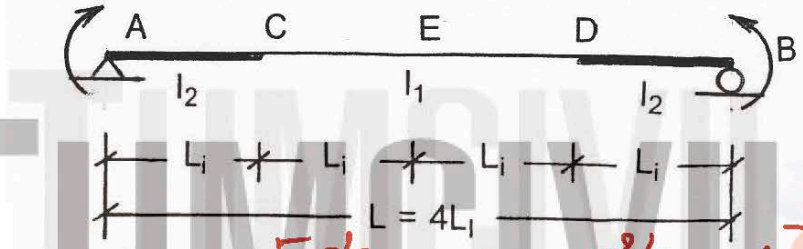


$$EI\Delta_E = 2\left[\int_0^L \frac{M n_0}{2(2)}\,dx + \int_L^{2L} \frac{M n_0}{2}\,dx\right] = 2M\left[\frac{x^2}{8}\Big|_0^L + \frac{x^2}{4}\Big|_L^{2L}\right]$$

$$\Delta_E = \frac{2ML^2}{EI}\left[\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right] = 7ML^2/4EI \downarrow$$

1 : $7ML^2/8EI$
2 : $7ML^2/4EI$
3 : $7ML^2/2EI$
4 : $7ML^2/EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 203 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับโมเมนต์ดัด M ที่จุดรองรับทั้งสอง ดังรูป ซึ่งทำให้คานโก่งทางเดียว กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่

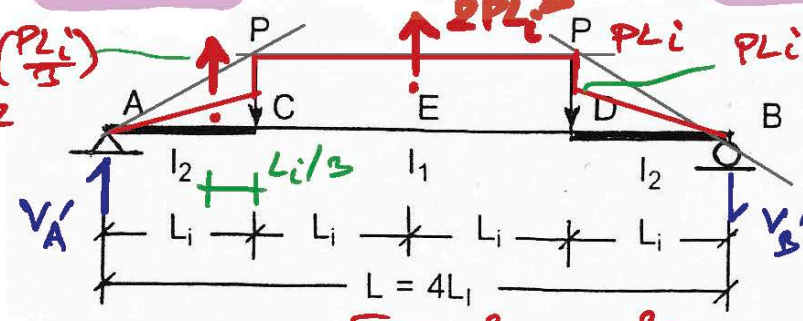


$$EI\Delta_E = 2\left[\int_0^L \frac{M n_0}{2(3)}\,dx + \int_L^{2L} \frac{M n_0}{2}\,dx\right] = 2M\left[\frac{x^2}{12}\Big|_0^L + \frac{x^2}{4}\Big|_L^{2L}\right]$$

$$\Delta_E = \frac{2ML^2}{EI}\left[\frac{1}{12} + \frac{3}{4}\right] = 5ML^2/3EI \downarrow$$

1 : $5ML^2/8EI$
2 : $5ML^2/4EI$
3 : $5ML^2/3EI$
4 : $5ML^2/EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 204 :
จงหาค่ามุมลาดเอียงที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่



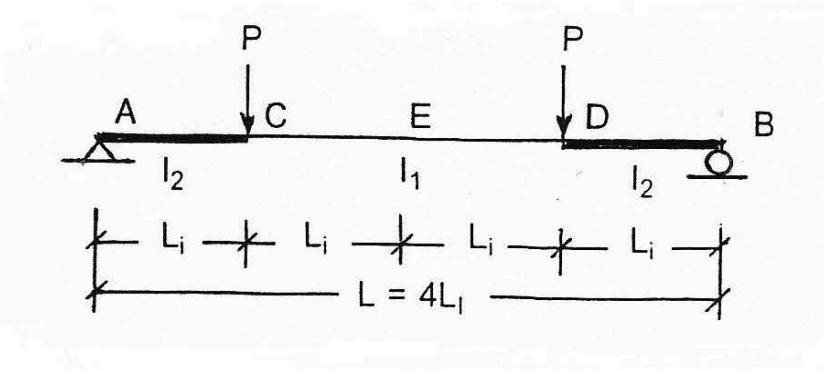
$$\therefore \theta_A = V_A' = -\frac{1}{EI}\left[\frac{2PL_i^2}{2} + \frac{PL_i^2}{6}\right] = -\frac{PL_i^2}{EI}\left[1 + \frac{1}{6}\right]$$

$$= -\frac{P}{EI}\left(\frac{L}{2}\right)^2\left[\frac{6+1}{6}\right] = -\frac{PL^2}{4EI}\cdot\left(\frac{7}{6}\right)$$

$$\theta_A = 7PL^2/24EI \circlearrowright$$

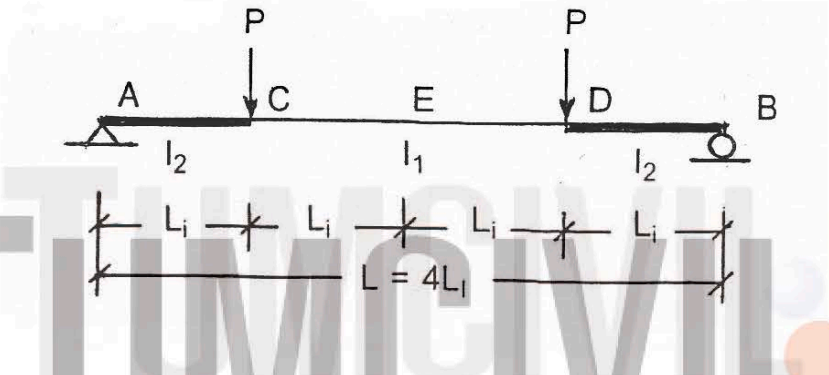
1 : $7PL^2/24EI$
2 : $7PL^2/12EI$
3 : $7PL^2/6EI$
4 : $7PL^2/4EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 205 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



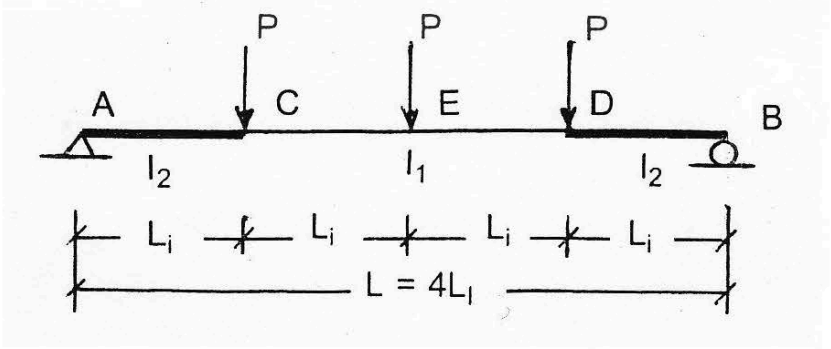
1 : $11PL^3/6EI$
2 : $11PL^3/9EI$
3 : $11PL^3/10EI$
4 : $11PL^3/12EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 206 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่



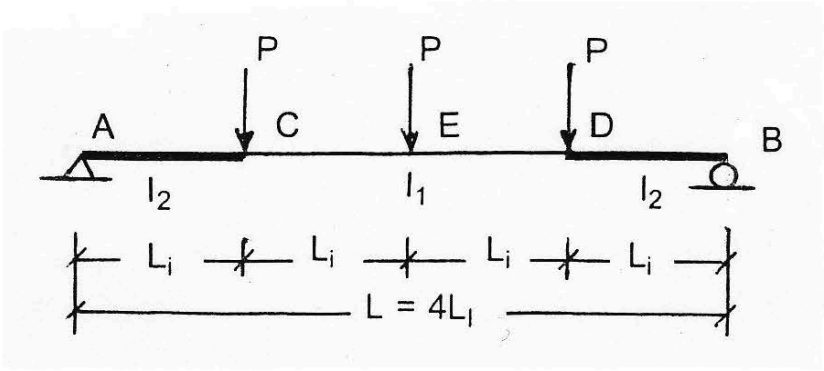
1 : $11PL^3/18EI$
2 : $21PL^3/18EI$
3 : $31PL^3/18EI$
4 : $41PL^3/18EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 207 :
จงหาค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



1 : $3PL^3/4EI$
2 : $11PL^3/6EI$
3 : $11PL^3/9EI$
4 : $25PL^3/6EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

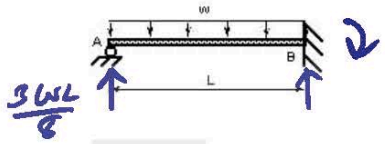
ข้อที่ 208 :
จงประมาณค่าการโก่งตัวมากที่สุดของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 3I$ และค่า E คงที่



1 : $2PL^3/EI$
2 : $3PL^3/EI$
3 : $4PL^3/EI$
4 : $5PL^3/EI$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

เนื้อหาวิชา : 533 : Analysis of statically indeterminate structures by method of consistent deformation

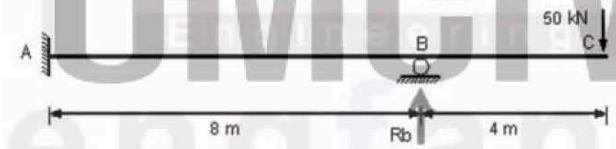
ข้อที่ 209 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่ปลาย A ของคานดังแสดงในรูป

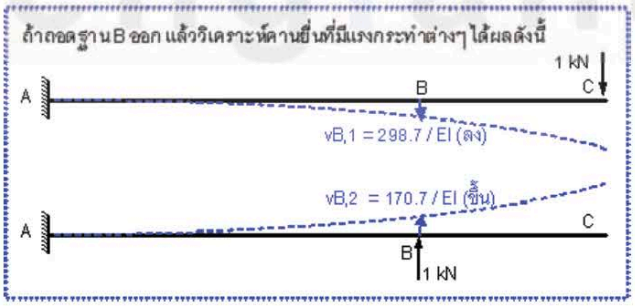


รูปนี้ควรใช้สูตร $\frac{3wL}{8}$
ซึ่งต้องเป็นแรงจากเต็ม
ส่วนแรงอื่นๆ ต้องหาได้
โดยสมการสมดุล

1 : (1/4)wL
2 : (3/4)wL
3 : (3/8)wL *
4 : (5/8)wL
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 210 :
จงหาค่าแรงในแนวดิ่งที่ฐาน B (Rb) ของโครงสร้างดังในรูป
- คาน ABC มีค่า Modulus of Elasticity = E และ Moment of Inertia = I





$\therefore 50\delta_{B1} - R_b\delta_{b2} = 0$

$\therefore R_b = \frac{50\delta_{B1}}{\delta_{B2}}$

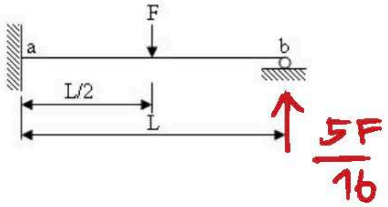
$= 50\left[\frac{298.7}{EI}\right] \cdot \frac{EI}{170.7}$

$= 87.5$ kN↑

1 : 28.5 kN
2 : -28.5 kN
3 : 87.5 kN *
4 : -87.5 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

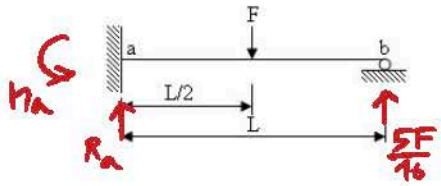
ข้อที่ 211 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาของฐานรองรับที่จุด b ของคานที่กำหนด

เช่นเดียวกับข้อ 209
รูปนี้ควรใช้สูตร $\frac{5F}{16}$



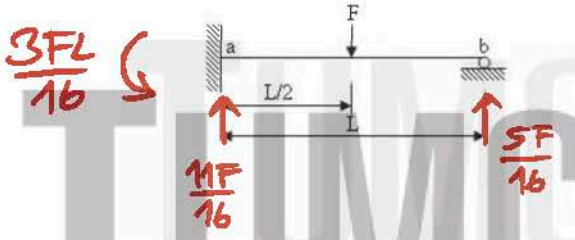
1 : Rb = 5F/16
2 : Rb = 11F/16
3 : Rb = 7F/16
4 : Rb = F/4
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 212 :
จงคำนวณหา Reaction และ Fixed-end moment ที่ฐานรองรับ a ของคานที่กำหนด



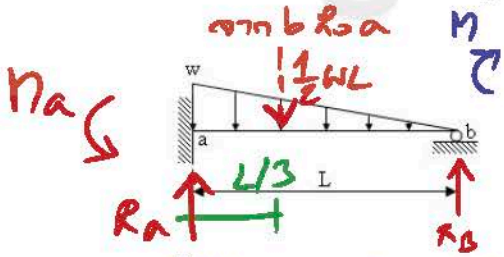
1 : Ra = 11F/16 , Ma = 3FL/16 clockwise
2 : Ra = 5F/16 , Ma = 3FL/16 clockwise
3 : Ra = 11F/16 , Ma = 3FL/16 counterclockwise
4 : Ra = 5F/16 , Ma = 3FL/16 counterclockwise
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 213 :
จงคำนวณแรงปฏิกริยาที่ฐานรองรับทั้งหมดของคานที่กำหนด



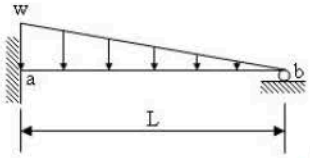
1 : Ra = 5F/16 ; Rb = 11F/16 ; Ma = 3FL/16 clockwise
2 : Ra = 11F/16 ; Rb = 5F/16 ; Ma = 3FL/16 clockwise
3 : Ra = 11F/16 ; Rb = 5F/16 ; Ma = 3FL/16 counterclockwise
4 : Ra = 5F/16 ; Rb = 11F/16 ; Ma = 3FL/16 counterclockwise
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 214 :
จงคำนวณ Reaction และ Fixed-end moment ของฐานรองรับที่จุด a ของคานในรูป เมื่อกำหนดให้ F = wL/2



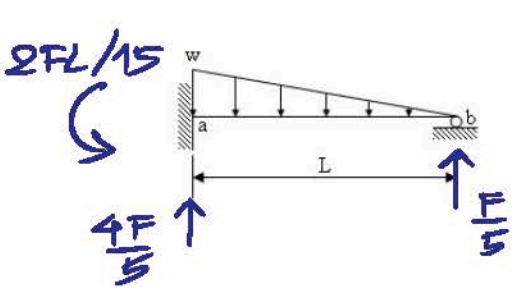
1 : Ra = F/5 ; Ma = 2FL/15 clockwise
2 : Ra = 4F/5 ; Ma = FL/15 counterclockwise
3 : Ra = 4F/5 ; Ma = 2FL/15 clockwise
4 : Ra = 4F/5 ; Ma = 2FL/15 counterclockwise
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 215 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกริยาของฐานรองรับที่จุด b ของคานในรูป กำหนดให้ F = wL/2



1 : Rb = 3F/5
2 : Rb = 4F/5
3 : Rb = F/5 *
4 : Rb = 2F/5
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

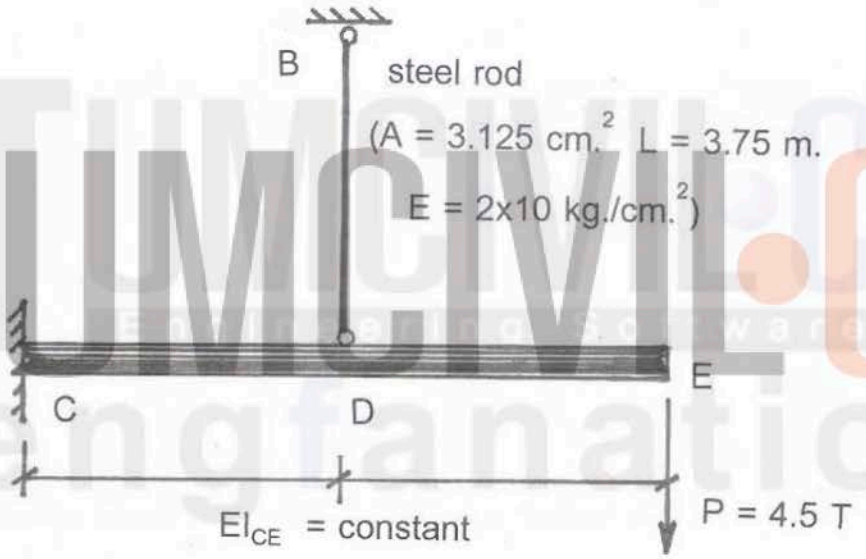
ข้อที่ 216 :
จงคำนวณ Reaction และ Fixed-end moment ที่ฐานรองรับทั้งหมดของคานในรูป กำหนดให้ F = wL/2



จากข้อ 214 และ 215

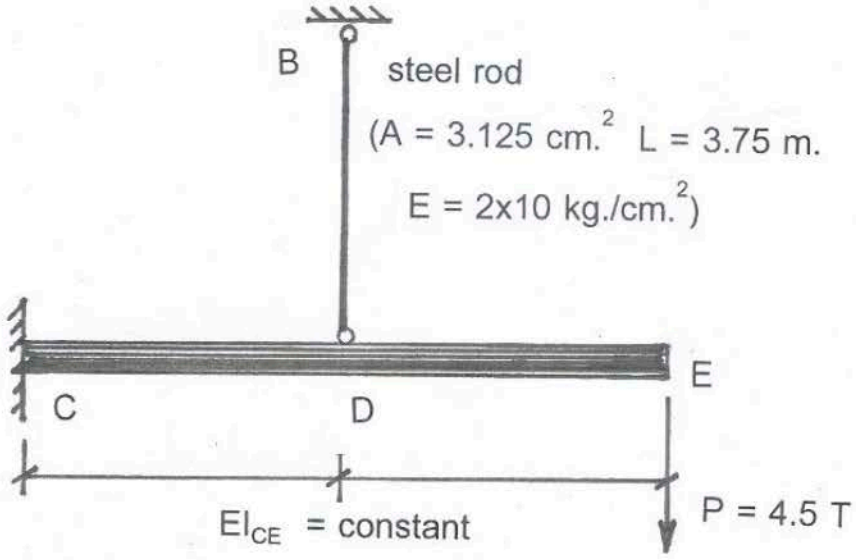
1 : Ra = F/5; Rb = 4F/5; Ma = 2FL/15 clockwise
2 : Ra = 4F/5; Rb = F/5; Ma = 2FL/15 clockwise
3 : Ra = 4F/5; Rb = F/5; Ma = 2FL/15 counterclockwise *
4 : Ra = F/5; Rb = 4F/5; Ma = 2FL/15 counterclockwise
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 217 :
จากโครงสร้างที่แสดง หากยังไม่มีท่อนเหล็ก BD มายึดไว้ ระยะโก่งตัว (โดยประมาณ) ที่จุด D เท่ากับ



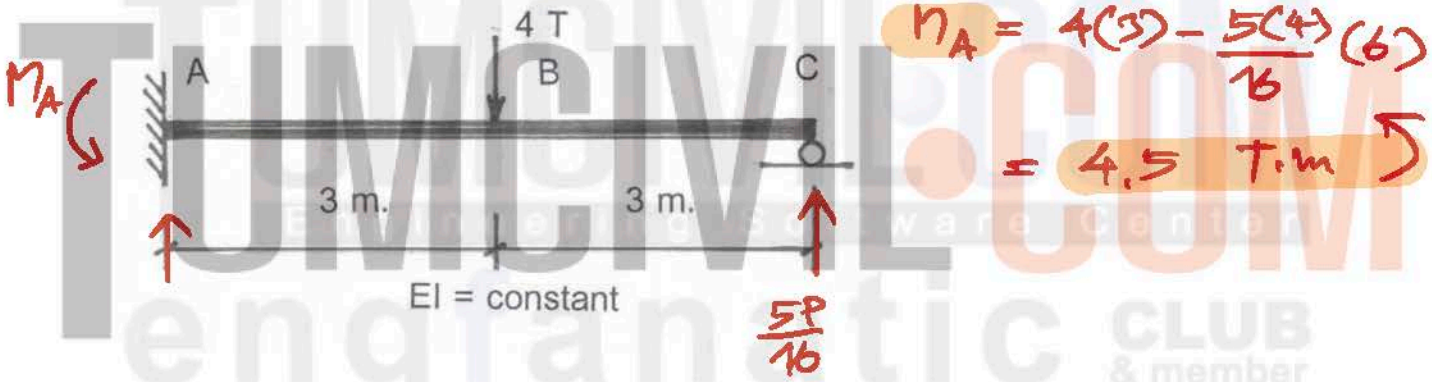
1 : 10.5/EI
2 : 12.5/EI
3 : 14.5/EI
4 : 15.5/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 218 :
จากโครงสร้างที่แสดง โดยมีท่อนเหล็ก BD มายึดไว้ เพื่อให้ระยะโก่งตัวที่จุด D เป็นศูนย์ ให้หาค่าแรงดึงโดยประมาณในท่อนเหล็ก BD (โดยคำนึงถึงการยืดตัวของท่อนเหล็กที่ช่วยยึด)



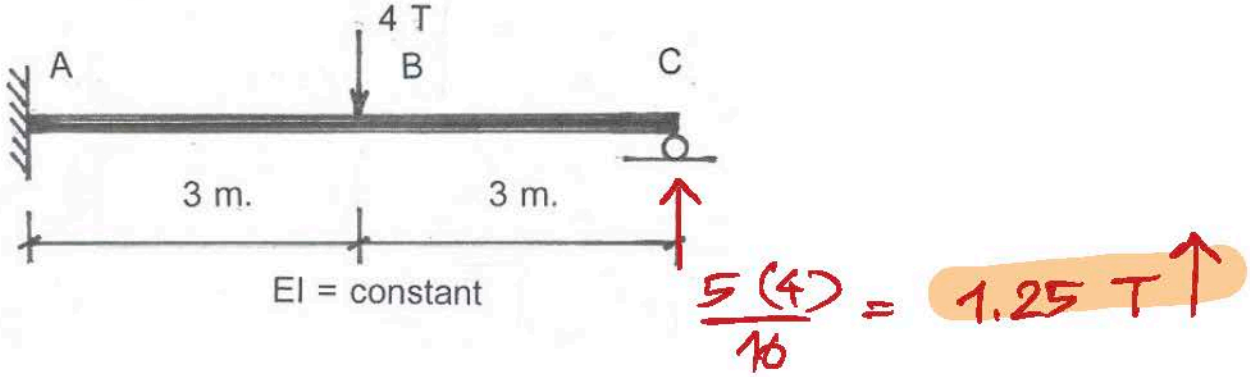
1 : 3.0 ตัน
2 : 4.0 ตัน
3 : 5.0 ตัน
4 : 6.0 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 219 :
เมื่อกำหนดให้โมเมนต์ที่ปลายชิ้นส่วน (end moment) ที่หมุนตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็นบวก จงคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดที่ปลาย A ของชิ้นส่วน AB: M_{AB} มีค่าเท่ากับ



1 : 6 ตัน-ม. (หมุนตามเข็มนาฬิกา)
2 : 6 ตัน-ม. (หมุนทวนเข็มนาฬิกา)
3 : 4.5 ตัน-ม. (หมุนตามเข็มนาฬิกา)
4 : 4.5 ตัน-ม. (หมุนทวนเข็มนาฬิกา)
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

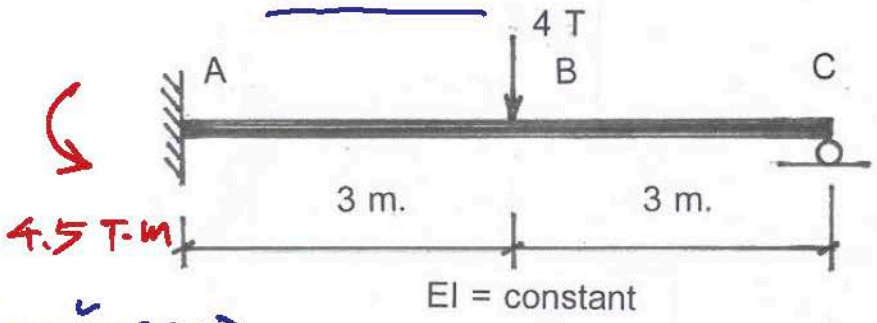
ข้อที่ 220 :
จากคานที่แสดง จงคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด C เท่ากับเท่าใด

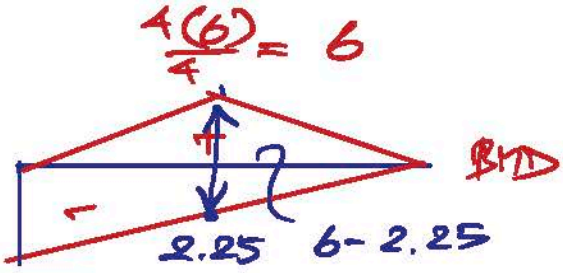


1 : 2 ตัน (ทิศขึ้น)
2 : 2 ตัน (ทิศลง)
3 : 1.25 ตัน (ทิศขึ้น)
4 : 2.75 ตัน (ทิศขึ้น)
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 221 :

จากคานที่แสดง โมเมนต์ดัดมากที่สุด (M_{max}) บนคาน ACB จะอยู่ที่จุดไหน

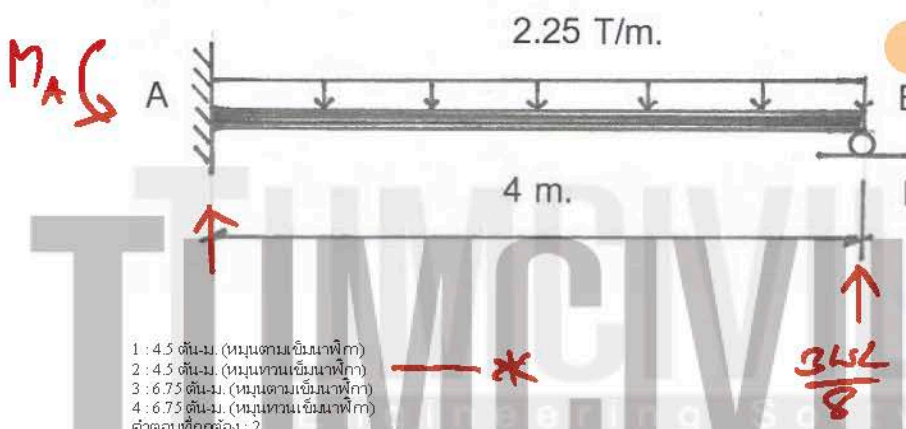




4.5 T.m (จากข้อ 219)

1 : อยู่ที่จุด A
2 : อยู่ที่จุด B
3 : อยู่ที่จุด C
4 : อยู่ระหว่างจุด A กับจุด C
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 222 :
เมื่อกำหนดให้โมเมนต์ที่ปลายชิ้นส่วน (end moment) ที่หมุนตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็นบวก จงคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดที่ปลาย A ของชิ้นส่วน AB: M_{AB} มีค่าเท่ากับเท่าใด



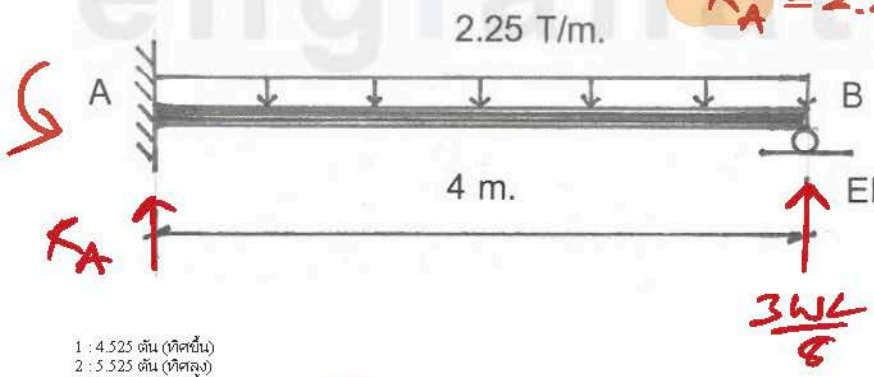
$M_A = 2.25(4)\left(\frac{4}{2}\right)$

$\frac{3(2.25)(4)}{8}(4)$

$= 4.5$ T.m

1 : 4.5 ตัน-ม. (หมุนตามเข็มนาฬิกา)
2 : 4.5 ตัน-ม. (หมุนทวนเข็มนาฬิกา)
3 : 6.75 ตัน-ม. (หมุนตามเข็มนาฬิกา)
4 : 6.75 ตัน-ม. (หมุนทวนเข็มนาฬิกา)
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 223 :
จากคานที่แสดง จงคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เท่ากับเท่าใด

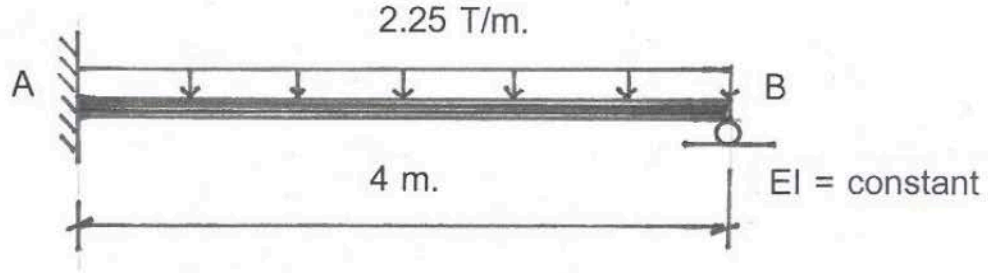


$R_A = 2.25(4) - \frac{3(2.25)(4)}{8}$

$= 5.625$ T

1 : 4.525 ตัน (ทิศขึ้น)
2 : 5.525 ตัน (ทิศลง)
3 : 6.625 ตัน (ทิศขึ้น)
4 : 5.625 ตัน (ทิศขึ้น)
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

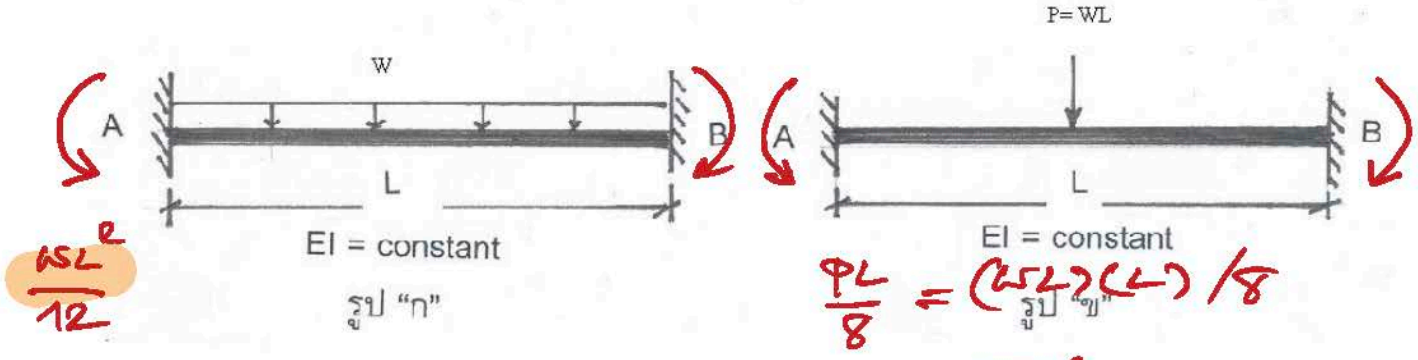
ข้อที่ 224 :
จากคานที่แสดงดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดมากที่สุด (M_{max}) บนคาน AB จะอยู่ที่จุดไหน



1 : อยู่ที่จุด A

2 : อยู่ที่กึ่งกลางคาน AB
3 : อยู่ระหว่างจุด A กับจุด B โดยค่อนไปทางจุด B
4 : อยู่ระหว่างจุด A กับจุด B โดยค่อนไปทางจุด A
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 225 :
คาน AB ที่แสดงในรูป ก และ ข มีความยาวและค่า IE เท่ากันและรับน้ำหนักบรรทุกที่มีขนาดสุทธิเท่ากัน จงกำหนดว่าข้อความใดถูกต้อง



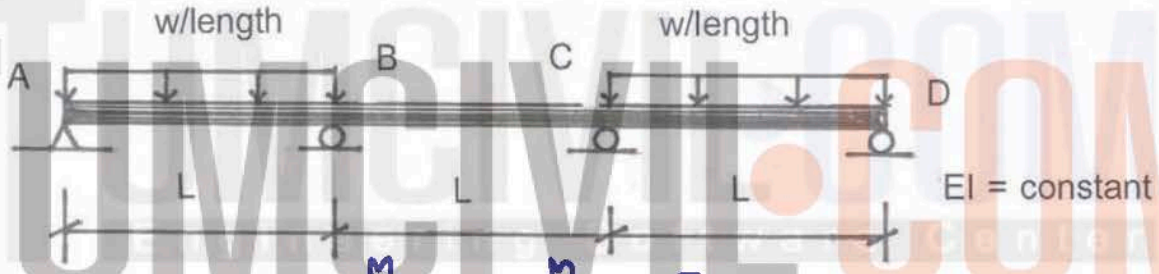
$\frac{WL^2}{12}$

$\frac{PL}{8} = \frac{(WL)(L)}{8} = \frac{WL^2}{8}$

1 : โมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ก) (FEM_{AB}) มีค่าน้อยกว่าโมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ข) (FEM_{AB})
2 : โมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ก) (FEM_{AB}) มีค่าเท่ากับโมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ข) (FEM_{AB})
3 : โมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ก) (FEM_{AB}) มีค่ามากกว่าโมเมนต์ดัดยึดแน่นที่ปลาย A ของรูป (ข) (FEM_{AB})
4 : ไม่มีข้อใดถูกต้อง
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

$\therefore FEM_{AB}$: ก) < ข)

ข้อที่ 226 :
คานต่อเนื่อง ABCD รับน้ำหนักดังรูปที่แสดง จะเห็นว่า คานดังกล่าวมีความสมมาตรที่กึ่งกลางของคาน BC หากต้องการวิเคราะห์โครงสร้างให้รวดเร็วขึ้นโดยอาศัยความสมมาตรเข้าช่วย ดังนั้นต้องพิจารณาใช้ค่า stiffness factor สำหรับชิ้นส่วน AB (หรือ CD) และสำหรับชิ้นส่วน BC ดังนี้

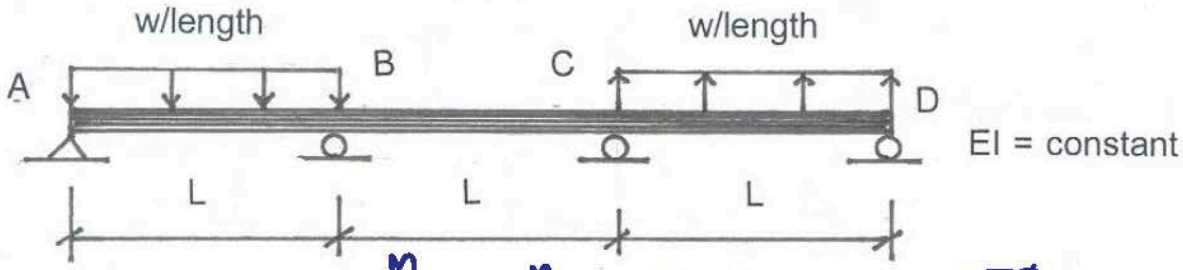


$K^M_{AB} = K^M_{CD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4EI}{L} = \frac{3EI}{L}$

$K^M_{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4EI}{L} = \frac{2EI}{L}$

1 : K_{AB} = 4EI/L และ K_{BC} = 4EI/L
2 : K_{AB} = 3EI/L และ K_{BC} = 4EI/L
3 : K_{AB} = 3EI/L และ K_{BC} = 3EI/L
4 : K_{AB} = 3EI/L และ K_{BC} = 2EI/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 227 :
คานต่อเนื่อง ABCD รับน้ำหนักดังรูปที่แสดง จะเห็นว่า คานรับน้ำหนักแบบปฏิสมมาตรที่กึ่งกลางของคาน BC หากต้องการวิเคราะห์โครงสร้างให้รวดเร็วขึ้นโดยอาศัยความสมมาตรเข้าช่วย จะต้องพิจารณาใช้ค่า stiffness factor สำหรับชิ้นส่วน AB (หรือ CD) และสำหรับชิ้นส่วน BC ดังนี้



$K^M_{AB} = K^M_{CD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4EI}{L} = \frac{3EI}{L}$

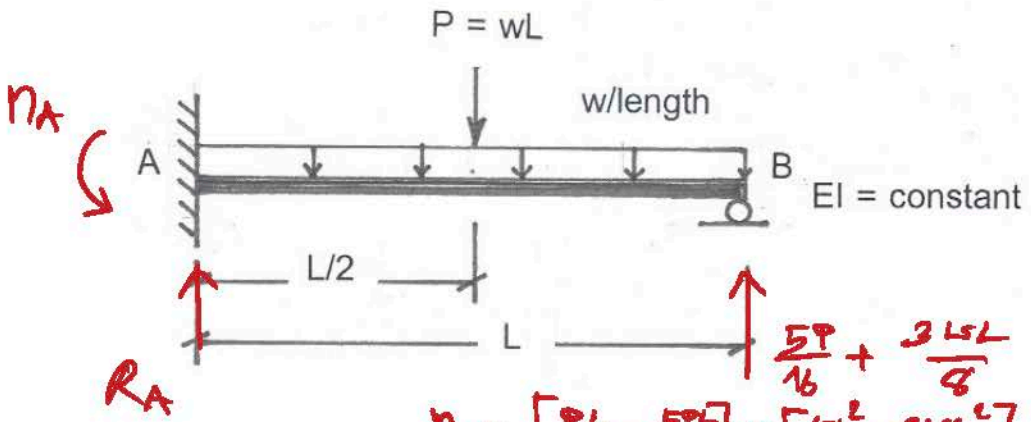
$K^M_{BC} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4EI}{L} = \frac{6EI}{L}$

1 : K_{AB} = 4EI/L และ K_{BC} = 4EI/L
2 : K_{AB} = 3EI/L และ K_{BC} = 4EI/L
3 : K_{AB} = 3EI/L และ K_{BC} = 6EI/L
4 : K_{AB} = 4EI/L และ K_{BC} = 6EI/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 228 :

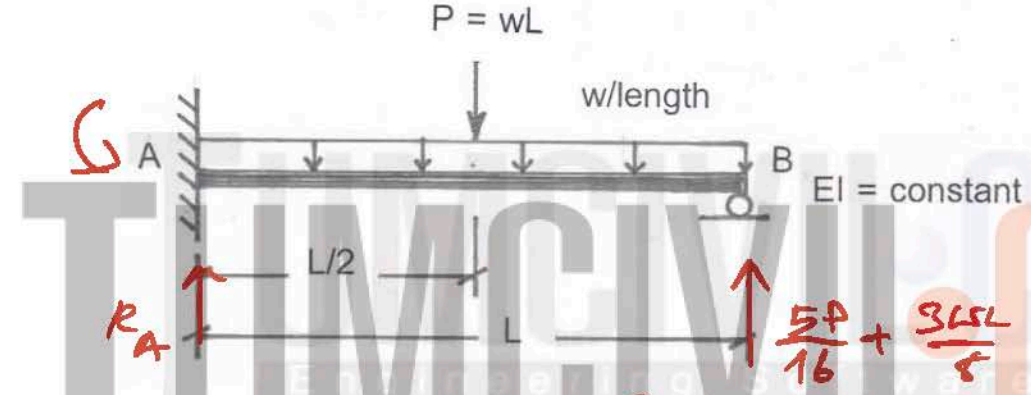
* ข้อ 226-227 ถ้าเรื่อง Symmetric Loading แล้ว Unsymmetric Loading ช่วยแก้ได้ (ใช้โมเมนต์กระจาย) K แปลว่า (K^M) ได้

จงคำนวณโมเมนต์ดัดที่จุด A มีค่าเท่ากับเท่าใด



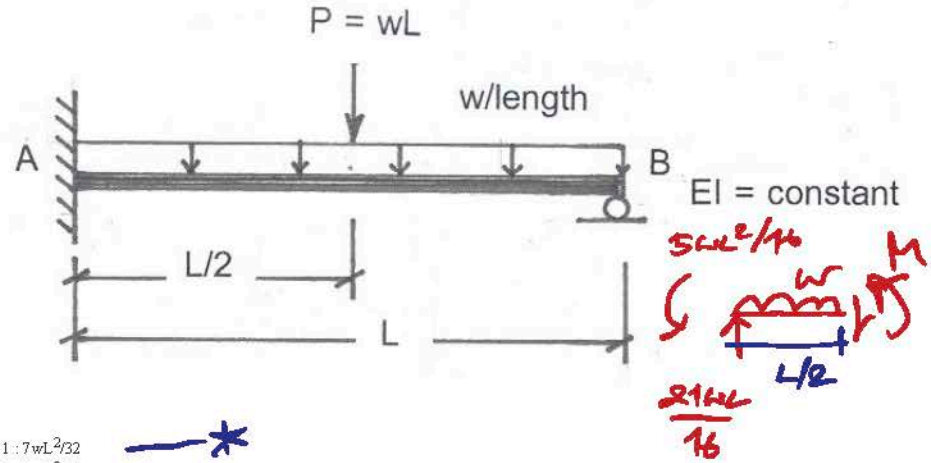
1 : $wL^2/8$
2 : $3wL^2/16$
3 : $5wL^2/16$
4 : $wL^2/12$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 229 :
จงคำนวณแรงปฏิกิริยาที่จุด A มีค่าเท่ากับเท่าใด



1 : 5wL/8
2 : 11wL/16
3 : wL
4 : 21wL/16
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

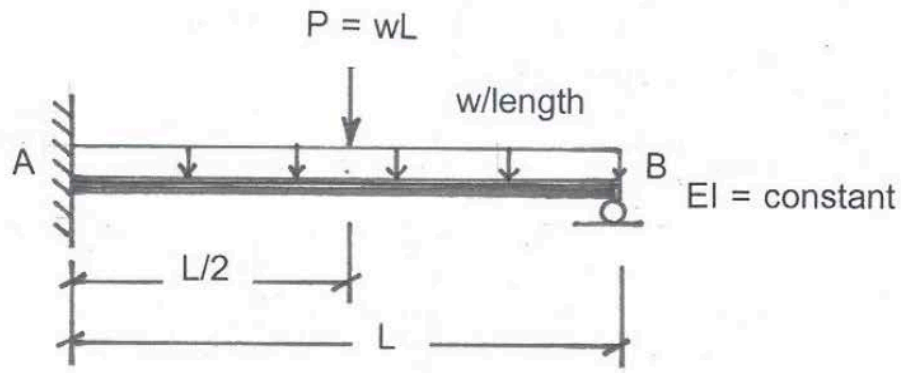
ข้อที่ 230 :
จงคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดที่กึ่งกลางคาน AB มีค่าเท่ากับเท่าใด



1 : $7wL^2/32$
2 : $5wL^2/32$
3 : $wL^2/16$
4 : $3wL^2/8$
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 231 :

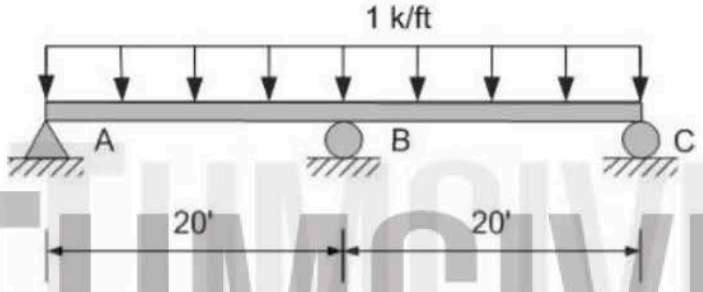
จงคำนวณหาค่าแรงเฉือนมากที่สุดตรงกลางช่วงคาน AB มีค่าเท่ากับเท่าใด

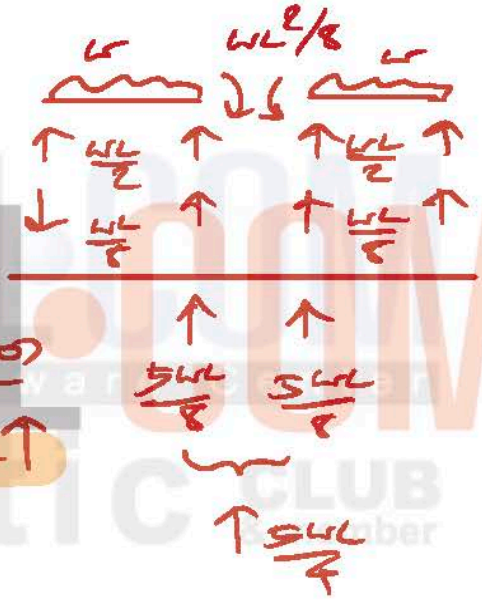


1 : 21wL/16
2 : 11wL/16
3 : 5wL/16
4 : 5wL/8
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 232 :

Determine the reaction at B of a continuous beam loaded as shown in figure below.
EI is constant.

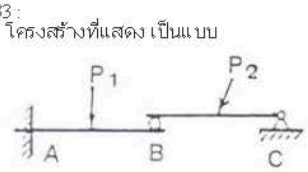


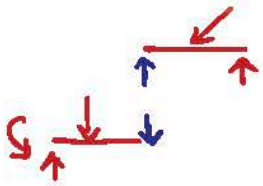


1 : 12.5 k ↑
2 : 17.5 k ↑
3 : 25 k ↑
4 : 32 k ↑
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 233 :

โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ

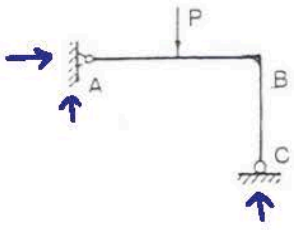




1 : unstable
2 : stable และ determinate
3 : stable และ externally indeterminate 1st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

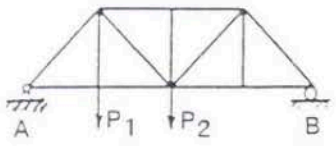
ข้อที่ 234 :

โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



1 : unstable
2 : stable และ determinate
3 : stable และ externally indeterminate 1st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

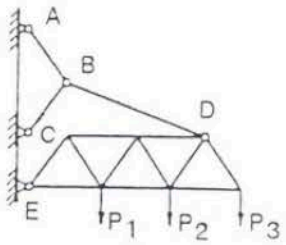
ข้อที่ 235 :
โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



m = 13
r = 3
j = 8
m+r = 16
2j = 16
DI = 0

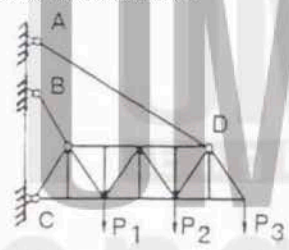
1 : unstable
2 : stable และ determinate *
3 : stable และ externally indeterminate 1 st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 236 :
โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



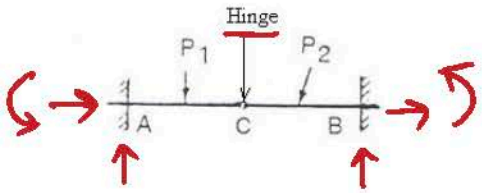
1 : unstable
2 : stable และ determinate
3 : stable และ externally indeterminate 1 st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 237 :
โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



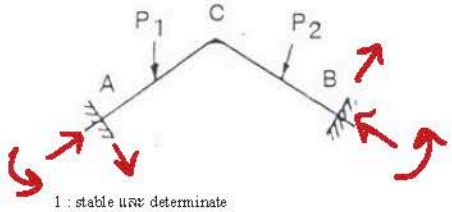
1 : unstable
2 : stable และ determinate
3 : stable และ externally indeterminate 1 st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 238 :
โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



1 : unstable
2 : stable และ determinate
3 : stable และ externally indeterminate 1 st degree
4 : stable และ externally indeterminate 2nd degree *
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

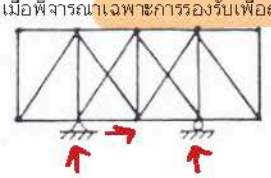
ข้อที่ 239 :
โครงสร้างที่แสดง เป็นแบบ



1 : stable และ determinate
2 : stable และ externally indeterminate 1 st degree
3 : stable และ externally indeterminate 2nd degree

4 : stable และ externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

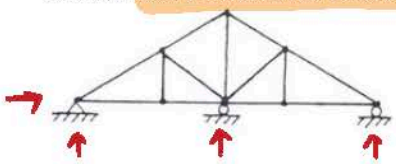
ข้อที่ 240 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



Ex. Determinate

1 : externally determinate
2 : externally indeterminate 1st degree
3 : externally indeterminate 2nd degree
4 : externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

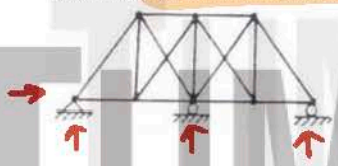
ข้อที่ 241 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



∴ Ex. Indeterminate
DI = 1

1 : externally determinate
2 : externally indeterminate 1st degree
3 : externally indeterminate 2nd degree
4 : externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

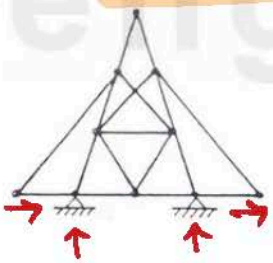
ข้อที่ 242 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



∴ Ex. Indeterminate
DI = 1

1 : externally determinate
2 : externally indeterminate 1st degree
3 : externally indeterminate 2nd degree
4 : externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

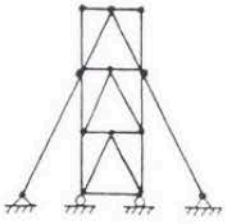
ข้อที่ 243 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



∴ Ex. Indeterminate
DI = 1

1 : externally determinate
2 : externally indeterminate 1st degree
3 : externally indeterminate 2nd degree
4 : externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

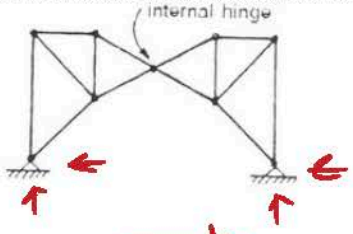
ข้อที่ 244 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



1 : externally determinate
2 : externally indeterminate 1st degree
3 : externally indeterminate 2nd degree
4 : externally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 245 :

เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก(support) จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ

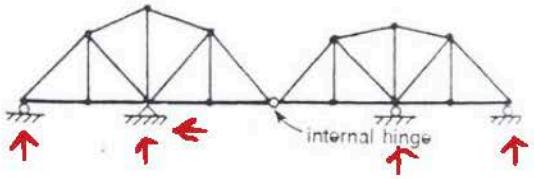


$\therefore DI = 4 - 3 - 1 = 0$

Determinate

1 : determinate
2 : indeterminate 1st degree
3 : indeterminate 2nd degree
4 : indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

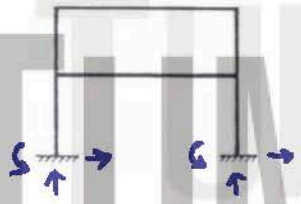
ข้อที่ 246 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



$\therefore DI = 5 - 3 - 1 = 1$

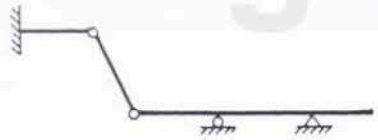
1 : determinate
2 : indeterminate 1st degree
3 : indeterminate 2nd degree
4 : indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 247 :
เมื่อพิจารณาเฉพาะการยึดโยงของชิ้นส่วนภายในโครงสร้าง จะเห็นว่าโครงสร้างระนาบที่แสดงเป็นแบบ



1 : stable และ determinate
2 : stable และ internally indeterminate 1st degree
3 : stable และ internally indeterminate 2nd degree
4 : stable และ internally indeterminate 3rd degree
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

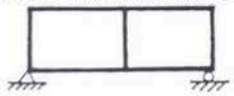
ข้อที่ 248 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนทั้งหมด เท่ากับ



$m = 5 \quad 3m + 5 = 21$
$r = 6 \quad 3j + c = 20$
$j = 6$
$c = 2$
$\therefore DI = 1$

1 : 0 ดีกรี
2 : 1 ดีกรี
3 : 2 ดีกรี
4 : 3 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 249 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนทั้งหมด เท่ากับ

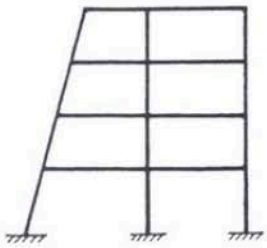


$m = 7 \quad 3m + r = 24$
$r = 3 \quad 3j = 18$
$j = 6$
$\therefore DI = 6$

1 : 3 ดีกรี
2 : 6 ดีกรี
3 : 9 ดีกรี
4 : 12 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 250 :

โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



$m = 20$ $3m+r = 69$

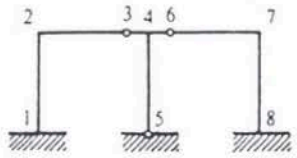
$r = 9$ $3j = 45$

$j = 15$

$\therefore DI = 24$

1 : 6 ดีกรี
2 : 12 ดีกรี
3 : 18 ดีกรี
4 : 24 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 251 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



$m = 7$ $3m+r = 29$

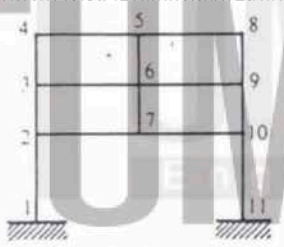
$r = 8$ $3j+c = 26$

$j = 8$

$c = 2$ $\therefore DI = 3$

1 : 3 ดีกรี
2 : 6 ดีกรี
3 : 9 ดีกรี
4 : 12 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 252 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



$m = 14$

$r = 6$

$j = 11$

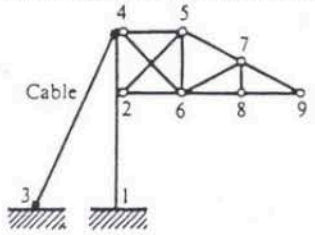
$3m+r = 48$

$3j = 33$

$\therefore DI = 15$

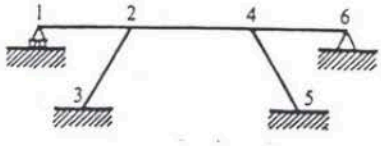
1 : 6 ดีกรี
2 : 9 ดีกรี
3 : 15 ดีกรี
4 : 18 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 253 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



1 : 1 ดีกรี
2 : 2 ดีกรี
3 : 3 ดีกรี
4 : 5 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 254 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



$m = 5$ $3m+r = 24$

$r = 9$ $2j = 18$

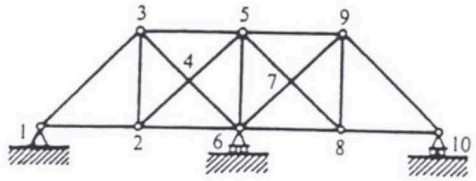
$j = 6$

$\therefore DI = 6$

1 : 3 ดีกรี
2 : 6 ดีกรี

3 : 9 ดีกรี
4 : 12 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

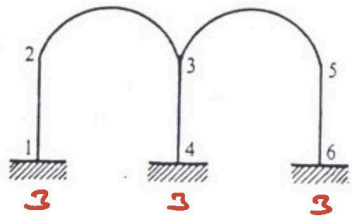
ข้อที่ 255 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ



$m = 15$
$r = 4$
$j = 8$
$m + r = 19$
$2j = 16$
$\therefore DI = 3$

1 : 1 ดีกรี
2 : 2 ดีกรี
3 : 3 ดีกรี *
4 : 5 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

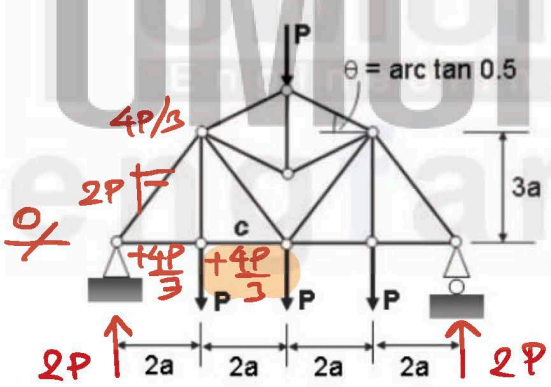
ข้อที่ 256 :
โครงสร้างระนาบที่แสดงมีดีกรีอินดีเทอร์มิเนททั้งหมด เท่ากับ

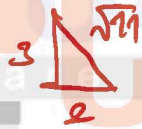


$m = 5$
$r = 9$
$j = 6$
$3m + r = 24$
$3j = 18$
$\therefore DI = 6$

1 : 3 ดีกรี
2 : 6 ดีกรี *
3 : 9 ดีกรี
4 : 12 ดีกรี
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 257 :
แรงในชิ้นส่วน c ของโครงข้อหมุนดังรูป มีค่าเท่าใด

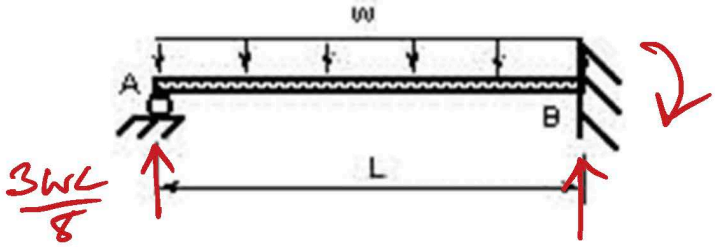




1 : แรงดึง ขนาด 1.34 P *
2 : แรงอัด ขนาด 1.34 P
3 : แรงดึง ขนาด 2.68 P
4 : แรงอัด ขนาด 2.68 P
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 258 :
จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่ปลาย B ของคานดังแสดงในรูป

$R_B = wL - \frac{3wL}{8} = \frac{5wL}{8}$



1 : (1/4)wL
2 : (3/4)wL
3 : (3/8)wL
4 : (5/8)wL
คำตอบที่ถูกต้อง : 4 *

TUMCIVIL.COM
Engineering Software Center
engmatic CLUB & member

Site Map

TUMCIVIL.COM

เฉลยวิธีทำ
ข้อสอบสภาวิศวกร
วิชา Structural Analysis

TUMCIVIL.COM

โดย

ดร.สรกานต์ ศรีตองอ่อน

(เมษายน ๒๕๖๔)

GOOSHARED

TUMCIVIL.COM

สาขา : โยธา
วิชา : Structural Analysis

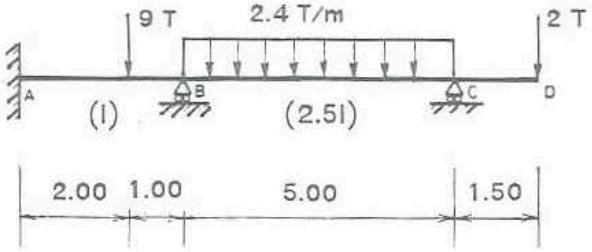
เนื้อหาวิชา : 534 : Analysis of indeterminate structures by elastic load method, methods of slope and deflection, moment distribution, strain energy

ข้อที่ 1 : ข้อใดเป็นการวิเคราะห์โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนทโดยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง(Displacment Method)

มี 2 วิธีหลัก
1) Force Method ตัวแรกต้อง เรว
2) Displacement Method ตัวแรกต้อง ต่างการเปลี่ยนตำแหน่ง

1 : Consistent Deformation Method
2 : Method of Three-Moment Equations
3 : Method of Least Work
4 : Column Analogy
5 : Slope-Deflection Method
คำตอบที่ถูกต้อง : 5

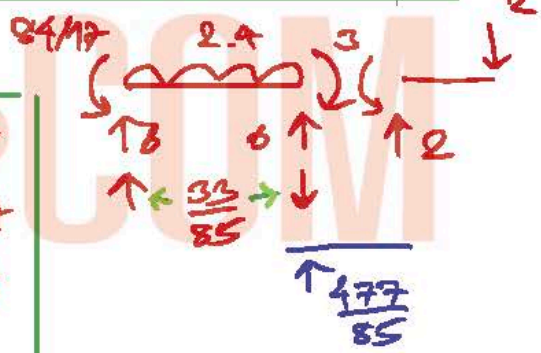
ข้อที่ 2 : จากคานต่อเนื่องรับน้ำหนักตามรูป จงวิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ C



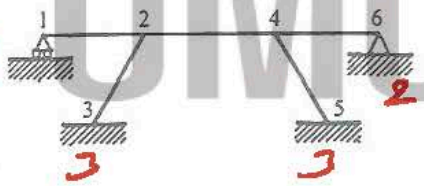
I/3 ~ 2 2.5I/5 ~ 3 kN kN
3/4(3) = 9/4

0	8/17	9/17	1	
-2	+4	-5	+5	-3
0	+8/17	+9/17	-2	
+9/17		-1		
0	+8/17	+9/17		
-34/17	+84/17	-84/17	+3	-3

1 : 7.62 ตัน
2 : 10 ตัน
3 : 15.61 ตัน
4 : 2 ตัน
5 : 5.61 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 1



ข้อที่ 3 : จงหาดีกรีอินดีเทอร์มิเนทของโครงสร้างดังรูป

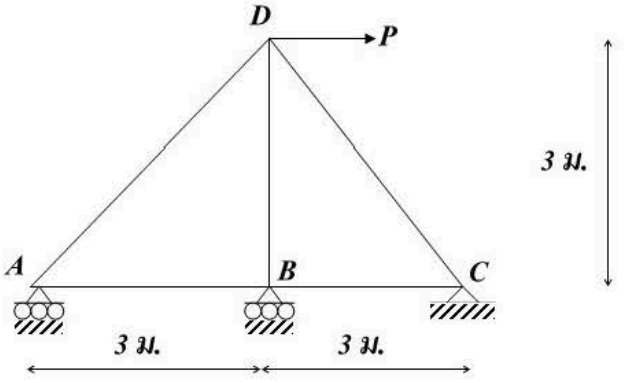


m = 5, r = 9, j = 6
3m + r = 24
3j = 18
∴ DI = 24 - 18 = 6

1 : 1
2 : 3
3 : 6
4 : 9
5 : 12
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

∴ $R_2 = \frac{477}{85} + 2$
$= 7.61 \uparrow$

ข้อที่ 4 : ให้หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงข้อหมุนที่จุด B เมื่อกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนมีขนาดเท่ากับ a และทำจากวัสดุเดียวกันทุกชิ้นส่วน



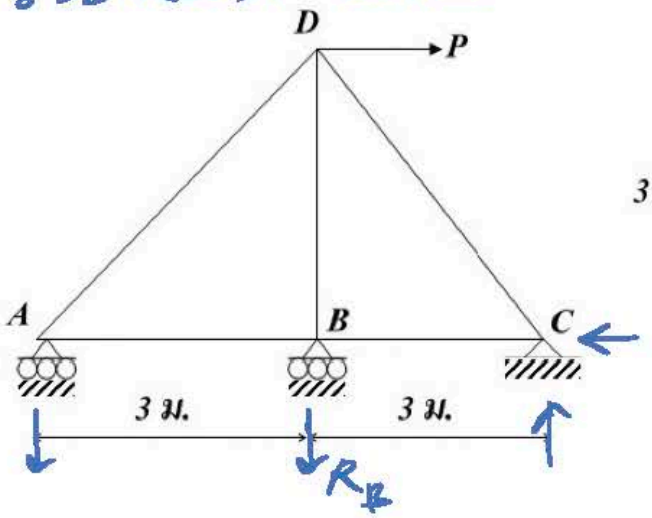
วิธีทำอยู่หน้าถัดไป

1 : 0.33P (Down)
2 : 0.42P (Down)
3 : 0.17P (Down)
4 : 0.26P (Down)
5 : 0.55P (Down)

TUMCIVIL.COM

ข้อ 4

ให้หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงข้อหมุนที่จุด B เมื่อกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนมีขนาดเท่ากับ a และทำจากวัสดุเดียวกันทุกชิ้นส่วน



1 : 0.33P (Down)
2 : 0.42P (Down)
3 : 0.17P (Down)
4 : 0.26P (Down)
5 : 0.55P (Down)

ใช้วิธี Least Work

$m = 5, r = 4, j = 4$

$5 + 4 > 2(4)$

∴ เป็นโครงแบบอัดแน่นภายใน

ภายนอก $DI = 9 - 8 = 1$

ให้ R_B เป็นตัวที่เกิน

พลังงานในโครงสร้างคือ

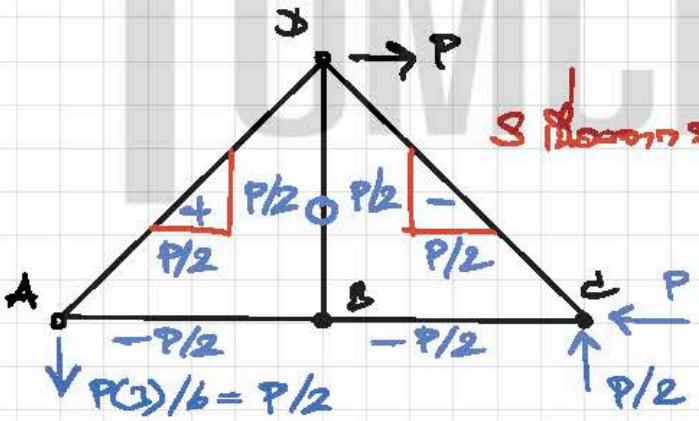
หลักการรวมแรง คือ

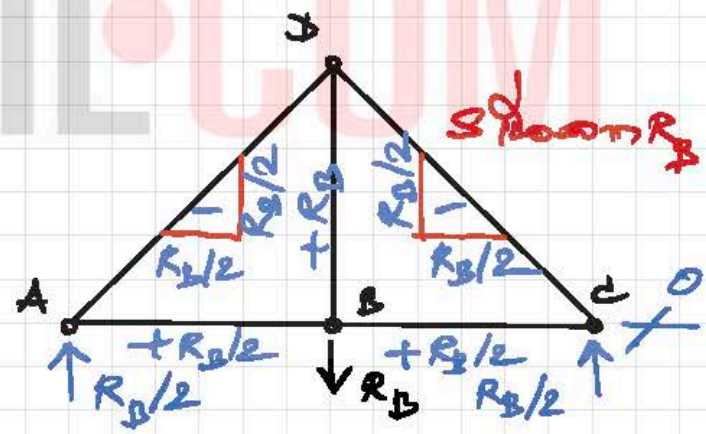
ผลของ P + ผลของ R_B

$\because \Delta_{VB} = 0 = \sum s(\partial s/\partial R_B)L/AE$

AE คงที่ $\therefore \frac{1}{AE}\sum s(\partial s/\partial R_B)L = 0$

$\sum s(\partial s/\partial R_D)L = 0$





Mem	S	$\partial s/\partial R_B$	L	$s(\partial s/\partial R_B)L$
AB	$-P/2 + R_B/2$	$+1/2$	3	$-3P/4 + 3R_B/4$
BC	$-P/2 + R_B/2$	$+1/2$	3	$-3P/4 + 3R_B/4$
BD	$0 + R_B$	$+1$	3	$+3R_B$
AD	$+\sqrt{2}P/2 - \sqrt{2}R_B/2$	$-\sqrt{2}/2$	$3\sqrt{2}$	$-3\sqrt{2}P/2 + 3\sqrt{2}\frac{R_B}{2}$
CD	$-\sqrt{2}P/2 - \sqrt{2}R_B/2$	$-\sqrt{2}/2$	$3\sqrt{2}$	$+3\sqrt{2}P/2 + 3\sqrt{2}\frac{R_B}{2}$
			$\sum$	$-\frac{3P}{2} + 8.743R_B$

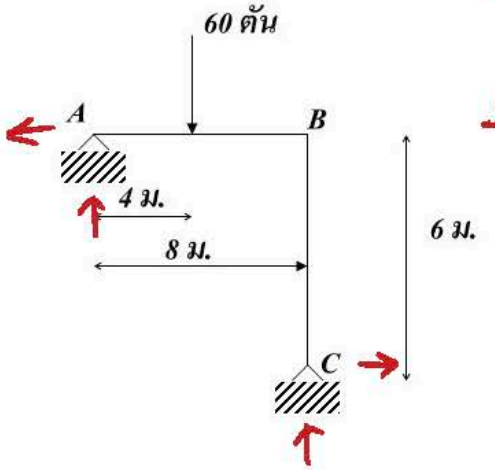
$\therefore -\frac{3P}{2} + 8.743R_B = 0$

$R_B = \frac{3P}{2} \cdot \frac{1}{8.743} = 0.17P \downarrow$

TUMCIVIL.COM

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 5 :
ให้ตรวจสอบว่าโครงข้อแข็งนี้มีเสถียรภาพระดับใด



$m = 2, r = 4, j = 3$

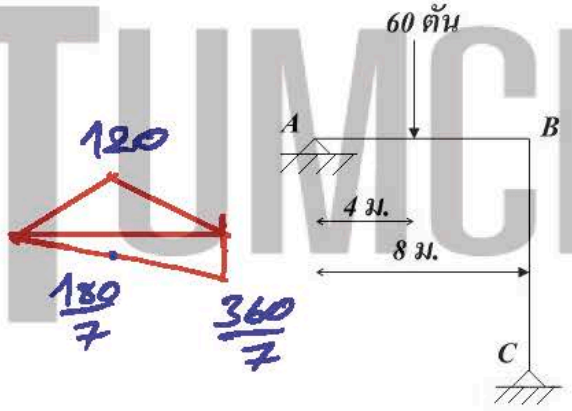
$3m + r = 10$

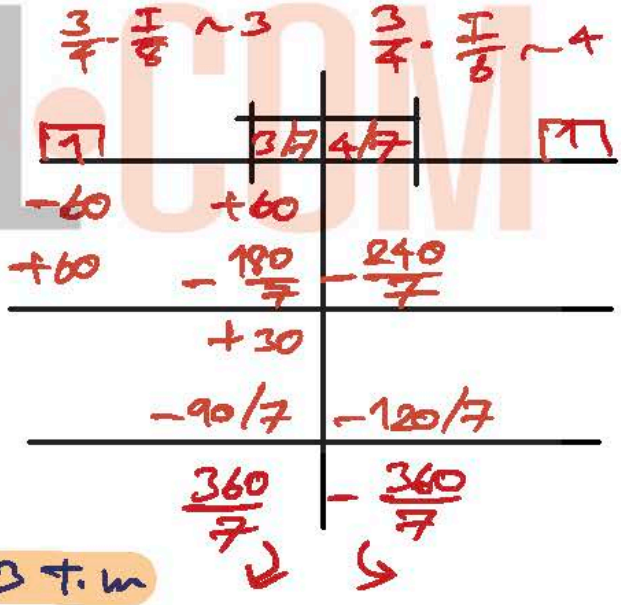
$3j = 9$

$\therefore DI = 10 - 9 = 1$

1 : Stable, Determinate
2 : Unstable, Indeterminate, Degree of indeterminacy = 1
3 : Stable, Indeterminate, Degree of indeterminacy = 2
4 : Unstable, Indeterminate, Degree of indeterminacy = 2
5 : Stable, Indeterminate, Degree of indeterminacy = 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 5

ข้อที่ 6 :
ให้หาโมเมนต์สูงสุดบนชิ้นส่วน AB ของโครงข้อแข็งเมื่อกำหนดให้ทุกชิ้นส่วนมีขนาดเท่ากันทำจากวัสดุที่เหมือนกัน





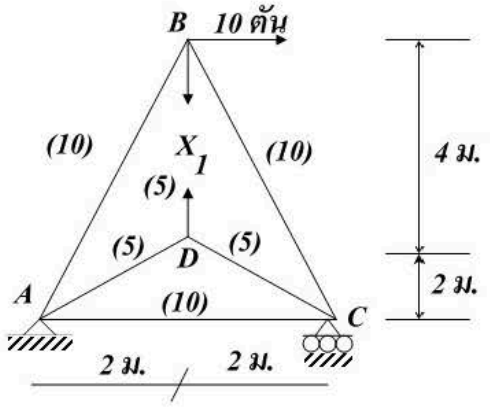
1 : 80.5 ตัน-เมตร
2 : 92.3 ตัน-เมตร
3 : 87.7 ตัน-เมตร
4 : 94.3 ตัน-เมตร
5 : 112.6 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

$\therefore M^{(+)}_{max} = 120 - \frac{180}{7}$

$= \frac{660}{7} = 94.3$ ต.ม.

ข้อที่ 7 :
ให้คำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน AB ของโครงข้อหมุน เมื่อกำหนดให้ตัวเลขที่ปรากฏในวงเล็บคือพื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน กำหนดให้แรงเกิน (Redundant force) ภายในชิ้นส่วน BD คือ X1

TUMCIVIL.COM



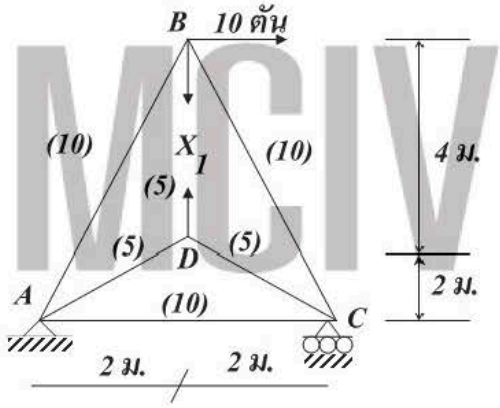
$S_{AB} = 5\sqrt{10} - \sqrt{10}X_1/6$
$= 15.81 - 0.53X_1$

1 : -11.24-56X1
2 : 3.55-0.32X1
3 : 0.707+3.12X1
4 : -2.12+3.15X1
5 : 11.24-0.56X1
คำตอบที่ถูกต้อง : 5

ข้อที่ 8 : 2

ให้คำนวณหาแรงเกิน X1 ของโครงข้อหมุนในชิ้นส่วน BD เมื่อกำหนดให้ตัวเลขที่ปรากฏในวงเล็บคือพื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน

$X_1 = +0.378$ T

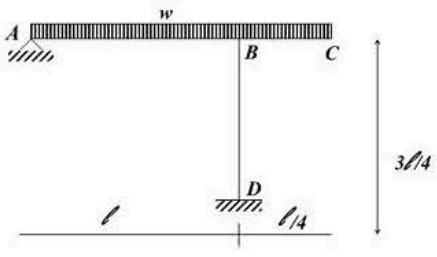


TUMCIVIL.COM

1 : 0.51 ตัน(ดึง)
2 : 0.33 ตัน(ดึง)
3 : 0.43 ตัน(ดึง)
4 : 0.25 ตัน(ดึง)
5 : 0.707 ตัน(ดึง)
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

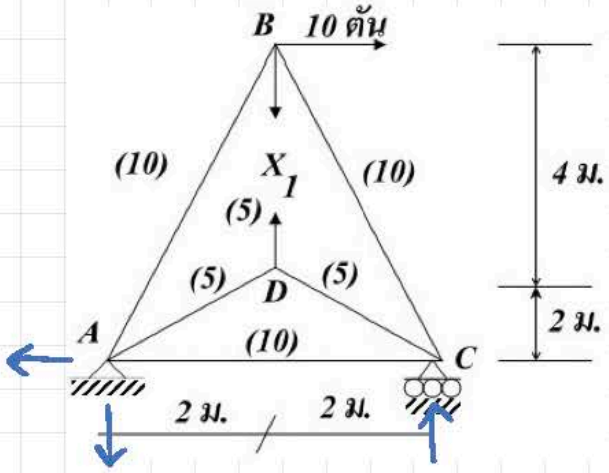
ข้อที่ 9 :

ให้หา fixed end moment ที่ปลายของโครงข้อแข็งดังภาพ



$$M_{ab}^F = -\frac{wl^2}{12} \quad , \quad M_{ba}^F = -\frac{wl^2}{12}$$

1 :



ใช้วิธี Least Work

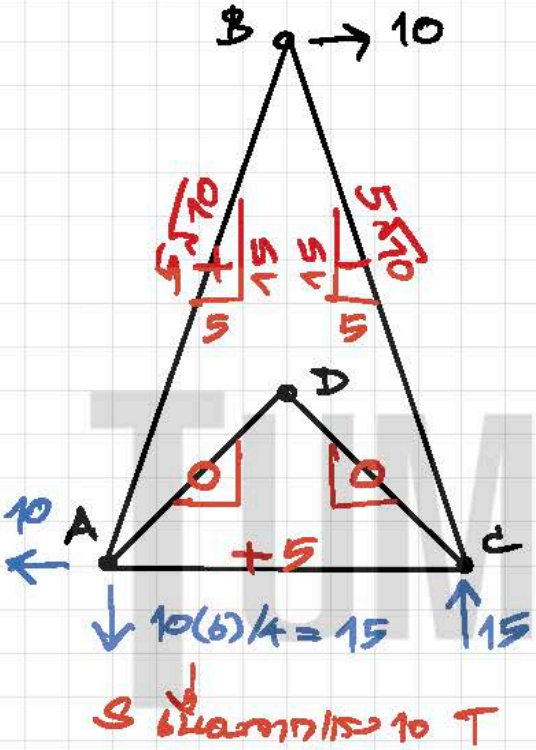
หาแรงภายใน (S) ในชิ้นส่วนของโครงสร้าง

ซึ่งจะเป็นผลมาจาก 1 หน่วยของแรง 10 T + 1 หน่วยของแรง X_1

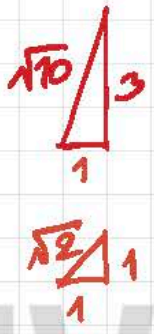
$\therefore \Delta_{BD} = 0 = \sum S(\partial S/\partial x_1) L/AE$

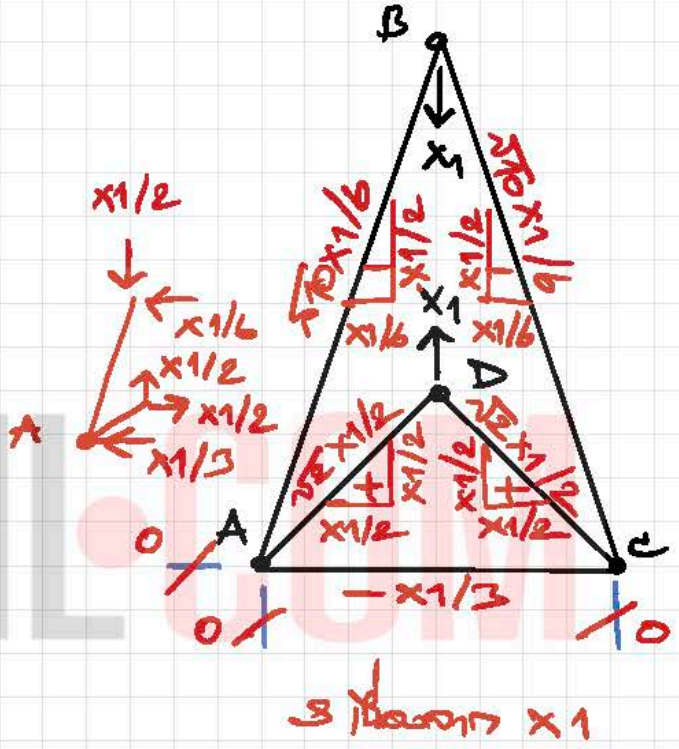
E คงที่ $\therefore \frac{1}{E}\sum S(\partial S/\partial x_1) L/A = 0$

$\sum S(\partial S/\partial x_1) L/A = 0$



1 หน่วยของแรง 10 T





1 หน่วยของแรง X_1

Mem	S	$\partial S/\partial x_1$	L/A	$S(\partial S/\partial x_1)L/A$
AC	$+5 - x_1/3$	$-1/3$	4/10	$-2/3 + 2x_1/45$
AB	$+5\sqrt{10} - \sqrt{10}x_1/6$	$-\sqrt{10}/6$	$2\sqrt{10}/10$	$-5\sqrt{10}/3 + \sqrt{10}x_1/18$
BC	$-5\sqrt{10} - \sqrt{10}x_1/6$	$-\sqrt{10}/6$	$2\sqrt{10}/10$	$+5\sqrt{10}/3 + \sqrt{10}x_1/18$
AD	$0 + \sqrt{2}x_1/2$	$+\sqrt{2}/2$	$2\sqrt{2}/5$	$0 + \sqrt{2}x_1/5$
CD	$0 + \sqrt{2}x_1/2$	$+\sqrt{2}/2$	$2\sqrt{2}/5$	$0 + \sqrt{2}x_1/5$
BD	$+ x_1$	1	4/5	$+ 4x_1/5$
			$\sum$	$-2/3 + 1.761x_1$

$\therefore -2/3 + 1.761x_1 = 0$

$x_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1.761} = 0.378$ T

TJMCIVIL.COM

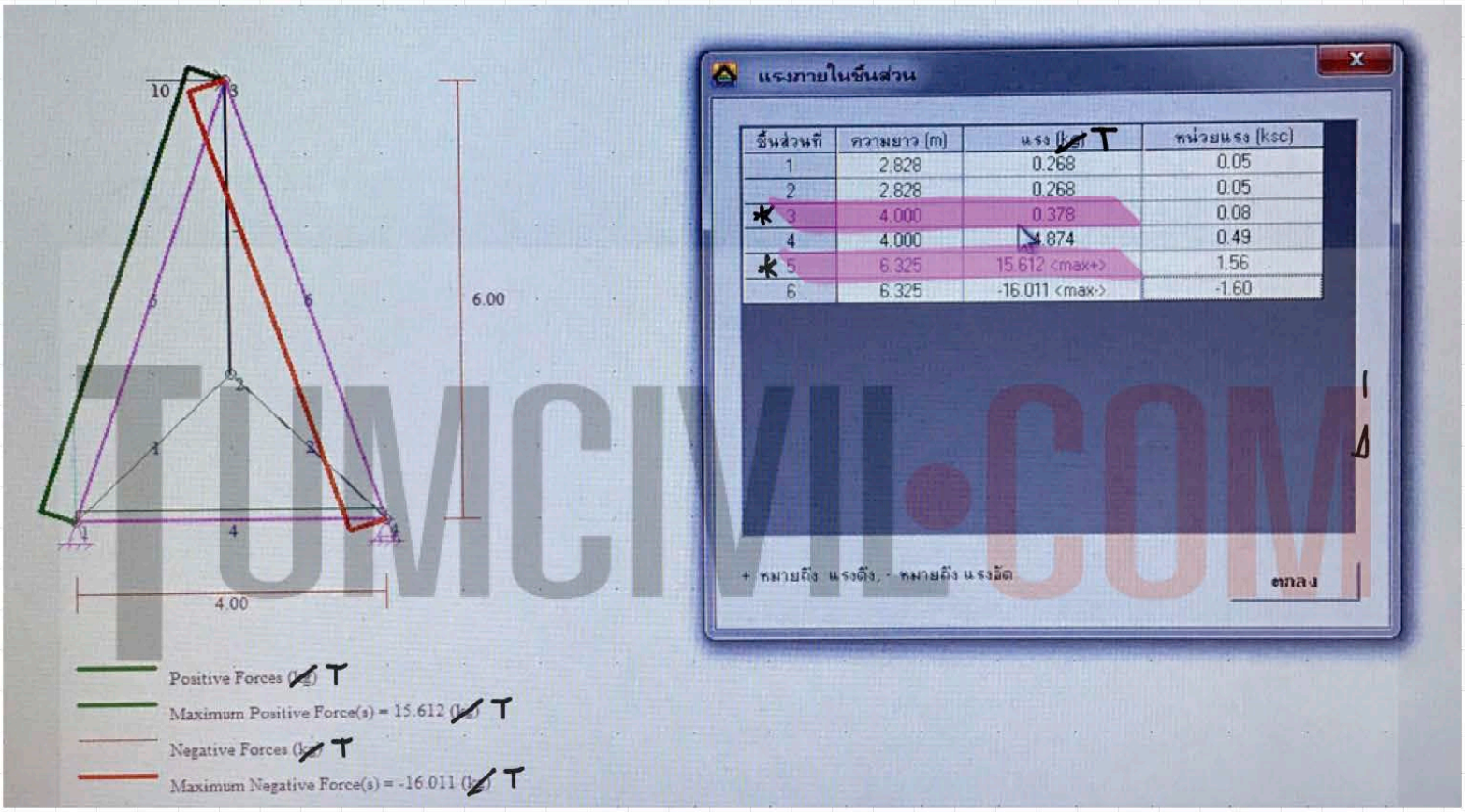
$\therefore$ แรงภายในชิ้นส่วน $AB = +5\sqrt{10} - \sqrt{10}X_1/6$

$= 15.81 - 0.53X_1$

$\because X_1 = +0.378$ T

$\therefore S_{AB} = 5\sqrt{10} - \sqrt{10}(0.378)/6$

$= +15.612$ T (Tension)



TUMCIVIL.COM

$$M_{ab}^F = -\frac{3wl^2}{4} \quad , \quad M_{ba}^F = -\frac{3wl^2}{4}$$

2 :

$$M_{ab}^F = -\frac{wl^2}{12} \quad , \quad M_{ba}^F = +\frac{wl^2}{12}$$

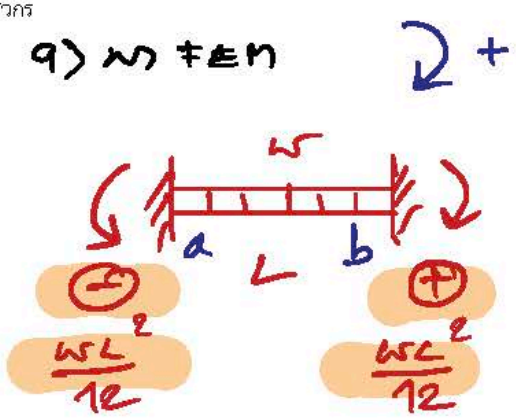
3 :

$$M_{ab}^F = -\frac{3wl^2}{4} \quad , \quad M_{ba}^F = +\frac{3wl^2}{4}$$

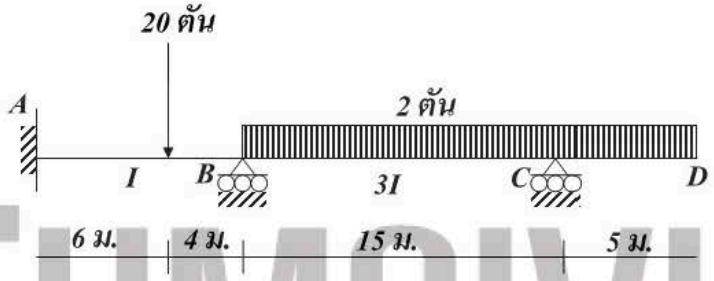
4 :

$$M_{ab}^F = -\frac{wl^2}{8} \quad , \quad M_{ba}^F = +\frac{wl^2}{8}$$

5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



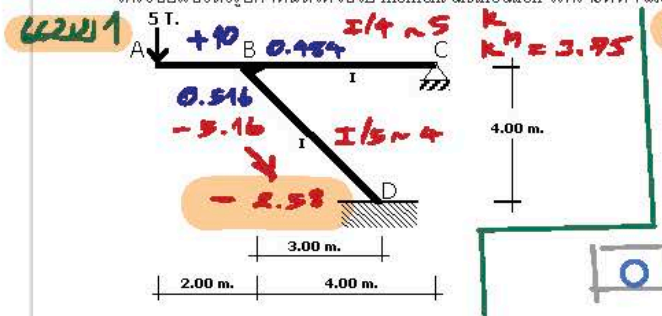
ข้อที่ 10 :
ในการวิเคราะห์คานต่อเนื่องโดยวิธีมุมลาด-ความแอ่นของคานดังรูปมีความจำเป็นต้องใช้สมการสมดุลที่จุดต่อทั้งหมดกี่สมการ

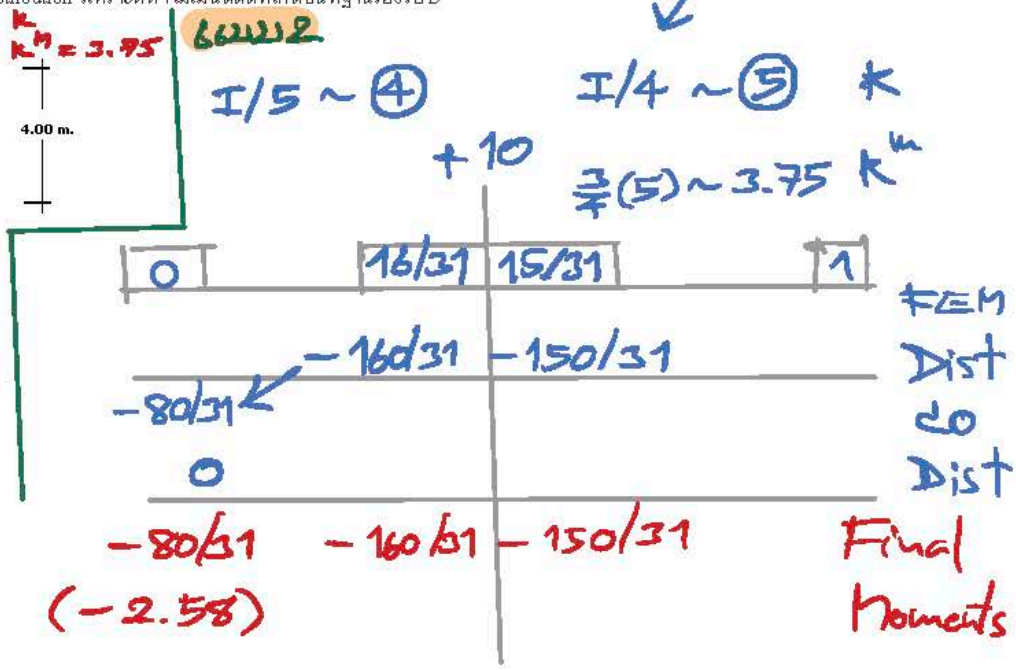


TUMCIVIL.COM

1 : 5 สมการ
2 : 4 สมการ
3 : 3 สมการ
4 : 2 สมการ
5 : 1 สมการ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 11 :
โครงข้อแข็งดังรูปกำหนดให้ใช้วิธี moment distribution วิเคราะห์หาโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่ฐานรองรับ D

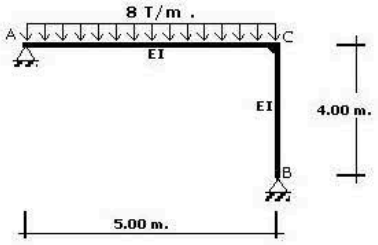


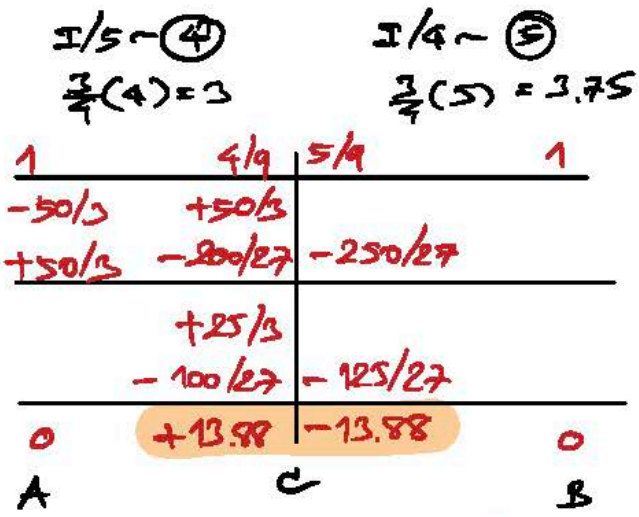


1 : 2.58 T-m
2 : 3.28 T-m
3 : 4.58 T-m
4 : 5.28 T-m
5 : 6.78 T-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 12 :

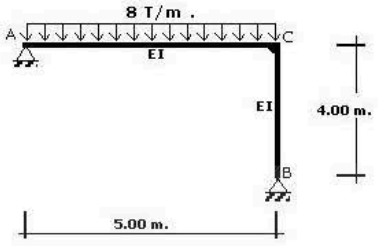
ข้อที่ 12 จงวิเคราะห์หาโมเมนต์ดัดที่เกิดที่จุดต่อ C ของโครงข้อแข็งดังรูป

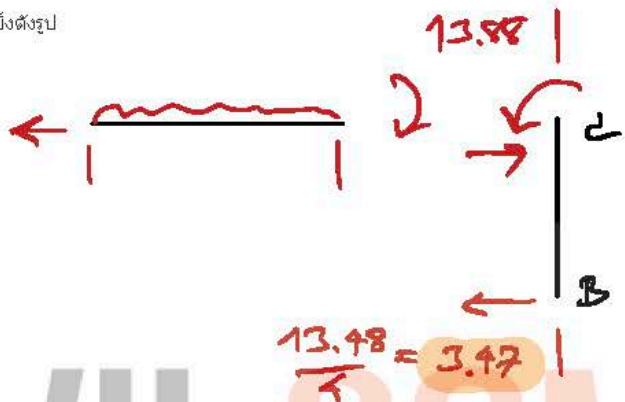




1 : 10.88 T-m
2 : 13.88 T-m
3 : 16.88 T-m
4 : 17.22 T-m
5 : 24.22 T-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

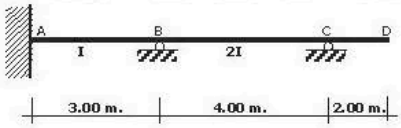
ข้อที่ 13 :
จงวิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยาในแนวนอนที่เกิดที่ฐานรองรับ B ของโครงข้อแข็งดังรูป

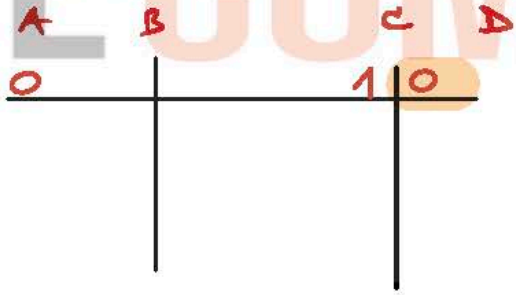




1 : 2.72 T
2 : 3.47 T
3 : 4.22 T
4 : 4.31 T
5 : 6.54 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

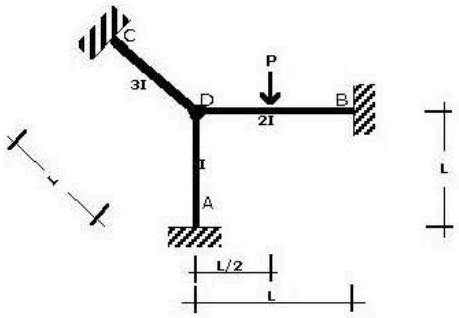
ข้อที่ 14 :
คานต่อเนื่องดังแสดงในรูป ถ้าวิเคราะห์โดยวิธีการกระจายโมเมนต์ค่าตัวกระจาย CD มีค่าเป็น

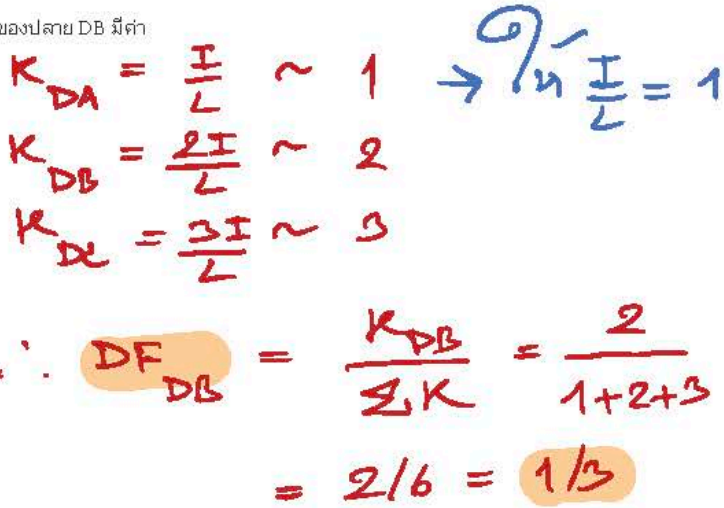




1 : 0
2 : 1/2
3 : 2/5
4 : 3/5
5 : 4/5
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 15 :
โครงข้อแข็งดังรูปถ้าทำโดยวิธี การกระจายโมเมนต์ ค่าสัมประสิทธิ์ตัวกระจายของปลาย DB มีค่า



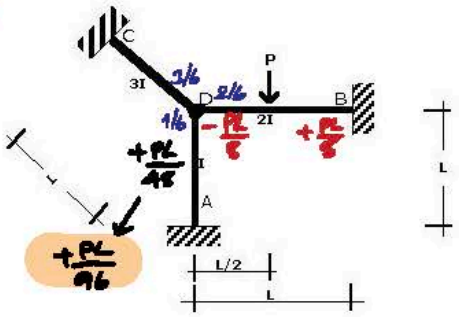


1 : 1
2 : 1/2
3 : 1/3
4 : 1/6
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

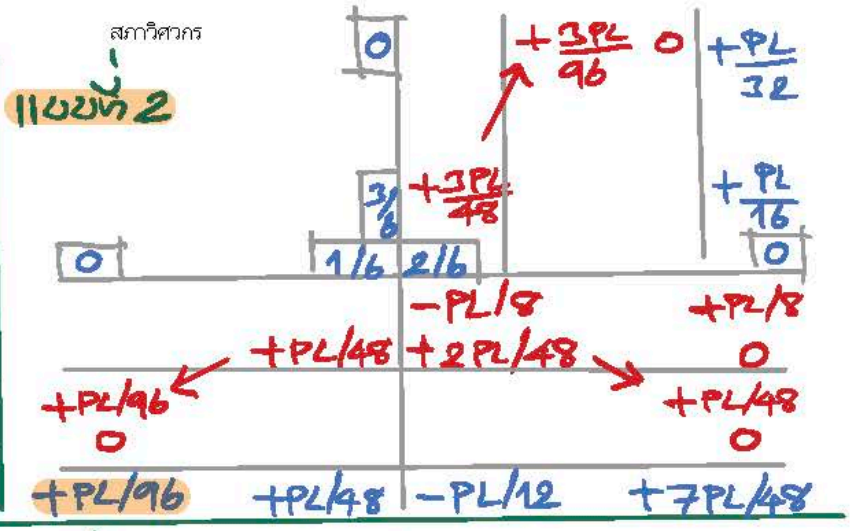
TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 16 :
ค่าโมเมนต์ดัดที่ปลาย AD มีค่าเท่าใด

แบบที่ 1



แบบที่ 2



1 : PL/16
2 : PL/24
3 : PL/48
4 : PL/96
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

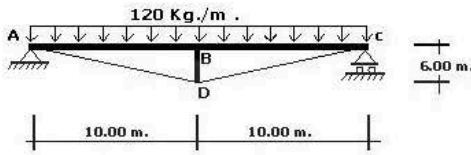
ใช้ Three Moment

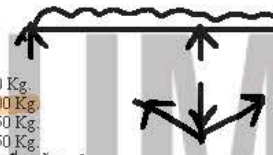
$$0+2M_B(10+10)+0=-\frac{120(10)^3}{4}-\frac{120(10)^3}{4}$$

$$M_B=-\frac{60000}{40}$$

$$=-1500$$

ข้อที่ 17 :
จงใช้วิธีการกระจายโมเมนต์วิเคราะห์หาแรงในชิ้นส่วน BD

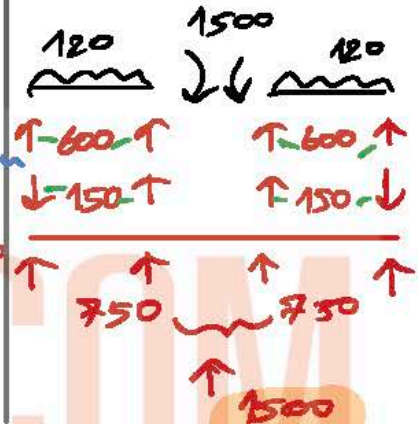




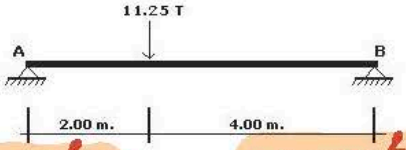
1 : 750 Kg.
2 : 1500 Kg.
3 : 1750 Kg.
4 : 2250 Kg.
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

Moment Distribution

1	0.5	0.5	1
-1000	+1000	-1000	+1000
1000	0	0	-1000
500			-500
0	1500	-1500	0



ข้อที่ 18 :
คานรับแรงดังรูปจะต้องใช้โมเมนต์กระทำที่ปลาย A และ B เป็นเท่าไรปลายทั้งสองถึงจะไม่เกิดการหมุน



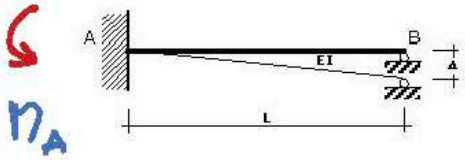
$\frac{11.25(4)^2(2)}{6^2}$ → 10 $\qquad$ $\frac{11.25(2)^2(4)}{6^2}$ → 5

1 : 8 และ 4 T-m.
2 : 10 และ 5 T-m.
3 : 12 และ 6 T-m.
4 : 14 และ 7 T-m.
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

หลายคน ถ้าเปลี่ยนที่รองรับเป็นแบบ
ยึดแน่น ซึ่งทำให้ θ_A และ θ_B เท่ากับ 0
M_A และ M_B จะมีค่าเท่าใด

$\frac{Pb^2a}{L^2}$ $\frac{Pa^2b}{L^2}$

ข้อที่ 19 :
คาน AB ที่ B ทรุดตัวลง ดังแสดงในรูป จงหาสมการของโมเมนต์ยึดแน่นที่ฐานรองรับ A



M_A

$M_B' = \Delta$

ตามแนวแรงเฉือน

$\frac{M_A}{EI}$

$\frac{1}{2}(L)\left(\frac{M_A}{EI}\right)=\frac{M_AL}{2EI}$

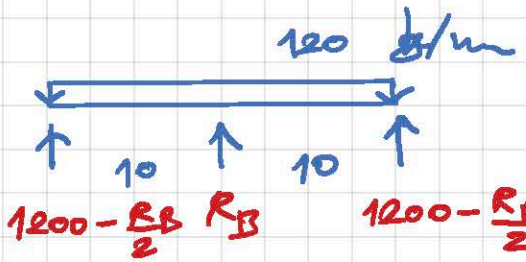
-12EIΔ/L²
1 :
-24EIΔ/L²
2 :
-3EIΔ/L²
3 :
-6EIΔ/L²
4 :

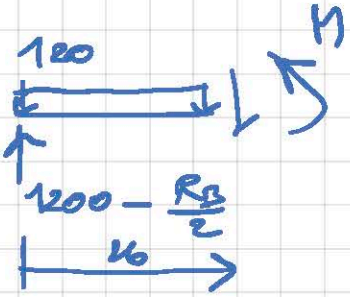
$$\therefore \Delta=-\frac{M_AL}{2EI}\cdot\frac{2L}{3}=-\frac{M_AL^2}{3EI}$$

$$M_A=-3EI\Delta/L^2$$

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 17 สมัย 33 Least Work





$$M = (1200 - \frac{R_B}{2})x_0 - 120\frac{x_0^2}{2} = -\frac{R_B x_0}{2} + 1200x_0 - 60x_0^2$$

$$\partial M/\partial R_B = \frac{x_0}{2}$$

$$M\left(\frac{\partial M}{\partial R_B}\right) = -\frac{R_B x_0^2}{4} + 600x_0^2 - 30x_0^3$$

$$\because \int_0^{10} M\left(\frac{\partial M}{\partial R_B}\right)\frac{dx_0}{EI} = 0$$

$$\therefore 2\int_0^{10}\left(-\frac{R_B x_0^2}{4} + 600x_0^2 - 30x_0^3\right)\frac{dx_0}{EI} = 0$$

$$2\left[-R_B\frac{x_0^3}{12} + 200x_0^3 - 30\frac{x_0^4}{4}\right]_0^{10} = 0$$

$$2\left[-\frac{R_B}{12}(10)^3 + 200(10)^3 - \frac{30}{4}(10)^4\right] = 0$$

$$2\left(-\frac{250}{3}R_B + 200000 - 75000\right) = 0$$

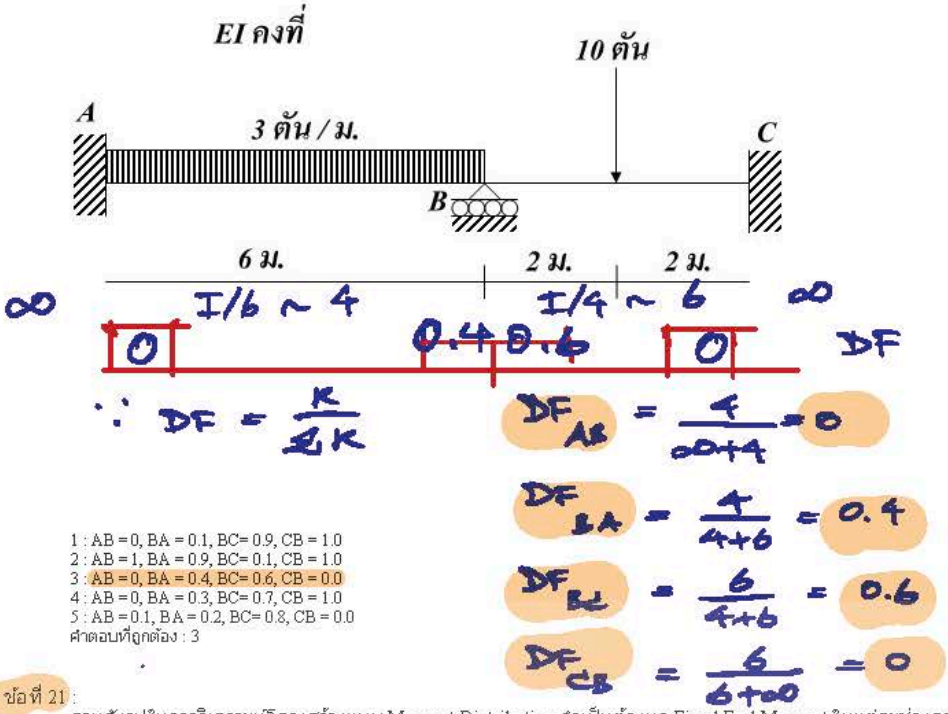
$$R_B = 250000\left(\frac{3}{500}\right)$$

$$= 1500 \text{ kg} \uparrow \quad \neq$$

TUMCIVIL.COM

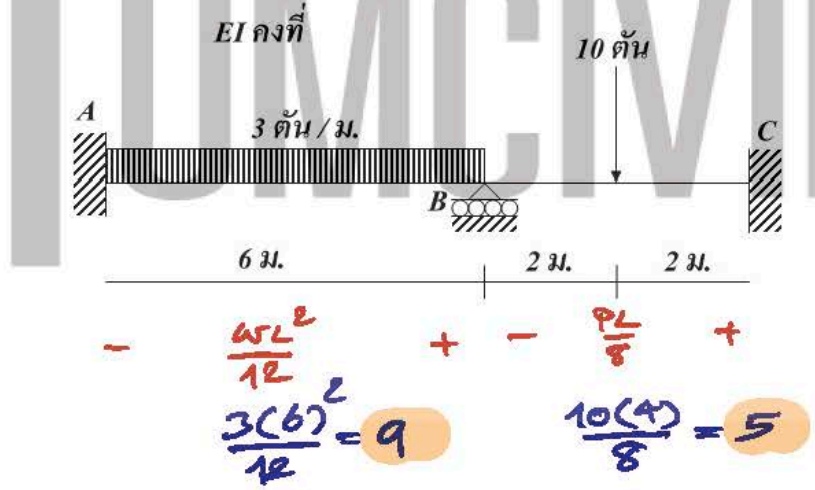
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 20 :
คานดังรูปให้หาค่า Distribution Factor ที่ฐานรองรับในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบ Moment Distribution



1 : AB = 0, BA = 0.1, BC= 0.9, CB = 1.0
2 : AB = 1, BA = 0.9, BC= 0.1, CB = 1.0
3 : AB = 0, BA = 0.4, BC= 0.6, CB = 0.0
4 : AB = 0, BA = 0.3, BC= 0.7, CB = 1.0
5 : AB = 0.1, BA = 0.2, BC= 0.8, CB = 0.0
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

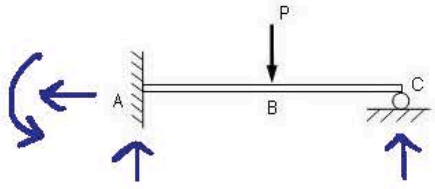
ข้อที่ 21 :
คานดังรูปในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบ Moment Distribution จำเป็นต้องหา Fixed End Moment ในแต่ละช่วงคาน ข้อใดถูกต้อง



TUMCIVIL.COM

1 : AB = -7 T-m, BA = -8 T-m, BC = +8 T-m, CB = -6 T-m
2 : AB = -9 T-m, BA = +9 T-m, BC = -5 T-m, CB = +5 T-m
3 : AB = +7 T-m, BA = +8 T-m, BC = -8 T-m, CB = +6 T-m
4 : AB = +9 T-m, BA = -9 T-m, BC = +5 T-m, CB = -5 T-m
5 : AB = -8 T-m, BA = +8 T-m, BC = +9 T-m, CB = -9 T-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

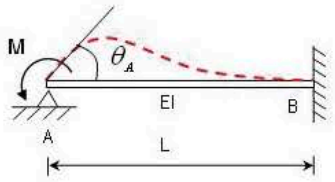
ข้อที่ 22 :
คำใดไม่สามารถเลือกเป็น Redundant ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างสอดคล้อง (Method of Consistent Deformation)



1 : R_A
2 : M_A
3 : R_C
4 : M_C
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 23 :

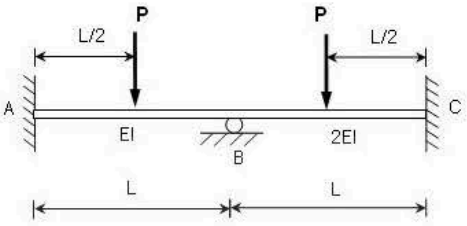
ค่ามุมลาดเอียงที่จุด A (θ_A) มีค่าเท่าใด



1 : 0
2 : ML/3EI
3 : ML/4EI
4 : ML/6EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 24 :

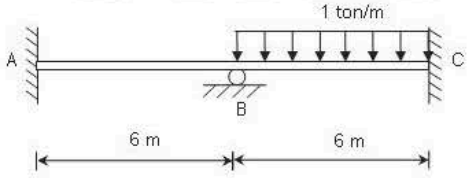
จงเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ที่จุดรองรับ A และ C (M_A และ M_C)



1 : เท่ากัน และเท่ากับศูนย์
2 : เท่ากัน แต่ไม่เท่ากับศูนย์
3 : M_A มีค่ามากกว่า M_C
4 : M_C มีค่ามากกว่า M_A
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 25 :

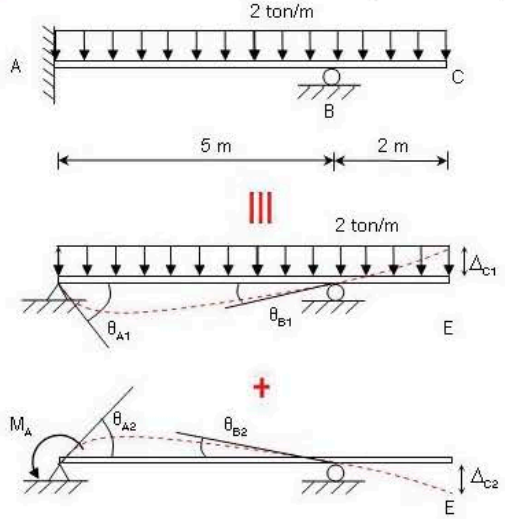
กำหนด EI มีค่าคงที่ โมเมนต์ที่จุดรองรับ A มีค่าเท่าใด



1 : 0
2 : 0.75 T.m
3 : 1.5 T.m
4 : 3.75 T.m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 26 :

ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างสอดคล้อง (Method of Consistent Deformation) สมการ Compatibility คือสมการใด



TUMCIVIL.COM

1 : $\theta_{A1} = \theta_{A2}$

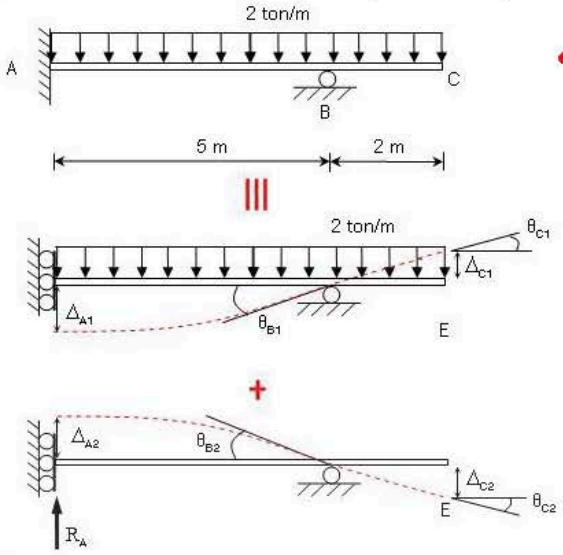
2 : $\theta_{B1} = \theta_{B2}$

3 : $\theta_{A1} + \theta_{B1} = \theta_{A2} + \theta_{B2}$

4 : $\Delta_{C1} = \Delta_{C2}$

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 27 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างสอดคล้อง (Method of Consistent Deformation) สมการ Compatibility คือสมการใด



จากโจทย์ให้หาแรงปฏิกิริยา R_A

$\Delta_{\text{ของโครงสร้าง}} + \Delta_{R_A} = 0$

$\Delta_{A1} \downarrow - \Delta_{A2} \uparrow = 0$

$\Delta_{A1} = \Delta_{A2}$

1 : $\Delta_{A1} = \Delta_{A2}$

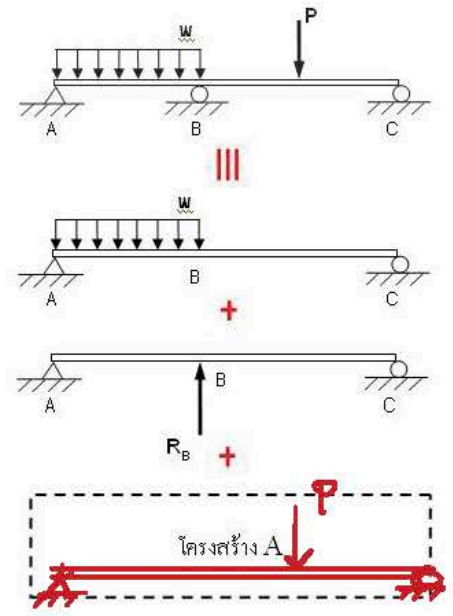
2 : $\theta_{B1} = \theta_{B2}$

3 : $\Delta_{C1} = \Delta_{C2}$

4 : $\theta_{C1} = \theta_{C2}$

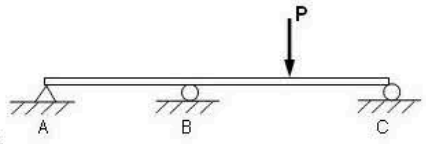
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 28 :
จากหลักการของ Superposition โครงสร้างที่ต้องวิเคราะห์เพิ่ม (โครงสร้าง A) คือข้อใด

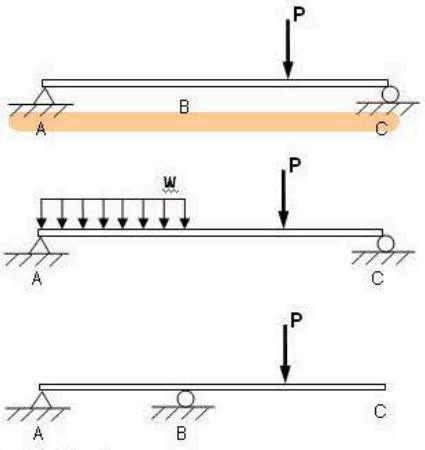


จากโจทย์ให้หาแรงปฏิกิริยา R_B

โครงสร้างที่ต้องวิเคราะห์เพิ่ม ก็คือโครงสร้างที่ได้จากการแยกแรงปฏิกิริยาออกมาเป็น 2 หน่วยย่อย

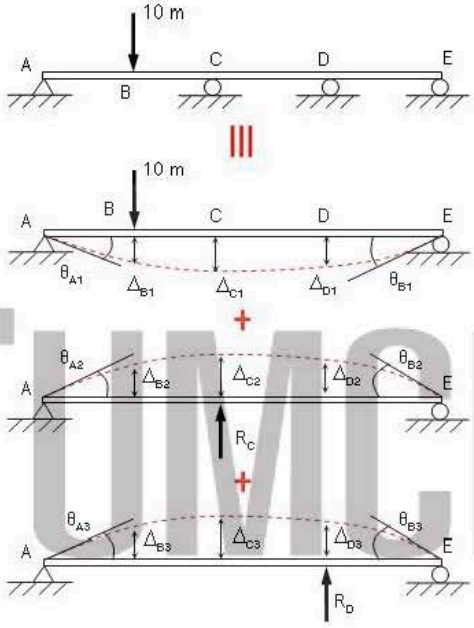
1 :


TUMCIVIL.COM



2 :
3 :
4 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 29 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างสอดคล้อง (Method of Consistent Deformation) สมการ Compatibility คือสมการใด



A) $\theta_{A1} = \theta_{A2} + \theta_{A3}$
B) $\Delta_{B1} = \Delta_{B2} + \Delta_{B3}$
C) $\Delta_{C1} = \Delta_{C2} + \Delta_{C3}$ ✓
D) $\Delta_{D1} = \Delta_{D2} + \Delta_{D3}$ ✓
E) $\theta_{F1} = \theta_{F2} + \theta_{F3}$

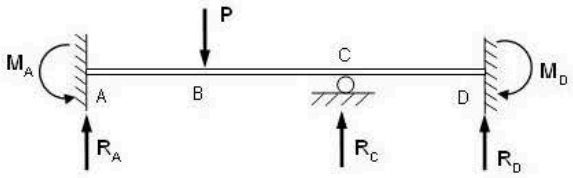
ข้อเกินคือ R_C และ R_D
∴ ใช้ compatibility ที่เกี่ยวกับ R_C และ R_D ข้อ

ดังนั้น $\Delta_{C1} - \Delta_{C2} - \Delta_{C3} = 0$
$\Delta_{D1} - \Delta_{D2} - \Delta_{D3} = 0$

∴ $\Delta_{C1} = \Delta_{C2} + \Delta_{C3}$
$\Delta_{D1} = \Delta_{D2} + \Delta_{D3}$

1 : A และ E
2 : C และ D
3 : B, C และ D
4 : ถูกทุกข้อ
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 30 :
Redundant ชุดใดไม่เหมาะสมในการเลือกเพื่อวิเคราะห์โครงสร้างต่อไปนี้



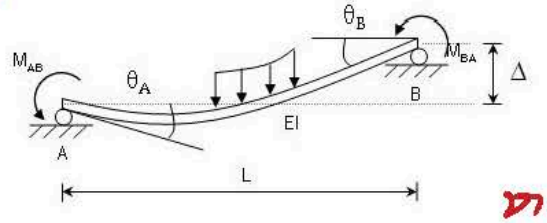
1 : M_A, M_D, R_C
2 : R_C, R_D, M_D
3 : M_A, M_C, M_D
4 : R_A, R_C, R_D
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อเกินเท่ากับ 3
1) เหมาะสม
2) เหมาะสม
3) M_C ไม่ใช่ redundant ที่เกินข้อเกิน
4) ไม่เหมาะสม เพราะมีแรงปฏิกิริยาน้อยกว่า

ข้อที่ 31 :

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 31 : ข้อใดคือสมการ Slope-Deflection ในการวิเคราะห์โครงสร้าง (หมายเหตุ: FEM = Fixed End Moment)



สมการ

$M = M_\theta + M_\Delta + FEM$

1 :
$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(4\theta_A + 2\theta_B - 6\frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{AB}$$
$$M_{BA} = \frac{EI}{L}\left(2\theta_A + 4\theta_B - 6\frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{BA}$$

2 :
$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(4\theta_A + 2\theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{AB}$$
$$M_{BA} = \frac{EI}{L}\left(2\theta_A + 4\theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{BA}$$

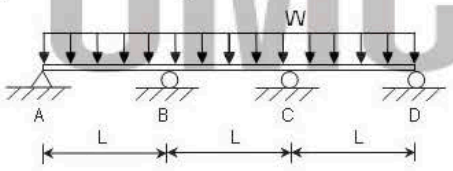
3 :
$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{AB}$$
$$M_{BA} = \frac{EI}{L}\left(\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{BA}$$

4 :
$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{AB}$$
$$M_{BA} = \frac{EI}{L}\left(\theta_A + 2\theta_B - 3\frac{\Delta}{L}\right) + FEM_{BA}$$

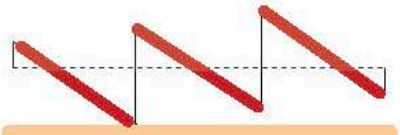
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

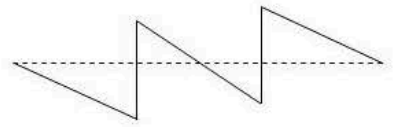
TUMCIVIL.COM

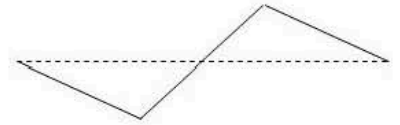
ข้อที่ 32 : รูปร่าง Shear Force Diagram ของโครงสร้างนี้มีลักษณะเช่นใด

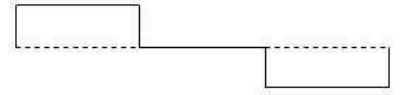


แรงเฉือนมีค่า ≠ 0 ทั้ง Support + เมื่อรับแบบแต่ละช่วงสม่ำเสมอ เส้นแรงเฉือนจะเป็นเส้นตรงที่มีความชัน

1 :


2 :


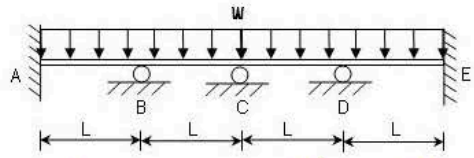
3 :


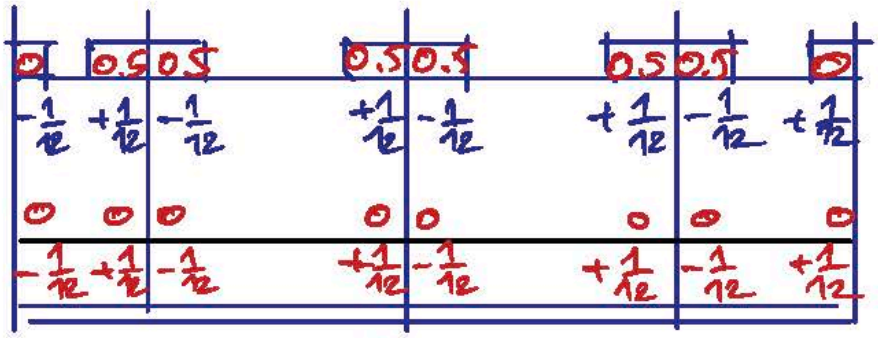
4 :


คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 33 :

โมเมนต์ลบที่มากที่สุดในโครงสร้างมีค่าเท่าใด





1 : 0

2 : $\frac{wL^2}{24}$

3 : $\frac{wL^2}{12}$

4 : $\frac{wL^2}{8}$

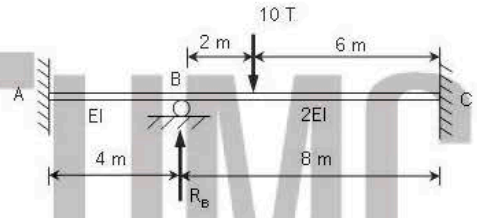
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

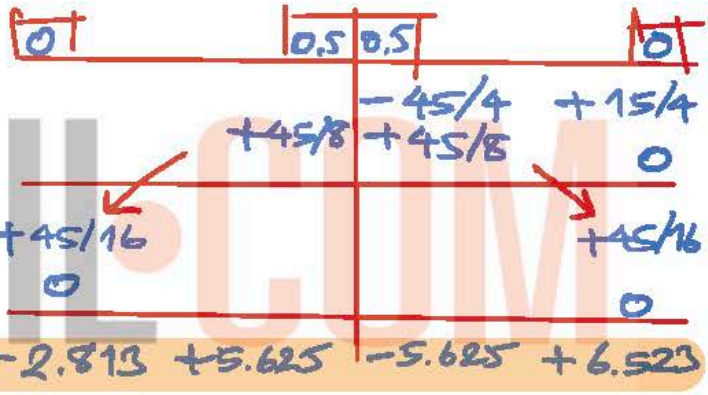
ข้อที่ 34 :

จากการวิเคราะห์โครงสร้างเบื้องต้น ได้ค่าโมเมนต์ในส่วนโครงสร้างดังต่อไปนี้

$M_{AB} = -4.5\ T.m,\ M_{BA} = -9\ T.m,\ M_{BC} = 9\ T.m,\ M_{CB} = -4.875\ T.m$

ค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ B (R_B) มีค่าเท่าใด

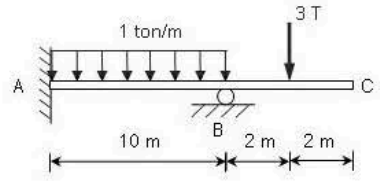


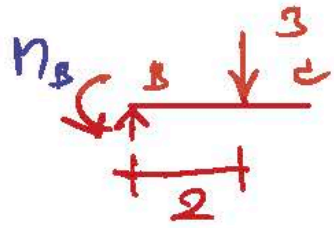


1 : 3.375 T
2 : 6.39 T
3 : 7.5 T
4 : 11.39 T
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 35 :

โมเมนต์ภายในที่จุดรองรับ B มีค่าเท่าใด

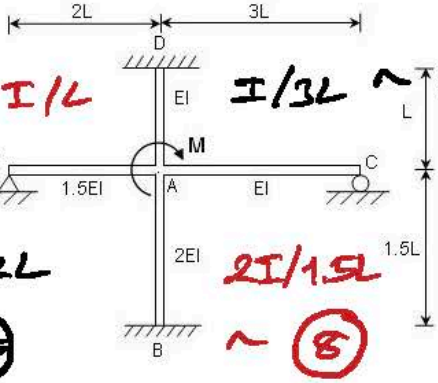




1 : 0
2 : 3 T.m
3 : 4.5 T.m
4 : 6 T.m
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 36 :

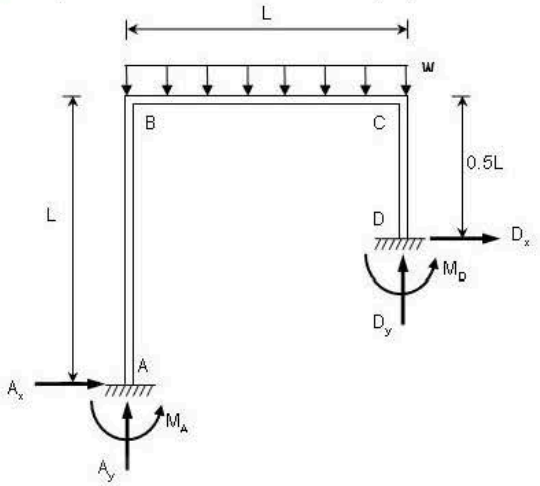
ค่า End moment ค่าใดมีค่ามากที่สุด



TUMCIVIL.COM

1 : M_{AB}
2 : M_{AC}
3 : M_{AD}
4 : M_{AE}
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 37 :
ในวิธี Slope-Deflection นอกเหนือจากสมการสมดุลที่จุดต่อ ยังต้องการสมการใดเพิ่มเติมเพื่อสามารถวิเคราะห์โครงสร้างแบบ Side Sway ได้



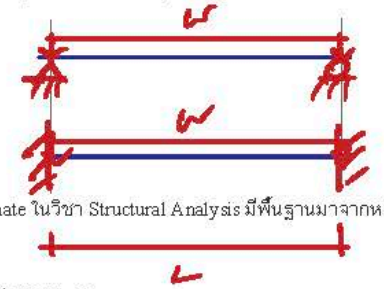
1 : $M_{AB} + M_{DC} = 0$
2 : $A_x + D_x = 0$
3 : $M_A + M_D = 0$
4 : $A_y + D_y = 0$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 38 :
ตามที่ท่านได้ศึกษาการวิเคราะห์โครงสร้างที่เป็นโครงสร้างแบบ Determinate และโครงสร้างแบบ Indeterminate ท่านคิดว่าข้อใดเป็นข้อเสียของโครงสร้างแบบ Indeterminate

1 : ความยาวของชิ้นส่วนมีความยาวเกินไปหรือสั้นเกินไปอาจมีปัญหากับการเสียหายของโครงสร้าง
2 : ความยาวของชิ้นส่วนมีความยาวเกินไปหรือสั้นเกินไปไม่มีปัญหากับการเสียหายของโครงสร้าง
3 : การเคลื่อนตัวเล็กน้อยไม่มีผลกระทบต่อโครงสร้าง
4 : โครงสร้างแบบ Indeterminate ปลอดภัยกว่า
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 39 :
ภายใต้แรงขนาดเท่ากันและกระทำที่ตำแหน่งเดียวกัน โครงสร้าง statically indeterminate จะมีหน่วยแรง (stress) สูงสุดเกิดขึ้นเป็นอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับโครงสร้าง statically determinate ที่มีขนาดและรูปร่างเหมือนกันทุกประการ

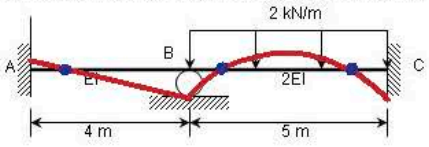
1 : มากกว่า
2 : น้อยกว่า
3 : มากกว่าหรือเท่ากับ
4 : น้อยกว่าหรือเท่ากับ
คำตอบที่ถูกต้อง : 2



ข้อที่ 40 :
การวิเคราะห์โครงสร้าง statically indeterminate ในวิชา Structural Analysis มีพื้นฐานมาจากหลักการ principle of superposition ข้อใดต่อไปนี้คือข้อจำกัดข้อหนึ่งในการใช้หลักการดังกล่าว

1 : จุดเชื่อมต่อของโครงสร้างเป็นจุดเชื่อมต่อแบบแกร่ง (rigid joint)
2 : ภายใต้แรงกระทำ วัสดุของโครงสร้างจะต้องมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น
3 : การเปลี่ยนตำแหน่งที่เกิดขึ้นบนโครงสร้างต้องมีค่ามากๆ
4 : ใช้ได้เฉพาะโครงสร้างจำพวกคานและโครงข้อแข็ง
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 41 :
จากรูป คานมีจุดดัดกลับ (inflection point) ทั้งหมดกี่จุด



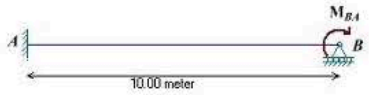
1 : 2 จุด
2 : 3 จุด
3 : 4 จุด

TUMCIVIL.COM

4 : 5 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 42 :

จากรูป ถ้า flexural rigidity EI ของคานมีค่า 100,000 kN-m^2 และคานมี slope เกิดขึ้นที่จุด B หรือ θ_B มีค่า 0.0010 เรเดียน เนื่องจากโมเมนต์ดัด M_{BA} จงหาค่า โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่จุด A



$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{\Delta_{AB}}{L}) + FEM_{AB}$

$= 2EI\theta_B/L$

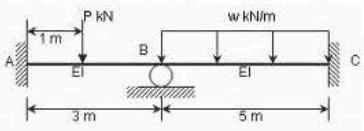
$= 2(100,000)(0.0010)/10$

$= 20$ kN-m

1 : 20 kN-m
2 : 40 kN-m
3 : 60 kN-m
4 : 80 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 43 :

จากรูป ถ้า flexural rigidity EI ของคานมีค่า 10,000 kN-m^2 และโมเมนต์ดัด M_{AB} = -9.252 kN-m จงหามุม θ_B ที่เกิดขึ้น เมื่อ fixed-end moment เนื่องจาก load P ที่ A มีค่า -8.888 kN-m และที่ B มีค่า +4.444 kN-m



$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{\Delta_{AB}}{L}) + FEM_{AB}$

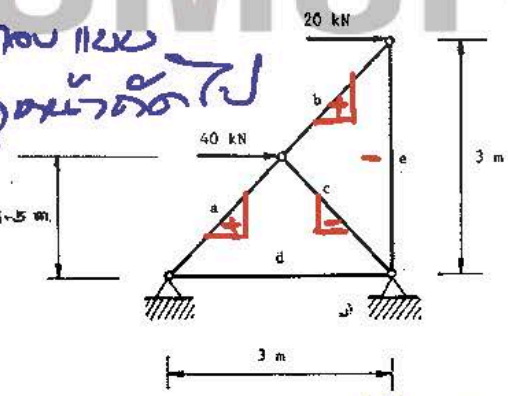
$= \frac{2EI}{5}\theta_B - 8.888 = -9.252$

$\therefore \theta_B = \frac{5}{2EI}(-9.252 + 8.888) = -0.546/EI$

1 : 0.546/EI
2 : 27.21/EI
3 : -0.546/EI
4 : -27.21/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 44 :

ให้หา แรงภายใน ของ member ทุกตัว (a, b, c , d และ e) ในโครงสร้างต่อไปนี้



$\frac{L(m)}{A(cm^2)} = 2$

E = Const.

Figure 1.1

$20\sqrt{2} = 28.28$

$40\sqrt{2} = 56.56$

ถ้าใช้การประยุกต์จากหลักการ จากหลักการ การรับแรง แรง แรงข้อขอบของแต่ละชิ้นส่วน

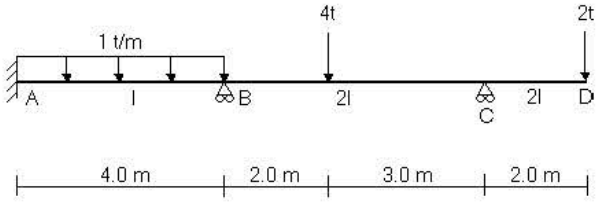
a +
b +
c -
d ผิดไม่แน่
e -

∴ ไม่มีคำตอบ ข้อใดที่ d และ e เป็นลบ ต้องข้อ 4

1 : 0, 28.28, 28.28, 20, -20 kN
2 : 20, 28.28, 28.28, 20, -20 kN
3 : -20, 28.28, 0, 20, -20, 56.56 kN
4 : 56.56, 28.28, -28.28, 0, -20 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 45 :

จากโครงสร้างดังรูป จงตอบคำถาม โดยวิธี Moment Distribution
ค่า Modified Stiffness factor ของคานช่วง B C มีค่าเท่าใด



$K^M_{BC} = \frac{3EI}{L}$

$= \frac{3E(2I)}{5}$

$= \frac{6EI}{5}$

1 : $\frac{3EI}{5}$

TUMCIVIL.COM

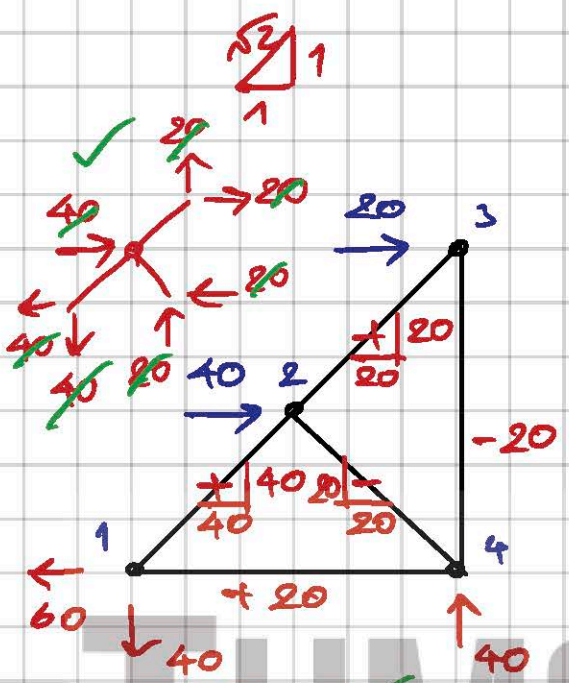
ข้อ 44 $m = 5,\ r = 4,\ j = 4$

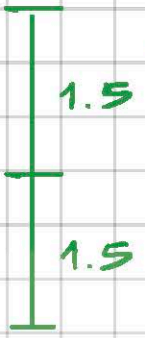
$\therefore m + r = 9,\ 2j = 8$: ดังนั้นโครงข้อแข็ง $DI = 4 - 3 = 1$

ใช้วิธี Least Work หาแรง H_4 ซึ่งเป็นแรงสถิตเกิน

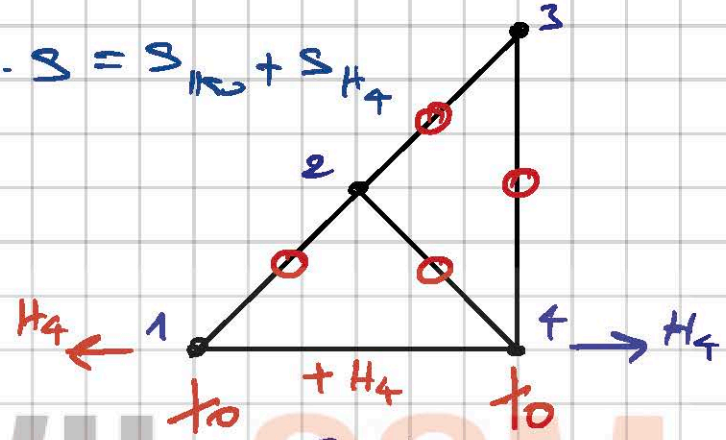
$$\therefore \Delta_{H_4} = 0 = \sum S\left(\frac{\partial S}{\partial H_4}\right)\frac{L}{AE}$$

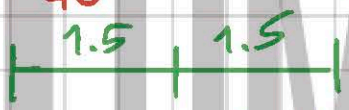
หา S เนื่องแรงที่มากระทำแทน H_4





$\therefore S = S_{เดิม} + S_{H_4}$





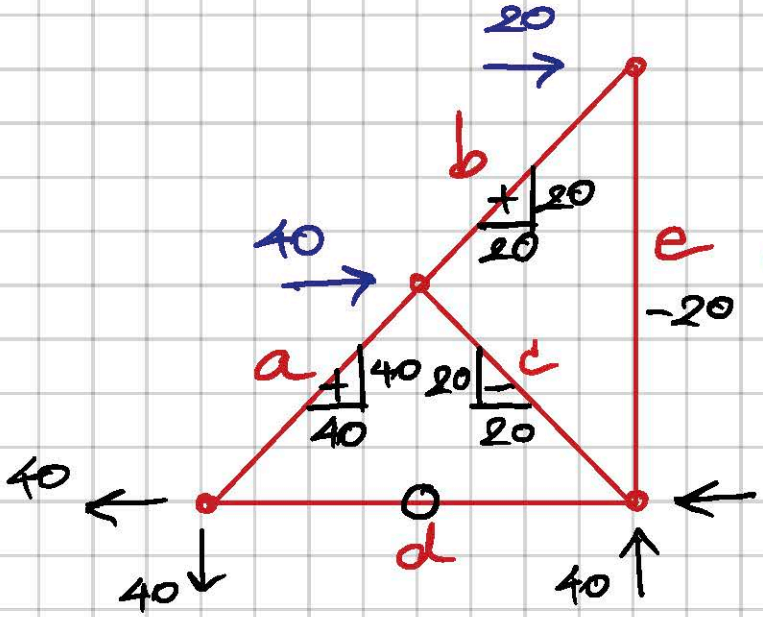
$\therefore$ ชิ้นส่วน 1-4 เท่านั้นที่ $\partial S/\partial H_4 \neq 0$

$\therefore 0 = S(\partial S/\partial H_4)(L/AE)$ ของชิ้นส่วน 1-4

AE/L คงที่ทุกชิ้น : $0 = S(\partial S/\partial H_4)$

$(20 + H_4)(1) = 0$; $H_4 = -20 = 20\ T \leftarrow$

หาแรงในชิ้นส่วนต่างๆ ในชิ้นส่วนโครงข้อแข็งรูป



$a = +40\sqrt{2} = 56.56$

$b = +20\sqrt{2} = 28.28$

$c = -20\sqrt{2} = -28.28$

$d = 0$

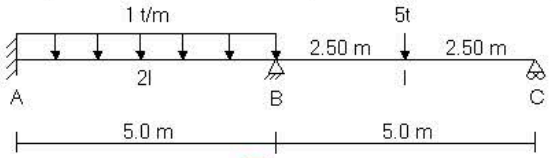
$e = -20$

#

TUMCIVIL.COM

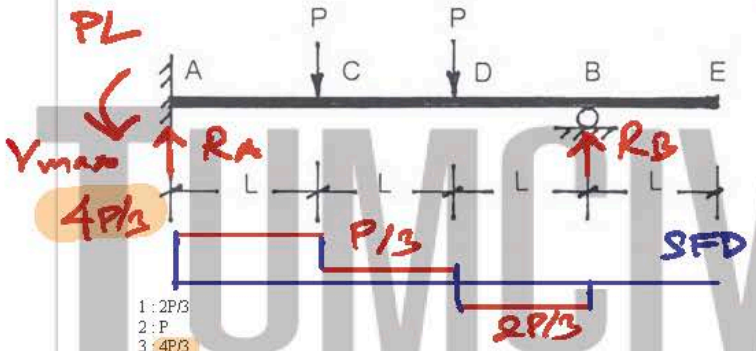
2 : $\frac{4EI}{5}$
3 : $\frac{6EI}{5}$
4 : $\frac{8EI}{5}$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 46 :
คานต่อเนื่องรูป ถ้าวิเคราะห์โดย Method of Slope and Deflection ค่า Boundary Condition ข้อใดผิด



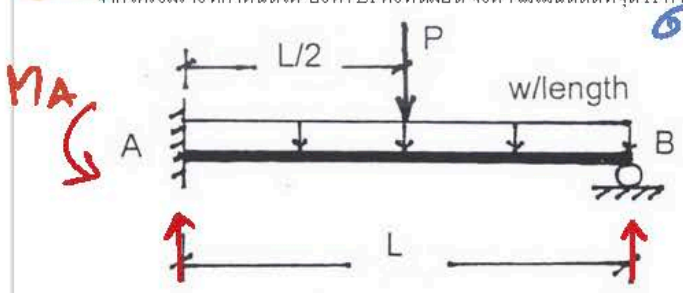
1 : $\theta_A = 0$
2 : $M_{CB} = M^F_{CB}$
3 : $M_{BA} + M_{BC} = 0$
4 : ไม่มีคำตอบที่ผิด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 47 :
จากโครงสร้างที่กำหนดให้ ชิ้งค่า EI คงที่ตลอด แรงเฉือนมากที่สุดมีค่าเท่ากับ



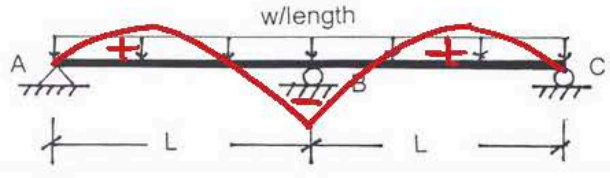
1 : 2P/3
2 : P
3 : 4P/3
4 : 2P
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 48 :
จากโครงสร้างที่กำหนดให้ ชิ้งค่า EI คงที่ตลอด จงหาโมเมนต์ดัดที่จุด A กำหนดให้ w = 1.0 ตัน/เมตร P = 2 ตัน L = 6 เมตร



1 : 2.25 ตัน-เมตร
2 : 4.50 ตัน-เมตร
3 : 6.75 ตัน-เมตร
4 : 7.50 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 49 :
คานต่อเนื่อง 2 ช่วง มีหน้าตัดคงที่ รับน้ำหนัก ดังรูป ค่าโมเมนต์ดัดชนิดลบที่มากที่สุดจะอยู่ที่

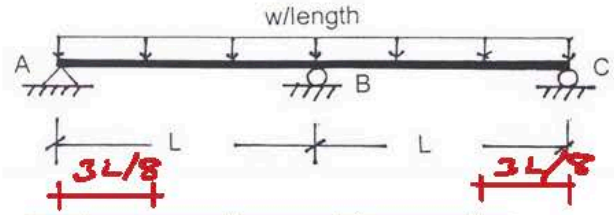


1 : จุดรองรับ A หรือ C
2 : จุดรองรับ B
3 : จุดใดจุดหนึ่งระหว่างช่วง AB และ BC
4 : ไม่มีข้อใดถูก

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

50-51 $\because M_A = 0 = M_C$

ข้อที่ 50 :
คานต่อเนื่อง 2 ช่วง มีหน้าตัดคงที่ รับน้ำหนัก ดังรูป โมเมนต์ดัดชนิดบวกที่มากที่สุดจะอยู่

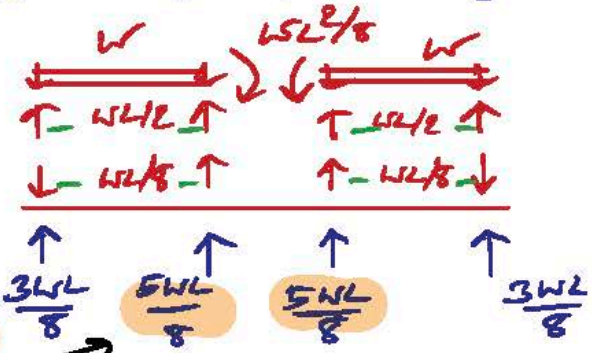


1 : ตรงจุดที่ห่างจากจุดรองรับ A หรือ C น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของช่วง AB หรือ BC
2 : ตรงจุดที่ห่างจากจุดรองรับ A หรือ C มากกว่าครึ่งหนึ่งของช่วง AB หรือ BC
3 : ตรงจุดรองรับ A หรือ C
4 : ตรงกึ่งกลางคานของช่วง AB และ BC
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

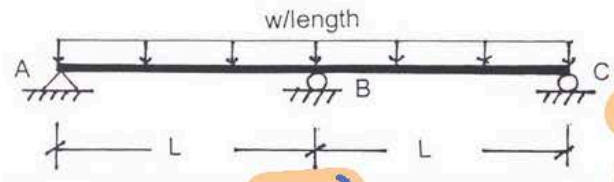
ใช้วิธี Three Moment หา M_B

$2M_B(2L) = -\frac{wL^3}{4} - \frac{wL^3}{4} = -\frac{wL^3}{2}$

$M_B = -\frac{wL^3}{2} \cdot \frac{1}{4L} = -\frac{wL^2}{8}$



ข้อที่ 51 :
คานต่อเนื่อง 2 ช่วง มีหน้าตัดคงที่ รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าแรงเฉือนมากที่สุด



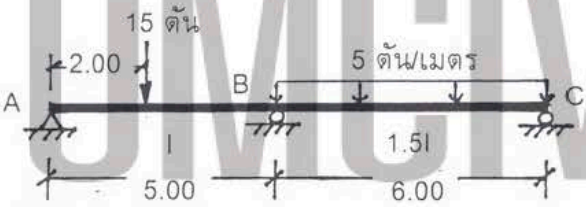
50) 51) V_{max}

1 : 3wL/8
2 : wL/2
3 : 5wL/8
4 : 5wL/4
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

M^+_{max} เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง $V = 0$ ซึ่งเท่ากับ

$\frac{3wL}{8} \cdot \frac{1}{w} = \frac{3L}{8}$ (จากซ้าย หรือ ขวาก็ได้)

ข้อที่ 52 :
คานต่อเนื่อง 2 ช่วง แต่ละช่วงมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดชนิดบวกที่มากที่สุดในช่วง AB



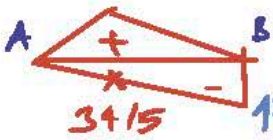
ใช้ Three Moment Eq. หา M_B

$2M_B\left(\frac{5}{I} + \frac{6}{1.5I}\right) = -\frac{15(2)}{5I}(5^2 - 2^2) - \frac{5(6)^3}{4(1.5I)}$

$15(2)(3)/5 = 18$

$M_B = -306/[2(9)]$

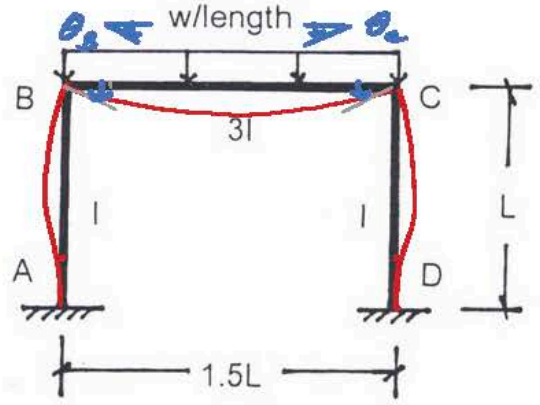
$= -17$



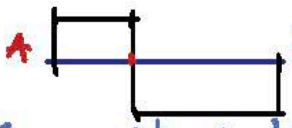
$\therefore M^+_{max}$ ของ AB $= 18 - \frac{34}{5} = 11.2$

1 : 6.8 ตัน-เมตร
2 : 11.2 ตัน-เมตร
3 : 15.4 ตัน-เมตร
4 : 18.0 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 53 :
โครงข้อแข็ง ABCD รับน้ำหนัก ดังรูป จะเห็นว่าเป็นโครงเฟรมที่สมมาตรและรับน้ำหนักที่สมมาตรด้วย ดังนั้น จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด



* M^+_{max} เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง $V = 0$ หรือผ่านจุด

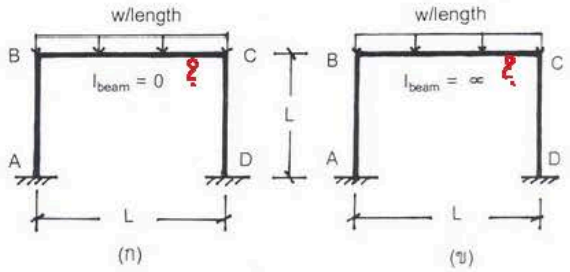


ดังนั้น ข้อ 52 ต้อง M^+_{max} ที่ V ผ่านจุด

1 : มุมหมุนที่จุด B เท่ากับมุมหมุนที่จุด C และหมุนในทิศทางเดียวกัน
2 : มุมหมุนที่จุด B เท่ากับมุมหมุนที่จุด C แต่หมุนในทิศทางตรงกันข้าม
3 : โครงเฟรมไม่มีการเซ และมุมหมุนที่จุด B เท่ากับที่จุด C และมีทิศทางเดียวกัน
4 : โครงเฟรมไม่มีการเซ และมุมหมุนที่จุด B เท่ากับที่จุด C และมีทิศทางตรงกันข้าม
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

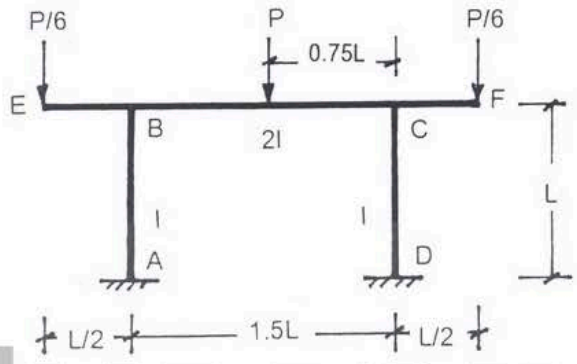
ข้อที่ 54 :
มีโครงข้อแข็ง ABCD 2 โครง คือ โครง (ก) และ (ข) ซึ่งมีขนาดและความยาวของเสาเท่ากัน ความยาวของคานเท่ากัน และน้ำหนักบรรทุกบนคานมีค่าเท่ากัน แต่คานในโครง (ก) มีโมเมนต์อินเนอร์เชียน้อยกว่าคานในโครง (ข) ดังนั้น จะพบว่า

TUMCIVIL.COM



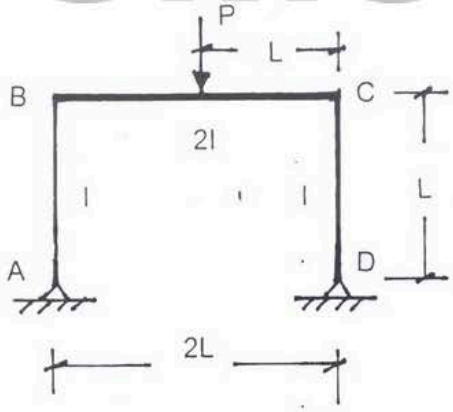
1 : เสาของโครง (ก) รับแรงอัดตามแนวแกนได้เท่ากันกับเสาของโครง (ข)
2 : เสาของโครง (ก) รับแรงอัดตามแนวแกนได้น้อยกว่าเสาของโครง (ข)
3 : เสาของโครง (ก) รับแรงอัดตามแนวแกนได้มากกว่าเสาของโครง (ข)
4 : ไม่มีข้อใดถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 55 :
โครงข้อแข็ง ABCD รับน้ำหนัก ดังรูป จะพบว่าเสาในโครงเฟรม



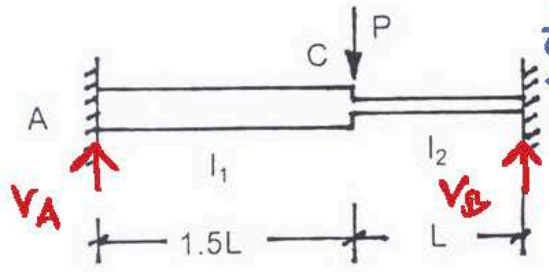
1 : รับแรงอัดและโมเมนต์ดัดซึ่งทำให้เสาโก่งทางเดียว
2 : รับแรงอัดและโมเมนต์ดัดซึ่งทำให้เสาโก่งสองทาง มีจุดดัดกลับห่างจากจุด A เท่ากับ L/2
3 : รับแรงอัดและโมเมนต์ดัดซึ่งทำให้เสาโก่งสองทาง มีจุดดัดกลับห่างจากจุด A เท่ากับ L/3
4 : รับแรงอัดและโมเมนต์ดัดซึ่งทำให้เสาโก่งสองทาง มีจุดดัดกลับห่างจากจุด A เท่ากับ L/4
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 56 :
โครงข้อแข็ง ABCD รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัด M_{BC} กำหนดให้ P = 5 ตัน L = 4 เมตร

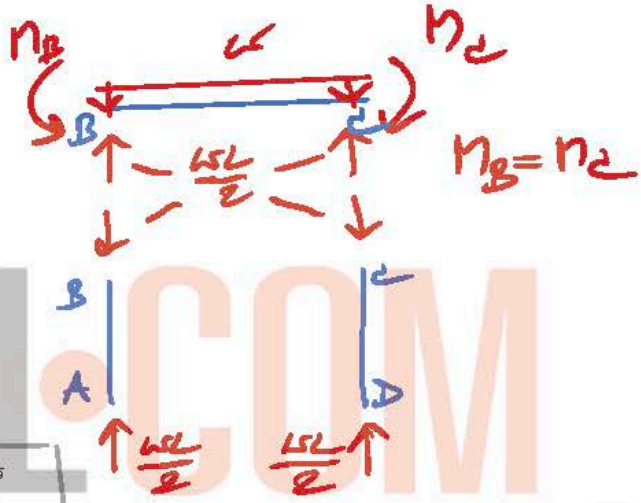


1 : 4.00 ตัน-เมตร
2 : 3.00 ตัน-เมตร
3 : 2.00 ตัน-เมตร
4 : 1.00 ตัน-เมตร
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 57 :
ในการวิเคราะห์คาน ACB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ โดยวิธี slope-deflection ต้องใช้สมการสมดุลทั้งหมด คือ



∴ โครงรูป (ก) และ (ข) มีความสมมาตร และรับน้ำหนักเหมือนกัน โมเมนต์ที่เกิดขึ้นที่ปลายเสาทั้งสองต้นจึงมีค่าเท่ากันคือ $wL^2/12$



วิธีทำข้อที่ 55,56 อยู่หน้าถัดไป

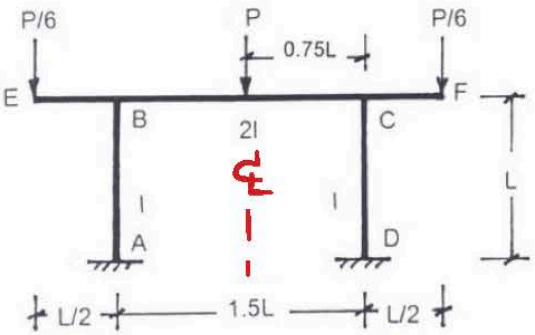
ข้อ 57
แนวคิด
* แยกคานเป็น AC และ CB แล้วเขียนสมการ $M_{AC}, M_{CA}, M_{CB}, M_{BC}$
* หาไม่ทราบค่า คือ θ_C และ Δ_C (ซึ่ง Δ_C แบ่งได้เป็น Δ_{CA} และ Δ_{BC})
* ดังนั้น จึงสามารถเขียนสมการได้ 2 สมการ

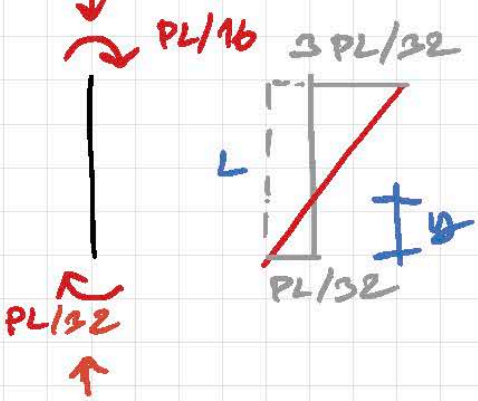
$\curvearrowleft \sum M_C = 0 = M_{CA} + M_{CB}$ —①

$\uparrow \sum V = 0 = V_A + V_B - P$ —②

* แปลง V_A, V_B ให้อยู่ในรูป $M_{AC}, M_{CA}, M_{CB}, M_{BC}$

55) เฟรมต่อเนื่องนี้ ไม่มีการเคลื่อนข้าง





จุด $M = \frac{1}{2} K$ ของชิ้นส่วน BE

$M_{BE} = +\frac{P}{6}\left(\frac{L}{2}\right) = +PL/12$

$FEM_{BE} = -P(1.5L)/8 = -3PL/16$

I/L ~ ① 2I/1.5L ~ 4/3 (1/2)(4/3) = 2/3

K					
K^M					
	+PL/12			−PL/12	
0	3/5	2/5			0 DF
		−3PL/16			FEM
	+PL/16	+PL/24			Dist
+PL/32	0	0			CO
0	0	0			Dist
+PL/32	+PL/16	−7PL/48	+PL/16	−7PL/48	+PL/32 Final Moments

$\frac{y}{PL/32} = \frac{L}{3PL/32}$

$y = \frac{PL}{32} \cdot \frac{32L}{3PL} = L/3$

Check: $\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_B = 0$

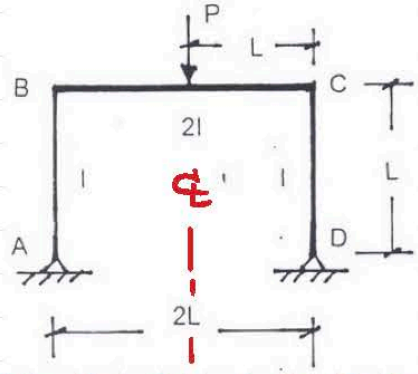
$= +\frac{PL}{12} + \frac{PL}{16} - \frac{7PL}{48}$ ✓

∴ (สามารถตรวจเฟรม (ชิ้นส่วน AB และ DE) รับแรงอัดแกน

โมเมนต์ดัด ชิ้นที่ให้เราก่อสร้าง มีจุดดัดกลับห่างจากจุด A

เท่ากับ L/3

56) หา M_{BE}



$P = 5$ T, $L = 4$ m

$\therefore FEM_{BE} = -\frac{5[2(4)]}{8}$

$= -5$ T·m

เฟรมรับแรงนี้ ไม่มีการเคลื่อนข้าง

จุด $M = \frac{1}{2} K$ ของชิ้นส่วน BE

I/L ~ ① 2I/2L ~ ① (3/4)(1) = 3/4 (1/2)(1) = 1/2

K					
K^M					
A	1	3/5	2/5		D DF
0		−5			FEM
0		+3	+2		Dist
0		+3	−3	+3	−3 0 Final Moments

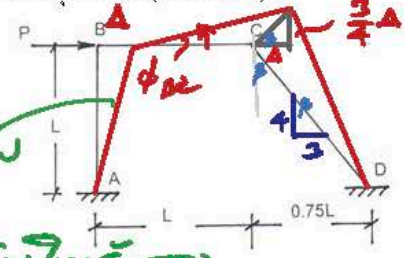
$\therefore M_{BE} = -3$ T·m

TUMCIVIL.COM

1 : $M_{CA}+M_{CB}=0$ และ $3(M_{AB}+M_{BA})+2(M_{CB}+M_{BC})=3PL$
2 : $M_{CA}+M_{CB}=0$ และ $3(M_{AB}+M_{BA})-2(M_{CB}+M_{BC})=3PL$
3 : $M_{CA}+M_{CB}=0$ และ $3(M_{CB}+M_{BC})-2(M_{AB}+M_{BA})=3PL$
4 : $M_{CA}+M_{CB}=0$ และ $3(M_{CB}+M_{BC})+2(M_{AB}+M_{BA})=3PL$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 58 :

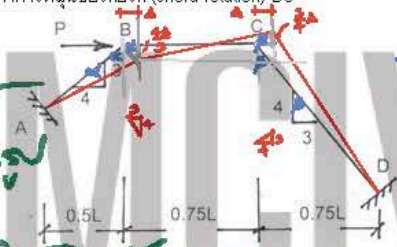
โครงข้อแข็ง ABCD รับน้ำหนัก ดังรูป เมื่อสมมติว่าระยะเคลื่อนที่ในแนวราบของจุด B และจุด C ไปทางขวามีมีค่าเท่ากับ Δ จงหาค่าการหมุนของคอร์ด (chord rotation) BC



1 : $+4\Delta/3L$
2 : $-4\Delta/3L$
3 : $+3\Delta/4L$
4 : $-3\Delta/4L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 59 :

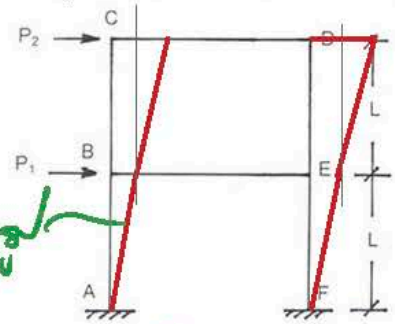
โครงข้อแข็ง ABCD รับน้ำหนัก ดังรูป เมื่อสมมติว่าระยะเคลื่อนที่ในแนวราบของจุด B และจุด C ไปทางขวามีมีค่าเท่ากับ Δ จงหาค่าการหมุนของคอร์ด (chord rotation) BC



1 : $-8\Delta/3L$
2 : $-25\Delta/9L$
3 : $-16\Delta/9L$
4 : $-\Delta/L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 60 :

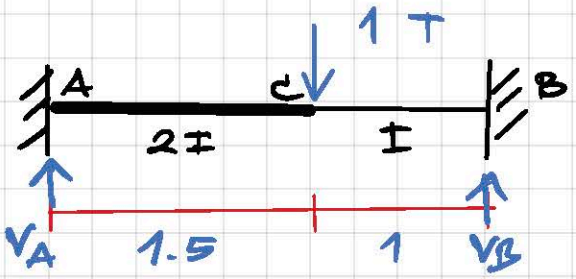
โครงข้อแข็ง รับน้ำหนัก ดังรูป เมื่อสมมติว่าระยะเคลื่อนที่ในแนวราบของจุด B และจุด E ไปทางขวามีมีค่าเท่ากับ Δ_1 และสมมติว่าระยะเคลื่อนที่ในแนวราบของจุด C และจุด D ไปทางขวามีมีค่าเท่ากับ Δ_2 โดยที่ค่า Δ_2 มากกว่าค่า Δ_1 จงหาค่าการหมุนของคอร์ด (chord rotation) BC



1 : $+\Delta_1/L$
2 : $+(\Delta_1+\Delta_2)/L$
3 : $+(\Delta_2-\Delta_1)/L$
4 : $+(\Delta_1-\Delta_2)/L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 61 :

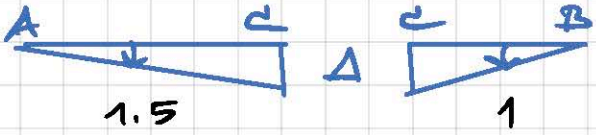
ตัวอย่างที่ 2 หน้า 57



+↻

$\theta_A = 0 = \theta_B$

$FEM_{AC} = FEM_{CA} = FEM_{CB} = FEM_{BC} = 0$



$M_{AC} = \frac{2E(2I)}{1.5}(2\theta_A + \theta_C - 3\frac{+\Delta}{1.5}) + 0 = \frac{8EI\theta_C}{3} - \frac{16EI\Delta}{3}$

$M_{CA} = \frac{4EI}{1.5}(\theta_A + 2\theta_C - \frac{3\Delta}{1.5}) + 0 = \frac{16EI\theta_C}{3} - \frac{16EI\Delta}{3}$

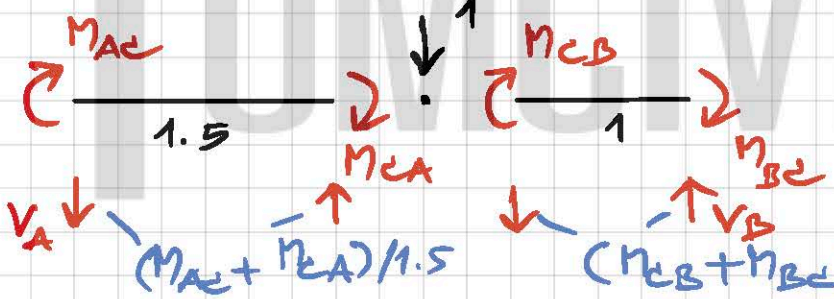
$M_{CB} = \frac{2EI}{1}(2\theta_C + \theta_B - 3\frac{-\Delta}{1}) + 0 = 4EI\theta_C + 6EI\Delta$

$M_{BC} = 2EI(\theta_C + 2\theta_B + 3\Delta) + 0 = 2EI\theta_C + 6EI\Delta$

$\curvearrowright +\sum M_C = 0 = M_{CA} + M_{CB} = \left(\frac{16EI\theta_C}{3} - \frac{16EI\Delta}{3}\right) + (4EI\theta_C + 6EI\Delta)$

$\frac{28}{3}EI\theta_C + \frac{2}{3}EI\Delta = 0$ ①

$\uparrow +\sum V = 0 = V_A + V_B - 1$ ②



$\therefore$ จาก ② ; $-[(M_{AC}+M_{CA})/1.5] + (M_{CB}+M_{BC}) - 1 = 0$

$-\frac{1}{1.5}\left[\left(\frac{8EI\theta_C}{3} - \frac{16EI\Delta}{3}\right) + \left(\frac{16EI\theta_C}{3} - \frac{16EI\Delta}{3}\right)\right] +$

$\left[(4EI\theta_C + 6EI\Delta) + (2EI\theta_C + 6EI\Delta)\right] = 1$

$-\frac{1}{1.5}\left(8EI\theta_C - \frac{32EI\Delta}{3}\right) + (6EI\theta_C + 12EI\Delta) = 1$

$\frac{2}{3}EI\theta_C + \frac{172}{9}EI\Delta = 1$ ③

$\therefore EI\theta_C = -9/2402$

$EI\Delta = 63/1201$

TUMCIVIL.COM

$$\therefore M_{AC} = \frac{8}{3}\left(-\frac{9}{2402}\right) - \frac{16}{3}\left(\frac{63}{1201}\right) = -\frac{348}{1201} = -0.290 \text{ T.m}$$

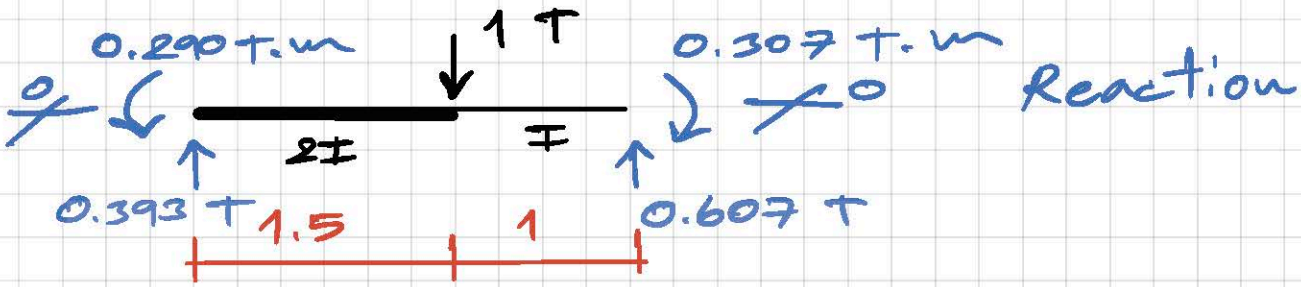
$$M_{CA} = \frac{16}{3}\left(-\frac{9}{2402}\right) - \frac{16}{3}\left(\frac{63}{1201}\right) = -\frac{360}{1201} = -0.300$$

$$M_{CB} = 4(-9/2402) + 6(63/1201) = +\frac{360}{1201} = 0.300$$

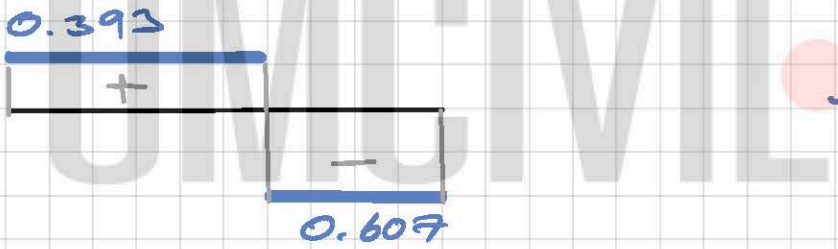
$$M_{BC} = 2(-9/2402) + 6(63/1201) = +\frac{369}{1201} = 0.307$$

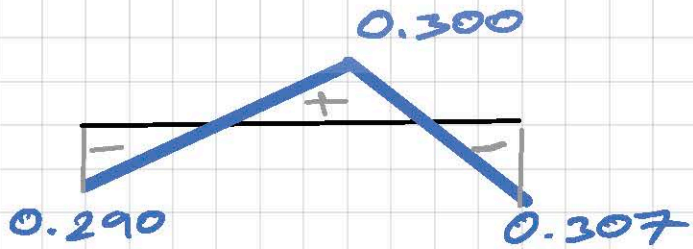
$$V_A = \frac{1}{1.5}\left(-\frac{348}{1201} - \frac{360}{1201}\right) = -\frac{472}{1201} = 0.393 \text{ T} \uparrow$$

$$V_B = \left(\frac{360}{1201} + \frac{369}{1201}\right) = +\frac{729}{1201} = 0.607 \text{ T} \uparrow$$

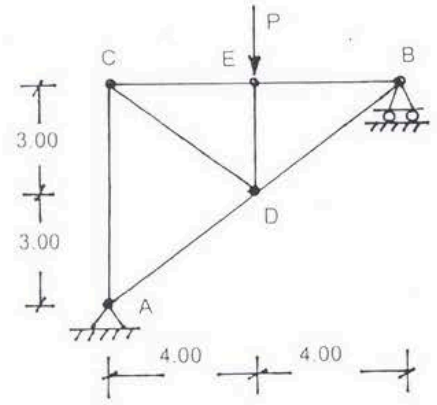


TUMCIVIL.COM



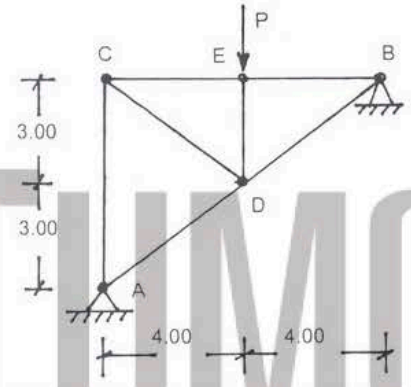


ข้อที่ 61 โครงข้อหมุน รับน้ำหนัก P ดังรูป ถ้าสมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่ จะพบว่าจุด B เคลื่อนที่ไปทางขวามือในแนวระดับเป็นระยะเท่ากับ 25PL/24AE จงหาค่าแรงยันในแนวระดับเพื่อมิให้จุด B เคลื่อนที่



1 : P/2
2 : P/3
3 : P/4
4 : P/6
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

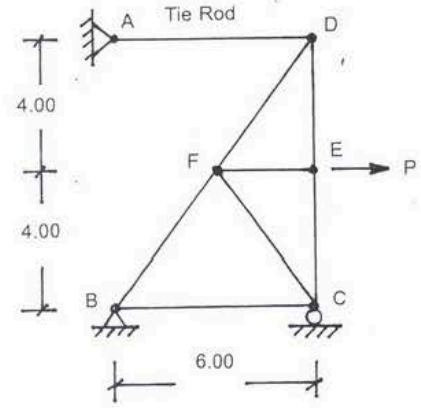
ข้อที่ 62 : โครงข้อหมุน รับน้ำหนัก P = 4.5 ตัน ดังรูป จงหาค่าแรงปฏิกิริยาในแนวระดับที่จุด B สมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่



TUMCIVIL.COM

1 : 2.00 ตัน
2 : 1.50 ตัน
3 : 1.00 ตัน
4 : 0.75 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

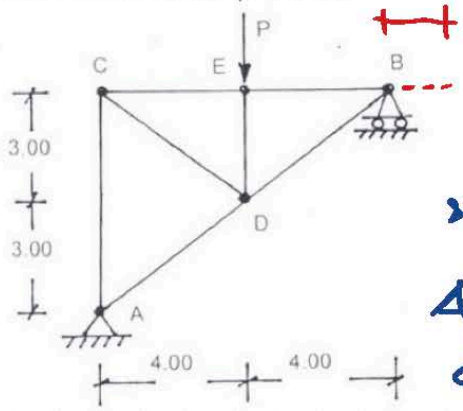
ข้อที่ 63 : โครงข้อหมุนมีท่อนเหล็ก AD ยึดไว้ที่จุด D และรับน้ำหนัก P = 3640 กก. ที่จุด E ดังรูป เมื่อพิจารณาให้แรงดึงในท่อนเหล็กเป็นตัว redundant และสมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่ (หน่วยเป็น ซม./กก.) จะพบว่าระยะเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของท่อนเหล็กมีค่าเท่ากับ 45500L/9AE ซม. จงหาค่าแรงดึงในท่อนเหล็กนี้เพื่อให้ระยะเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของท่อนเหล็กมีค่าเป็นศูนย์



1 : 1420 กก.
2 : 710 กก.
3 : 500 กก.
4 : 250 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 64 :

ข้อที่ 61 โครงข้อหมุน รับน้ำหนัก P ดังรูป ถ้าสมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่ จะพบว่าจุด B เคลื่อนที่ไปทางขวามือในแนวระดับเป็นระยะเท่ากับ 25PL/24AE จงหาค่าแรงยันในแนวระดับเพื่อมิให้จุด B เคลื่อนที่



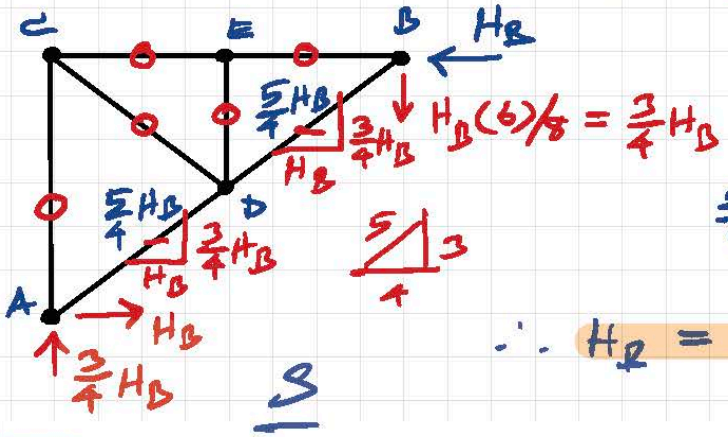
→ 25PL/24AE

∴ H_B ต้องมีค่าเท่ากับ $\Delta_B = 25PL/24AE \leftarrow$

หา Δ_B เนื่องจาก H_B โดยใช้หลักของการกระจัดหน่วย

$\Delta_B = \Sigma s(\partial s/\partial H_B) L/AE = 25PL/24AE$

โดยที่ s คือแรงภายในชิ้นส่วนเนื่องจาก H_B



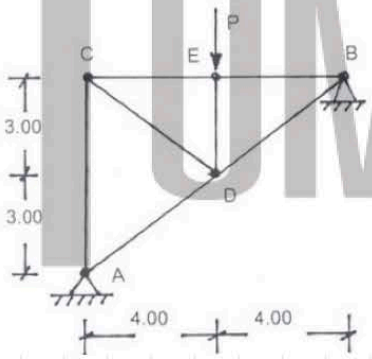
$\therefore \Delta_B = 2\left[\left(\frac{5}{4}H_B\right)\left(\frac{5}{4}\right)\frac{L}{AE}\right] = \frac{25PL}{24AE}$

$\frac{25}{8}H_B \cdot \frac{L}{AE} = \frac{25P}{24} \cdot \frac{L}{AE}$

$\therefore H_B = \frac{25P}{24} \cdot \frac{8}{25} = \frac{P}{3} \leftarrow$

S

ข้อที่ 62 โครงข้อหมุน รับน้ำหนัก P = 4.5 ตัน ดังรูป จงหาค่าแรงปฏิกิริยาในแนวระดับที่จุด B สมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่



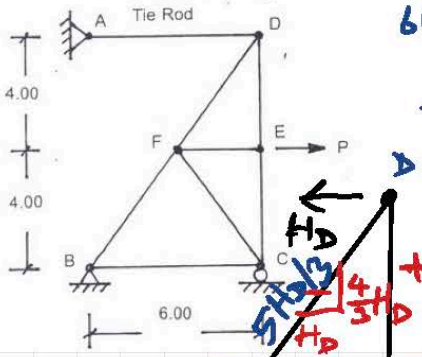
TUMCIVIL.COM

ใช้หลักการเดียวกับข้อ 61 เพียงแต่ต้องการเปลี่ยน support ที่จุด B ตามข้อ 61 เพียงแต่ต้องการเปลี่ยน support จาก roller เป็น hinge

$\therefore H_B = \frac{P}{3}$ (จากข้อ 61)

แทน $P = 4.5$ T ; $H_B = \frac{4.5}{3} = 1.5$ T ←

ข้อที่ 63 โครงข้อหมุนมีท่อนเหล็ก AD ยึดไว้ที่จุด D และรับน้ำหนัก P = 3640 กก. ที่จุด E ดังรูป เมื่อพิจารณาให้แรงดึงในท่อนเหล็กเป็นตัว redundant และสมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่ (หน่วยเป็น ซม./กก.) จะพบว่าระยะเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของท่อนเหล็กมีค่าเท่ากับ 45500L/9AE ซม. จงหาค่าแรงดึงในท่อนเหล็กนี้เพื่อให้ระยะเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของท่อนเหล็กมีค่าเป็นศูนย์

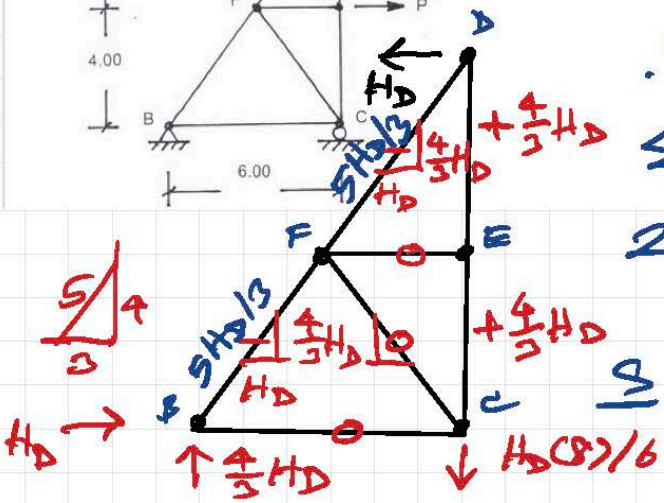


แก้ลักษณะเดียวกับข้อ 61 ข้อ

$\Delta_{\text{เนื่องจาก } P} = \Delta_{\text{เนื่องจาก } H_D} = 45500L/9AE$

$\therefore \Delta_{H_D} = \Sigma s(\partial s/\partial H_D)\frac{L}{AE} = \frac{45500L}{9AE}$

$\Sigma s(\partial s/\partial H_D) = 45500/9$



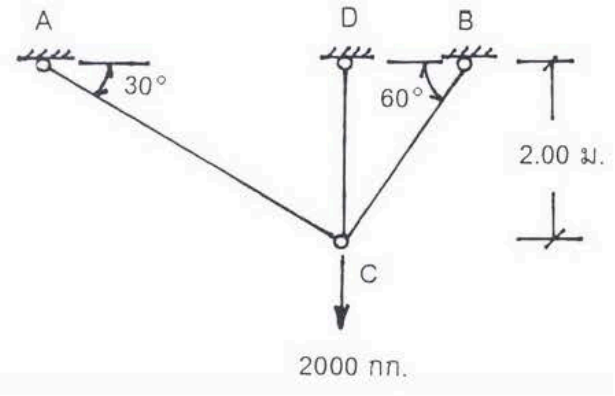
$2\left[(5H_D/3)(-5/3) + (4H_D/3)(4/3)\right] = \frac{45500}{9}$

$82H_D/9 = 45500/9$

$\therefore H_D = (45500/9)(9/82) = 555$ kg

≈ 500 kg

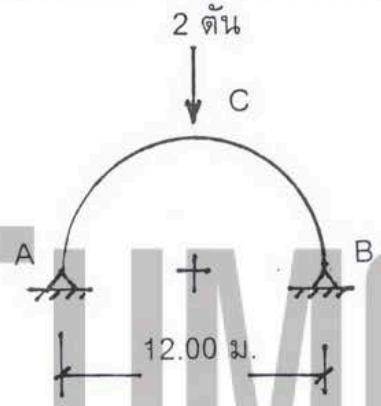
เมื่อต่อยึดชิ้นส่วนรับแรงตามแนวแกน ดังรูป เพื่อรับน้ำหนัก P = 2000 กก. ที่จุด C จงหาค่าแรงดึงในชิ้นส่วน AC สมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่



500

1 : 500 กก.
2 : 1000 กก.
3 : 1500 กก.
4 : 2000 กก.
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 65 :
โครงโค้งครึ่งวงกลมมีหน้าตัดคงที่ รัศมีเท่ากับ 6 เมตร รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาแรงอันในแนวระดับที่จุด A หรือที่จุด B

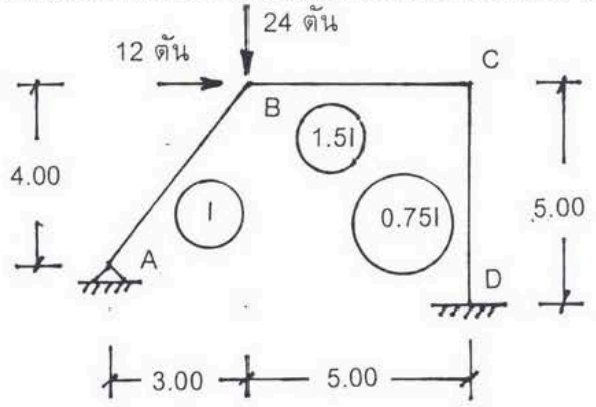


ดูวิธีทำ 2 หน้าถัดไป

TUMCIVIL.COM

1 : 1/π ตัน
2 : 2/π ตัน
3 : 3/π ตัน
4 : 4π ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 66 :
ถ้าต้องการวิเคราะห์โครงสร้างที่เซ่ไต์ ดังรูป โดยวิธี moment distribution ในขั้นตอนของการบังคับมิให้จุดต่อเคลื่อนที่ จะพิจารณาว่าโครงสร้างนี้ถูกยันด้วยแรงในแนวนอนตรงจุด C ดังนั้น ให้หาค่าแรงยันนี้

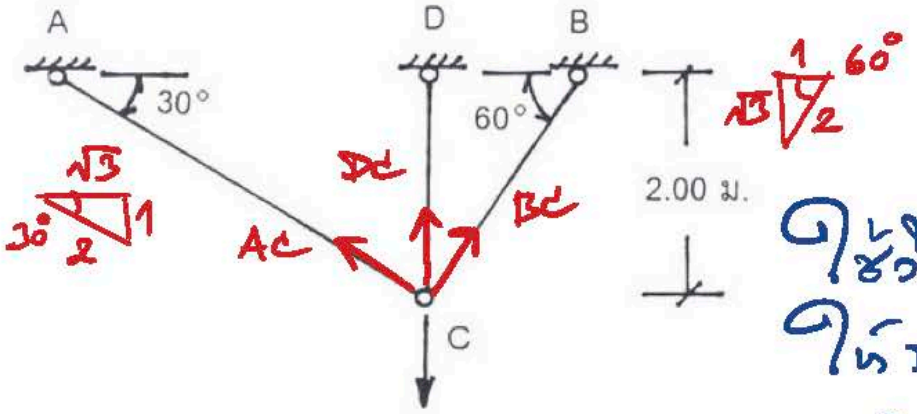


1 : 24 ตัน
2 : 30 ตัน
3 : 12 ตัน
4 : 18 ตัน
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ดูวิธีทำ 3 หน้าถัดไป

ข้อที่ 67 :

64 เมื่อต่อยึดชิ้นส่วนรับแรงตามแนวแกน ดังรูป เพื่อรับน้ำหนัก P = 2000 กก. ที่จุด C จงหาค่าแรงดึงในชิ้นส่วน AC สมมติให้ทุกชิ้นส่วนมีค่า L/AE คงที่



ใช้วิธี Least Work
ให้ DC เป็นแรงตัวเดิม

$\therefore \Delta_D = \sum S\left(\frac{\partial S}{\partial DC}\right)\frac{L}{AE} = 0$

$\uparrow^{+}\sum V = 0 = \frac{1}{2}AC + DC + \frac{\sqrt{3}}{2}BC - 2000$

$AC + \sqrt{3}BC = 4000 - 2DC$ ——— (1)

$\leftarrow^{+}\sum H = 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}AC - \frac{1}{2}BC$

$\sqrt{3}AC - BC = 0$ ——— (2)

(2) $\times\sqrt{3}$; $3AC - \sqrt{3}BC = 0$ ——— (3)

(1) + (3) ; $4AC = 4000 - 2DC$

$AC = 1000 - \frac{1}{2}DC$

$BC = 1000\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}DC$

$\because \frac{L}{AE}$ คงที่ ; $\therefore$

$\sum S(\partial S/\partial DC) = 0$

S	$\partial S/\partial DC$	$S(\partial S/\partial DC)$
DC	1	DC
$1000 - \frac{1}{2}DC$	$-\frac{1}{2}$	$-500 + \frac{1}{4}DC$
$1000\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}DC$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-1500 + \frac{3}{4}DC$
	$\sum$	$-2000 + 2DC$

$\therefore -2000 + 2DC = 0$; $DC = 1000$ kg

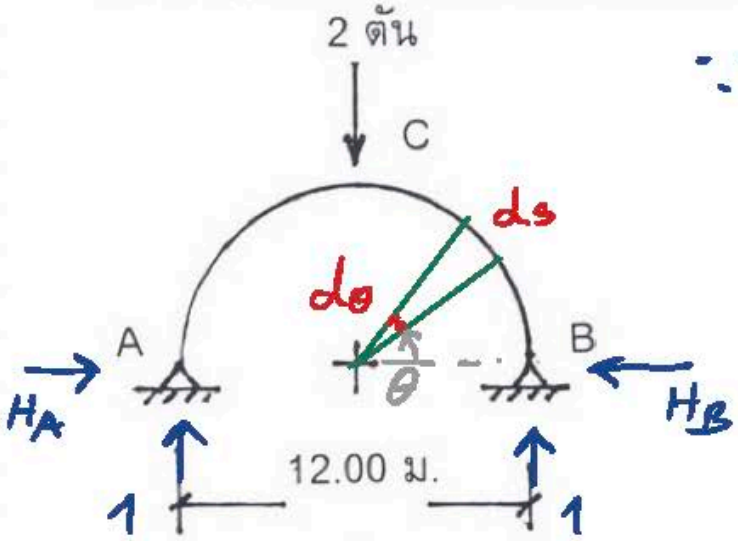
$AC = 1000 - \frac{1}{2}(1000) = 500$ kg

$BC = 1000\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}(1000) = 500\sqrt{3}$ kg

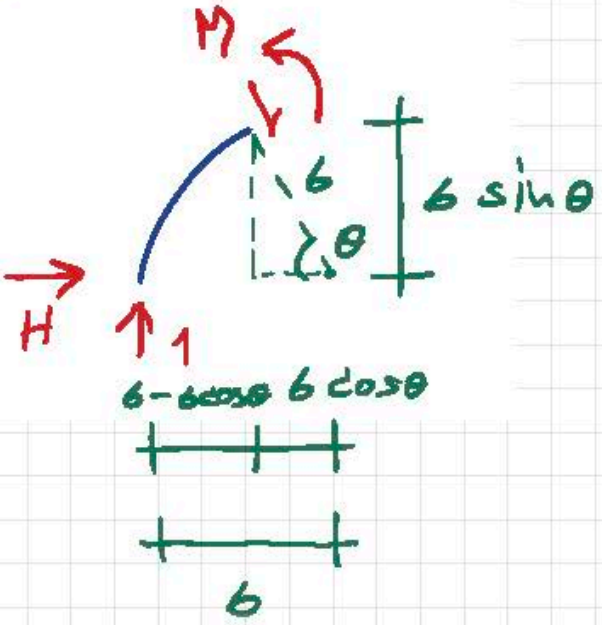
TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 65 :

โครงโค้งครึ่งวงกลมมีหน้าตัดคงที่ รัศมีเท่ากับ 6 เมตร รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาแรงยันในแนวระดับที่จุด A หรือที่จุด B



$\therefore H_A = H_B$ ดังนั้น H



ใช้วิธี Least Work

$$\therefore \Delta_{Ah} = 0 = \int M \frac{\partial M}{\partial H} \frac{ds}{EI}$$

$$M = 1(6-6\cos\theta) - H(6\sin\theta) = 6 - 6\cos\theta - 6H\sin\theta$$

$$\partial M/\partial H = -6\sin\theta$$

$$ds = r\,d\theta = 6\,d\theta$$

$$\therefore \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2} (6-6\cos\theta-6H\sin\theta)(-6\sin\theta)(6\,d\theta) = 0$$

$-EI/216$ ตลอดจะได้; $\int_0^{\pi/2} (\sin\theta - \sin\theta\cos\theta - H\sin^2\theta)\,d\theta = 0$

$\because \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$; $\therefore \sin\theta\cos\theta = \frac{\sin 2\theta}{2}$

$$\sin^2\theta = \frac{(1-\cos 2\theta)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\theta}{2}$$

$$\int_0^{\pi/2} (\sin\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} - \frac{H}{2} + \frac{H}{2}\cos 2\theta)\,d\theta = 0$$

$$\left(-\cos\theta + \frac{\cos 2\theta}{4} - \frac{H}{2}\theta + \frac{H}{4}\sin 2\theta\right)\Big|_0^{\pi/2} = 0$$

$$\left[-0 + (-1/4) - \frac{H\pi}{4} + (H/4)(0)\right] - \left[-1 + (1/4) - (H/2)(0) + (H/4)(0)\right] = 0$$

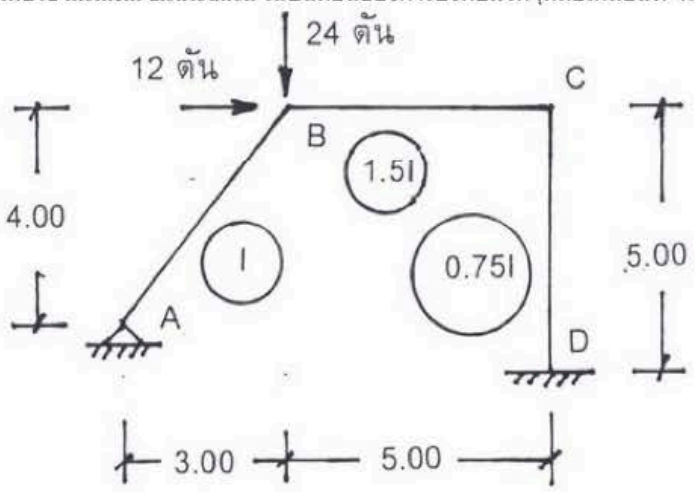
$$-\frac{1}{4} - \frac{H\pi}{4} + 1 - \frac{1}{4} = 0$$

$(1/2) = H\pi/4$; $H = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{\pi} = 2/\pi$ ตัน

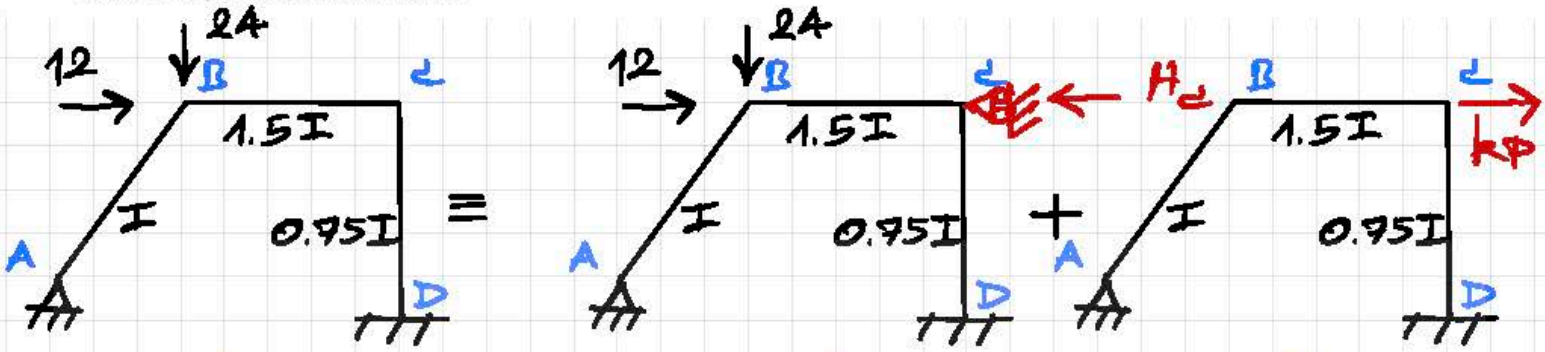
TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 66 :
ถ้าต้องการวิเคราะห์โครงสร้างที่เซไดั ดังรูป โดยวิธี moment distribution ในขั้นตอนของการบังคับมิให้จุดต่อเคลื่อนที่ จะพิจารณาว่าโครงสร้างนี้ถูกยันด้วยแรงใน

โจทย์หา H_C

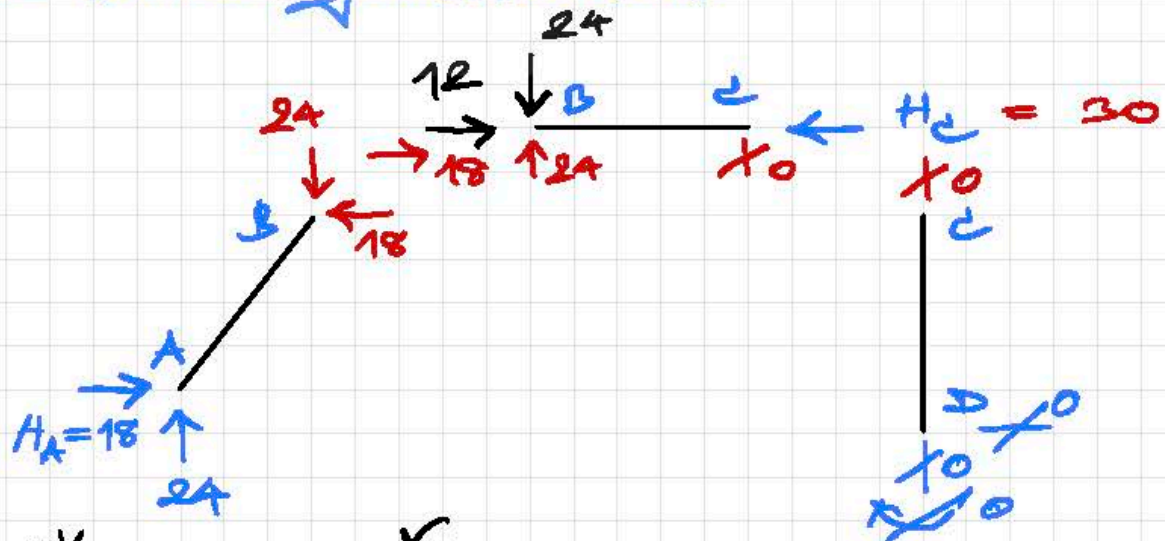


แนวนอนตรงจุด C ดังนั้น ให้หาค่าแรงยันนี้



(ก) (ข) (ค)

พิจารณา รูป (ข)
- เนื่องจาก ไม่มี FEM ในแท่งนี้แรก
ดังนั้น M ที่แต่ละจุดต่อ เนื่องจาก FEM ยังไม่มี
- หาแรงปฏิกิริยาของแต่ละแท่ง



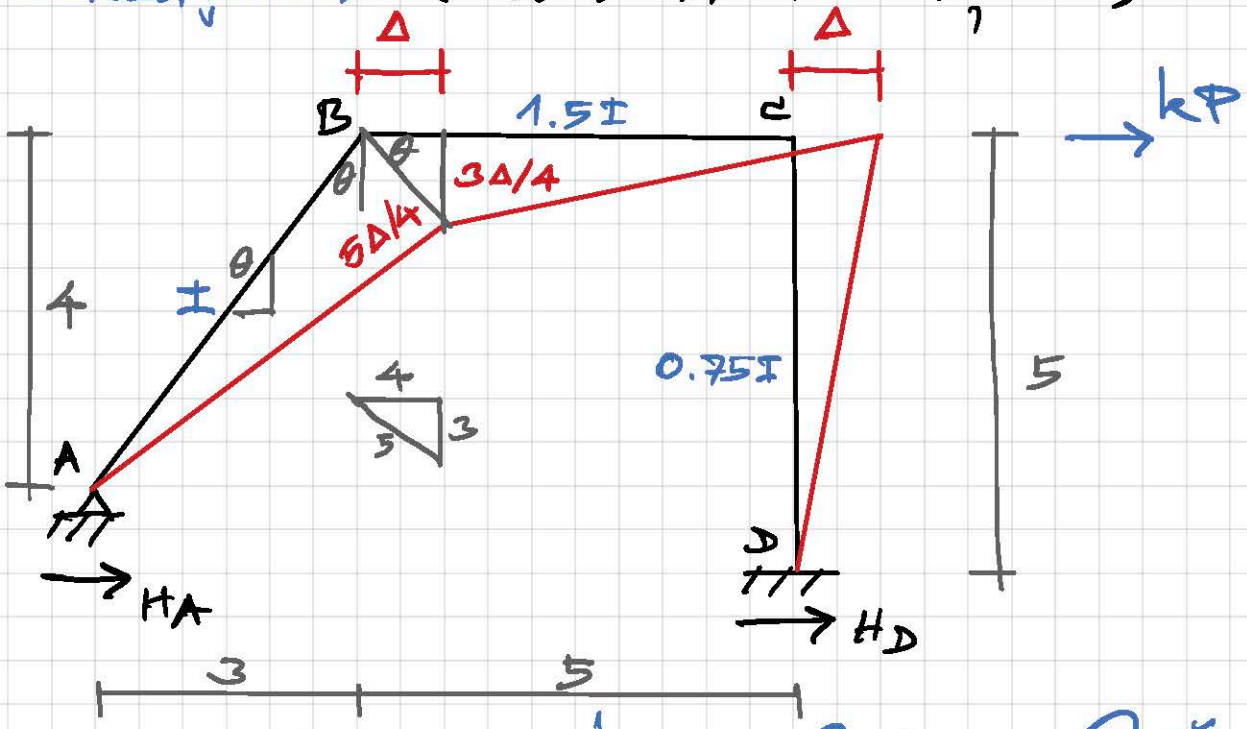
ที่แท่ง AB : $\sum M_B = 0 = +H_A - 24(3)$

$H_A = 24(3)/4 = 18\ T \rightarrow$

$\therefore H_C = 12 + 18 = 30\ T \leftarrow$

TUMCIVIL.COM

ตัวอย่างที่ 1 (ต่อ) (ถ้าต้องการหาแรงปฏิกิริยา)

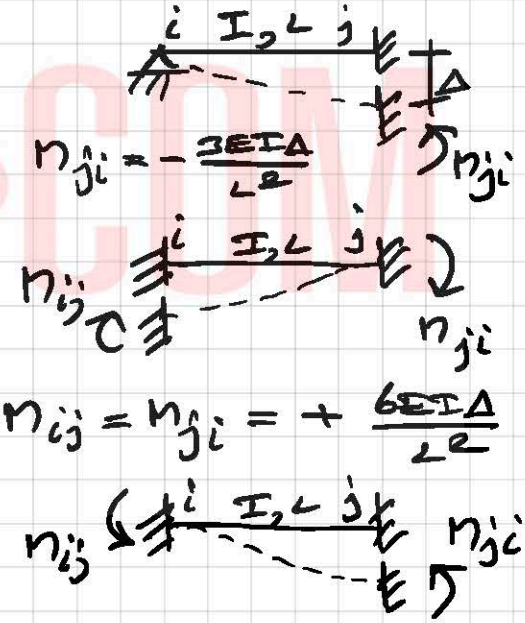


แรง kip กระทำที่ Δ ทำให้ Δ เกิดที่ FEM ในชิ้นส่วน

$$FEM_{BA} = -\frac{3EI(5\Delta/4)}{5^2} = -0.15EI\Delta$$

$$FEM_{BC} = FEM_{CB} = +\frac{6E(1.5I)(3\Delta/4)}{5^2} = +0.27EI\Delta$$

$$FEM_{CD} = FEM_{DC} = -\frac{6E(0.75I)\Delta}{5^2} = -0.18EI\Delta$$



∴ ไม่ทราบค่า E, I, Δ

สมมติ ประกาศค่า EIΔ = 1

(ประกาศเพื่อให้ได้ FEM ไม่มีหน่วย

ถ้าได้ค่าแรงปฏิกิริยาจะมีหน่วย)

∴ $FEM_{BA} = -0.15(1) = -0.150$ T·m

$FEM_{BC} = FEM_{CB} = +0.27(1) = +0.270$ T·m

$FEM_{CD} = FEM_{DC} = -0.18(1) = -0.180$ T·m

หา End Moment เพื่อหาค่า R ไปใช้หาค่า kip

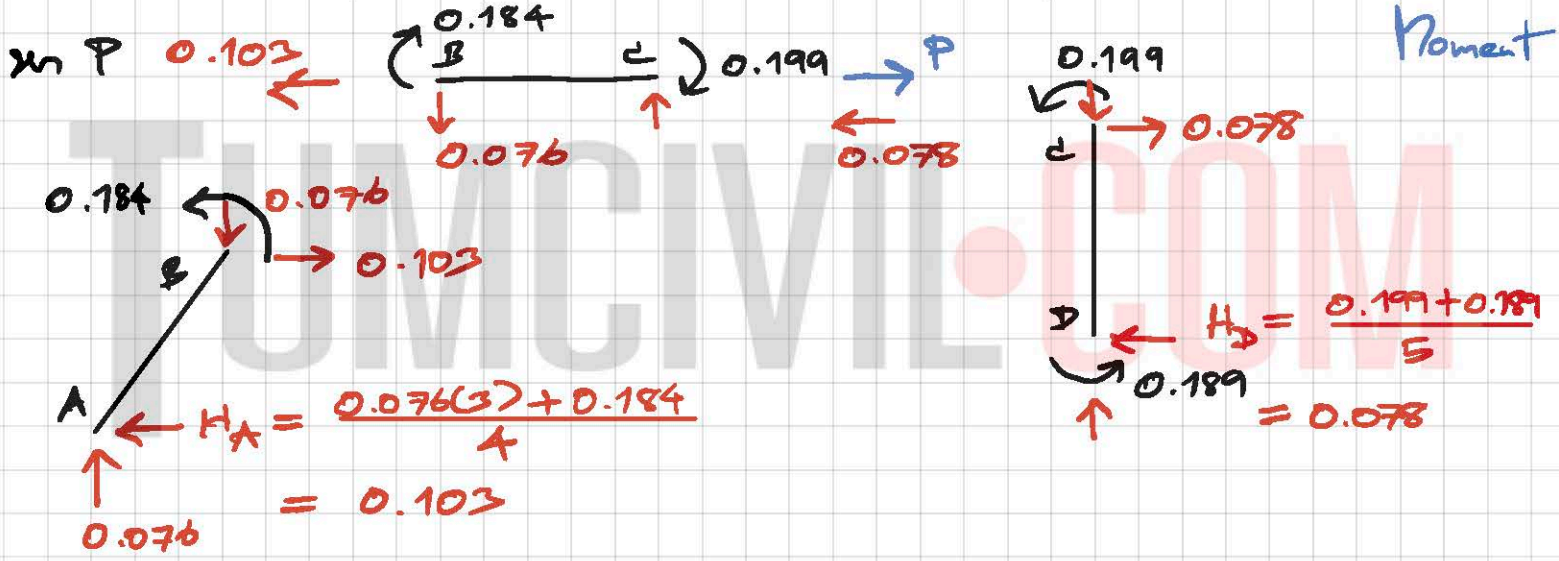
(เพราะมีการประกาศค่า EIΔ)

TUMCIVIL.COM

$I/5 \sim 1$ $\quad 1.5I/5 \sim 1.5$ $\quad 0.75I/5 \sim 0.75$ K

$(3/4)(1) = 0.75$ $\quad$ K^M

1	1/3	2/3		2/3	1/3	0	DF
	−0.150	+0.270		+0.270	−0.180	−0.180	Dist
	−1/25	−2/25	✗	−3/50	−3/100	0 →	CO
		−3/100		−1/25		−3/200	Dist
	+1/100	+1/50	✗	+2/75	+1/75	0 →	CO
		+1/75		+1/100		+1/150	Dist
	−1/225	−2/225	✗	−1/150	−1/300 →		CO
		−1/300		−1/225		−1/600	Dist
	+1/900	+1/450	✗	+2/675	+1/675	0 →	CO
		+1/675		+1/900		+1/1350	Dist
	−1/2025	−2/2025	✗	−1/1350	−1/2700	0 →	CO
		−1/2700		−1/2025		−1/5400	Dist
	+1/8100	+1/4050		+2/6075	+1/6075	0	CO
0	−0.184	+0.184		+0.199	−0.199	−0.189	End Moment



$\therefore P = 0.103 + 0.078 = 0.181 \rightarrow$

$\therefore \overleftarrow{H_L} + \overrightarrow{kP} = 0$

$\rightarrow + \quad -30 + k(0.181) = 0 \; ; \therefore k = \frac{30}{0.181} = 165.8$

End Moment (FT) = ~~End Moment~~ (0) + k · End Moment (0)

$\therefore M_{AB} = 0$, $M_{BA} = (165.8)(-0.184) = -30.461$ T.m

$M_{BC} = (165.8)(+0.184) = +30.461$ T.m

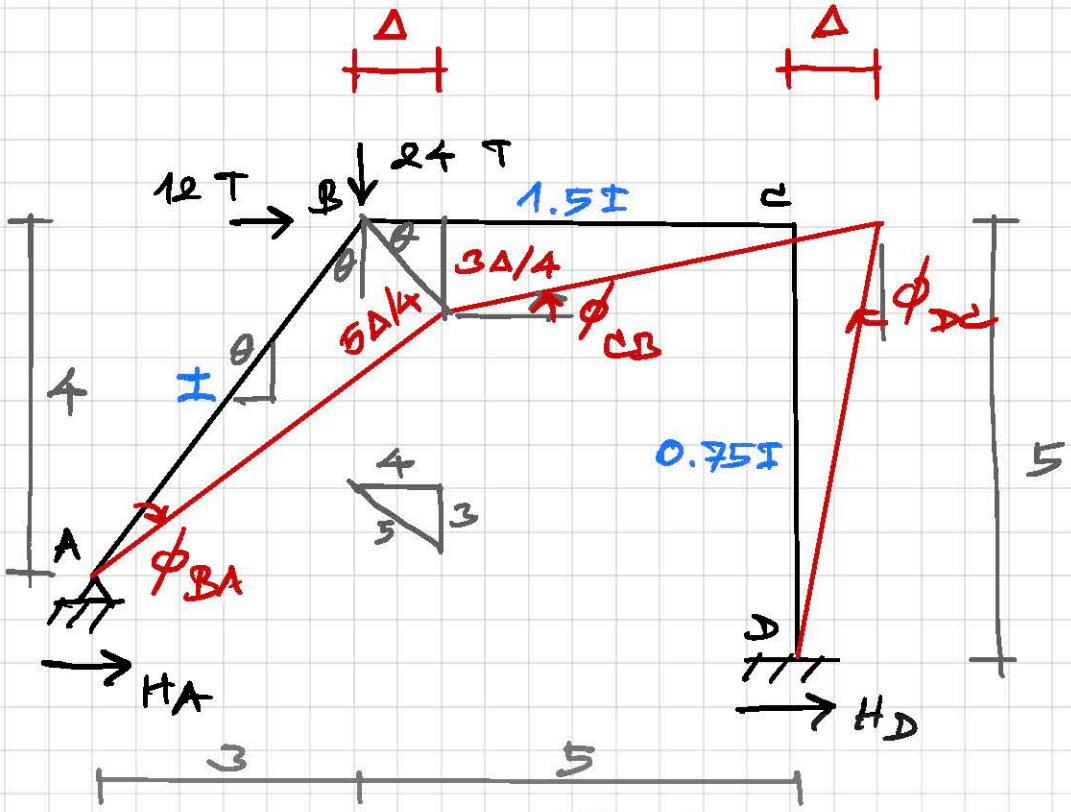
$M_{CB} = (165.8)(+0.199) = +32.952$ T.m

$M_{CD} = (165.8)(-0.199) = -32.952$ T.m

$M_{DC} = (165.8)(-0.189) = -31.413$ T.m

TUMCIVIL.COM

Slope - Deflection



$k_{AB} = I/5 = k$

$k_{BC} = 1.5I/5 = 1.5k$

$k_{CD} = 0.75I/5$

$= 0.75k$

$\theta_D = 0$

$\phi_{BA} = +\frac{5\Delta/4}{5}$

$= +5\phi$

$\phi_{CB} = -\frac{3\Delta/4}{5}$

$= -3\phi$

$\left(\because \phi = \frac{\Delta}{20}\right) \Rightarrow \phi_{DC} = +\frac{\Delta}{5} = +4\phi$

$FEM_{AB} = FEM_{BA} = FEM_{BC} = FEM_{CB} = FEM_{CD} = FEM_{DC} = 0$

$$M_{AB} = 2EK\left[2\theta_A + \theta_B - 3(5\phi)\right] + 0 = 0$$

$$4EK\theta_A + 2EK\theta_B - 30EK\phi = 0 \quad (1)$$

$$M_{BA} = 2EK\left[\theta_A + 2\theta_B - 15\phi\right] + 0$$

$$= 2EK\theta_A + 4EK\theta_B - 30EK\phi$$

$$M_{BC} = 2E(1.5K)\left[2\theta_B + \theta_C - 3(-3\phi)\right] + 0$$

$$= 6EK\theta_B + 3EK\theta_C + 27EK\phi$$

$$M_{CB} = 3EK\left[\theta_B + 2\theta_C + 9\phi\right] + 0$$

$$= 3EK\theta_B + 6EK\theta_C + 27EK\phi$$

$$M_{CD} = 2E(0.75K)\left[2\theta_C + \cancel{\theta_D}^{0} - 3(4\phi)\right] + 0$$

$$= 3EK\theta_C - 18EK\phi$$

$$M_{DC} = 1.5EK\left[\theta_C + \cancel{2\theta_D}^{0} - 12\phi\right] + 0$$

$$= 1.5EK\theta_C - 18EK\phi$$

TUMEVI.COM

$\curvearrowright + \Sigma M_B = 0 = M_{BA} + M_{BC}$

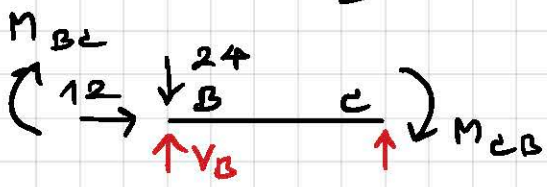
$(2EK\theta_A + 4EK\theta_B - 30EK\phi) + (6EK\theta_B + 3EK\theta_C + 27EK\phi) = 0$

$$2EK\theta_A + 10EK\theta_B + 3EK\theta_C - 3EK\phi = 0 \quad (2)$$

$\curvearrowright + \Sigma M_C = 0 = M_{CB} + M_{CD}$

$(3EK\theta_B + 6EK\theta_C + 27EK\phi) + (3EK\theta_C - 18EK\phi) = 0$

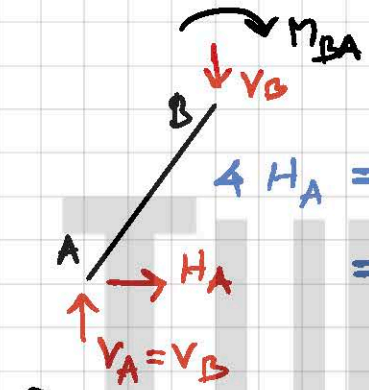
$$3EK\theta_B + 9EK\theta_C + 9EK\phi = 0 \quad (3)$$



FBD BC : $\curvearrowright + \Sigma M_C = 0$

$V_B(5) - 24(5) + M_{BC} + M_{CB} = 0$

$V_B = \frac{1}{5}(120 - M_{BC} - M_{CB})$



FBD AB : $\curvearrowleft + \Sigma M_B = 0 = H_A(4) - V_B(3) - M_{BA}$

$4H_A = \left[3V_B + M_{BA}\right]$

$= \left\{\frac{3}{5}\left[120 - (6EK\theta_B + 3EK\theta_C + 27EK\phi) - (3EK\theta_B + 6EK\theta_C + 27EK\phi)\right] + (2EK\theta_A + 4EK\theta_B - 30EK\phi)\right\}$

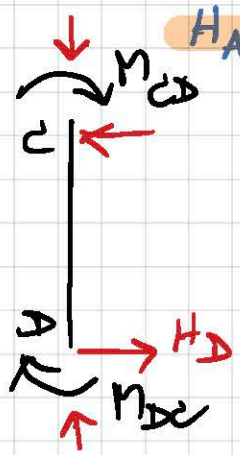
$M_{AB} = 0$

$= \left\{0.6\left[120 - 9EK\theta_B - 9EK\theta_C - 54EK\phi\right] + 2EK\theta_A + 4EK\theta_B - 30EK\phi\right\}$

$= \left\{72 - 5.4EK\theta_B - 5.4EK\theta_C - 32.4EK\phi + 2EK\theta_A + 4EK\theta_B - 30EK\phi\right\}$

$= 2EK\theta_A - 1.4EK\theta_B - 5.4EK\theta_C - 62.4EK\phi + 72$

$$H_A = 0.5EK\theta_A - 0.35EK\theta_B - 1.35EK\theta_C - 15.6EK\phi + 18$$



FBD CD : $\curvearrowleft + \Sigma M_D = 0 = H_D(5) - M_{CD} - M_{DC}$

$H_D = \frac{1}{5}(M_{CD} + M_{DC})$

$= \frac{1}{5}\left[(3EK\theta_C - 18EK\phi) + (1.5EK\theta_C - 18EK\phi)\right]$

$$H_D = 0.9EK\theta_C - 7.2EK\phi$$

$\rightarrow + \Sigma H = 0 = 12 + H_A + H_D$

$$0.5EK\theta_A - 0.35EK\theta_B - 0.45EK\theta_C - 22.8EK\phi = -30 \quad (4)$$

$\therefore EK\theta_A = 2580/193$, $EK\theta_B = -360/193$, $EK\theta_C = -200/193$

$EK\phi = 320/193$

FUMEHH.COM

$\therefore$

T.m

$M_{AB} = 4(2580/193) + 2(-360/193) - 30(320/193) = 0$ ✓

$M_{BA} = 2(2580/193) + 4(-360/193) - 30(320/193) = -30.466$

$M_{BC} = 6(-360/193) + 3(-200/193) + 27(320/193) = +30.466$

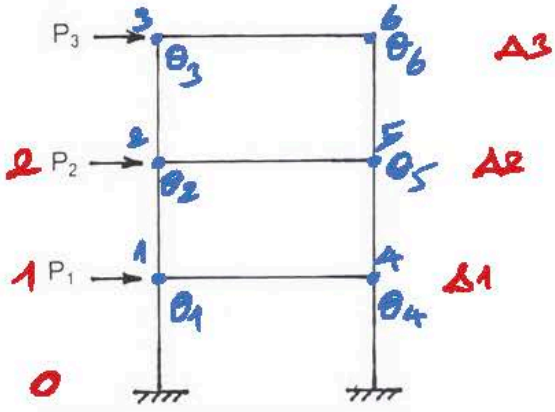
$M_{CB} = 3(-360/193) + 6(-200/193) + 27(320/193) = +32.954$

$M_{CD} = 3(-200/193) - 18(320/193) = -32.954$

$M_{DC} = 1.5(-200/193) - 18(320/193) = -31.399$

TUMCIVIL.COM

ถ้าโครงเฟรมไม่สมมาตร รับน้ำหนัก ดังรูป หากต้องวิเคราะห์โดยวิธี slope-deflection จะต้องใช้สมการสมดุล ดังนี้

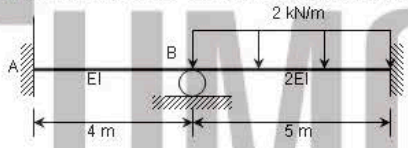


1 : สมการสมดุลของโมเมนต์ 3 สมการ และสมการสมดุลของแรงเฉือน 2 สมการ
2 : สมการสมดุลของโมเมนต์ 3 สมการ และสมการสมดุลของแรงเฉือน 3 สมการ
3 : สมการสมดุลของโมเมนต์ 6 สมการ และสมการสมดุลของแรงเฉือน 2 สมการ
4 : สมการสมดุลของโมเมนต์ 6 สมการ และสมการสมดุลของแรงเฉือน 3 สมการ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 68 :
การวิเคราะห์โครงสร้าง statically indeterminate แบบ force method เราอาจจะใช้ตัวแปรใดต่อไปนี้เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าหรือแรงเกินจำเป็น (redundant)?

1 : แรงภายใน
2 : โมเมนต์ภายใน
3 : แรงปฏิกิริยา
4 : ถูกทุกข้อ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 69 :
จากรูป เมื่อทำการวิเคราะห์คานโดยใช้วิธี Slope-deflection คานมีจำนวน degree of freedom หรือ จำนวน degree of kinematic indeterminacy เท่าใด?

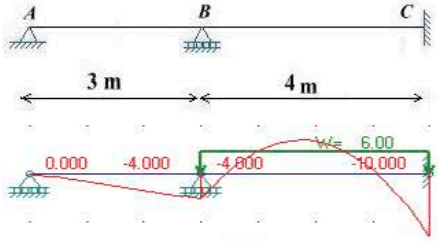


1 : 1
2 : 2
3 : 3
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 70 :
ถ้าคานช่วงเดียวมี flexural rigidity EI ยาว L ถูกรองรับแบบยึดแน่นที่ปลายทั้งสองด้านและถูกกระทำโดยแรงกระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวคาน จงหาสมการที่แสดงขนาดของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่ปลายคานโดยวิธี Slope-deflection ว่าอยู่ในรูปใด

1 : $wL^2/4$
2 : $wL^2/6$
3 : $wL^2/8$
4 : $wL^2/12$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

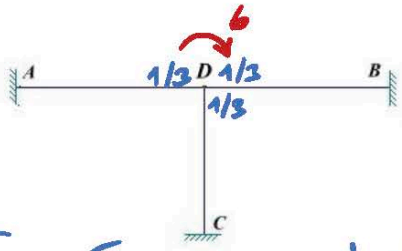
ข้อที่ 71 :
จากรูป เมื่อคานมี EI คงที่ตลอดความยาวคานและถูกกระทำโดยแรงกระจายแบบสม่ำเสมอขนาด 6 kN/m ในช่วง B C และมีแผนภาพ moment diagram ดังแสดง จงหา rotation ที่เกิดขึ้นที่จุด B



1 : 2.0/EI
2 : 4.0/EI
3 : 6.0/EI
4 : 8.0/EI
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 72 :
จากรูป จงหาค่าโมเมนต์ที่เกิดขึ้นที่จุด D บนชิ้นส่วน AD โดยวิธี moment distribution เมื่อโครงข้อแข็งมี EI คงที่และค่าความยาว L เท่ากันทุกชิ้นส่วนและถูกกระทำโดยโมเมนต์ 6 kN-m ที่จุด D

TUMCIVIL.COM



หา M_{DA} ก่อน

ถ้า $M = +6$ kN.m

$M_{DA} = -6(\frac{1}{3})$

$= -2$ kN.m

ถ้า $M = -6$ kN.m

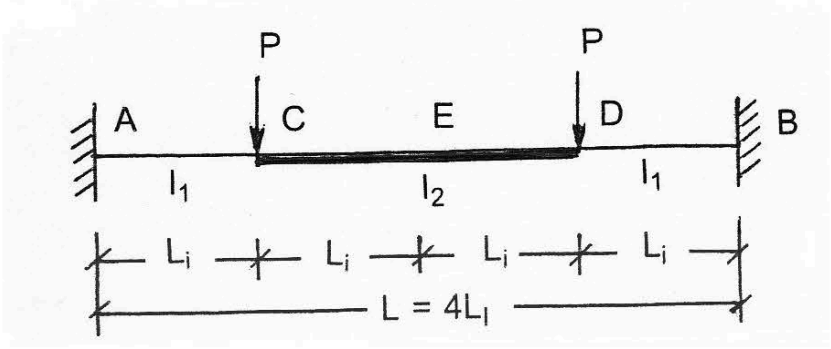
$M_{DA} = +6(\frac{1}{3})$

$= 2$ kN.m

จากโจทย์ ∴ DF เท่ากัน คือ $\frac{1}{3}$

1 : 2 kN-m
2 : 3 kN-m
3 : 4 kN-m
4 : 5 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 73 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด E ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

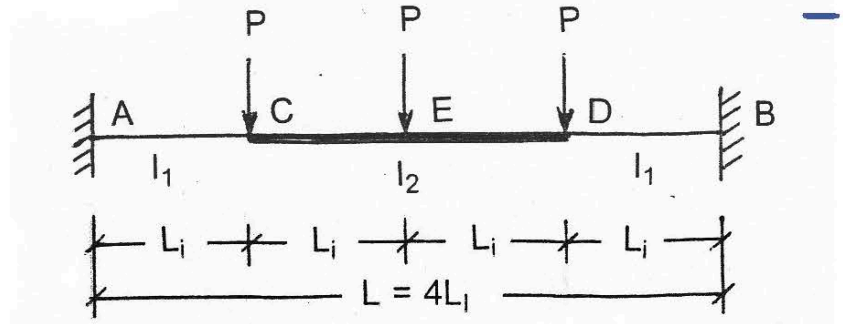


ดูวิธีทำหน้าต่อไป

1 : PL/3
2 : PL/6
3 : PL/9
4 : PL/12
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 74 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

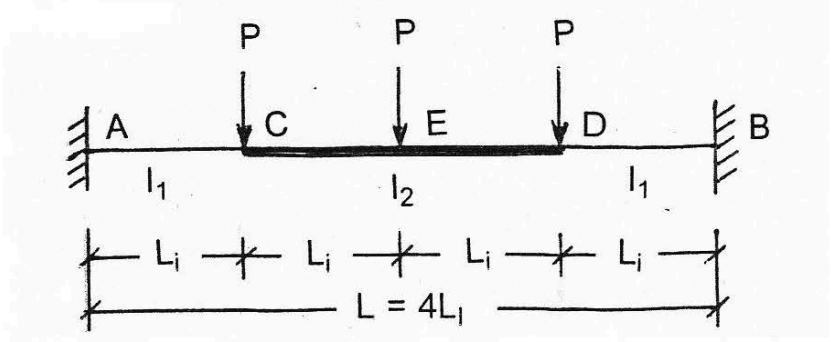
$-13PL/24$



1 : 13PL/6
2 : 13PL/8
3 : 13PL/10
4 : 13PL/12
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

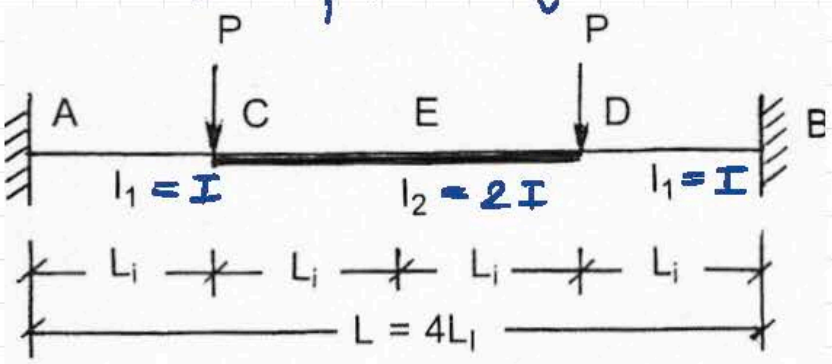
ข้อที่ 75 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด B ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/5$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

$-13PL/60$



TUMCIVIL.COM

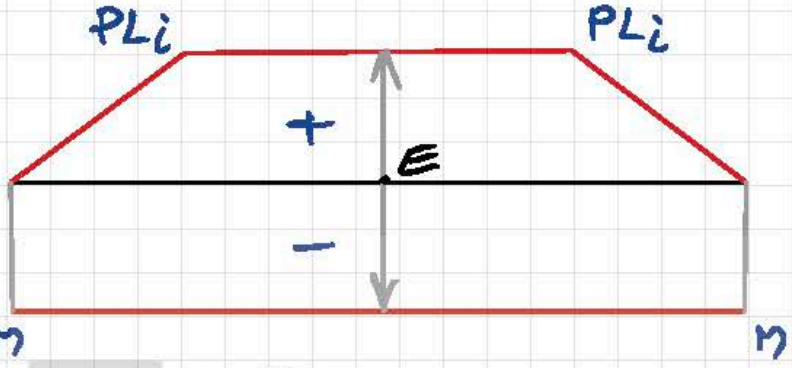
ข้อ จงหาโมเมนต์ดัดที่จุด E ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ตัวรูป กำหนดให้ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ เพราะว่า E คงที่



วิธีทำ

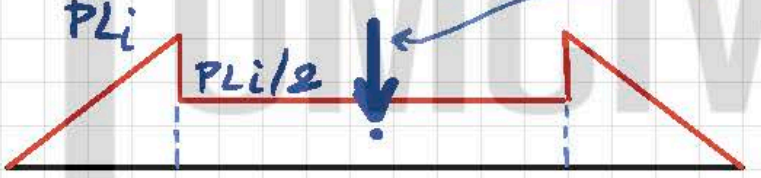
$\therefore M_A = M_B$ ดังนั้นเท่ากับ M

$\therefore M_E = +PL_i - M$



BMD (by parts)

หา M ต้องใช้เรขาอันนี้



$M = 2\left[\frac{1}{2}(L_i)(PL_i)\right] + \left(\frac{PL_i}{2}\right)(2L_i)$

$= 2PL_i^2$

$\frac{M}{EI}$ diagram (เทียบ EI=1)

เรขาอันนี้ (เทียบ EI=1)

$A = 2[1(L_i)] + 2L_i/2 = 3L_i$

$\therefore M = -\frac{N}{A}$ (ใช้แรงอัดเป็นลบ)

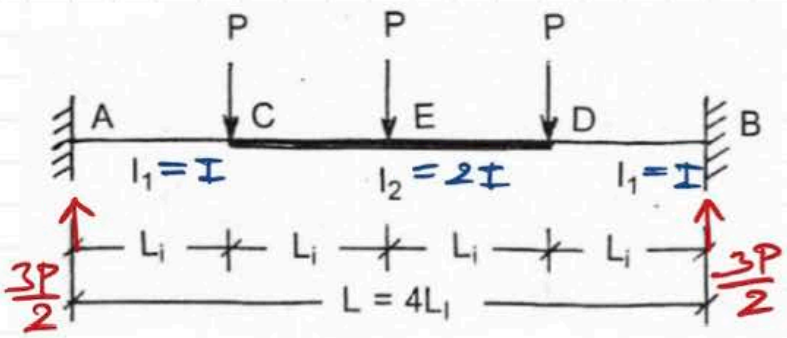
$= -(2PL_i^2)/3L_i = -2PL_i/3$

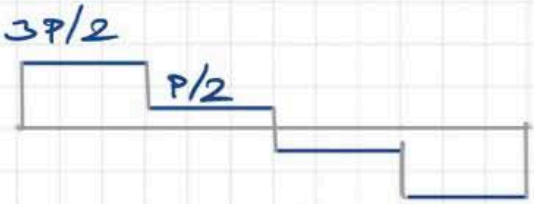
ดังนั้น $M_E = +PL_i - (2PL_i/3) = PL_i\left(\frac{3-2}{3}\right)$

$= +PL_i/3$

เมื่อ $L_i = L/2$; $\therefore M_E = P(L/2)/3 = PL/6$

TUNCIVIL.COM





V diagram

M diagram

$\frac{M}{EI}$ diagram

(Inertia $EI = 1$)

(Inertia $EI = 1$)

CASE $L_i = L$, $M_A = -\frac{13PL}{12}$

$M_E = +2PL - \frac{13PL}{12}$

$= PL\left(\frac{24-13}{12}\right)$

$= 11PL/12$

TUMCIVIL.COM

$$N = 2\left[\frac{1}{2}(L_i)\left(\frac{3PL_i}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{3PL_i}{4} + PL_i\right)(L_i)\right]$$

$$= 2PL_i^2\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) = 2PL_i^2\left(\frac{6+7}{8}\right) = 13PL_i^2/4$$

$$A = 2\left[1(L_i)\right] + \frac{1}{2}(2L_i) = 3L_i$$

$$\therefore M_A = -\frac{N}{A} = -\frac{13PL_i^2}{4}\cdot\frac{1}{3L_i} = -13PL_i/12 = M_B$$

Also $L_i = L/2$

$M_A = -13P(\frac{L}{2})/12 = -13PL/24$

$L_i = L/5$

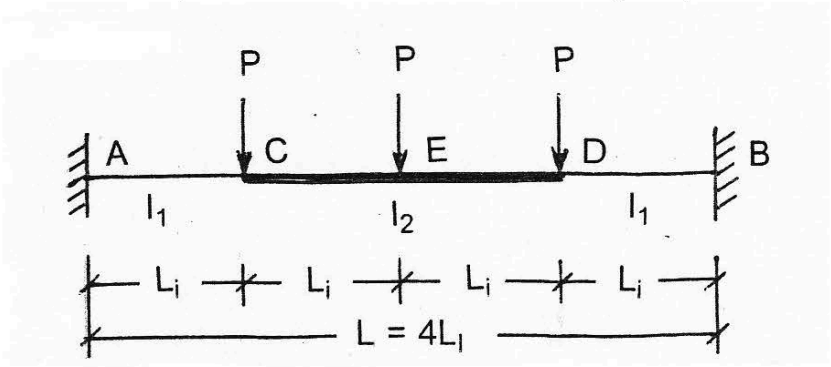
$M_B = -13P(\frac{L}{5})12 = -13PL/60$

$L_i = L$

$M_A = -13PL/12$

1 : 13PL/18
2 : 13PL/24
3 : 13PL/30
4 : 13PL/36
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

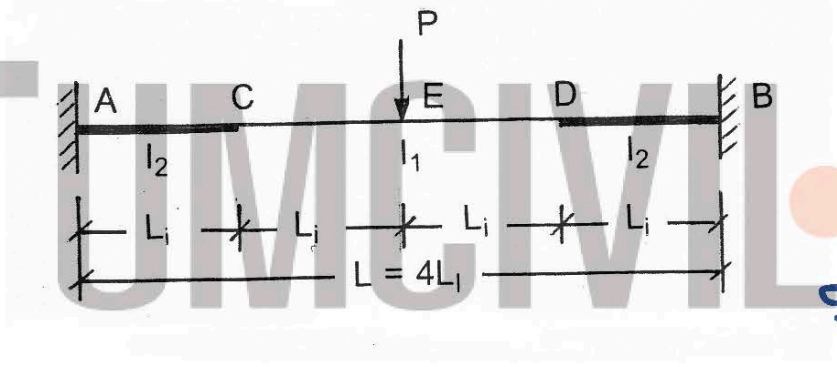
ข้อที่ 76 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด E ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



+ 11PL/12

1 : PL/3
2 : PL/6
3 : PL/12
4 : PL/24
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 77 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/3$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



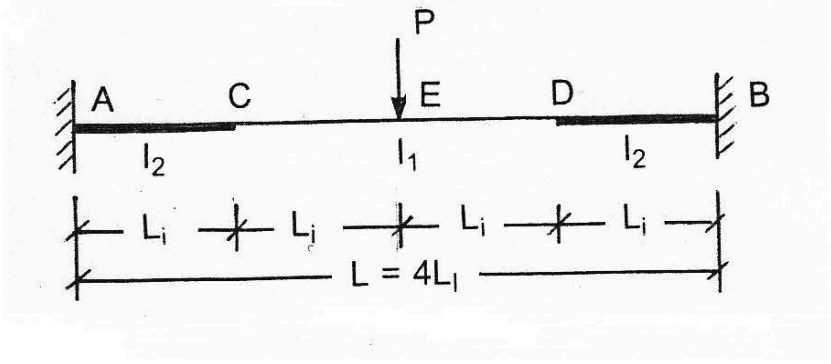
TUMCIVIL.COM

ดูวิธีทำหน้าถัดไป

1 : 7PL/48
2 : 7PL/36
3 : 7PL/14
4 : 7PL/12
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

- 7PL/36

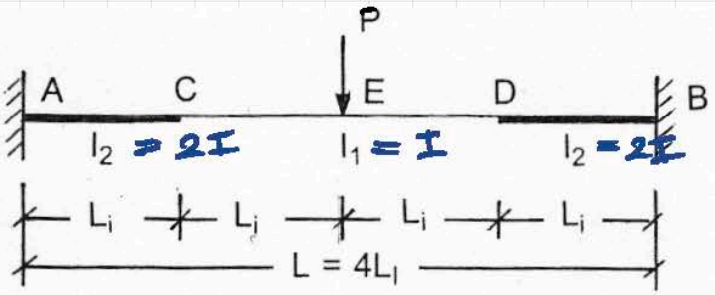
ข้อที่ 78 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด E ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ รับน้ำหนักแบบจุด P ดังรูป กำหนดให้ ระยะ $L_i = L/2$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

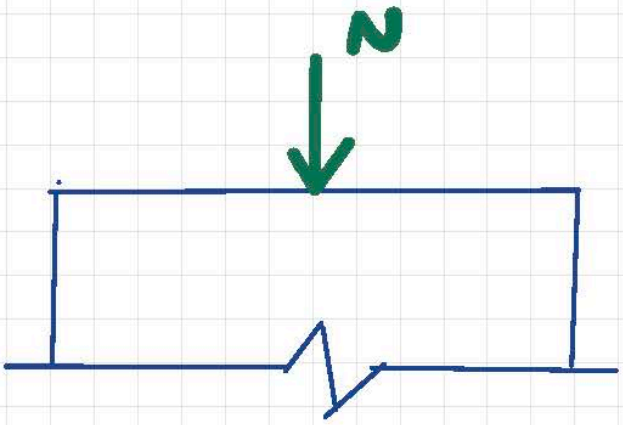


+ 5PL/24

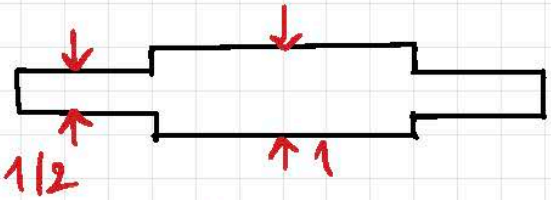
1 : 7PL/48
2 : 7PL/36
3 : 7PL/14
4 : 7PL/12
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 79 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ ถ้าปลาย A ถูกทำให้เคลื่อนลงมาตั้งฉากกับแนวเดิมเป็นระยะ = Δ เมื่อเทียบกับปลาย B กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่





$\frac{M}{EI}$ diagram



(ให้ EI = 1)

(ถอดออก)

(ให้ EI = 1)

$A = 2(\frac{1}{2})(L_i) + (1)(2L_i)$

$= 3L_i$

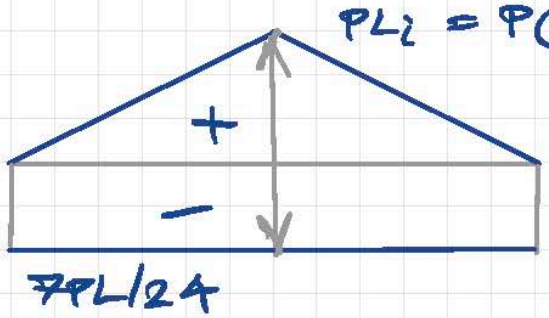
$$N = 2\left[\frac{1}{2}(L_i)\left(\frac{PL_i}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{PL_i}{2} + PL_i\right)(L_i)\right]$$

$$= 2PL_i^2\left(\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right) = 2PL_i^2\left(\frac{1+6}{8}\right) = 7PL_i^2/4$$

$$\therefore M_A = M_B = -\frac{N}{A} = -\left(\frac{7PL_i^2}{4}\right)/3L_i = -7PL_i/12$$

77 ถ้า $L_i = L/3$; $M_A = -7P(\frac{L}{3})/12 = -7PL/36$

78 ถ้า $L_i = L/2$; $M_A = M_B = -7P(\frac{L}{2})/12 = -7PL/24$

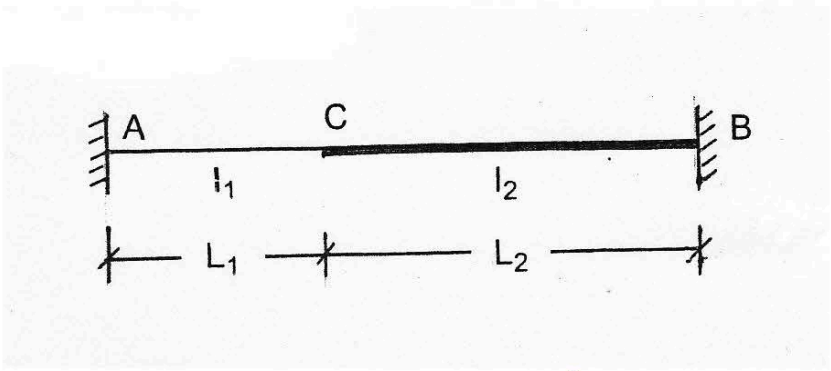


$$\therefore M_E = (PL/2) - (7PL/24)$$

$$= PL\left(\frac{12-7}{24}\right)$$

$$= 5PL/24$$

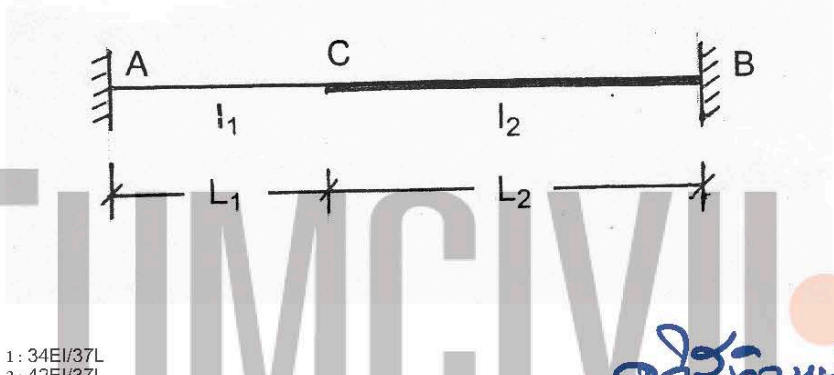
TUMCIVIL.COM



ดูวิธีทำ 3 หน้าถัดไป

1 : $16EI\Delta/11L^2$
2 : $20EI\Delta/11L^2$
3 : $24EI\Delta/11L^2$
4 : $28EI\Delta/11L^2$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 80 :
จงหาค่า stiffness factor ที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = 2L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

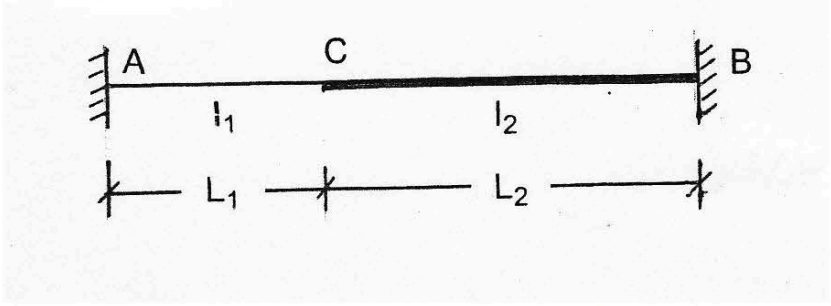


ดูวิธีทำหน้าถัดไป

1 : 34EI/37L
2 : 42EI/37L
3 : 56EI/37L
4 : 92EI/37L
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 81 :
จงหาค่า carry-over factor จากจุด B ไปยังจุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = 2L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



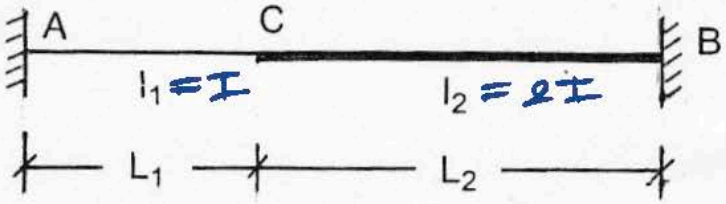
ดูวิธีทำ 2 หน้าถัดไป

1 : 17/46
2 : 17/35
3 : 17/28
4 : 17/24
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 82 :
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ ถ้าปลาย A ถูกทำให้เคลื่อนลงมาตั้งฉากกับแนวเดิมเป็นระยะ = Δ เมื่อเทียบกับปลาย B กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = 2L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่

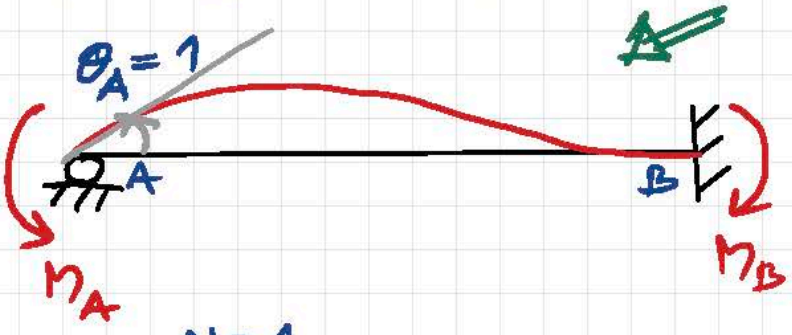
ดูวิธีทำ 4 หน้าถัดไป

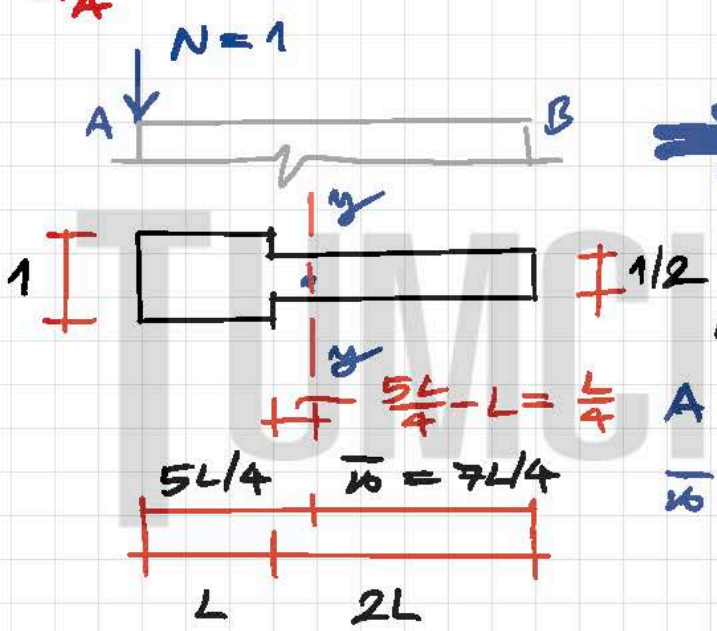
กำหนด $I_1 = I$, $I_2 = 2I$, $L_1 = L$, $L_2 = 2L$

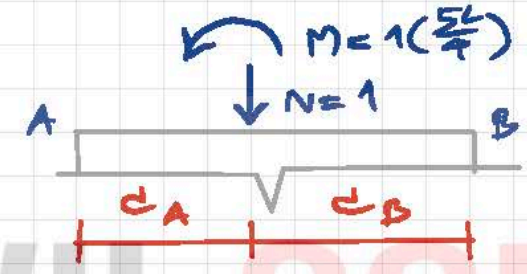


จงหา stiffness factor ที่ A

stiffness factor ที่ A คือ M_A ที่ทำให้คานที่มี support ดังรูป เกิดมุม $\theta_A = 1$ ซึ่งหาได้จากการพิจารณาโมเมนต์ที่เกิดขึ้นเมื่อมี $N = 1$ กระทำที่ A







(หาคุณสมบัติ (เทียบ EI = 1)

$$A = 1(L) + \frac{1}{2}(2L) = 2L$$

$$\bar{x} = \left[1(L)\left(\frac{L}{2} + 2L\right) + \frac{1}{2}(2L)(L)\right]/2L$$

$$= \left[(5L^2/2) + L^2\right]/2L = 7L/4$$

$$I_{y-y} = \frac{1}{3}(1)\left(\frac{5L}{4}\right)^3 - 2\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{L}{4}\right)^3\right] + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{7L}{4}\right)^3$$

$$= \frac{L^3}{3}\left[\frac{125}{64} - \frac{1}{128} + \frac{343}{128}\right] = 37L^3/24$$

$$M_A = -\frac{N}{A} - \frac{Mc_A}{I_{y-y}}$$

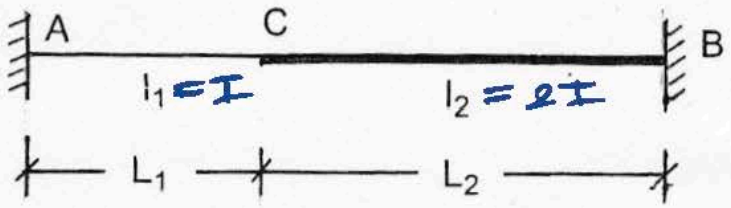
$$= -\frac{1}{2L} - \frac{(5L/4)(5L/4)}{37L^3/24} = -\frac{1}{2L} - \left(\frac{25L^2}{16}\right)\left(\frac{24}{37L^3}\right) = -\frac{1}{2L} - \frac{75}{74L}$$

$$= -56/37L \quad \text{(เทียบ } EI = 1\text{)}$$

$\therefore$ stiffness factor ที่ A $= -56EI/37L$

TUMCIVIL.COM

กำหนด $I_1 = I$, $I_2 = 2I$, $L_1 = L$, $L_2 = 2L$

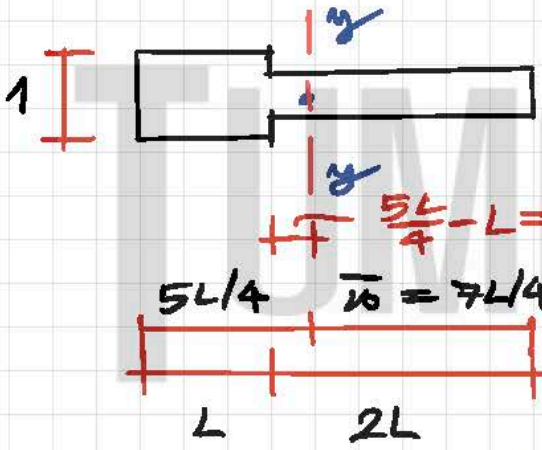


81 จง carry-over factor จาก B ไป A

COF_{BA} คือค่าที่บอกความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดจาก B ไป A นั่นคือ

$M_A = COF_{BA} M_B$ ดังนั้น

$COF_{BA} = M_A/M_B$ โดย M_B คือ stiffness factor ที่ B นั่นคือ โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่ A เมื่อให้ $N = 1$ กระทำที่ B

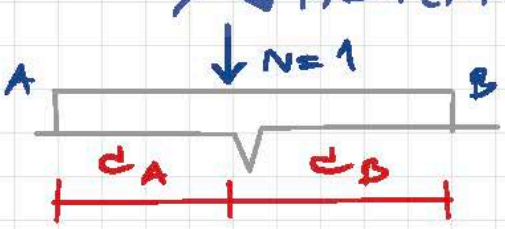


$A = 2L$

$\bar{x} = 7L/4$

$I_{y-y} = 37L^3/24$

} เหมือนกันทั้งสองช่วง



$$\therefore M_B = -\frac{N}{A} - \frac{Mc_B}{I_{y-y}}$$

$$M_A = -\frac{N}{A} + \frac{Mc_A}{I_{y-y}}$$

$$M_B = -\frac{1}{2L} - \frac{(7L/4)(7L/4)}{37L^3/24} = -\frac{1}{2L} - \left(\frac{49L^2}{16}\right)\left(\frac{24}{37L^3}\right) = -\frac{92}{37L}$$

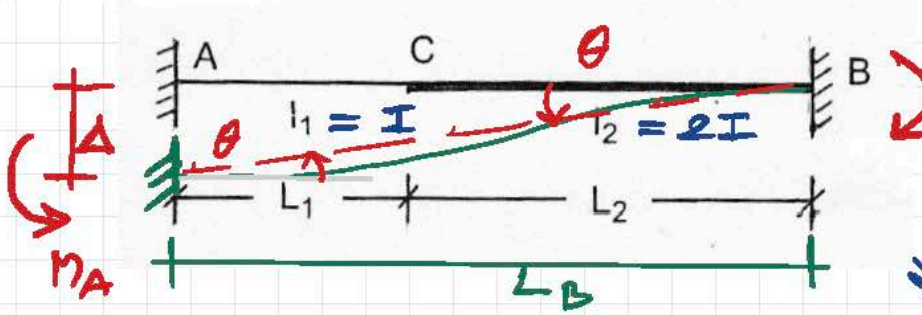
$$M_A = -\frac{1}{2L} + \frac{(7L/4)(5L/4)}{37L^3/24} = -\frac{1}{2L} + \left(\frac{35L^2}{16}\right)\left(\frac{24}{37L^3}\right) = \frac{34}{37L}$$

$$\therefore COF_{BA} = \left|M_A/M_B\right| = \left|\left(\frac{34}{37L}\right)/\left(-\frac{92}{37L}\right)\right| = \left|\left(\frac{34}{37L}\right)\left(-\frac{37L}{92}\right)\right|$$

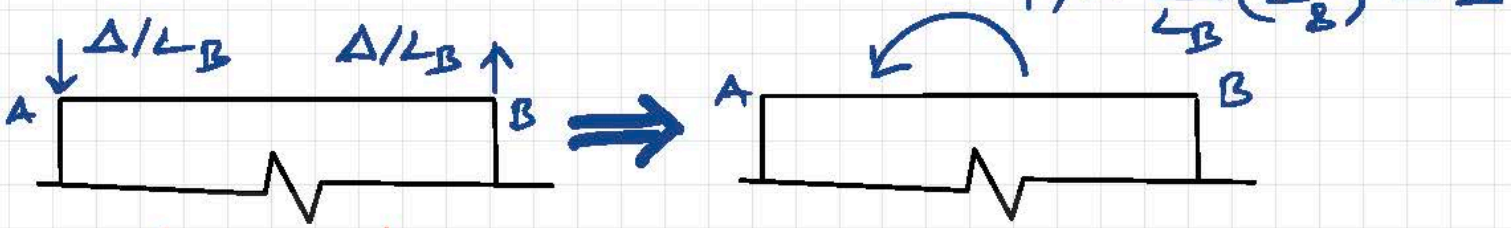
$$= 17/46$$

ข้อที่ 79 :

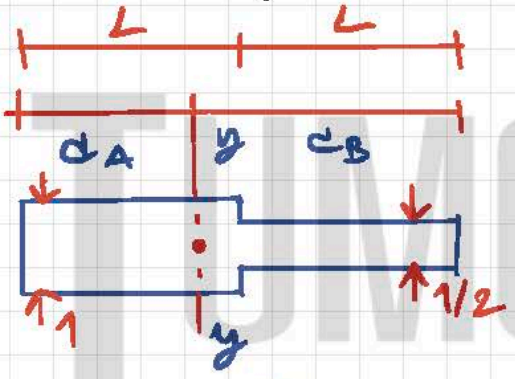
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าตัดไม่คงที่ ถ้าปลาย A ถูกทำให้เคลื่อนลงมาตั้งฉากกับแนวเดิมเป็นระยะ = Δ เมื่อเทียบกับปลาย B กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



Δ ทำให้เกิดแรงต้านซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{\Delta}{L_B}$ ในแนวตั้งฉากกับคาน AB ที่จุด A และ B



$$M = \frac{\Delta}{L_B}(L_B) = \Delta$$



$$A = 1(L) + \frac{1}{2}(L) = 3L/2$$

$$c_A = \left[L\left(\frac{L}{2}\right) + \frac{L}{2}(3L/2)\right]/(3L/2)$$

$$= \frac{2L^2}{3L}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = 5L/6$$

เรากำหนดให้ $EI = 1$ $\quad c_B = 2L - \frac{5L}{6} = 7L/6$

$$I_{y-y} = \frac{1(c_A)^3}{3} + \frac{(1/2)(c_B)^3}{3} + 2\frac{(1/4)(L - c_A)^3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\left[\left(\frac{5L}{6}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{7L}{6}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{6}\right)^3\right]$$

$$= \frac{L^3}{3}\left[\frac{125}{216} + \frac{1}{2}\left(\frac{343}{216}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{216}\right)\right] = \frac{L^3}{3(216)}(297)$$

$$= 11L^3/24$$

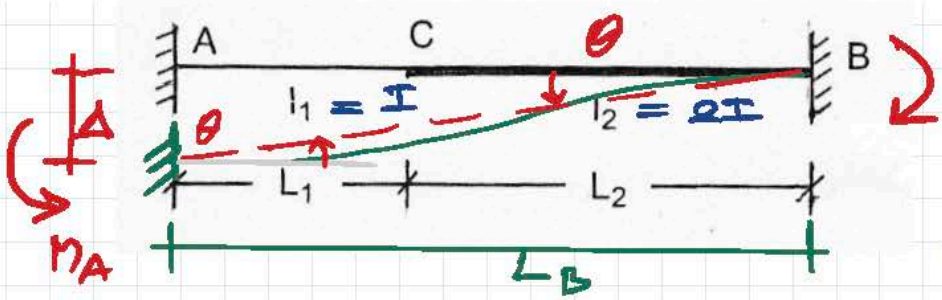
$$\therefore M_A = -M c_A / I_{y-y} = -\Delta(5L/6)/(11L^3/24)$$

$$= -\Delta\left(\frac{5L}{6}\right)\left(\frac{24}{11L^3}\right) = -20\Delta/11L^2 \quad (\text{เมื่อ } EI = 1)$$

$$M_A = -20EI\Delta/11L^2$$

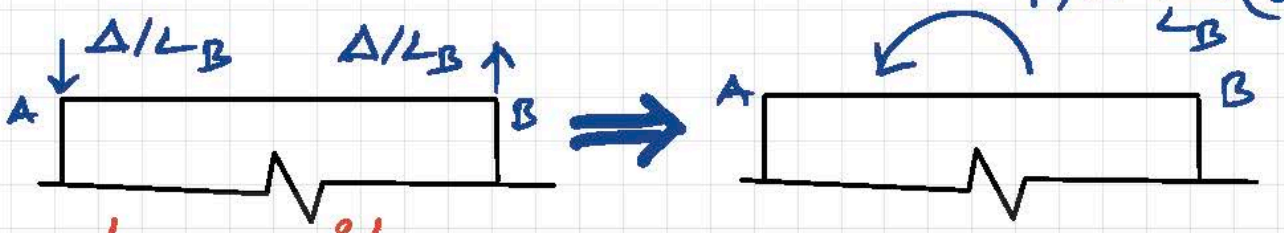
ข้อที่ 82 :

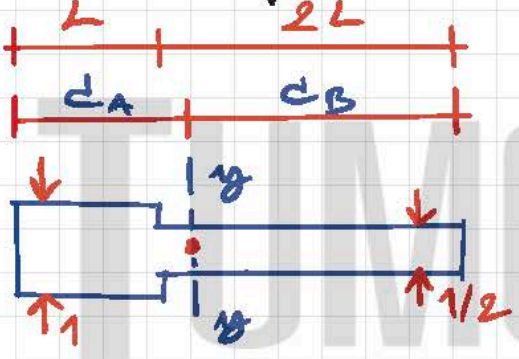
จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A ของคาน AB ซึ่งมีหน้าดัดไม่คงที่ ถ้าปลาย A ถูกทำให้เคลื่อนลงมาดิ่งฉากกับแนวเดิมเป็นระยะ = Δ เมื่อเทียบกับปลาย B กำหนดให้ ระยะ $L_1 = L$, $L_2 = 2L$, $I_1 = I$, $I_2 = 2I$ และค่า E คงที่



Δ ทำให้เกิดมุม θ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{\Delta}{L_B}$ ดังนั้นจึงสามารถแทนคานจริงด้วยคานช่วงเดียวรองรับอย่างง่ายที่มีแรงกระทำที่จุด A และ B

$$M = \frac{\Delta}{L_B}(L_B) = \Delta$$





$$A = 1(L) + \tfrac{1}{2}(2L) = 2L$$

$$c_A = [L(\tfrac{L}{2}) + L(2L)]/(2L)$$

$$= \frac{L^2}{2L}(\tfrac{1}{2} + 2) = 5L/4$$

เรากำหนดให้ (ให้ EI = 1) $c_B = 3L - (5L/4) = 7L/4$

$$I_{y\text{-}y} = \frac{1(c_A)^3}{3} - 2\frac{(1/4)(c_A - L)^3}{3} + \frac{(1/2)(c_B)^3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\left[(5L/4)^3 - (1/2)(L/4)^3 + (1/2)(7L/4)^3\right]$$

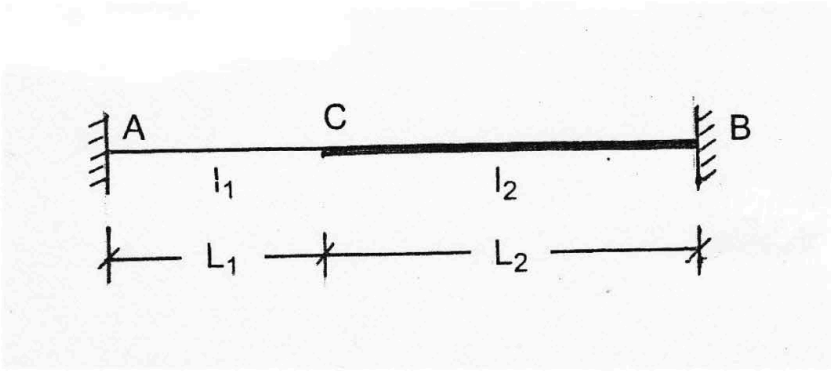
$$= \frac{L^3}{3}\left[(125/64) - (1/2)(1/64) + (1/2)(343/64)\right]$$

$$= \frac{L^3}{3(64)}\left[125 - (1/2) + (343/2)\right] = 37L^3/24$$

$$\therefore M_A = -Mc_A/I_{y\text{-}y} = -\Delta(5L/4)/(37L^3/24)$$

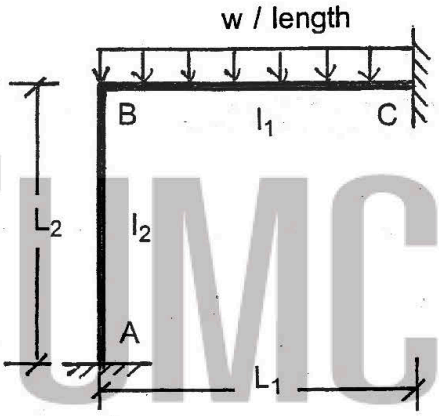
$$= -\Delta\left(\frac{5L}{4}\right)\left(\frac{24}{37L^3}\right) = -30\Delta/37L^2 \text{ (ให้ EI = 1)}$$

$$M_A = -30EI\Delta/37L^2$$



1 : $48EI\Delta/37L^2$
2 : $42EI\Delta/37L^2$
3 : $36EI\Delta/37L^2$
4 : $30EI\Delta/37L^2$
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 4

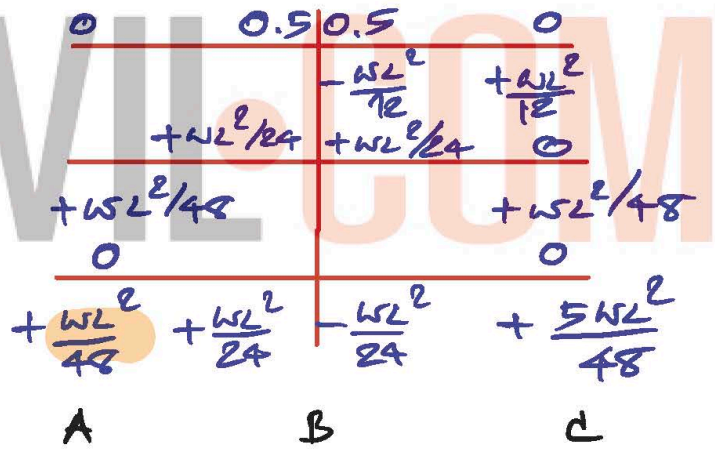
ข้อที่ 83 :
โครงข้อแข็ง ABC ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A กำหนดให้ $I_1 = I_2 = I$ และให้ $L_1 = L_2 = L$



$\because I_1 = I_2 = I$

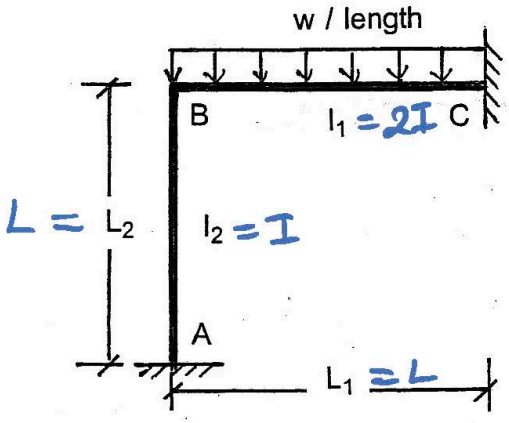
$L_1 = L_2 = L$

$\therefore DF_{BA} = DF_{BC} = 0.5$

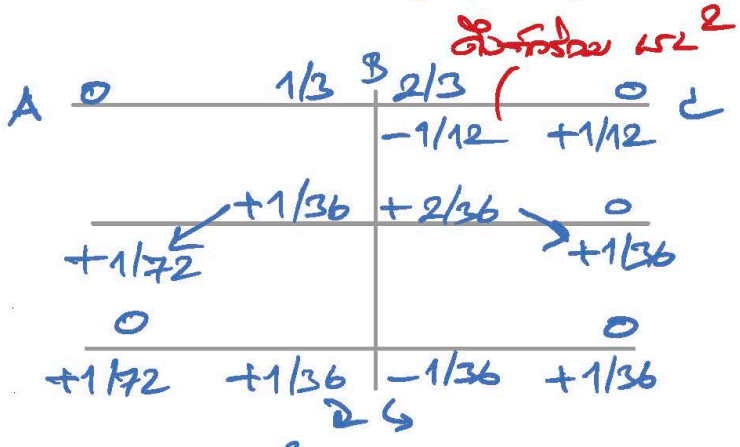


1 : $wL^2/24$
2 : $wL^2/30$
3 : $wL^2/36$
4 : $wL^2/48$
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 84 :
โครงข้อแข็ง ABC ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด B กำหนดให้ $I_1 = 2I_2$ และให้ $L_1 = L_2 = L$



$I/L \sim 1$ $\quad 2I/L \sim 2$

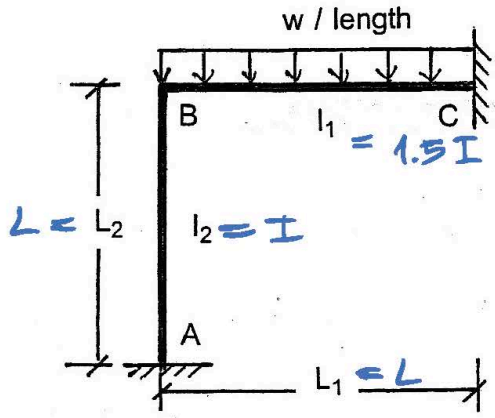


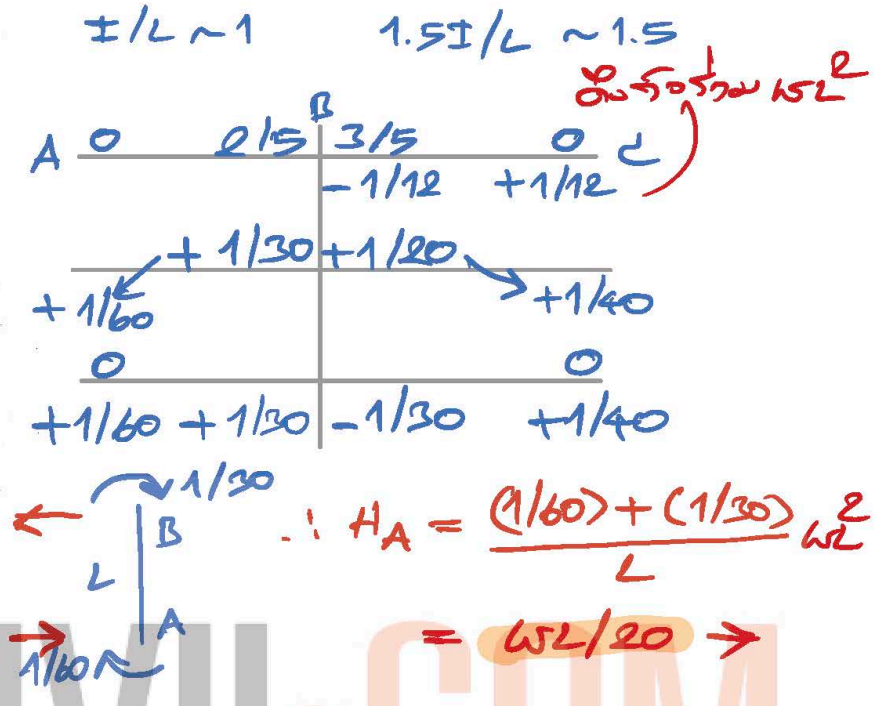
$\therefore M_B = -wL^2/36$

TUMCIVIL.COM

1 : $wL^2/24$
2 : $wL^2/30$
3 : $wL^2/36$
4 : $wL^2/48$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

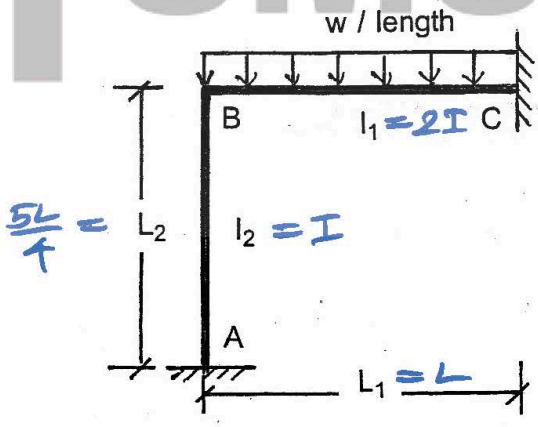
ข้อที่ 85 :
โครงข้อแข็ง ABC ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่า horizontal reaction ที่จุด A กำหนดให้ $I_1 = 1.5I_2$ และให้ $L_1 = L_2 = L$

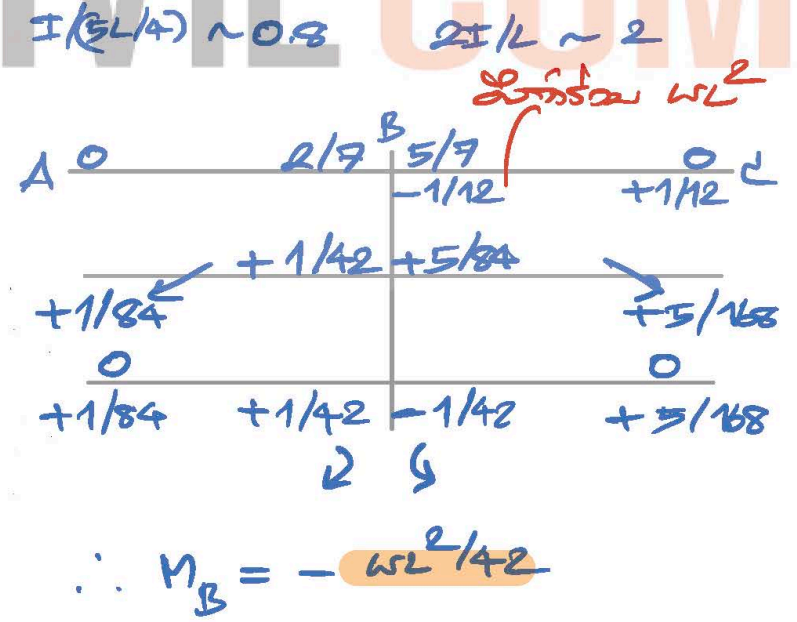




1 : wL/16
2 : wL/20
3 : wL/24
4 : wL/28
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 86 :
โครงข้อแข็ง ABC ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด B กำหนดให้ $I_1 = 2I_2$, $L_1 = L$ และ $L_2 = 5L/4$

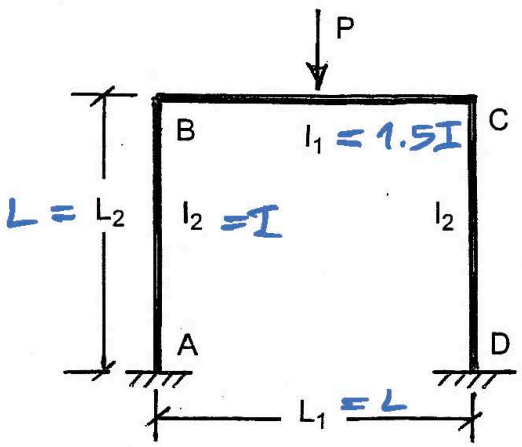


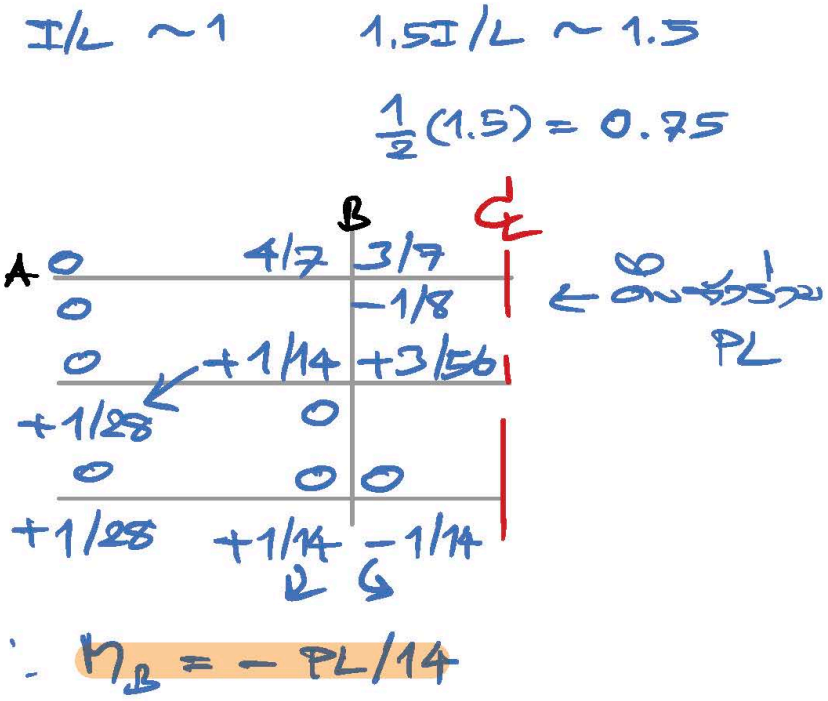


1 : $wL^2/36$
2 : $wL^2/42$
3 : $wL^2/24$
4 : $wL^2/30$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 87 :
โครงข้อแข็ง ABCD ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก P ตรงกึ่งกลางช่วงคาน ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด B กำหนดให้ $I_1 = 1.5I_2$ และให้ $L_1 = L_2 = L$

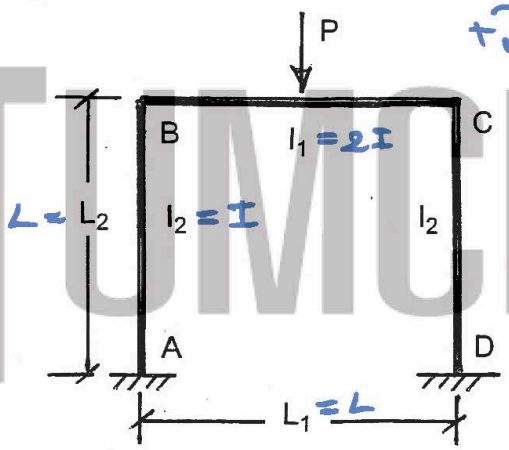
TUMCIVIL.COM

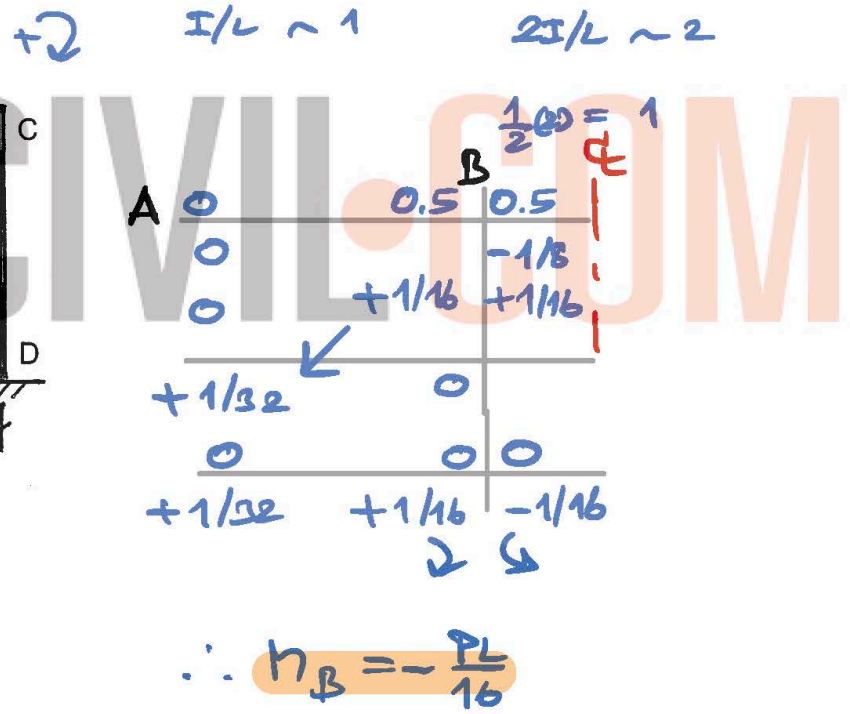




1 : PL/12
2 : PL/14
3 : PL/16
4 : PL/18
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 88 :
โครงข้อแข็ง ABCD ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก P ตรงกึ่งกลางช่วงคาน ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด B กำหนดให้ $I_1 = 2I_2$ และให้ $L_1 = L_2 = L$

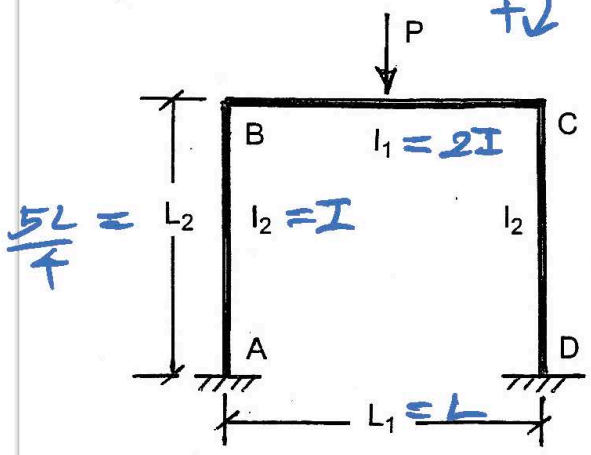


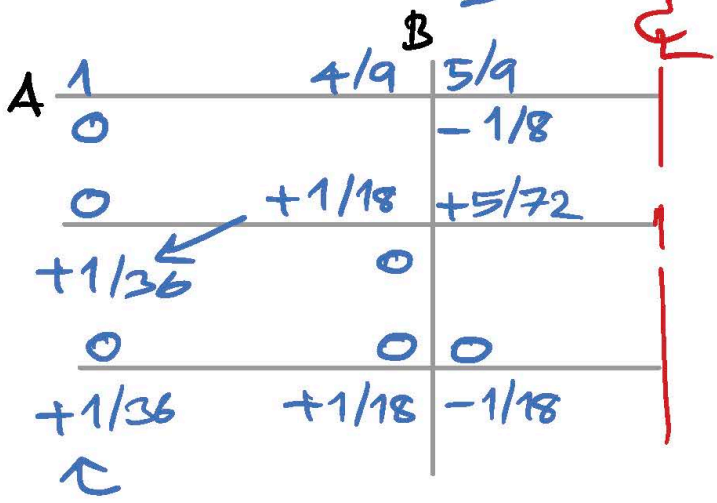


1 : PL/12
2 : PL/14
3 : PL/16
4 : PL/18
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 89 :
โครงข้อแข็ง ABCD ทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน รับน้ำหนัก P ตรงกึ่งกลางช่วงคาน ดังรูป จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่จุด A กำหนดให้ $I_1 = 2I_2$, $L_1 = L$ และ $L_2 = 5L/4$

TUMCIVIL.COM

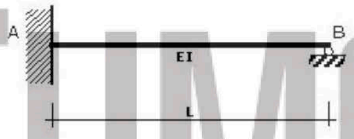




1 : PL/12
2 : PL/18
3 : PL/24
4 : PL/36
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

เนื้อหาวิชา : 535 : Influence line of indeterminate structures

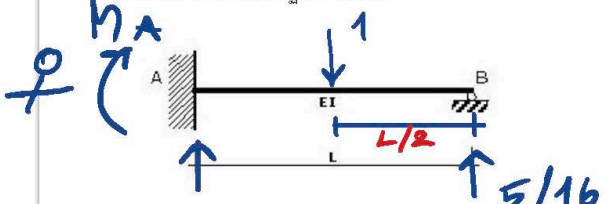
ข้อที่ 90 :
คานดังรูปจงหาสมการ Influence line ของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B



TUMCIVIL.COM

1 : $x^2(L-x)/(2L^3)$
2 : $x^2(1.5L-x)/(2L^3)$
3 : $x^2(3L-x)/(2L^3)$
4 : $x^2(4L-x)/(2L^3)$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 91 :
จากรูป influence line ของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B เท่ากับ $x^2(3L-x)/(2L^3)$ ถ้ากำหนดให้แรงหนึ่งหน่วยกระทำที่ $x = L/2$ จงหาค่าโมเมนต์ดัดที่ฐานรองรับ A

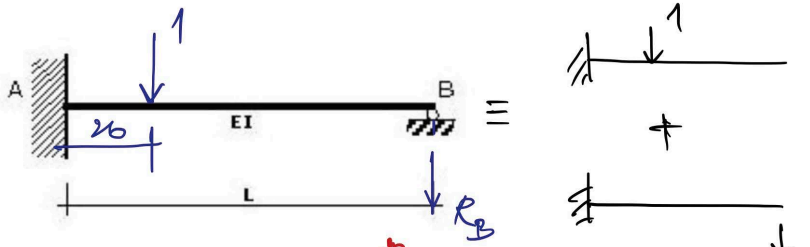


1 : -3L/8
2 : -3L/16
3 : -3L/32
4 : -3L/48
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 92 :

ข้อที่ 90 :

คานดังรูปจงหาสมการ Influence line ของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B



1 : $x^2(L-x)/(2L^3)$

2 : $x^2(1.5L-x)/(2L^3)$

3 : $x^2(3L-x)/(2L^3)$

4 : $x^2(4L-x)/(2L^3)$

TUMCIVIL.COM

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

$\delta_B = \eta_B' = \frac{Mb^2}{2EI}(L-\frac{b}{3})\downarrow$, $\delta_{BB} = \eta_B'' = \frac{R_B L^2}{2EI}(\frac{2L}{3})\downarrow$

$\therefore \delta_B + \delta_{BB} = 0$

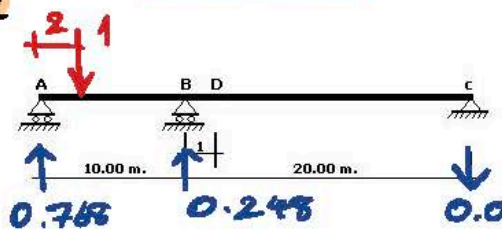
$\frac{Mb^2}{2EI}(L-\frac{b}{3}) + R_B\frac{L^3}{3EI} = 0$

$R_B = -\frac{Mb^2}{2EI}(L-\frac{b}{3})\cdot\frac{3EI}{L^3} = -\frac{3Mb^2}{2L^3}(L-\frac{b}{3})$

$= -\frac{Mb^2}{2L^3}(3L-b) = \frac{Mb^2}{2L^3}(3L-b)\uparrow$

$\therefore$ I.L.O.f $R_B = \frac{Mb^2}{2L^3}(3L-b)\uparrow$

ข้อที่ 92 : คานดังรูปให้หาค่า แรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B เมื่อมีแรงหนึ่งหน่วยกระทำที่ระยะ x = 2.00 m. (ห่างจาก A)



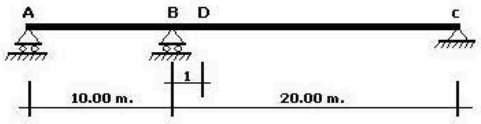
By Three Moment Equation

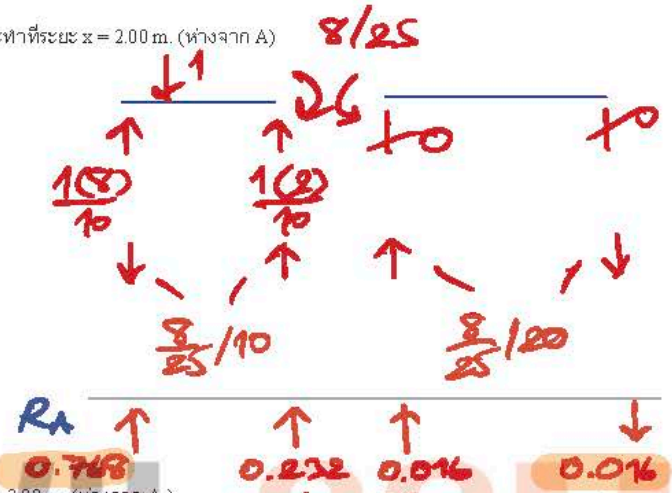
$M_A(10) + 2M_B(10+20) + M_C(20) = -\frac{1(2)}{10}(10^2-2^2)$

$M_B = -\frac{96}{12} \cdot \frac{1}{60} = -8/25$

1 : 0.124
2 : 0.248
3 : 0.496
4 : 0.744
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

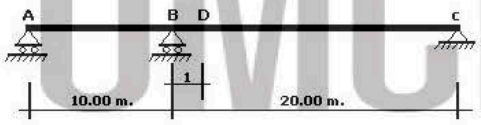
ข้อที่ 93 : จากคานดังรูปให้หาค่าแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ A เมื่อมีแรงหนึ่งหน่วยคงที่กระทำที่ระยะ x = 2.00 m. (ห่างจาก A)

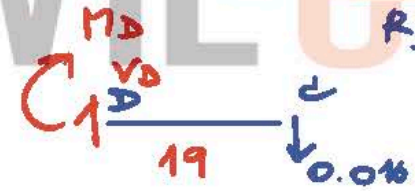




1 : 0.384
2 : 0.768
3 : 0.933
4 : 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 94 : จากคานดังรูปให้หาค่าแรงเฉือนที่ D เมื่อมีแรงหนึ่งหน่วยคงที่กระทำที่ระยะ x = 2.00 m. (ห่างจาก A)



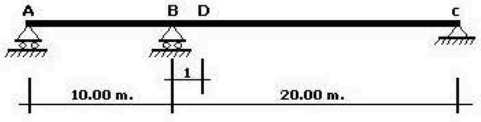


$\therefore V_D = +0.016$

$\approx +0.02$

1 : 0
2 : 0.02
3 : 0.14
4 : 0.06
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 95 : จากคานดังรูปให้หาค่าโมเมนต์ดัดที่ D เมื่อมีแรงหนึ่งหน่วยคงที่กระทำที่ระยะ x = 2.00 m. (ห่างจาก A)



$M_D = -0.016(19)$

$= -0.304$

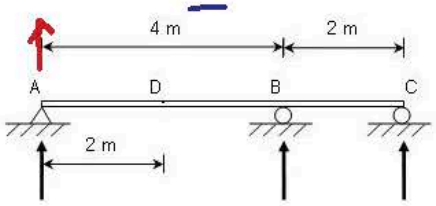
≈ -0.30

1 : -0.15
2 : -0.30
3 : -0.60
4 : -1.20
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

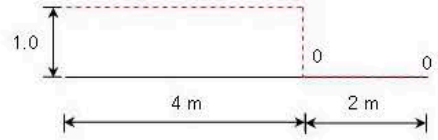
ข้อที่ 96 :

TUMCIVIL.COM

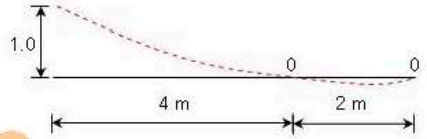
ข้อที่ 96 ข้อใดคือ Influence Line ของ R_A



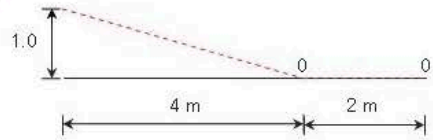
1 :



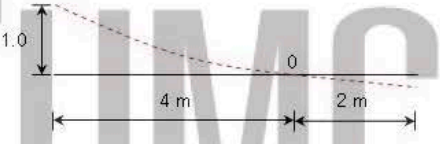
2 :



3 :

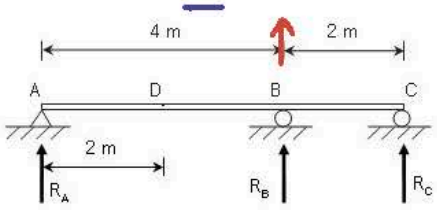


4 :

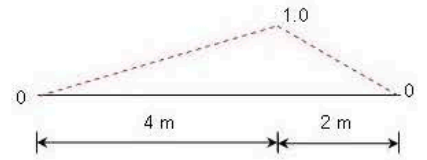


คำตอบที่ถูกต้อง : 2

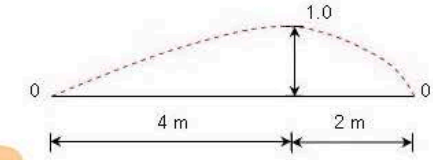
ข้อที่ 97 : ข้อใดคือ Influence Line ของ R_B



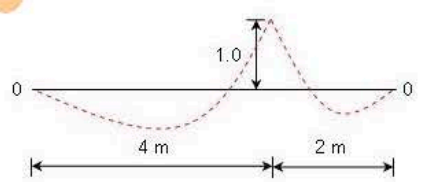
1 :



2 :

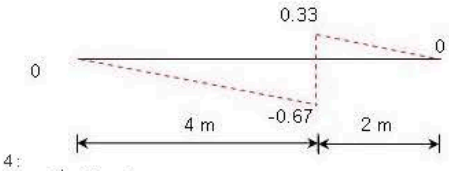


3 :



หลักการของ Müller-Breslau
คือ การหาค่าแนวโน้มของ
หา I.L. ขึ้น สามารถทำได้
โดย เอาเปลี่ยนรูป
ในแนวทางที่เป็น บวก
ของแรงที่สนใจ
หลังนั้น การเปลี่ยนรูปจะ
เกิดขึ้นต่อเนื่องจนถึง
ขั้นของที่ตาย
ซึ่งเส้นการเปลี่ยนรูปนี้
จะเหมือนกับเส้นอิทธิพล
(I.L.) ของแรงนั้น
โดยถ้าแรงที่เป็นแบบ
"อินดีเทอร์มิเนต"
เส้น I.L. จะเป็นเส้นโค้ง

TUMCIVIL.COM

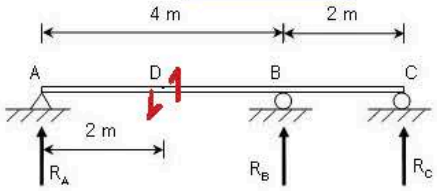


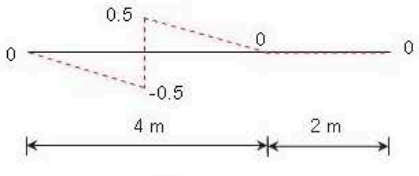
4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

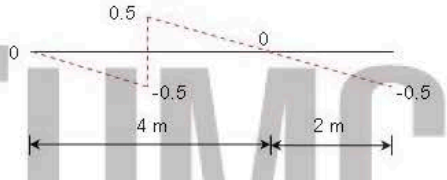
ข้อที่ 98 :

ข้อใดคือ Influence Line ของแรงเฉือนที่ D (V_D)

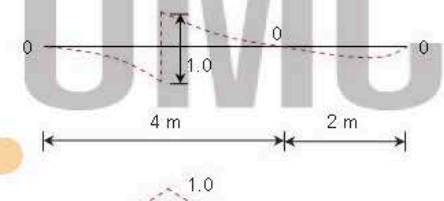




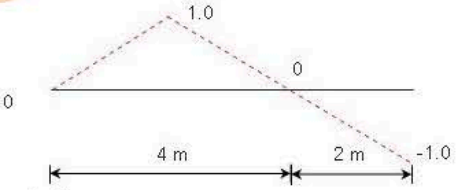
1 :



2 :



3 :

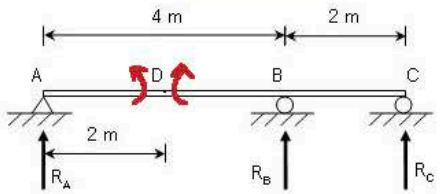


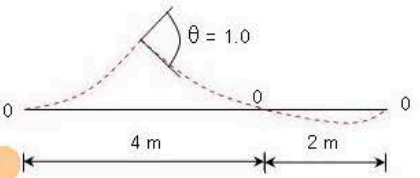
4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 99 :

ข้อใดคือ Influence Line ของโมเมนต์ที่ D (M_D)

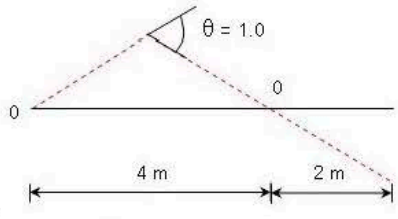




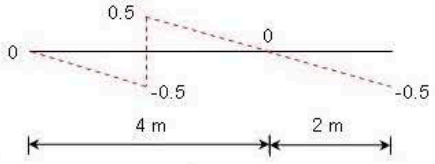
1 :

TUMCIVIL.COM

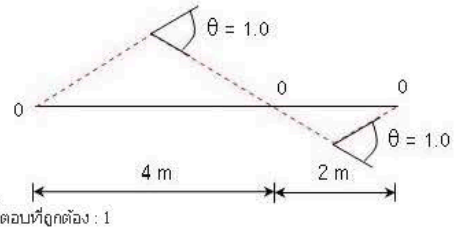
2 :



3 :



4 :

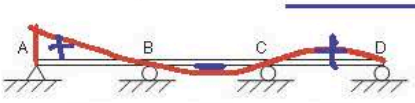


คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 100 :

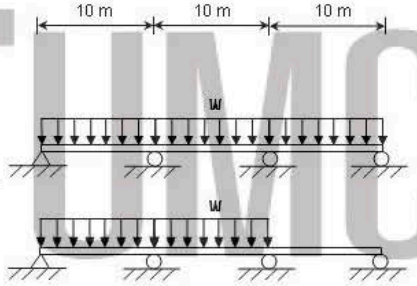
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่ A (R_A) มีค่าสูงสุด

1 :

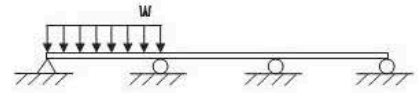


I.L. of R_A วางน้ำหนักบรรทุกจรในช่วงที่ I.L. เป็นบวก

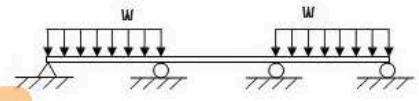
2 :



3 :



4 :

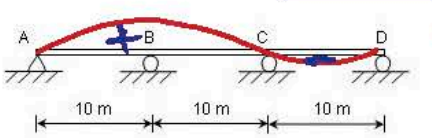


คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 101 :

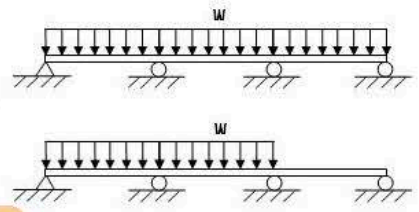
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่ B (R_B) มีค่าสูงสุด

1 :



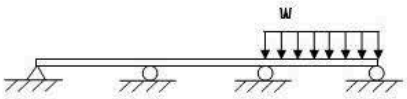
I.L. of R_B วางน้ำหนักบรรทุกจรในช่วงที่ I.L. เป็นบวก

2 :

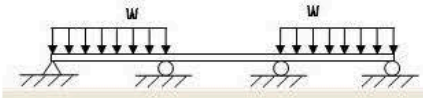


TUMCIVIL.COM

3 :



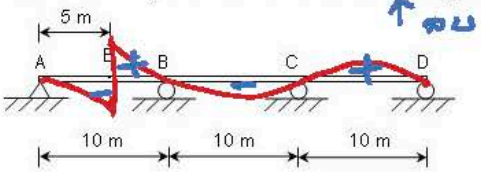
4 :



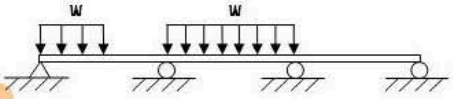
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 102 :

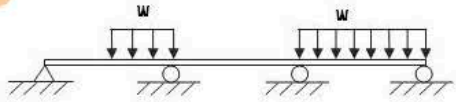
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดแรงเฉือนที่ E (V_E) มีค่าสูงสุด



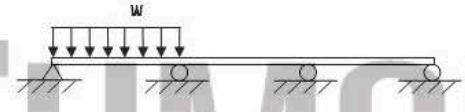
1 :



2 :



3 :

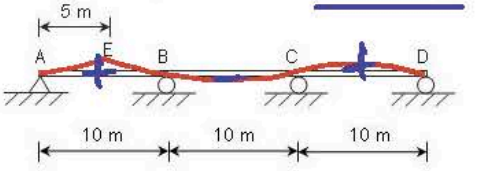


4 :

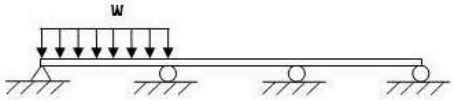
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 103 :

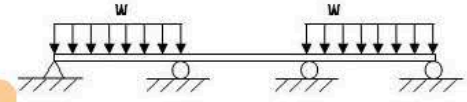
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดโมเมนต์ที่ E (M_E) มีค่าสูงสุด



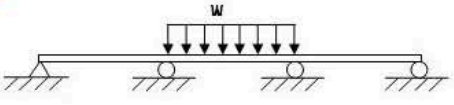
1 :



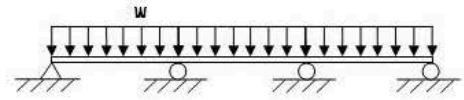
2 :



3 :



4 :

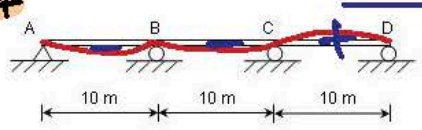


คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 104 :

TUMCIVIL.COM

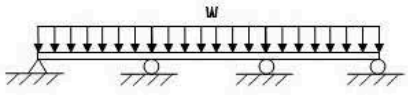
ข้อที่ 104 :
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดโมเมนต์ลบสูงที่สุดที่จุด B ในโครงสร้าง

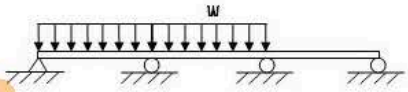


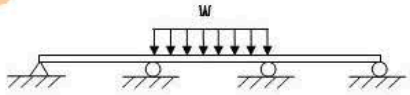
I.L. of M_B^-

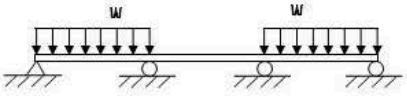
กรณี M แน่ๆของรับน้ำหนักโดยทั่วไป เมื่อรับ น.น. ↓ M จะมีค่าเป็นลบ

∴ วาง น.น. เฉพาะช่วงที่ I.L. มีค่าลบ

1 :


2 :


3 :


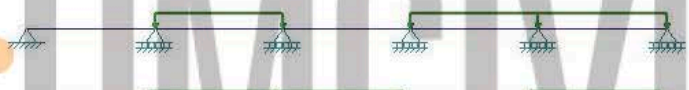
4 :


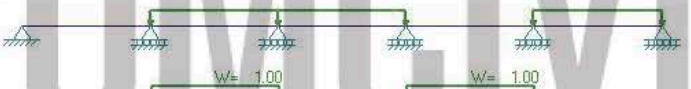
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 105 :
จากรูปคาน statically indeterminate จงทำการวางน้ำหนักบรรทุกจรที่มีการกระจายคงที่ (uniformly distributed live load) ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดของแรงปฏิกิริยาที่จุด E

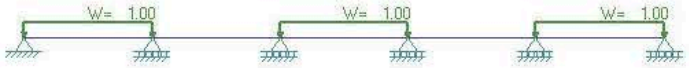
I.L. of R_E

วาง น.น. เฉพาะช่วงที่ I.L. มีค่าบวก

1 :


2 :


3 :

4 :


5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 106 :
จากรูปคาน statically indeterminate จงทำการวางน้ำหนักบรรทุกจรที่มีการกระจายคงที่ (uniformly distributed live load) ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดของโมเมนต์ดัดที่จุด C

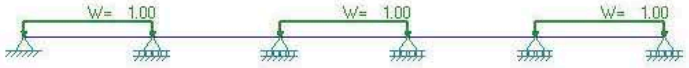
I.L. of M_C^-

วาง น.น. เฉพาะช่วงที่ I.L. มีค่าลบ

1 :

2 :

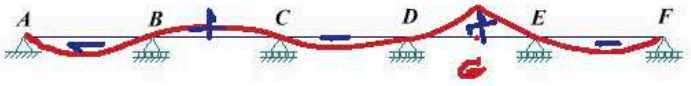
3 :

4 :


5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 107 :
จากรูปคาน statically indeterminate จงทำการวางน้ำหนักบรรทุกจรที่มีการกระจายคงที่ (uniformly distributed live load) ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดของโมเมนต์ดัดที่จุดกึ่งกลางของช่วงคาน DE

TUMCIVIL.COM



I.L. ของ M_D

วิธีทำ: วาง w เพื่อให้ได้ M_{max} ของคาน DE

1 :

2 :

3 :

4 :

5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

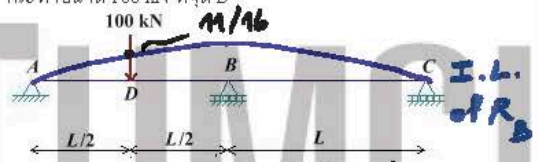
วางบน. คานช่วงที่ I.L. มีค่าบวก

ข้อที่ 108 :
ข้อใดคือประโยชน์ของการเขียนแผนภาพ Influence line ของคาน statically indeterminate เพื่อหาค่าสูงสุดของแรงและโมเมนต์ต่างๆ ที่จุดใดจุดหนึ่งบนคาน

1 : หาตำแหน่งของกลุ่มน้ำหนักบรรทุกจร
2 : หารูปแบบของกลุ่มน้ำหนักบรรทุกจร
3 : หาขนาดและรูปแบบของกลุ่มน้ำหนักบรรทุกจร
4 : หาตำแหน่งและรูปแบบของกลุ่มน้ำหนักบรรทุกจร
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

โดยหลักการสร้าง ค่าของแรงภายใน ณ จุดใดๆ จากการวาง น.ท. เคลื่อนที่ผ่านคาน ซึ่งในที่นี้คือ ผลของ น.ท. ตามแนวคาน

ข้อที่ 109 :
ถ้าค่าพิกัดที่จุด D ของแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B ของคานดังที่แสดงในรูปมีค่า 11/16 แล้ว จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด B เนื่องจากแรงกระทำขนาด 100 kN ที่จุด D

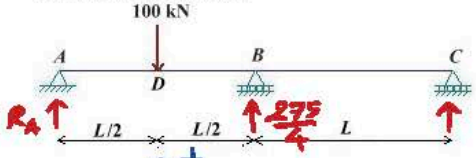


1 : 31.25 kN
2 : 33.33 kN
3 : 50.00 kN
4 : 68.75 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

$\therefore R_B$ = แรงกระทำ × ค่า I.L.
$= 100\left(\frac{11}{16}\right)$
$= 275/4$
$= 68.75\ kN\uparrow$

แม่นยำเหมือนกับ น.ท. ของ I.L. ระหว่าง น.น. ยกเว้นนั้น ซึ่งหากวาง น.น. เป็นหน่วย จะได้ผลลัพธ์เป็นระยะห่างตามแกนของ I.L. ดังนั้น หากจะให้แรงภายในต่างๆ

ข้อที่ 110 :
ถ้าค่าพิกัดที่จุด D ของแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B ของคานดังที่แสดงในรูปมีค่า 11/16 แล้ว จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เนื่องจากแรงกระทำขนาด 100 kN ที่จุด D



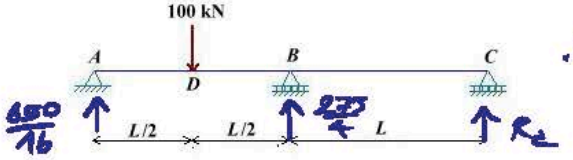
$\circlearrowleft^{+}\sum M_C = 0$

1 : 15/16 kN
2 : 110/16 kN
3 : 150/16 kN
4 : 650/16 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

หาค่าของ น.น. และตำแหน่งวาง I.L. ของแรงที่ต้องการทราบค่าเท่านั้น ค่าบวกก็พิจารณาในทำนองเดียวกัน

$\therefore R_A = \frac{1}{2L}\left[100(3L/2) - (275/4)(L)\right] = 325/8 = 650/16\ kN\uparrow$

ข้อที่ 111 :
ถ้าค่าพิกัดที่จุด D ของแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด B ของคานดังที่แสดงในรูปมีค่า 11/16 แล้ว จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด C เนื่องจากแรงกระทำขนาด 100 kN ที่จุด D



1 : 15/16 kN
2 : 65/16 kN
3 : 150/16 kN
4 : 650/16 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

$\therefore R_C = 100 - \frac{650}{16} - \frac{275}{4}$
$= -\frac{75}{8} = -150/16$
$= 150/16\ kN\downarrow$

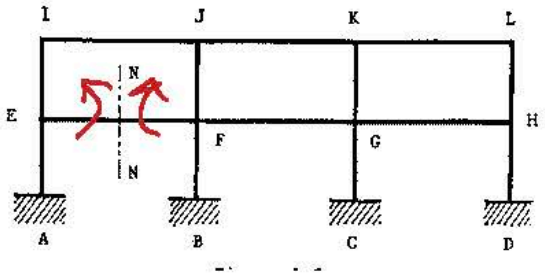
ข้อที่ 112 :

TUMCIVIL.COM

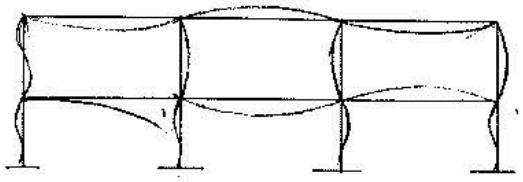
1

ข้อ 112

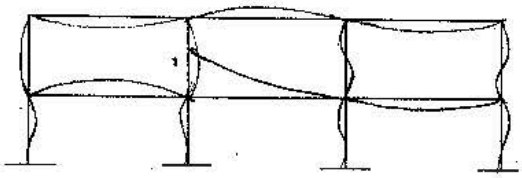
ให้ร่าง(sketch) ภาพ Influence line ของ โมเมนต์ ที่หน้าตัด N-N



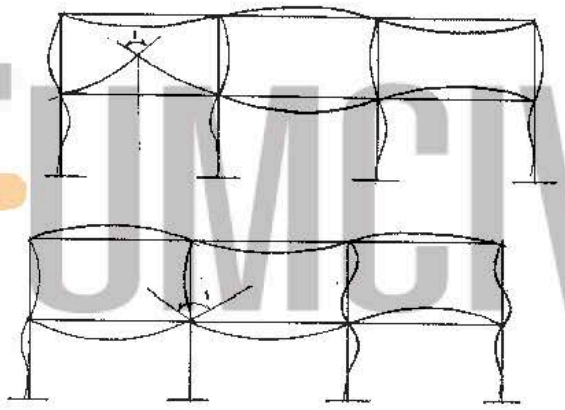
ใช้วิธีการของ Müller-Breslau



1 :

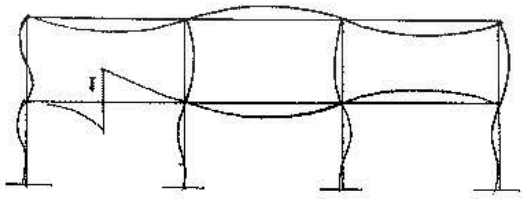


2 :



3 :

4 :

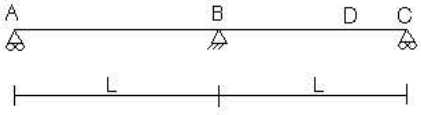


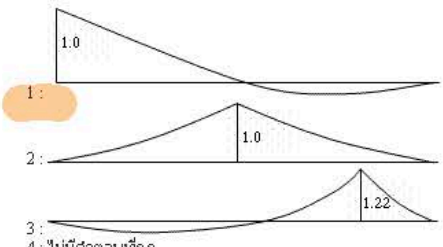
5 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 113 :

ภาพใดเป็นอินฟลูเอนซ์ไลน์ของแรงปฏิกริยา A





1 :

2 :

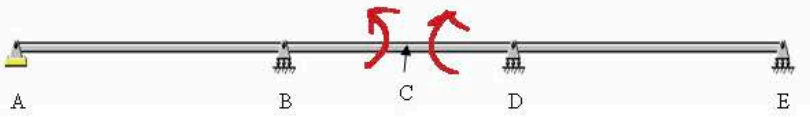
3 :

4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก

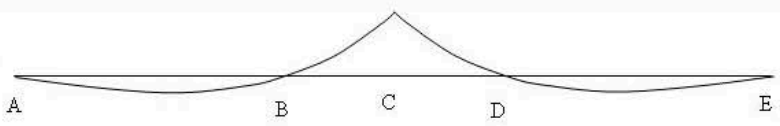
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

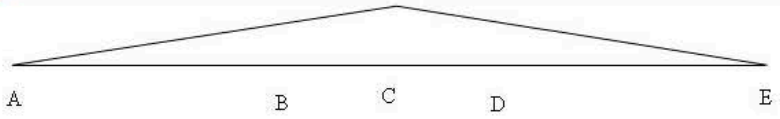
TUMCIVIL.COM

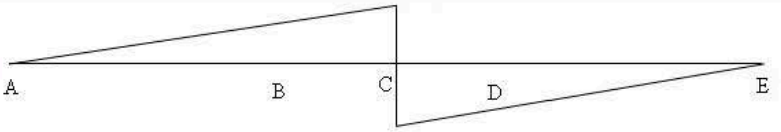
ข้อที่ 114 :
จงเลือกรูปร่างเส้นอิทธิพล (Influence line) ของโมเมนต์บวกที่จุด C เมื่อคานต่อเนื่องรับน้ำหนักหนึ่งหน่วยเคลื่อนจากจุด A ไป E ดังแสดงในรูป

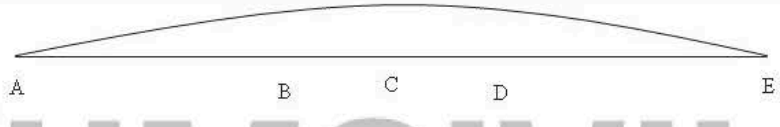


ใช้หลักการของ Muller-Breslau

1 :


2 :


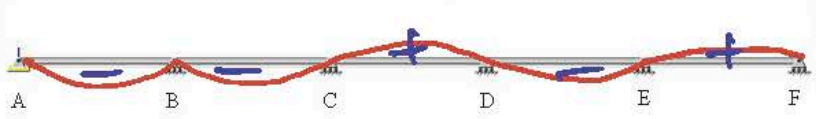
3 :


4 :


5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

TUMCIVIL.COM

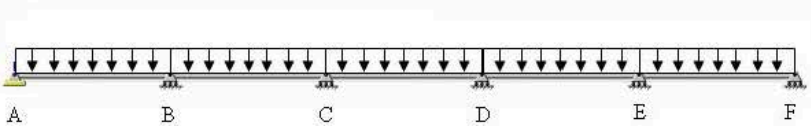
ข้อที่ 115 :
จงเลือกรูปแบบการวางน้ำหนักบรรทุกจร (Live Load Pattern) เพื่อให้เกิดโมเมนต์ลบสูงสุดในคานที่ตำแหน่งฐานรองรับ B พิจารณาโครงสร้างตามรูปประกอบ



I.L. of M_B

วางแรง 1 หน่วย ที่ตำแหน่ง B

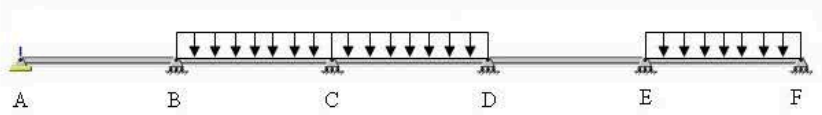
I.L. ที่ได้

1 :


2 :

3 :

4 :



5 :
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 116 :
ตามหลักการ Muller-Breslau แผนภาพ Influence line ของคาน statically indeterminate จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับแผนภาพชนิดใด?

1 : shear diagram
2 : moment diagram
3 : normal force diagram
4 : deflection diagram
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

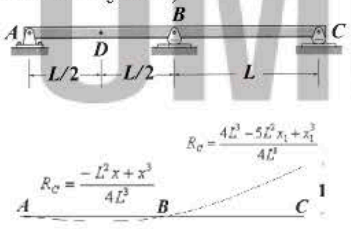
ข้อที่ 117 :
ถ้าเราทราบแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด A ของคานแล้ว เราจะหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เนื่องจากแรงกระทำเป็นจุดขนาด P kN ที่จุด B ได้จากข้อใด

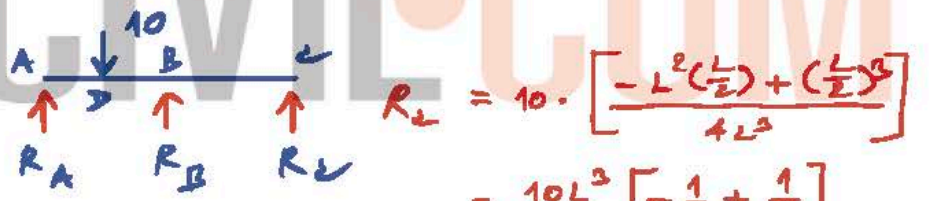
1 : พิกัดที่จุด A
2 : พิกัดที่จุด B
3 : ผลบวกของพิกัดที่จุด B และค่าแรง P
4 : ผลคูณของพิกัดที่จุด B และค่าแรง P
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 118 :
ถ้าเราทราบแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด A ของคานแล้ว เราจะหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เนื่องจากแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอ w kN/m ตลอดความยาวของคานได้จากข้อใด

1 : พิกัดที่จุด A
2 : พื้นที่ของแผนภาพ influence line
3 : ผลคูณของพิกัดที่จุด A และค่าแรง w
4 : ผลคูณพื้นที่ของแผนภาพ influence line และค่าแรง w
5 : ผลคูณของพิกัดที่จุด A และพื้นที่ของแผนภาพ influence line
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

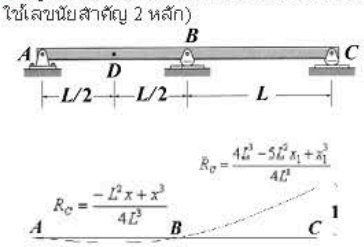
ข้อที่ 119 :
จากรูป ถ้าเราทราบแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด C ของคานแล้ว ค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด C เนื่องจากแรง 10 kN กระทำที่จุด D มีค่าเท่าใด (ตาตอบใช้เลขนัยสำคัญ 2 หลัก)

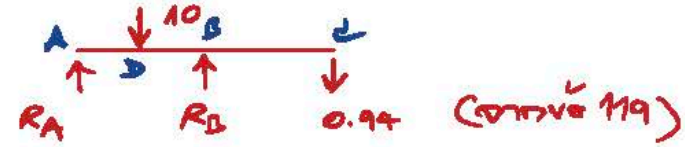




1 : 0.68 kN
2 : -0.68 kN
3 : 0.94 kN
4 : -0.94 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 120 :
จากรูป ถ้าเราทราบแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด C ของคานแล้ว ค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เนื่องจากแรง 10 kN กระทำที่จุด D มีค่าเท่าใด (ตาตอบใช้เลขนัยสำคัญ 2 หลัก)

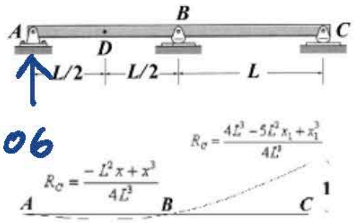




1 : 3.8 kN
2 : 3.9 kN
3 : 4.0 kN
4 : 4.1 kN
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 121 :
จากรูป ถ้าเราทราบแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด C ของคานแล้ว ค่าโมเมนต์ที่จุด D เนื่องจากแรง 10 kN กระทำที่จุด D มีค่าเท่าใด (ตาตอบใช้เลขนัยสำคัญ 2 หลัก)

TUMCIVIL.COM



M_D

4.06 ↑

L/2

$\therefore M_D = 4.06\left(\frac{L}{2}\right)$

$= 2.03L$ kN·m

$\approx 2.0L$ kN·m

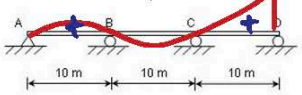
1 : 1.9L kN-m
2 : 2.0L kN-m
3 : 2.1L kN-m
4 : 2.2L kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

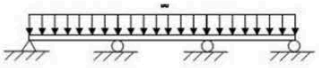
ข้อที่ 122 :
การวางน้ำหนักบรรทุกจรในข้อใดทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่ A (RD^+) มีค่าสูงสุด

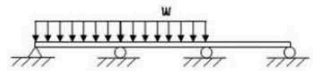
?

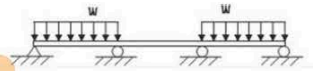
ต้องใช้หา R_D^+

I.L. of R_D



1 :


2 :


3 :


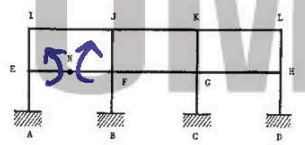
4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

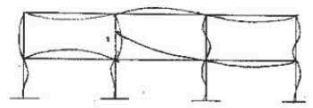
ต้องมีน้ำหนักบรรทุกจรอยู่ใน I.L. ด้วยบางส่วน

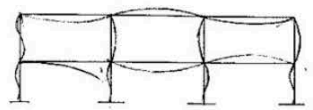
TUMCIVIL.COM

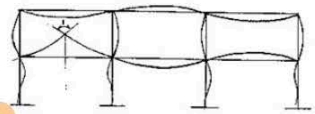
ข้อที่ 123 :
ให้ ร่าง (sketch) ภาพ Influence line ของ โมเมนต์ดัดที่จุด N

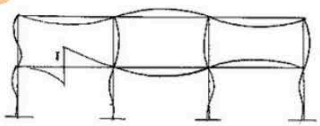


หลักการของ Müller-Breslau
สามารถกล่าวได้ว่า ที่ตำแหน่งใดๆ
และเปลี่ยนรูปไปในทิศทางที่
ขนาดของแรงที่สนใจ

1 :


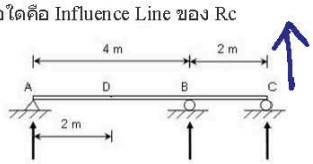
2 :


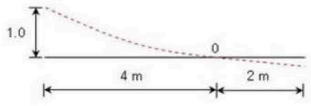
3 :


4 :


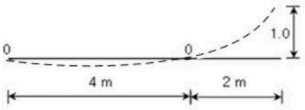
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 124 :
ข้อใดคือ Influence Line ของ Rc

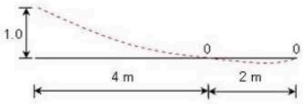




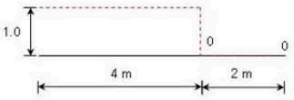
1 :



2 :



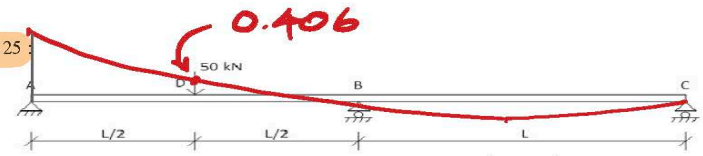
3 :



4 :

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 125 :



I.L. of R_A

ถ้าค่าพิกัดที่จุด D ของแผนภาพ influence line ของแรงปฏิกิริยาที่จุด A ของคานดังแสดงในรูปมีค่า 0.406 แล้ว จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด A เนื่องจากแรงกระทำขนาด 50 kN ที่จุด D

R_A = F. พิกัดจุดนั้นพอดี

$= 50(0.406)$

$= 20.3$ kN

1 : 40.6 kN

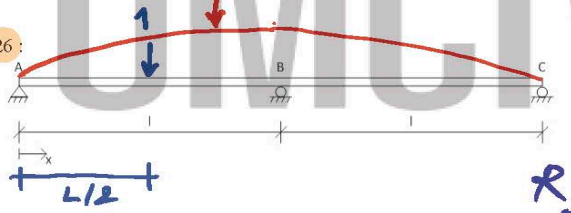
2 : 20.3 kN

3 : 50 kN

4 : 60.9 kN

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 126 :



I.L. of R_B

R_B = F. พิกัดจุดนั้นพอดี

จากรูป influence line ของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B ของคานดังแสดงในรูปในช่วง $0 < x < l$ มีค่าเท่ากับ $(1/2l^3)(3l^2x - x^3)$ ถ้ากำหนดให้แรงหนึ่งหน่วยกระทำที่ $x = l/2$ จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด B

$R_B = 1 \cdot \left\{\frac{1}{2L^3}\left[3L^2\left(\frac{L}{2}\right) - \left(\frac{L}{2}\right)^3\right]\right\}$

$= 1\left[\frac{L^3}{2L^3}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{8}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{12-1}{8}\right) = \frac{11}{16}$

1 : -11/6

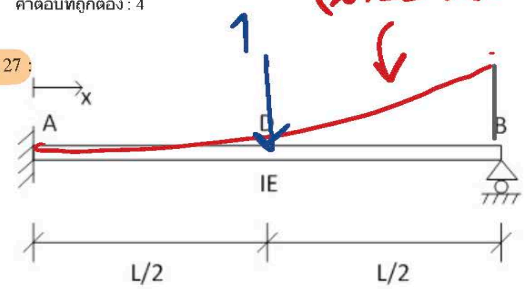
2 : 5/8

3 : 1/2

4 : 11/16

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 127 :



I.L. of R_B

R_B = F. พิกัดจุดนั้นพอดี

$= 1\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2L^3} \cdot \left(3L - \frac{L}{2}\right)\right]$

$= \frac{L^2}{8L^3}\left(\frac{6L-L}{2}\right) = \frac{1}{8L}\left(\frac{5L}{2}\right)$

$= \frac{5}{16}$

จากรูป influence line ของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ B ของคานดังแสดงในรูป $(x^2/2L^3)(3L - x)$ ถ้ากำหนดให้แรงหนึ่งหน่วยกระทำที่ $x = L/2$ จงหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุด B

1 : 5/16

2 : 8/16

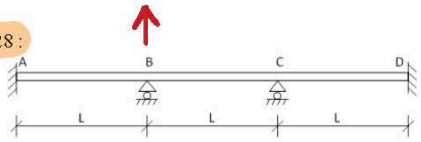
3 : 3/16

4 : 4/16

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

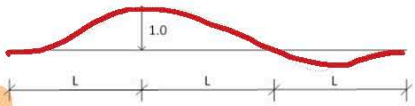
TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 128 :

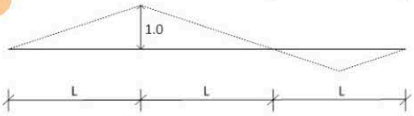


รูปใดคือ influence line ของ R_B

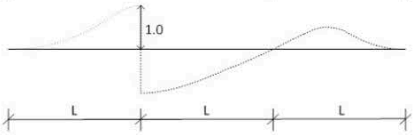
1 :



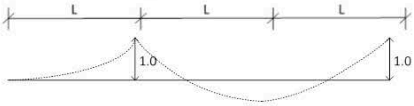
2 :



3 :



4 :

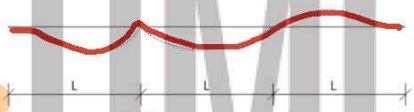


ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

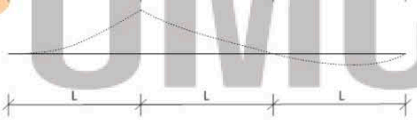
ข้อที่ 129 :

รูปใดคือ influence line ของ M_B

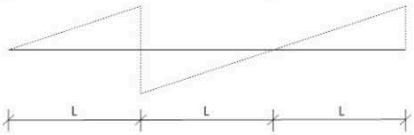
1 :



2 :



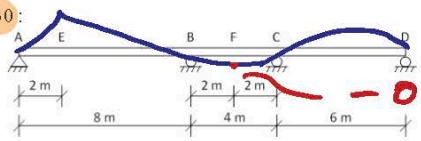
3 :



4 :

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

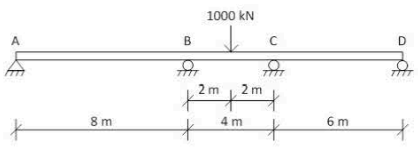
ข้อที่ 130 :



I.L.D of M_E

-0.052

ถ้าพบว่าค่าขนาดของพิกัดที่จุด F ของแผนภาพ influence line ของโมเมนต์ที่จุด E มีค่าเท่ากับ 0.052 จงหาค่าโมเมนต์ที่จุด E ของคานที่มีแรงกระทำดังรูป



1 : -52 kN •

2 : 52 kN •

3 : 104 kN •

4 : -104 kN •

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

หลักการของ Muller Breslau

- กล่าวว่า แรงเฉือนที่หน้าตัดที่สนใจ เท่ากับการเปลี่ยนรูปไปในทิศทางที่เป็นบวกของรูปร่าง
- เขียนเส้นการเปลี่ยนรูปของโครงสร้างให้ต่อเนื่องกันทั้งหมด
- หากที่รองรับเป็นแบบยึดแน่น เส้นการเปลี่ยนรูปจะเท่ากับศูนย์ (θ=0)
- ที่รองรับหากเป็นชนิดที่หน้าตัดล็อคโครงสร้างไม่ให้เคลื่อนที่ สิ่งที่ทำให้โครงสร้างเปลี่ยนแนวการเสียรูป (ตามเข็มนาฬิกา, ทวนเข็มนาฬิกา)

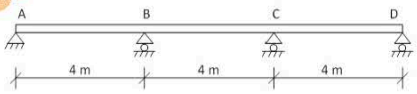
$\therefore M_E$ = แรง · ค่า I.L. ที่ตำแหน่ง F

$= 1000 \cdot (-0.052)$

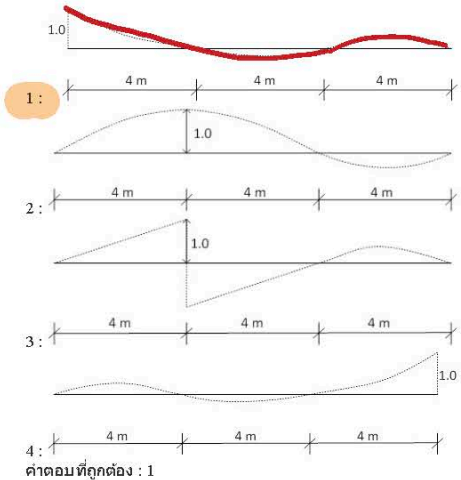
$= -52$ kN·m

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 131 :

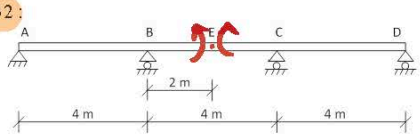


รูปใดคือ influence line ของ R_A

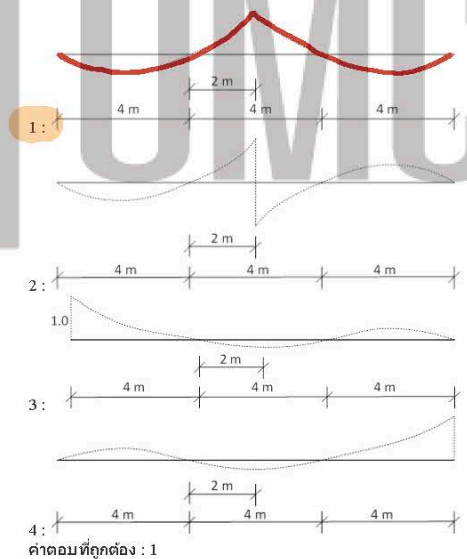


ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 132 :

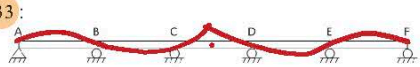


รูปใดคือ influence line ของ M_E

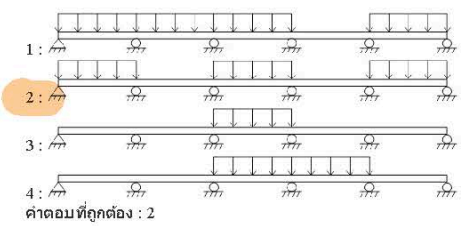


ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 133 :



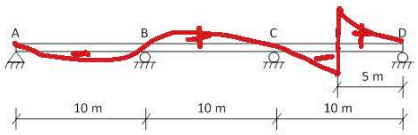
จากรูปคาน Statically indeterminate จงวางน้ำหนักบรรทุกที่มีการกระจายคงที่ (uniformly distributed load) ที่ทำให้เกิดโมเมนต์ดัดที่จุดกึ่งกลางของช่วง CD มากสุด



ค่าตอบที่ถูกต้อง : 2

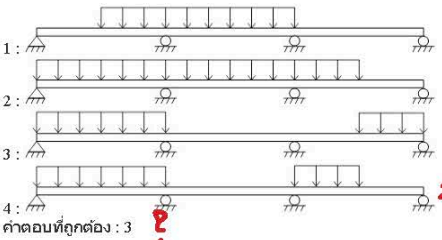
ข้อที่ 134 :

TUMCIVIL.COM



I.L. of V_E

การวางน้ำหนักบรรทุกในข้อใดที่ทำให้เกิดแรงเฉือนที่จุด E มีค่าสูงสุด



1 :
2 :
3 :
4 :

* V_E^- มีค่ามากสุด

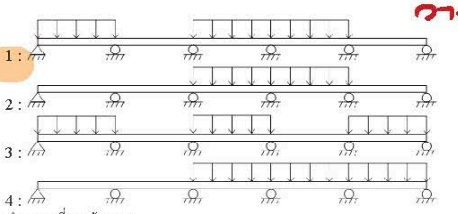
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 135 :

I.L. of M_D

จากรูปคาน statically indeterminate จงวางน้ำหนักบรรทุกจรที่มีการกระจายคงที่ (uniformly distributed live load) ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดของโมเมนต์ดัดที่จุด D

วางเฉพาะช่วงที่ I.L. เป็นบวก



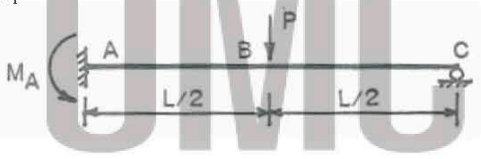
1 :
2 :
3 :
4 :

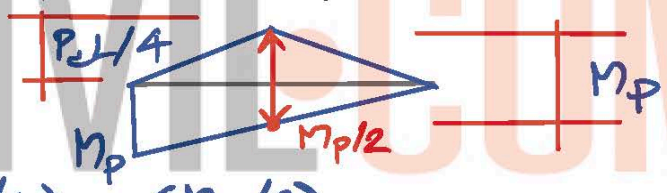
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

เนื้อหาวิชา : 536 : Introduction to plastic analysis

ข้อที่ 136 :

จงวิเคราะห์หาน้ำหนักบรรทุกประลัยของคานที่แสดงซึ่งรับน้ำหนักแบบจุดที่กึ่งกลางช่วงคาน สมมติว่าคานมีรูปตัดคงที่และโมเมนต์พลาสติกของหน้าตัดเท่ากับ Mp





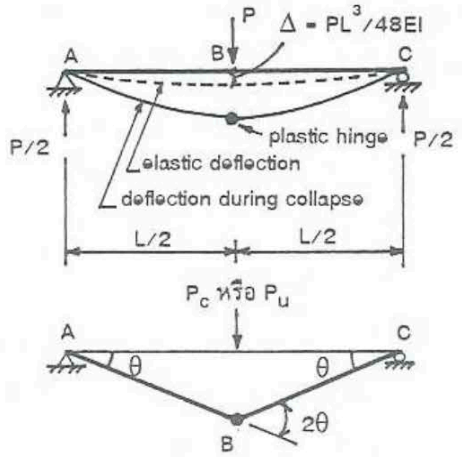
$M_p = (P_c L/4) - (M_p/2)$

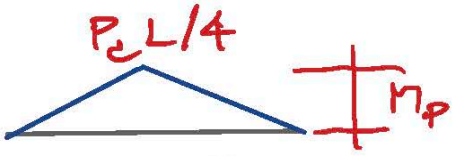
$\therefore P_c = \frac{4}{L}\left(M_p + \frac{M_p}{2}\right) = \frac{4}{L} \cdot \frac{3M_p}{2} = 6M_p/L$

1 : 2Mp/L
2 : 3Mp/L
3 : 4Mp/L
4 : 6Mp/L
5 : 9Mp/L
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 137 :

คานช่วงเดียวธรรมดา ABC ซึ่งมีรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด b x h คงที่ตลอดความยาวดังแสดงในรูป ถ้าคานนี้ทำด้วยวัสดุเหนียวเนื้อเดียวกัน มีน้ำหนักกระทำดังรูป จงวิเคราะห์หาน้ำหนักบรรทุกประลัยแบบจุด





$M_p = P_c L/4$

$\therefore P_c = 4M_p/L$

1 : 4My/L
2 : 8My/L
3 : 4Mp/L
4 : 8Mp/L
5 : 8Mp/27
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

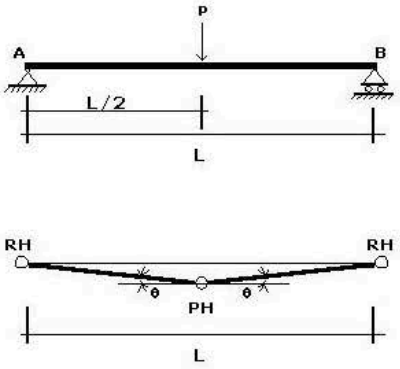
ข้อที่ 138 :

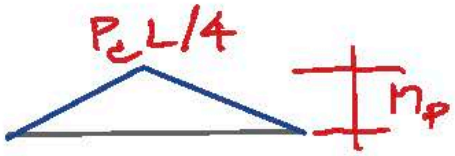
ข้อใดไม่ใช่รูปแบบของเมคคานิซึมอิสระ(independent mechanisms)

independent mechanism ไม่ขึ้นต่อกับ load

1 : Beam Mechanisms
2 : Sway Mechanisms
3 : Gable Mechanisms
4 : Load Mechanisms
5 : Joint Mechanisms
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 139 :
คานดังแสดงในรูป จงคำนวณหาน้ำหนักประลัยโดยวิธี plastic analysis



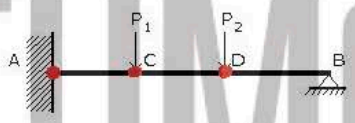


$M_p = P_L L/4$

$\therefore P_L = 4M_p/L$

1 : M_p/L
2 : $2M_p/L$
3 : $3M_p/L$
4 : $4M_p/L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 140 :
คานแบบ indeterminate ดังรูป ตรงจุดใดบ้างที่มีโอกาสที่จะเกิด plastic hinge

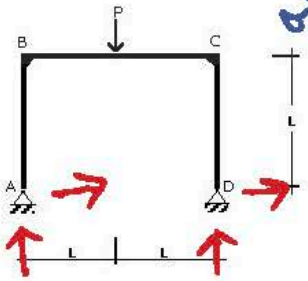


- มีโมเมนต์รองรับ (แบบ fixed)
- มีโมเมนต์รับ Point Load

1 : A และ C
2 : A ,C และ D
3 : A , B, C และ D
4 : เฉพาะ A และ B
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 141 :
โครงสร้างดังรูป ต้องการจำนวนของ plastic hinge เท่าไรจึงทำให้โครงสร้างไม่เสถียรภาพ



ต้องการจำนวน plastic hinge = DI+1

$DI = 4-3 = 1$

$\therefore$ จำนวน $= 1+1 = 2$

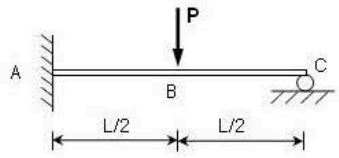
1 : 2
2 : 3
3 : 4
4 : 5
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

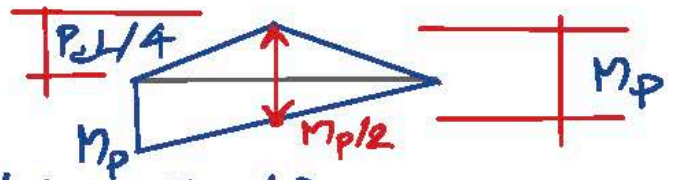
ข้อที่ 142 :
ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1 : plastic hinge จะต่างกับ hinge ธรรมดา (real hinge) ตรงที่มีหน่วยแรงดัดจนถึงจุดคลากตลอดหน้าตัด แต่ hinge ธรรมดา ค่าหน่วยแรงดัดจะเท่ากับศูนย์ ✓
2 : ถูกทุกข้อ
3 : plastic hinge จะเกิดตรงจุดที่มีค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดก่อน หรือ บริเวณฐานรองรับ และ บริเวณที่น้ำหนักกระทำเป็นจุด ✓
4 : plastic hinge จะเหมือนกับ hinge ธรรมดา(real hinge) ตรงที่มีการเคลื่อนเชิงมุมได้ ✓
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 143 :

โดยวิธี Plastic Analysis ค่าแรง P ที่มากที่สุดมีค่าเท่าใด กำหนด Plastic Moment ของคานมีค่าเท่ากับ M_p



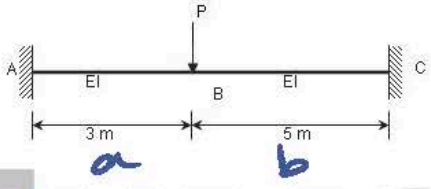


$M_p = (P_c L/4) - (M_p/2)$

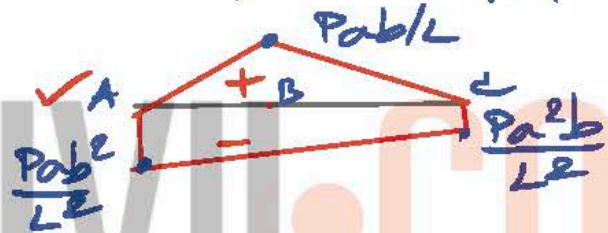
$\therefore P_c = \frac{4}{L}\left(M_p + \frac{M_p}{2}\right) = \frac{4}{L} \cdot \frac{3M_p}{2} = 6M_p/L$

1 : $\frac{M_p}{L}$
2 : $\frac{4M_p}{L}$
3 : $\frac{6M_p}{L}$
4 : $\frac{8M_p}{L}$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 144 :
จากรูป คานเหล็กจะมี plastic hinge เกิดขึ้นที่จุดใดก่อน เมื่อแรง P มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องจนทำให้เกิด plastic hinge

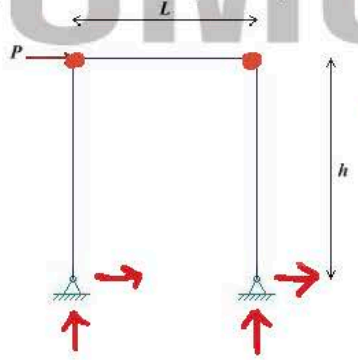


เกิดขึ้นที่จุดที่มี M สูงสุดก่อน



1 : A
2 : B
3 : C
4 : A และ C
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

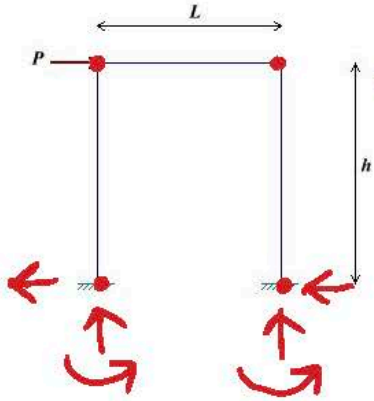
ข้อที่ 145 :
จากรูป โครงข้อแข็งเหล็กจะมี plastic hinge เกิดขึ้นกี่จุด จึงทำให้เกิด complete collapse mechanism



จำนวน plastic hinge = DI + 1
= (4 − 3) + 1
= 2

1 : 1
2 : 2
3 : 3
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 146 :
จากรูป เมื่อแรง P มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โครงข้อแข็งเหล็กจะมี plastic hinge เกิดขึ้นกี่จุด จึงทำให้เกิด complete collapse mechanism



จำนวน plastic hinge = DI + 1
= (6 − 3) + 1
= 4

1 : 1
2 : 2

TUMCIVIL.COM

3 : 3
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 147 :
การวิเคราะห์และออกแบบโดยวิธีพลาสติค เหมาะกับโครงสร้างแบบใด

1 : โครงสร้างไม้
2 : โครงสร้างเหล็ก
3 : โครงสร้างคอนกรีตอัดแรง
4 : โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

เหมาะกับโครงสร้างที่มีความเหนียวสูง

ข้อที่ 148 :
ที่จุดหมุนพลาสติค (Plastic Hinge) จะมีค่าโมเมนต์เท่าใด

1 : M = 0
2 : $M = M_y$
3 : $M = M_p$
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

M_p ⇒ Plastic Moment

ข้อที่ 149 :
โมดูลัสพลาสติค (Plastic Section Modulus ; Z) หาได้จาก

1 : $Z = M_y / \sigma_y$
2 : $Z = M_p / \sigma_y$
3 : $Z = \sigma_y / M_y$
4 : $Z = \sigma_y / M_p$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

$M_p/Z = \sigma_y$; $Z = M_p/\sigma_y$
คล้ายกันกับ
$M_y/S = \sigma_y$; $S = M_y/\sigma_y$

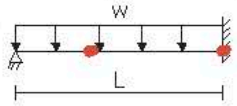
ข้อที่ 150 :
ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง เกี่ยวกับค่าตัวประกอบรูปทรง (Shape Factor)

1 : Shape Factor = Z / S
2 : Shape Factor = M_p / M_y
3 : Shape Factor คานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 1.5
4 : ค่า Shape Factor มาก เป็นลักษณะที่หน้าตัดประหยัด (Economic Section)
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ค่า Shape Factor แปรผันตามขนาดหน้าตัด

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 151 :
โครงสร้างดังรูป มี Plastic Hinge กี่จุด เมื่อเกิดการวิบัติ



1 : 1 จุด
2 : 2 จุด
3 : 3 จุด
4 : 4 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

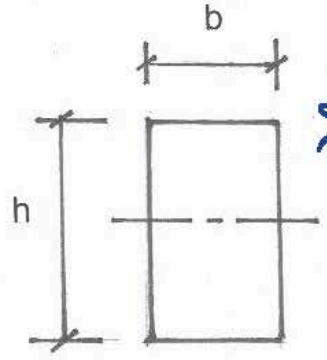
2 จุด 1) ตำแหน่ง M^- สูงสุด
2) ตำแหน่ง M^+ สูงสุด

ข้อที่ 152 :
หน้าตัดชนิดใด ที่มีค่า Shape Factor ใกล้ค่า 1 มากที่สุด

1 : วงกลม ○
2 : สี่เหลี่ยมตัน □
3 : สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ◇
4 : สี่เหลี่ยมกลวงผนังบาง ▣
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

shape factor = 1.7
1.5
2
1.12

ข้อที่ 153 :
คานเหล็กมีรูปตัดตันสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังแสดง ถ้าคานนี้มีกำลังจุดครากเท่ากับ f_y กก./ซม.2 จงหากำลังต้านโมเมนต์ดัดพลาสติก (M_p) และอัตราส่วนระหว่าง M_p/M_y ซึ่งเรียกว่า shape factor โดยที่ M_y หมายถึงกำลังต้านทานโมเมนต์ดัดที่จุดคราก



shape factor = 1.5, $M_p = (bh^2/4)f_y$

วิธีคิด : ตอบข้อที่ 1.5 เท่านั้น

โจทย์ shape factor $= \frac{Z}{S} = 1.5 \rightarrow \frac{3}{2}$

$S = \frac{I}{c}$; $I = bh^3/12$, $c = h/2$

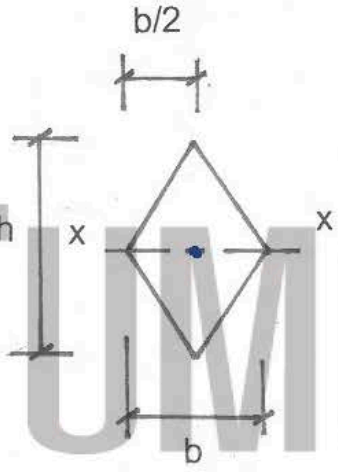
$\therefore S = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = bh^2/6$

$Z = \frac{3}{2}S = \frac{3}{2}\left(\frac{bh^2}{6}\right) = bh^2/4$

$M_p = Z f_y = (bh^2/4) f_y$

1 : $M_p = f_y bh^2/6$, shape factor = 1.50
2 : $M_p = f_y bh^2/4$, shape factor = 1.70
3 : $M_p = f_y bh^2/6$, shape factor = 1.70
4 : $M_p = f_y bh^2/4$, shape factor = 1.50
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 154 :
คานเหล็กมีรูปตัดดันสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนดังแสดง คานนี้มีโมดูลัสพลาสติก (Z_x) และ shape factor เท่าไร



shape factor = 2 $= \frac{Z}{S}$

$\therefore Z = 2S$

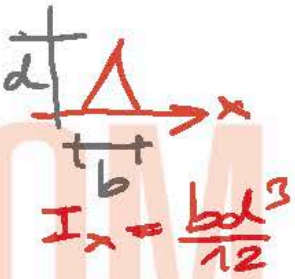
$I = 2\left[\frac{b(h/2)^3}{12}\right]$

$= bh^3/48$

$c = h/2$

$S = \frac{bh^3}{48} \cdot \frac{2}{h} = bh^2/24$

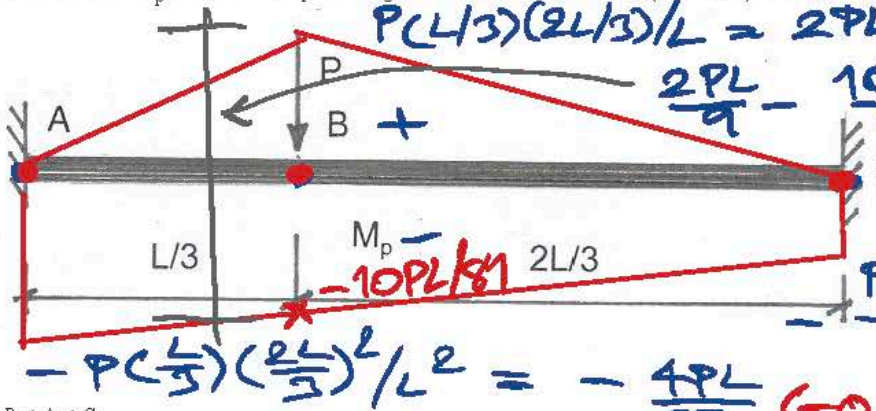
$\therefore Z = 2(bh^2/24) = bh^2/12$



$I_x = \frac{bd^3}{12}$

1 : $Z_x = bh^2/10$, shape factor = 2
2 : $Z_x = bh^2/12$, shape factor = 1.70
3 : $Z_x = bh^2/12$, shape factor = 2
4 : $Z_x = bh^2/11$, shape factor = 1.90
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 155 :
คานเหล็กรูปพรรณมีปลายสองข้างเป็นแบบยึดแน่น (fixed end) ยาวทั้งหมดเท่ากับ L รับน้ำหนักแบบจุดเท่ากับ P ที่ระยะ L/3 จากจุด A ถ้าคานนี้รับโมเมนต์ดัดพลาสติกได้เท่ากับ M_p จงลำดับการเกิด plastic hinge ของคานที่ก่อให้เกิดกลไกวิบัติ (mechanism) ของคาน



$P(L/3)(2L/3)/L = 2PL/9$

$\frac{2PL}{9} - \frac{10PL}{81} = \frac{8PL}{81}$ (0.099PL)

$-\frac{P(\frac{L}{3})^2(\frac{2L}{3})}{L^2} = -\frac{2PL}{27}$ (−0.074PL)

$-10PL/81$

$-P(\frac{L}{3})(\frac{2L}{3})^2/L^2 = -\frac{4PL}{27}$ (−0.148PL)

เกิดที่ตำแหน่ง M สูงสุดไปลบก่อน

1 : B --> A --> C
2 : B --> C --> A
3 : A --> B --> C
4 : A --> C --> B
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 156 :
ถ้าโครงสร้างมีดีกรีของอินดีเทอร์มิเนท = DI โครงสร้างนั้นจะวิบัติแบบ complete collapse mechanism ต่อเมื่อมีจำนวนของ plastic hinge เท่ากับ

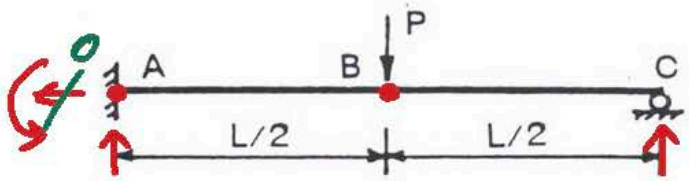
1 : DI

TUMCIVIL.COM

2 : DI+1
3 : DI+2
4 : DI+3
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนต ถ้าใส่ hinge เท่ากับ DI จะเป็นโครงสร้างสเทอร์มิเนต แต่ถ้าใส่ hinge เพิ่มอีก 1 จะทำให้เกิด collapse mechanism

ข้อที่ 157 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เพื่อให้เกิดเมคคานิซึม ดังนั้น ต้องการ จำนวนจุดหมุนพลาสติก (plastic hinge) อย่างน้อยเท่ากับ

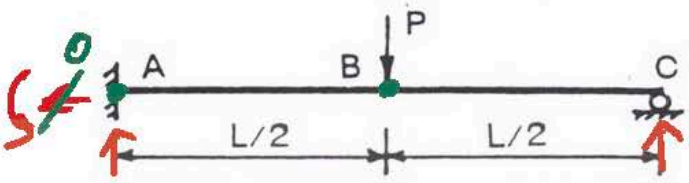


อย่างน้อย DI+1 = (3-2)+1 = 2 *

1 : 1 จุด
2 : 2 จุด
3 : 3 จุด
4 : 4 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

* แรงแนวราบ = 0 ∴ สมการสมดุลมีได้ = 2

ข้อที่ 158 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เมคคานิซึมอิสระ (independent mechanism) สำหรับโครงสร้างนี้มีทั้งสิ้น เท่ากับ



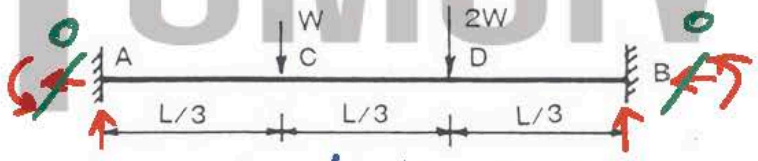
ให้นับจำนวน plastic hinge

independent mechanism = n - DI
= 2 - (3-2) = 1 *

1 : 1 แบบ
2 : 2 แบบ
3 : 3 แบบ
4 : 4 แบบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

* แรงแนวราบ = 0 ∴ สมการสมดุลมีได้ = 2

ข้อที่ 159 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เพื่อให้เกิดเมคคานิซึม ดังนั้น ต้องการ จำนวนจุดหมุนพลาสติก (plastic hinge) อย่างน้อยเท่ากับ

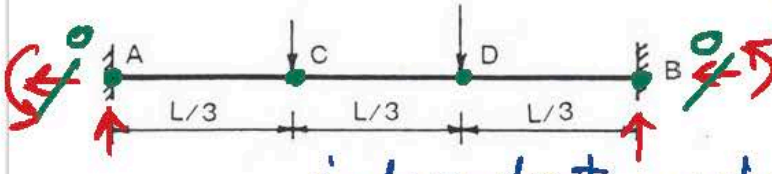


อย่างน้อย DI+1 = (4-2)+1 = 3 *

1 : 1 จุด
2 : 2 จุด
3 : 3 จุด
4 : 4 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

* แรงแนวราบ = 0 ∴ สมการสมดุลมีได้ = 2

ข้อที่ 160 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เมคคานิซึมอิสระ (independent mechanism) สำหรับโครงสร้างนี้มีทั้งสิ้น เท่ากับ



ให้นับจำนวน plastic hinge

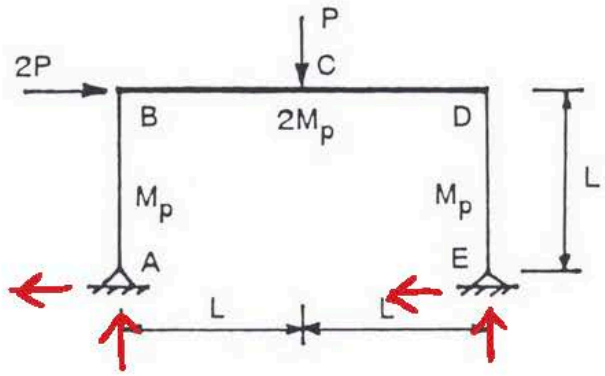
independent mechanism = n - DI
= 4 - (4-2) = 2 *

1 : 1 แบบ
2 : 2 แบบ
3 : 3 แบบ
4 : 4 แบบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

* แรงแนวราบ = 0 ∴ สมการสมดุลมีได้ = 2

ข้อที่ 161 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เพื่อให้เกิดเมคคานิซึม ดังนั้น ต้องการ จำนวนจุดหมุนพลาสติก (plastic hinge) อย่างน้อยเท่ากับ

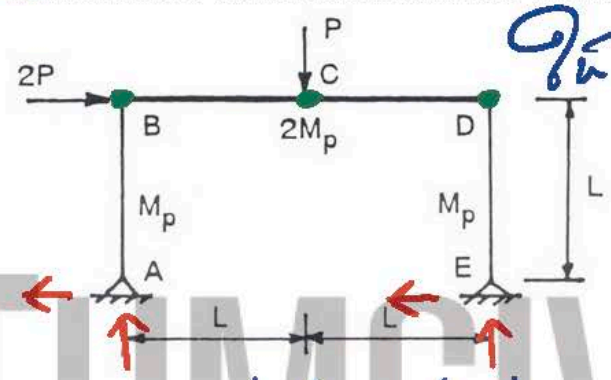
TUMCIVIL.COM



อย่างน้อย = DI + 1
= (4−3) + 1
= 2

1 : 1 จุด
2 : 2 จุด
3 : 3 จุด
4 : 4 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 162 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เมคคานิซึมอิสระ (independent mechanism) สำหรับโครงสร้างนี้มีทั้งสิ้น เท่ากับ



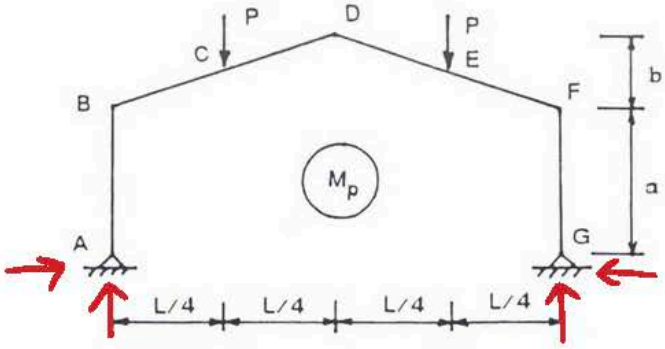
อย่างน้อย จำนวน plastic hinge

independent mechanism = n − DI
= 3 − (4−3) = 2

TUMCIVIL.COM

1 : 1 แบบ
2 : 2 แบบ
3 : 3 แบบ
4 : 4 แบบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 163 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เพื่อให้เกิดเมคคานิซึม ดังนั้น ต้องการ จำนวนจุดหมุนพลาสติก (plastic hinge) อย่างน้อยเท่ากับ

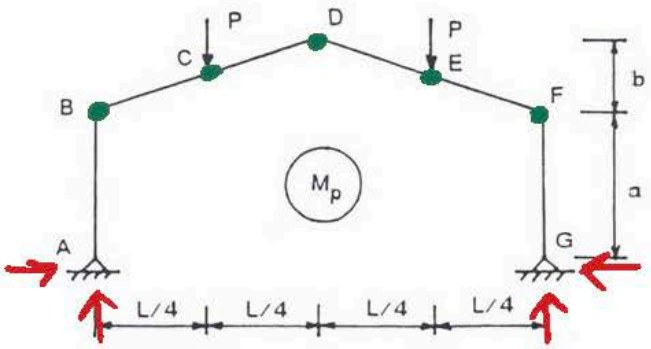


อย่างน้อย = DI + 1
= (4−3) + 1
= 2

1 : 1 จุด
2 : 2 จุด
3 : 3 จุด
4 : 4 จุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 164 :

ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดังรูป โดยวิธีพลาสติกเพื่อหาแรงประลัย จะเห็นว่า เมคคานิซึมอิสระ (independent mechanism) สำหรับโครงสร้างนี้มีทั้งสิ้น เท่ากับ



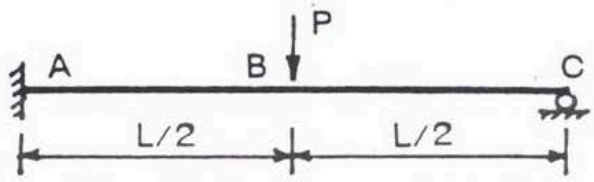
ให้หาข้อ จำนวน plastic hinge

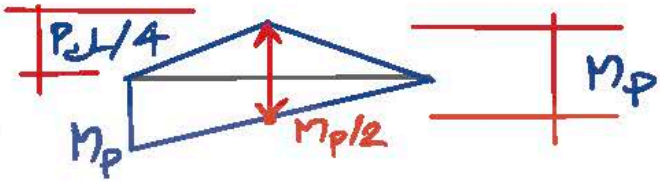
independent mechanism = n − DI

= 5 − (4 − 3) = 4

1 : 1 แบบ
2 : 2 แบบ
3 : 3 แบบ
4 : 4 แบบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 165 :
จงใช้วิธีพลาสติกหาค่าแรงประลัยสำหรับโครงสร้างที่รับน้ำหนัก ดังรูป สมมติคานมีหน้าตัดคงที่และโมเมนต์ดัดพลาสติกมีค่าเท่ากับ M_P



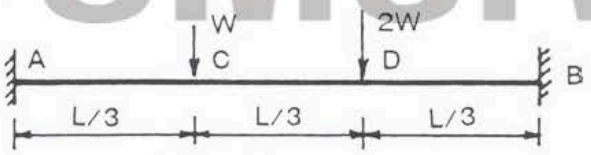


$M_p = (P_c L/4) - (M_p/2)$

$\therefore P_c = \frac{4}{L}\left(M_p + \frac{M_p}{2}\right) = \frac{4}{L} \cdot \frac{3M_p}{2} = 6M_p/L$

1 : $3M_P/2L$
2 : $3M_P/L$
3 : $4M_P/L$
4 : $6M_P/L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

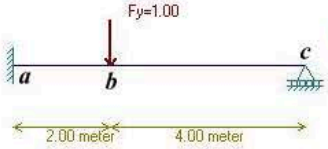
ข้อที่ 166 :
จงใช้วิธีพลาสติกหาค่าแรงประลัยสำหรับโครงสร้างที่รับน้ำหนัก ดังรูป สมมติคานมีหน้าตัดคงที่และโมเมนต์ดัดพลาสติกมีค่าเท่ากับ M_P



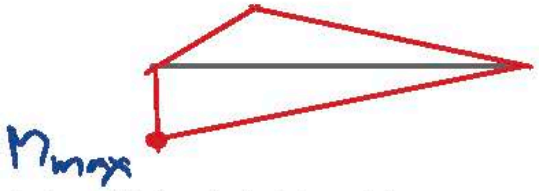
ดูวิธีทำหน้าถัดไป

1 : $3M_P/4L$
2 : $18M_P/5L$
3 : $3M_P/2L$
4 : $7M_P/4L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 167 :
จากรูป คานเหล็กจะมี plastic hinge เกิดขึ้นที่จุดใดก่อน เมื่อแรง P มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องจนทำให้เกิด plastic hinge

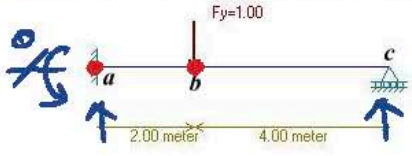


plastic hinge เกิดขึ้นที่จุด n จุดใดก่อน ก็จะที่จุด a



1 : a
2 : b
3 : a และ b
4 : พร้อมกันทุกจุด
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 168 :
จากรูป คานเหล็กจะมี plastic hinge เกิดขึ้นกี่จุด จึงทำให้เกิด complete collapse mechanism และมีลำดับการเกิด plastic hinge อย่างไร

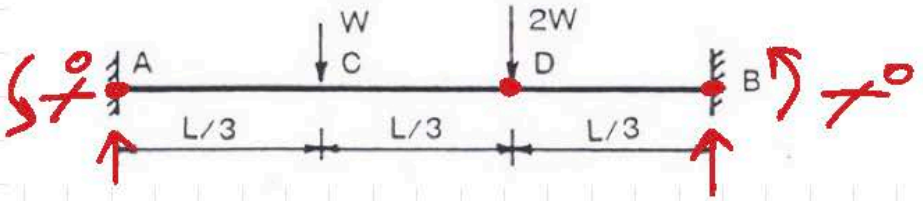


จำนวน plastic hinge = DI + 1 = (3 − 2) + 1 = 2

เกิดขึ้นที่จุด a ก่อน เพราะ M_{max} แล้วค่อยมาที่จุด b

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 166 :
จงใช้วิธีพลาสติกหาค่าแรงประลัยสำหรับโครงสร้างที่รับน้ำหนัก ดังรูป สมมติคานมีหน้าตัดคงที่และโมเมนต์ดัดพลาสติกมีค่าเท่ากับ M_p

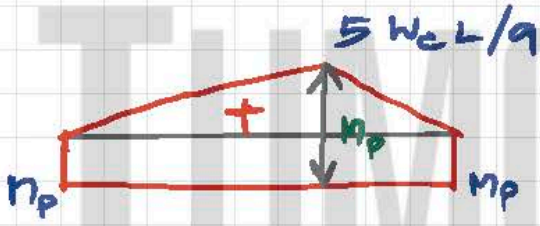


plastic hinge ที่ต้องการ = DI+1

= (4-2)+1 = 3

ตำแหน่ง plastic hinge เกิดที่จุด A, D และ B

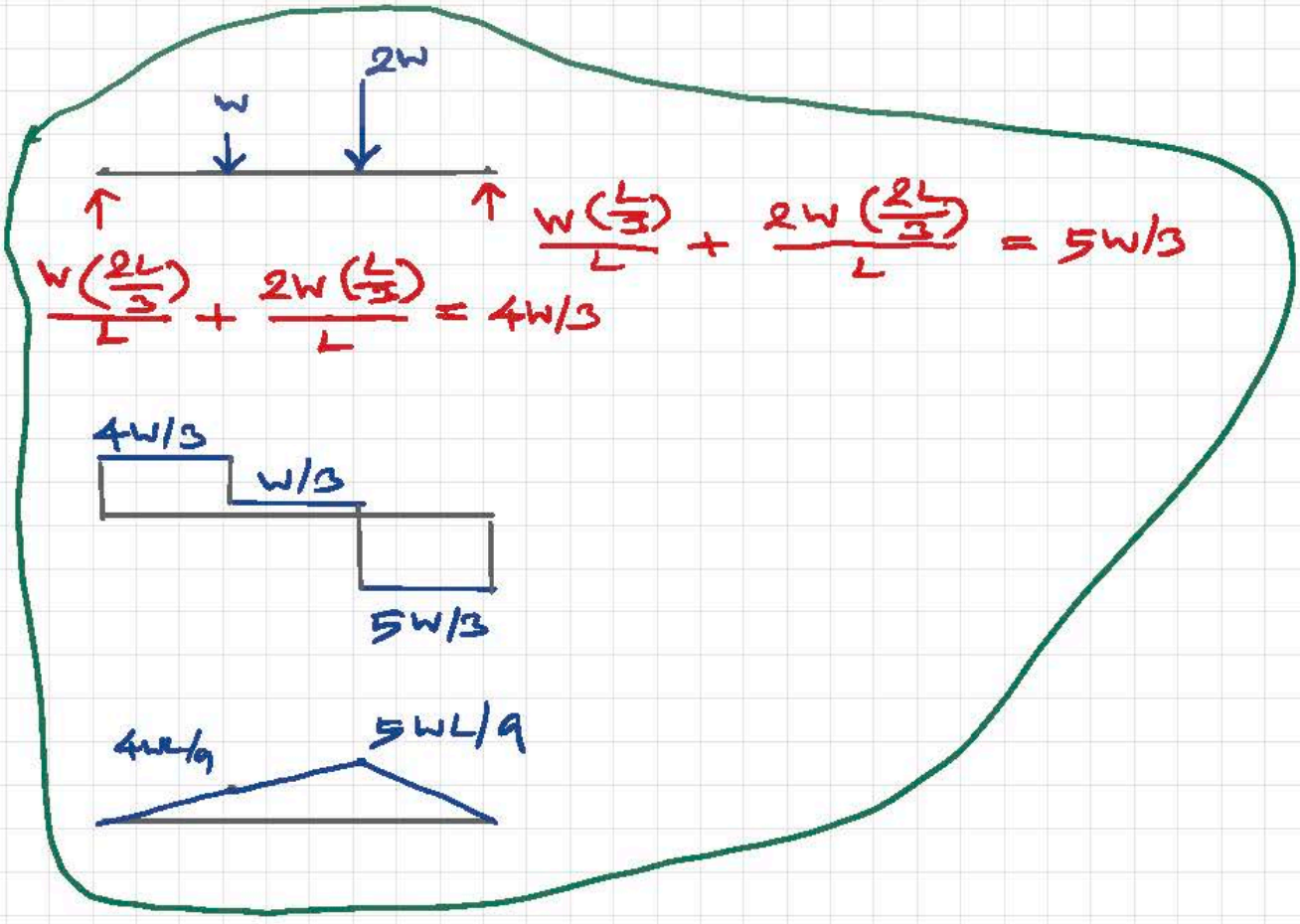
เมื่อเกิด complete collapse mechanism ค่า M ของ plastic hinge ทุกจุดจะเท่ากับ M_p และค่า w จะเท่ากับ w_c (แรงประลัย)



$\therefore M_p = \frac{5w_cL}{9} - M_p$

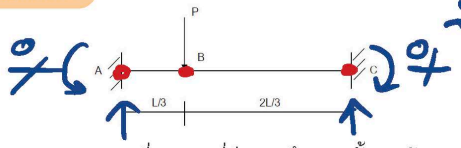
$w_c = 2M_p \cdot \frac{9}{5L}$

$= 18M_p/5L$



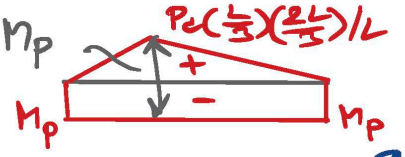
1 : จุดเดียวคือจุด a
2 : จุดเดียวคือจุด b
3 : สองจุด โดยเริ่มจาก a ก่อนและตามด้วย b
4 : สองจุด โดยเริ่มจาก b ก่อนและตามด้วย a
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 169 :

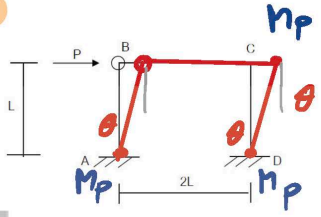


คานช่วงเดี่ยว AC ที่มีปลายยึดแผ่นทั้งสองข้าง กำหนดให้คานมีกำลังดัดเท่ากับ Mp และมีแรงตามขวาง P กระทำที่จุด B ซึ่งมีระยะ L/3 จากปลาย A จงหาแรง P ที่ทำให้คานวิบัติแบบพลาสติก

1 : 5 M_P/L
2 : 6 M_P/L
3 : 9 M_P/L
4 : 8 M_P/L
คำตอบที่ถูกต้อง : 3



ข้อที่ 170 :

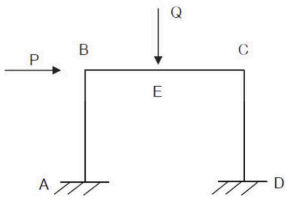


จงวิเคราะห์ค่าแรง P ที่ทำให้โครงสร้างตามรูปวิบัติแบบพลาสติก ถ้ากำลังดัดขององค์อาคารเท่ากับ M_p

1 : M_P/L
2 : $2M_P/L$
3 : $3M_P/L$
4 : $5M_P/L$
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

TUMCIVIL.COM

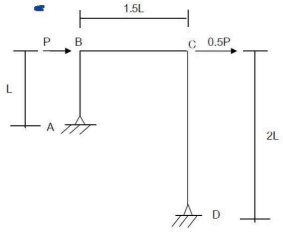
ข้อที่ 171 :



โครงข้อแข็งดังรูป มีแรง P และ Q กระทำที่จุดต่อ B และ E จงหาจำนวนรูปแบบการวิบัติแบบพลาสติกของโครงสร้างนี้

1 : 3
2 : 2
3 : 1
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 172 :



โครงข้อแข็งดังรูป มีแรง P กระทำที่จุด B และ 0.5Pกระทำที่จุด C กำหนดหน้าตัดคานมีกำลังดัด Mp จงหาแรง P ที่ทำให้โครงสร้างวิบัติแบบพลาสติก

1 : 3 Mp/L
2 : Mp/L

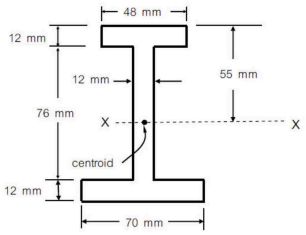
3 : 1.5 Mp/L

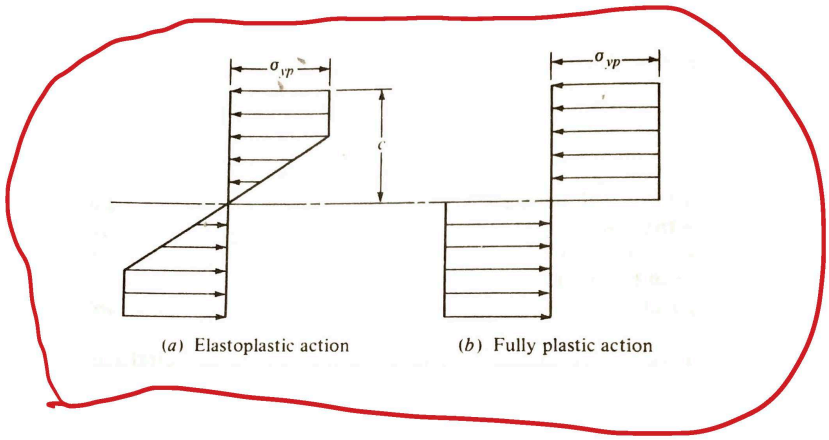
4 : 2 Mp/L

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 173 :

ชิ้นส่วนที่มีหน้าตัดดังแสดงในรูป ต้องรับ pure bending โดย X-X คือแนวเส้นที่แบ่ง tension-compression zone ของหน้าตัดขณะยังอยู่ในช่วง linear elastic ถ้าเพิ่มโมเมนต์ดัดให้มากขึ้นจนหน้าตัดอยู่ในสภาวะ fully plastic ตำแหน่งของแนวเส้นที่แบ่ง tension-compression zone ของหน้าตัด จะเป็นดังนี้





1 : จะอยู่ในแนวราบ แต่อยู่ใต้ตำแหน่ง centroid ของหน้าตัด

2 : จะอยู่ในแนวราบ แต่อยู่เหนือตำแหน่ง centroid ของหน้าตัด

3 : จะยังอยู่ในแนวราบ และยังคงผ่าน centroid ของหน้าตัด

4 : จะอยู่ในแนวดิ่งและยังคงผ่าน centroid ของหน้าตัด

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 174 :

คานเหล็กหน้าตัดคงที่และมีค่า plastic moment เท่ากับ M_P ต้องรับแรงหนึ่งแรง ดังแสดงในรูป (Fig.a) จากการวิเคราะห์ พบว่าเมื่อเพิ่มขนาดแรง ให้มากขึ้นเรื่อย ๆ plastic hinges จะเกิดขึ้นที่ B, D, A ตามลำดับ จงหาขนาดของแรงปฏิกิริยาแนวดิ่งที่ B ขณะที่ plastic hinge ได้เริ่มเกิดขึ้นที่ D (Fig.b)

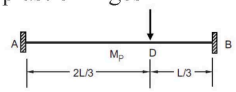


Fig. a

Fig. b

1 : $R_B = (9M_p)/L$

2 : $R_B = (5M_p)/L$

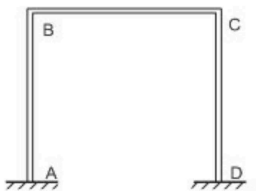
3 : $R_B = (6M_p)/L$

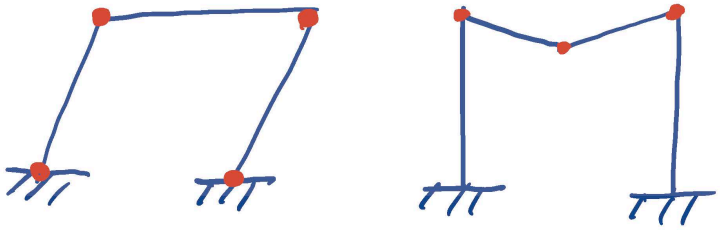
4 : ไม่มีคำตอบที่ให้ค่าที่ถูกต้อง

คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 175 :

โดยปรกติโครงข้อแข็ง Gable Frame ช่วงเดียวชั้นเดียว ดังแสดงในรูป อาจเกิดกลไกเอกเทศ (Independent Mechanism) ได้ 2 แบบ คือ





1 : Joint Mechanism และ Sway Mechanism

2 : Gable Mechanism และ Joint Mechanism

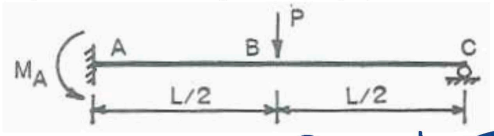
3 : Beam Mechanism และ Joint Mechanism

4 : Beam Mechanism และ Sway Mechanism

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 176 :

จากรูปสมมติให้คานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (bxh) โมเมนต์พลาสติกของคานจะมีค่าเพิ่มขึ้นกี่เท่า หากวัสดุมีกำลัง fy เพิ่มขึ้น 2 เท่า



1 : 1.5 เท่า

2 : 2 เท่า

3 : 3 เท่า

4 : 4 เท่า

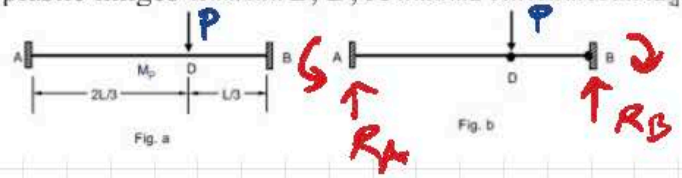
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 177 :

จากรูปสมมติให้คานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (bxh) น้ำหนักบรรทุกประลัยของคาน Pc ตามวิธีพลาสติกจะมีค่าเพิ่มขึ้นกี่เท่า หากคานมีความกว้างเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า (2b)

ข้อที่ 174 :

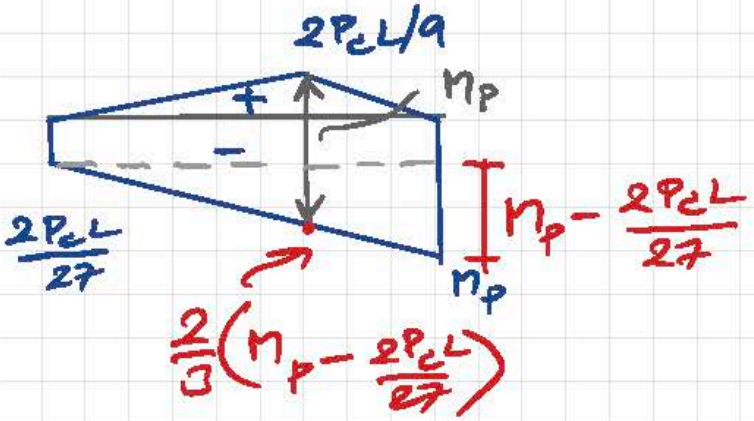
คานเหล็กหน้าตัดคงที่และมีค่า plastic moment เท่ากับ M_P ต้องรับแรงหนึ่งแรง ดังแสดงในรูป (Fig.a) จากการวิเคราะห์ พบว่าเมื่อเพิ่มขนาดแรง ให้มากขึ้นเรื่อย ๆ plastic hinges จะเกิดขึ้นที่ B, D, A ตามลำดับ จงหาขนาดของแรงปฏิกิริยาแนวดิ่งที่ B ขณะที่ plastic hinge ได้เริ่มเกิดขึ้นที่ D (Fig.b)



ต้องการให้ B เกิดก่อน D ดังนั้น $R_B = M_P$

$P(\frac{2L}{3})(\frac{L}{3})/L = \frac{2PL}{9}$

$\frac{P(\frac{2L}{3})(\frac{L}{3})^2}{L^2} = \frac{2PL}{27}$



$\therefore \frac{2P_cL}{9} - \frac{2P_cL}{27} - \frac{2}{3}(M_P - \frac{2P_cL}{27}) = M_P$

$P_cL\left[\frac{2}{9} - \frac{2}{27} + \frac{4}{81}\right] = M_P + \frac{2}{3}M_P$

$P_cL\left(\frac{18-6+4}{81}\right) = \frac{5}{3}M_P$

$P_c = \frac{5}{3}M_P \cdot \frac{81}{16L} = 135M_P/16L$

$\curvearrowleft +\sum M_A = 0 = \frac{2L}{27}P_c - \frac{2L}{3}P_c + LR_B - M_P$

$R_BL = M_P + \frac{2L}{3}P_c - \frac{2L}{27}P_c$

$= M_P + P_cL\left(\frac{18-2}{27}\right) = M_P + M_P\left(\frac{135L}{16L}\right)\left(\frac{16}{27}\right)$ (5)

$R_B = 6M_P/L$

Check: $\curvearrowright +\sum M_B = 0 = -\frac{2L}{27}P_c + R_AL - \frac{L}{3}P_c + M_P$

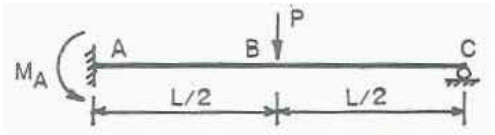
$R_AL = -M_P + P_cL\left(\frac{2}{27} + \frac{1}{3}\right) = -M_P + M_P\left(\frac{135L}{16L}\right)\left(\frac{2+9}{27}\right)$

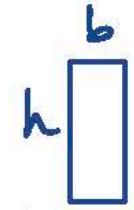
$R_A = M_P(-1 + \frac{55}{16})/L = 35M_P/16L$

$\uparrow +\sum F_y = 0 = (6M_P/L) + (35M_P/16L) - (135M_P/16L)$

$= 0$ ✓

TUMCIVIL.COM





$\therefore P_c = \frac{6M_p}{L}$

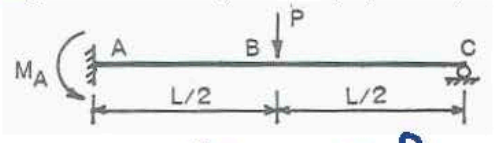
$M_p = Zf_y = \frac{bh^2}{4}f_y$

ถ้า b เพิ่มขึ้น 2b : $M_p = \frac{(2b)h^2}{4}f_y = 2\left(\frac{bh^2}{4}f_y\right)$

$\therefore P_c$ เพิ่มขึ้น 2 เท่า

1 : 1.5 เท่า
2 : 2 เท่า
3 : 3 เท่า
4 : 4 เท่า
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 178 :
จากรูปสมมติให้คานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (bxh) น้ำหนักบรรทุกประลัยของคาน Pc ตามวิธีพลาสติกจะมีค่าเพิ่มขึ้นกี่เท่า หากคานมีความลึกเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า (2h)



$\therefore P_c = \frac{6M_p}{L}$

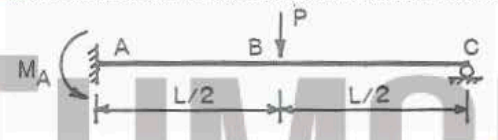
$M_p = Zf_y = \frac{bh^2}{4}f_y$

ถ้า h เพิ่มขึ้น 2h : $M_p = \frac{b(2h)^2}{4}f_y = 4\left(\frac{bh^2}{4}f_y\right)$

$\therefore P_c$ เพิ่มขึ้น 4 เท่า

1 : 1.5 เท่า
2 : 2 เท่า
3 : 3 เท่า
4 : 4 เท่า
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 179 :
จากรูปสมมติให้คานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (bxh) น้ำหนักบรรทุกประลัยของคาน Pc ตามวิธีพลาสติกจะมีค่าลดลงกี่เท่า หากคานมีความยาวเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า (2L)



$\therefore P_c = \frac{6M_p}{L}$

ถ้า L เพิ่มขึ้น 2L

$P_c = \frac{6M_p}{2L} = \frac{1}{2}\left(\frac{6M_p}{L}\right)$

$\therefore P_c$ ลด 2 เท่า

1 : 1.5 เท่า
2 : 2 เท่า
3 : 3 เท่า
4 : 4 เท่า
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 180 :
ข้อใดกล่าวถูกสำหรับวิธีการวิเคราะห์แบบพลาสติกสำหรับหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$\therefore$ Shape Factor $= M_p/M_y = \frac{Z}{S} = 1.5$

$S = \frac{bh^2}{6}$, $Z = \frac{3}{2}S = bh^2/4$

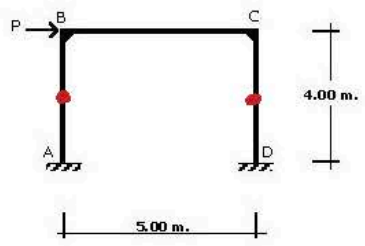
$M_y = Sf_y = (bh^2/6)f_y$

$M_p = Zf_y = (bh^2/4)f_y$

✗ 1 : $M_y = f_y bh^2/4$
✗ 2 : $M_p = f_y bh^2/6$
✗ 3 : Shape factor $= M_p/M_y = 2.0$
4 : ไม่มีข้อใดกล่าวถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

เนื้อหาวิชา : 537 : Approximate analysis

ข้อที่ 181 :
โครงข้อแข็งดังรูป หากวิเคราะห์โดยวิธี Portal method จะได้ค่าโมเมนต์ดัดที่กึ่งกลางความสูงของเสา AB และ CD เท่าใด



สมมติฐานของวิธี Portal คือ จุดดัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางเสา (สร้างเป็น fixed supports)

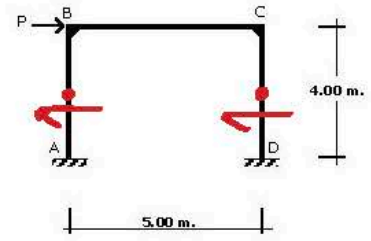
$\therefore M_{กึ่งกลาง} = 0$

1 : 0
2 : P/2
3 : P

TUMCIVIL.COM

4 : 2P
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

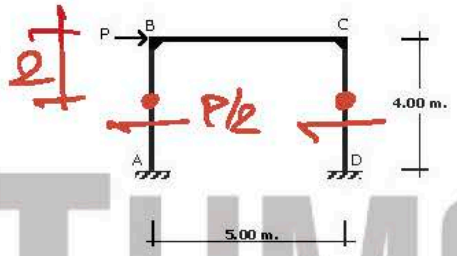
ข้อที่ 182 :
โครงข้อแข็งดังรูป หากวิเคราะห์โดยวิธี Portal method ค่าแรงเฉือนที่กึ่งกลางความสูงของเสา AB และ CD มีค่าเท่าใด



สมมติถูกแล้วแรงเฉือนที่เสา
รับเท่ากันโดยถ้ามีเสา > 2
เสาต้นในจะรับเฉือน 2 เท่าของ
เสาต้นนอก
$\therefore V_{AB} = V_{CD} = \frac{P}{2}$

1 : 0
2 : P/2
3 : P
4 : 2P
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 183 :
โครงข้อแข็งดังรูป หากวิเคราะห์โดยวิธี Portal method ค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดที่จุดต่อ B และ C มีค่าเท่าใด

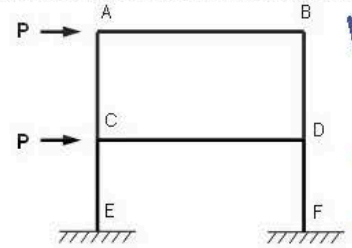


$\therefore M_B = M_C = \frac{P}{2} \cdot 2 = P$

TUMCIVIL.COM

1 : 0
2 : P/2
3 : P
4 : 2P
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 184 :
ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบประมาณ (Approximate Analysis) Internal hinges สามารถใส่ได้ทั้งหมดกี่จุด



$m = 6, r = 6, j = 6$

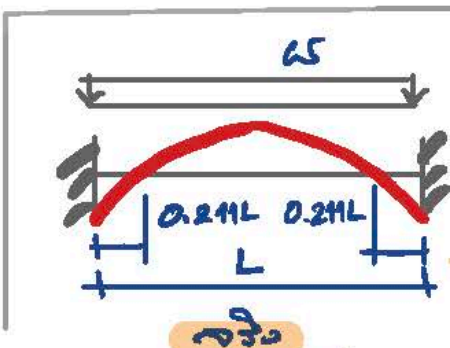
$3m + r \quad 3j$

$3(6) + 6 \quad 3(6)$

$24 > 18$

$DI = 24 - 18 = 6$

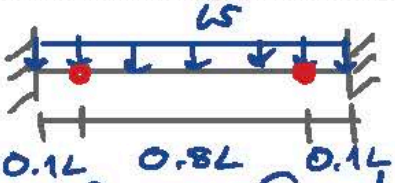
ค่าทางอีกแบบ DI

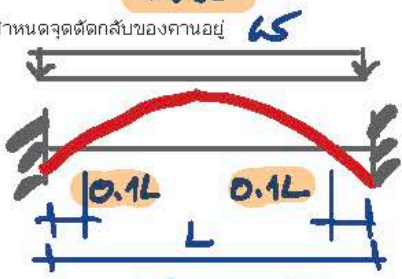


จริง

1 : 1
2 : 2
3 : 4
4 : 6
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 185 :
การวิเคราะห์คานปลายยึดแน่นกับเสาโดยวิธีประมาณ มีน้ำหนักแผ่สม่ำเสมอกระทำในแนวดิ่งตลอดความยาวคาน โดยทั่วไปจะกำหนดจุดดัดกลับของคานอยู่ ณ.ตำแหน่งใดของคาน





โดยเฉลี่ยจากการวิเคราะห์โดยประมาณ

ประมาณ

1 : 0.1 ของความยาวคาน
2 : 0.3 ของความยาวคาน
3 : 0.5 ของความยาวคาน
4 : 0.4 ของความยาวคาน
5 : 0.11 ของความยาวคาน
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 186 :
จุดดัดกลับของคานหรือเสาในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบประมาณ จะมีสภาพใกล้เคียงได้กับคุณสมบัติข้อใด

จุดดัดกลับจะมีความใกล้เคียงกับ
Hinge มากที่สุด เพราะเป็นตำแหน่งที่โมเมนต์ดัด
เท่ากับศูนย์

1 : ตำแหน่งนั้นมีสภาพเป็น Hinge
2 : ตำแหน่งนั้นมีโมเมนต์สูงสุด
3 : ตำแหน่งนั้นมีค่าแรงเฉือนในแนวดิ่งเท่ากับศูนย์
4 : ตำแหน่งนั้นมีค่าแรงเฉือนในแนวนอนเท่ากับศูนย์

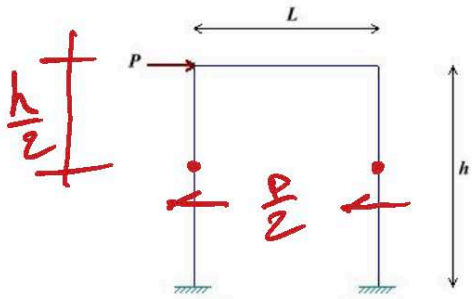
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 187 :
คำตอบข้อใดเป็นสมมติฐานของการวิเคราะห์โครงสร้างแบบประมาณโดยวิธี Portal

1 : จุดดัดกลับอยู่ที่ระยะ 0.1 ของความยาวเสาแต่ละชั้น
2 : จุดดัดกลับอยู่ที่ระยะ 0.1 ของความยาวคาน
3 : จุดดัดกลับอยู่ที่ระยะ 0.5 ของความยาวเสาแต่ละชั้น
4 : เสาต้นริมนอกรับแรงเฉือนเป็นสองเท่าของเสาต้นใน
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

โมเมนต์ที่จุดกึ่งกลางของเสาแต่ละชั้นมีขนาดเท่ากันทั้งหมดทั้งตัวอาคาร

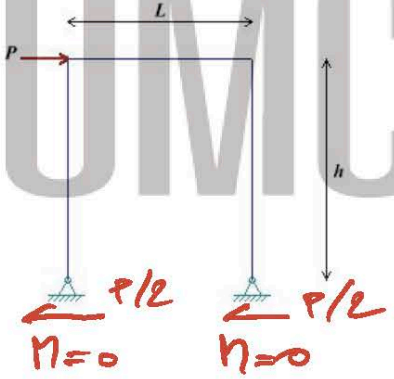
ข้อที่ 188 :
จากรูป ถ้าใช้ portal method วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน โมเมนต์สูงสุดที่เกิดขึ้นบนโครงข้อแข็งอยู่ในรูปใด



$\therefore M = \frac{P}{2} \cdot \frac{h}{2} = \frac{Ph}{4}$

1 : Ph
2 : Ph/2
3 : Ph/3
4 : Ph/4
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

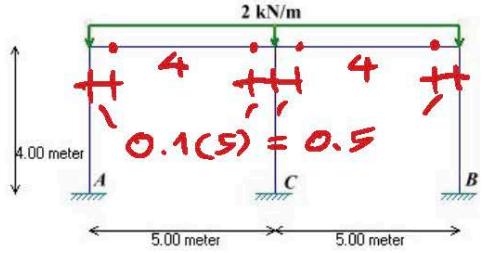
ข้อที่ 189 :
จากรูป ถ้าใช้ approximate analysis วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน สมการโมเมนต์สูงสุดที่เกิดขึ้นบนโครงข้อแข็งอยู่ในรูปใด



$M_{max} = \frac{P}{2} \cdot h = \frac{Ph}{2}$

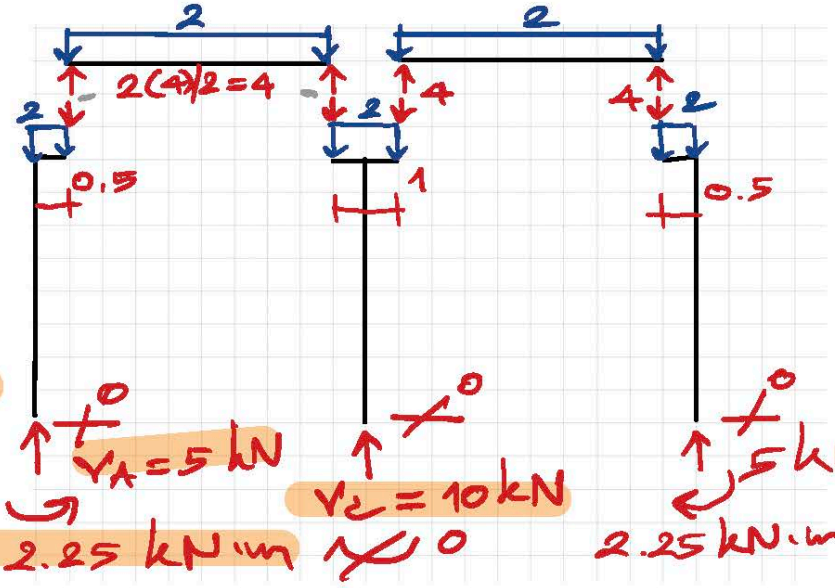
1 : Ph
2 : Ph/2
3 : Ph/3
4 : Ph/4
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 190 :
จากรูป จงใช้วิธี portal วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน ในการหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ C



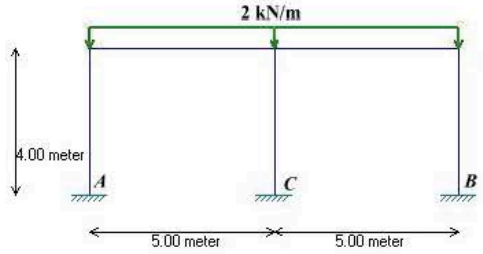
1 : 5 kN
2 : 10 kN
3 : 5 kN, 2.25 kN-m
4 : 10 kN, 2.25 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

$\therefore V_C = 4+4+2(1) = 10\ kN$
$H_C = 0$
$M_C = 0$



ข้อที่ 191 :

จากรูป จงใช้วิธี portal วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน ในการหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A



1 : 5 kN
2 : 10 kN
3 : 5 kN, 2.25 kN-m
4 : 10 kN, 2.25 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

จาก FBD ข้อ 190

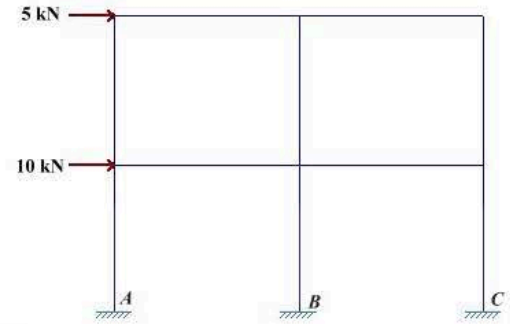
$\therefore V_A = 4 + 2(0.5) = 5$ kN

$M_A = 4(0.5) + 2\frac{(0.5)^2}{2}$

$= 2.25$ kN.m

$H_A = 0$

ข้อที่ 192 :
ในการ ทำ approximate analysis โครงข้อแข็งซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน ดังรูป เราจะต้องสมมติเงื่อนไขช่วยในการวิเคราะห์เพื่อทำโครงข้อแข็งให้เป็นโครงสร้าง statically determinate กี่ข้อ



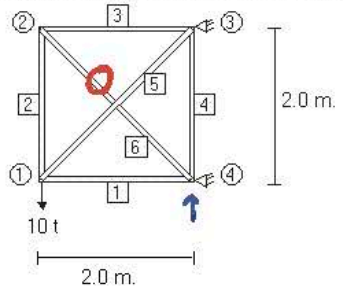
1 : 6
2 : 9
3 : 10
4 : 12
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

$2m + r = 3(10) + 9 = 39$

$3j = 3(9) = 27$

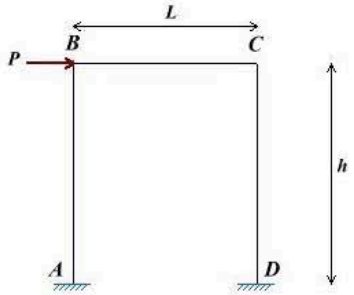
$\therefore DI = 39 - 27 = 12$

ข้อที่ 193 :
โครงถักดังรูป จงใช้วิธีประมาณในการวิเคราะห์ (Approximate Analysis) ถ้าชิ้นส่วนหมายเลข 5 และ 6 มีหน้าตัดที่ขนาดมาก ชิ้นส่วนใดรับแรงอัดจะไม่สามารถรับได้ แต่สามารถรับแรงดึงได้ ชิ้นส่วนหมายเลข 1 รับแรงเท่าใด



1 : รับแรงดึง 3.53 ตัน
2 : รับแรงอัด 3.53 ตัน
3 : รับแรงอัด 7.07 ตัน
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 194 :
จากรูป ถ้าใช้ approximate analysis วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า EI คงที่ทุกชิ้นส่วน โมเมนต์สูงสุดจะเกิดขึ้นบนโครงข้อแข็งที่จุดใด



ใช้ Portal สมมติจุดดัดกลับอยู่กึ่งกลางชิ้นส่วน

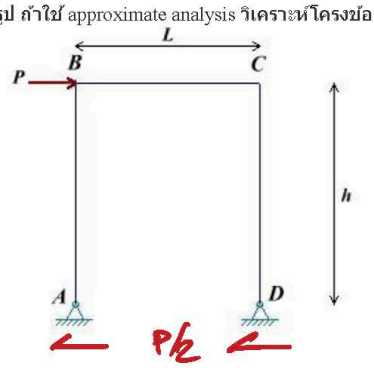
ดังนั้น M บนปลายทั้งสองเท่ากัน

$\therefore M_A = M_B = M_C = M_D$

TUMCIVIL.COM

1 : จุด A และ D
2 : จุด B และ C
3 : จุด A
4 : จุด A B C และ D
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 195 :
จากรูป ถ้าใช้ approximate analysis **วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า** EI **คงที่ทุกชิ้นส่วน โมเมนต์สูงสุดจะเกิดขึ้นบนโครงข้อแข็งที่จุดใด และอยู่ในรูปใด**

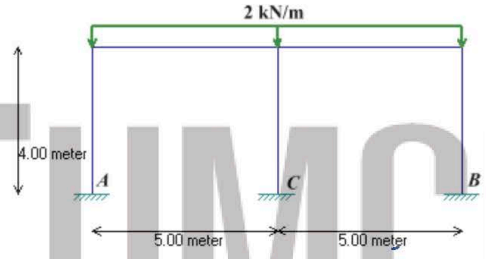


$M_B = M_C = \frac{P}{2}h$

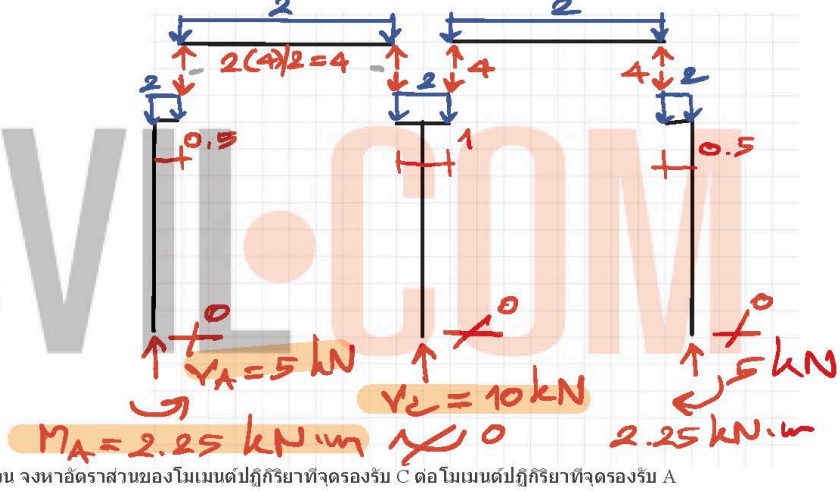
$= Ph/2$

1 : Ph/2 ที่จุด B
2 : Ph/2 ที่จุด B และจุด C
3 : Ph/4 ที่จุด B
4 : Ph/4 ที่จุด B และจุด C
5 : Ph/3 ที่จุด B
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 196 :
จากรูป จงใช้วิธี portal **วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า** EI **คงที่ทุกชิ้นส่วน จากนั้น จงหาอัตราส่วนแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ** C **ต่อแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ** A

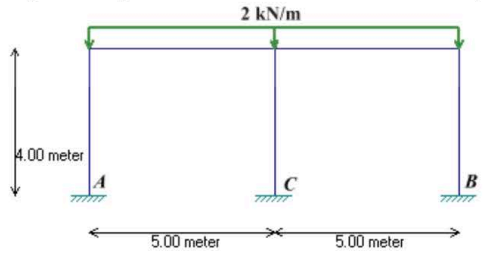


$\therefore \frac{V_C}{V_A} = \frac{10}{5} = 2$



1 : 1.5
2 : 2.0
3 : 2.5
4 : 3.0
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 197 :
จากรูป จงใช้วิธี portal **วิเคราะห์โครงข้อแข็ง ซึ่งมีค่า** EI **คงที่ทุกชิ้นส่วน จงหาอัตราส่วนของโมเมนต์ปฏิกิริยาที่จุดรองรับ** C **ต่อโมเมนต์ปฏิกิริยาที่จุดรองรับ** A

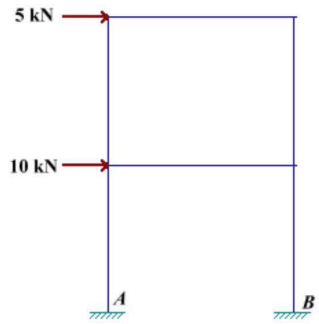


$\therefore \frac{M_C}{M_A} = \frac{0}{2.25} = 0$

1 : 0.5
2 : 0.75
3 : 1.25
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 198 :
ในการทำ approximate analysis **โครงข้อแข็งซึ่งมีค่า** EI **คงที่ทุกชิ้นส่วน ดังรูป เราจะต้องตั้งสมมุติฐานช่วยในการวิเคราะห์เพื่อทำโครงข้อแข็งให้เป็นโครงสร้าง** statically determinate **กี่ข้อ**

TUMCIVIL.COM



$m = 6, r = 6, j = 6$

$3m + r \quad 3j$

$3(6) + 6 \quad 3(6)$

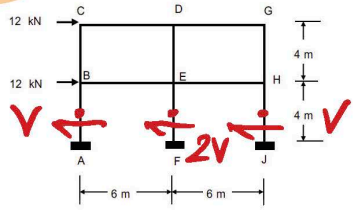
$24 > 18$

$\therefore DI = 24 - 18 = 6$

ธรรมชาติของโครงสร้างอีกหนึ่ง DI

1 : 6
2 : 9
3 : 10
4 : 12
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 199 :



- ค่า M สูงสุด เกิดขึ้นในเรารับน้ำหนัก
- เสาด้านข้างเท่ากับ 2 เท่า ของเสาด้านนอก
- ดังนั้น เสา EF รับ M สูงสุด

$\rightarrow^{+} \sum H = 0 = 12 + 12 - 4V$

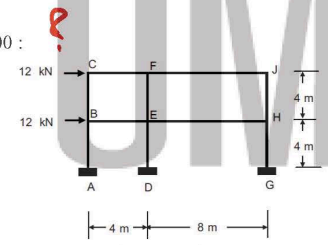
$V = 24/4 = 6$ kN

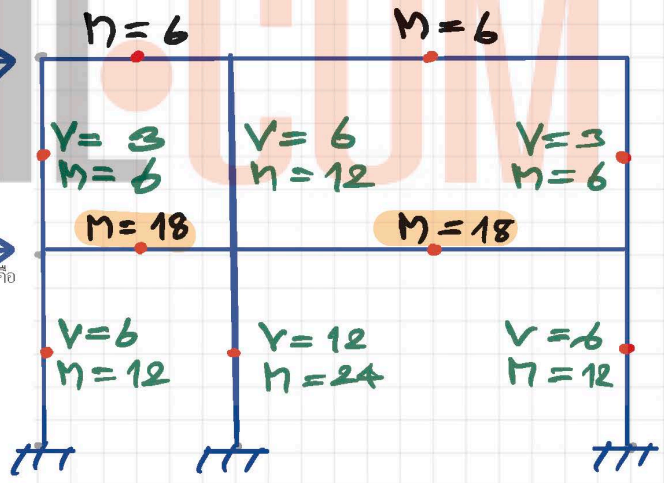
จากการวิเคราะห์โครงสร้างที่แสดงในรูปโดยวิธี portal method, เสาที่มีค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด คือ

1 : เสา ED รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 18 kN-m
2 : เสา EF รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 24 kN-m
3 : เสา AB รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 28 kN-m
4 : เสา HJ รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 24 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

$\therefore M_{EF} = 2(6)(4/2) = 24$ kN.m

ข้อที่ 200 :



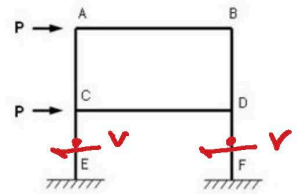


จากการวิเคราะห์โครงสร้างที่แสดงในรูป โดยวิธี portal method, คานที่มีค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด คือ

1 : คาน BE รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 16 kN-m
2 : คาน FJ รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 18 kN-m
3 : คาน EH รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 24 kN-m
4 : คาน BE รับโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 20 kN-m
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 201 :

ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบประมาณ (Approximate Analysis) โดยวิธีพอร์ทอลของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป จะได้ค่าแรงเฉือนที่กึ่งกลางชิ้นส่วน CE และ DF เท่ากับ



$\rightarrow^{+} \sum H = 0 = P + P - 2V$

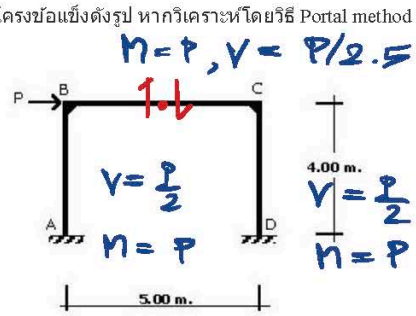
$\therefore V = 2P/2 = P$

1 : 0.25P
2 : 0.5P
3 : P
4 : 2P
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 202 :

TUMCIVIL.COM

โครงข้อแข็งดังรูป หากวิเคราะห์โดยวิธี Portal method จะได้ค่าแรงตามแนวแกนในเสา CD เท่าใด



1 : 0

2 : 0.2P

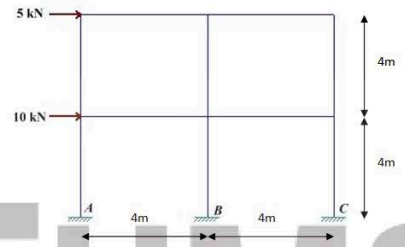
3 : 0.4P

4 : 0.5P

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 203 :

โครงข้อแข็งดังรูปหากวิเคราะห์ด้วยวิธี Portal Method จะได้ค่าแรงตามแนวแกนในเสาเหนือฐานรองรับ C เท่าใด



1 : 8

2 : 10

3 : 12

4 : 14

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 2

เนื้อหาวิชา : 538 : Introduction to matrix structural analysis

ข้อที่ 204 :

ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเมทริกซ์(Matrix Methods in Structural Analysis) ไม่ถูกต้อง

1 : นิยมใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยคำนวณ
2 : เหมาะกับโครงสร้างที่มีดีกรีของอินดีเทอร์มิเนทสูงๆหรือมีแรงกระทำภายนอกหลายจุด
3 : วิเคราะห์โครงสร้างที่มีน้ำหนักเนื่องจากอุณหภูมิได้
4 : วิเคราะห์โครงสร้างประกอบ(Composite structures)ได้
5 : ไม่สามารถวิเคราะห์โครงสร้างที่เป็นดีเทอร์มิเนท

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 5

ข้อที่ 205 :

ในการวิเคราะห์โครงสร้าง Frame ด้วยวิธี Matrix Analysis ค่า Property ใดที่แปรผกผันกับความแข็งแรงของชิ้นส่วน (Element Stiffness)

1 : E (Elastic Modulus)
2 : I (Moment of Inertia)
3 : A (Area)
4 : L (Length)

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 206 :

ในวิชา Structural Analysis โครงข้อแข็ง (rigid frame) ที่อยู่ใน 3 มิติ แต่ละ node ของโครงข้อแข็งจะมีจำนวน degree of freedoms ได้มากที่สุดกี่ค่า

1 : 2
2 : 3
3 : 4
4 : 5
5 : 6

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 5

ข้อที่ 207 :

ในวิชา Structural Analysis โครงถัก (truss) ที่อยู่ใน 3 มิติ แต่ละ node ของโครงถักจะมีจำนวน degree of freedoms ได้มากที่สุดกี่ค่า

1 : 2
2 : 3

TUMCIVIL.COM

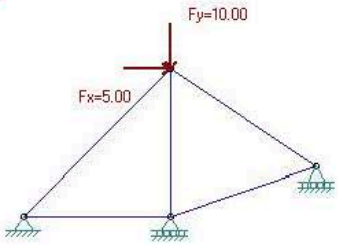
3 : 4
4 : 5
5 : 6
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 208 :
ข้อใดต่อไปนี้ถูกนำมาใช้ในการหา member global stiffness matrix [k] ในวิธี matrix displacement method

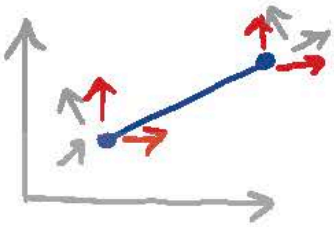
1 : equilibrium equation, compatibility condition, และ consistent deformation
2 : equilibrium equation, compatibility condition, และ force-displacement relationship
3 : equilibrium equation, consistent deformation, และ force-displacement relationship
4 : compatibility condition, force-displacement relationship, และ consistent deformation
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

consistent deformation ใช้ใน force method

ข้อที่ 209 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธี matrix displacement method นั้น global structure stiffness matrix [K] ของโครงข้อหมุนจะมีขนาดเท่าใด

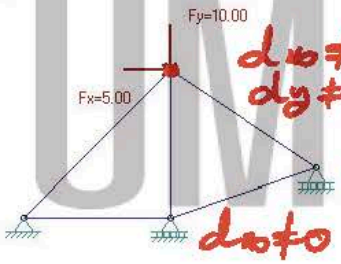


พิจารณาจากด้านข้างหนึ่งของ member global stiffness matrix ซึ่งสำหรับโครงข้อหมุนจะมีขนาด 4x4



1 : 4x4
2 : 6x6
3 : 8x8
4 : 10x10
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 210 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธี matrix displacement method นั้น เราจะต้องทำการ inverse matrix ขนาดเท่าใด เพื่อให้ได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ node ของโครงข้อหมุน

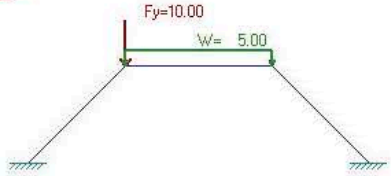


ขนาด Inverse Matrix เท่ากับจำนวน d ที่ไม่ทราบค่า

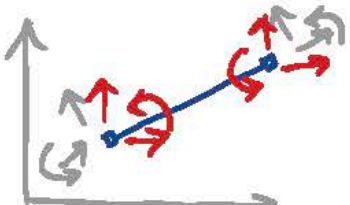
∴ ขนาด Inverse Matrix เท่ากับ 4x4

1 : 2x2
2 : 3x3
3 : 4x4
4 : 5x5
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 211 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งโดยวิธี matrix displacement method นั้น global structure stiffness matrix ของโครงข้อแข็งจะมีขนาดเท่าใด

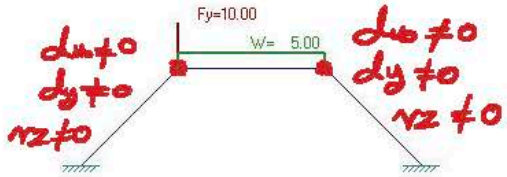


พิจารณาจากด้านข้างหนึ่งของ member global stiffness matrix ซึ่งสำหรับโครงข้อแข็งจะมีขนาด 6x6



1 : 3x3
2 : 4x4
3 : 6x6
4 : 9x9
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 212 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งโดยวิธี matrix displacement method นั้น เราจะต้องทำการ inverse matrix ขนาดเท่าใด เพื่อให้ได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ node ของโครงข้อแข็งที่ไม่ทราบค่า

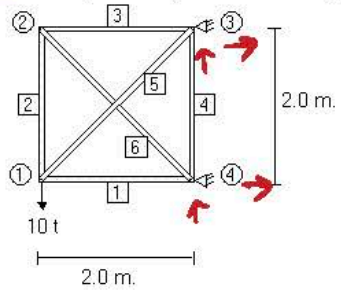


∴ ขนาด inverse matrix เท่ากับ 6x6

TUMCIVIL.COM

1 : 4x4
2 : 6x6
3 : 8x8
4 : 10x10
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

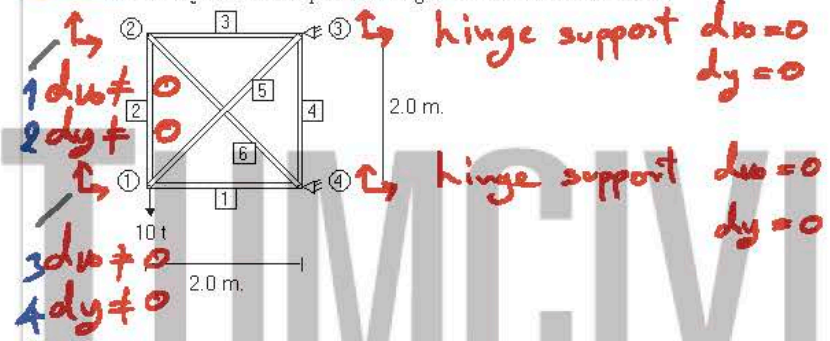
ข้อที่ 213 :
โครงถักดังรูป มีค่า Degree of Indeterminacy เท่าใด



$m = 6$
$r = 4$
$j = 4$
$m+r = 10$
$2j = 8$
$\therefore DI = 2$

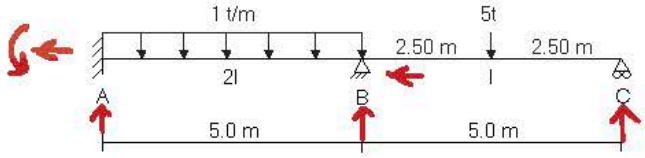
1 : Statically Determinate
2 : Statically Indeterminate to 1°
3 : Statically Indeterminate to 2°
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 214 :
โครงถักดังรูป มีจำนวน displacement degree of freedom ของระบบเท่าใด



1 : 2
2 : 4
3 : 8
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

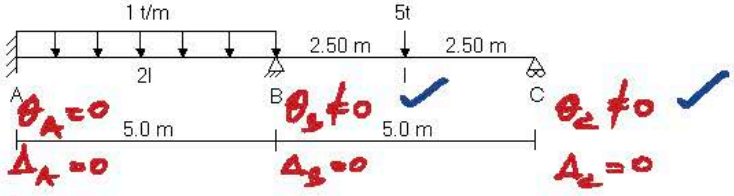
ข้อที่ 215 :
คานดังรูป มีค่า Degree of Indeterminacy เท่าใด



$m = 2$
$r = 6$
$j = 3$
$3m+r = 12$
$3j = 9$
$\therefore DI = 3$

1 : Statically Indeterminate to 1°
2 : Statically Indeterminate to 3°
3 : Statically Indeterminate to 5°
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 216 :
คานดังรูป ถ้าไม่มีการยืดหดความยาวของทุกชิ้นส่วน จะมีจำนวน displacement degree of freedom ของระบบมีค่าเท่าใด

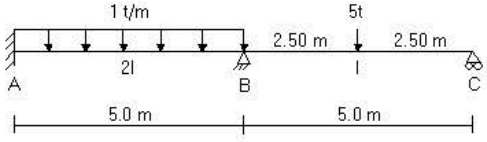


1 : 8
2 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
3 : 2
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 217 :

คานดังรูป ค่า Element Stiffness matrix ของชิ้นส่วน AB k_{AB} หาได้จากข้อใด



โจทย์ข้อนี้ หมายถึง ค่าของ stiffness ของคานเนื่องจาก θ เท่านั้น

$$k_{AB} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

1 :

$$k_{AB} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & \text{symmetry} \\ 2 & 4 \\ -6/L & -6/L & 12/L^2 \\ 6/L & 6/L & -12/L^2 & 12/L^2 \end{bmatrix}$$

2 :

$$k_{AB} = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c_x^2 & \text{symmetry} \\ c_x c_y & c_y^2 \\ -c_x^2 & -c_x c_y & c_x^2 \\ -c_x c_y & -c_y^2 & c_x c_y & c_y^2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $c_x = \cos\theta_1$

$c_y = \cos\theta_2$

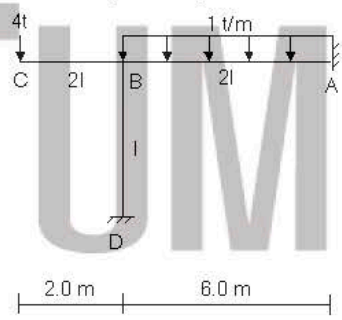
3 :

4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 218 :

โครงข้อแข็งดังรูป มีค่า Degree of Indeterminacy เท่าใด



$m = 3$

$r = 6$

$j = 4$

$3m + r = 15$

$3j = 12$

$\therefore DI = 3$

1 : Statically Indeterminate to 1°

2 : Statically Indeterminate to 3°

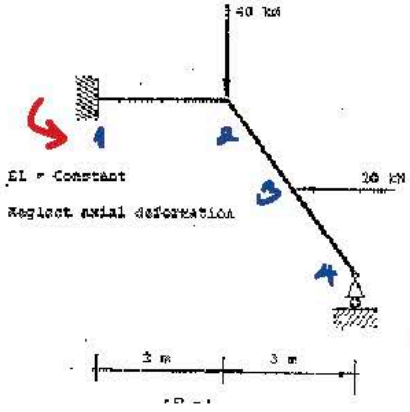
3 : Statically Indeterminate to 5°

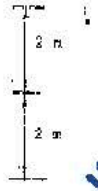
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก

คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 219 :

โดยใช้วิธี Matrix Force ให้ คำนวณหา โมเมนต์ที่ปลาย ของ element ในโครงสร้างต่อไปนี้ ให้ตอบอยู่ในรูป





การเตรียมคำตอบ

เมื่อวิเคราะห์ และหาผลของ ที่กระทำกับโครงสร้าง โมเมนต์ที่ Fixed Support จะเป็นโมเมนต์ลบ และมีค่าประมาณ หนึ่งใน

1 : [-2 2 -2 0 0 0]

2 : [6 -3 3 -1.5 1.5 0]

3 : [56.2 72.4 -72.4 -64.0 64.0 0]

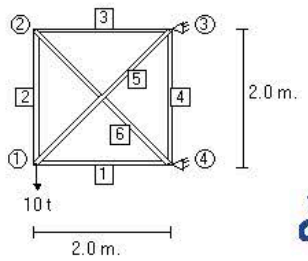
4 : [-39.6 -20.4 20.4 30.0 30.0 0]

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 220 :

TUMCIVIL.COM

ค่า Element Stiffness matrix ของชิ้นส่วน 1
k_1 หาได้จากข้อใด
ใน global coordinate เมื่อ θ_1 เป็นมุมของชิ้นส่วนเทียบกับแนวราบและ θ_2 เป็นมุมของชิ้นส่วนเทียบกับแนวดิ่ง



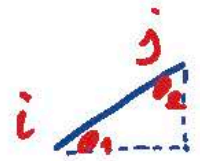
Stiffness ของ truss ไม่มีค่า I เข้ามาเกี่ยวข้อง เพราะ สมการของ Truss ต้องรับแรงตามแนวแกนเท่านั้น

1 : $k_1 = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

2 : $k_1 = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & \text{symmetry} & & \\ 2 & 4 & & \\ -6/L & -6/L & 12/L^2 & \\ 6/L & 6/L & -12/L^2 & 12/L^2 \end{bmatrix}$

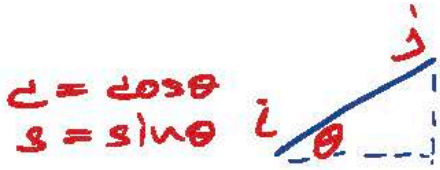
$k_1 = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c_x^2 & \text{symmetry} & & \\ c_x c_y & c_y^2 & & \\ -c_x^2 & -c_x c_y & c_x^2 & \\ -c_x c_y & -c_y^2 & c_x c_y & c_y^2 \end{bmatrix}$

เมื่อ $c_x = \cos\theta_1$
$c_y = \cos\theta_2$



รูปแบบที่น่าสนใจ

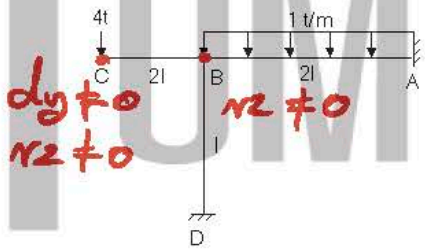
$c = \cos\theta$
$s = \sin\theta$



$K_{ij} = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c^2 & \text{symmetry} & & \\ sc & s^2 & & \\ -c^2 & -sc & c^2 & \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix}$

3 :
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

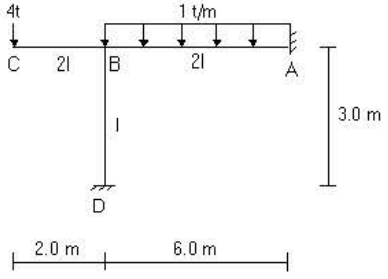
ข้อที่ 221 :
โครงข้อแข็งดังรูป ถ้าไม่มีการยืดหดความยาวของทุกชิ้นส่วน จะมีจำนวน displacement degree of freedom ของระบบมีค่าเท่าใด



dy ≠ 0 rz ≠ 0
rz ≠ 0

1 : 2
2 : 3
3 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
4 : 1
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 222 :
โครงข้อแข็งดังรูป ถ้าไม่มีการยืดหดของชิ้นส่วน ค่า Element Stiffness matrix ของชิ้นส่วน BD ใน Local coordinate หาได้จากข้อใด



โจทย์ข้อนี้ หมายถึง สัมประสิทธิ์ stiffness ของชิ้นส่วน เนื่องจาก θ เท่านั้น

$k_{BD} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

1 :

TUMCIVIL.COM

$$k_{BD} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & \text{symmetry} \\ 2 & 4 \\ -6/L & -6/L & 12/L^2 \\ 6/L & 6/L & -12/L^2 & 12/L^2 \end{bmatrix}$$

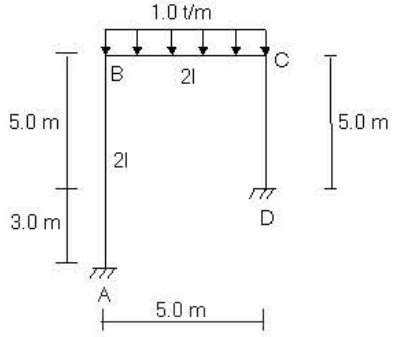
2 :

$$k_{BD} = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c_x^2 & \text{symmetry} \\ c_x c_y & c_y^2 \\ -c_x^2 & -c_x c_y & c_x^2 \\ -c_x c_y & -c_y^2 & c_x c_y & c_y^2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $c_x = \cos\theta_1$
$c_y = \cos\theta_2$

3 :
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 223 :
โครงข้อแข็งดังรูป มีค่า Degree of Indeterminate เท่าใด



$m = 3, r = 6, j = 4$

$3m + r = 15$

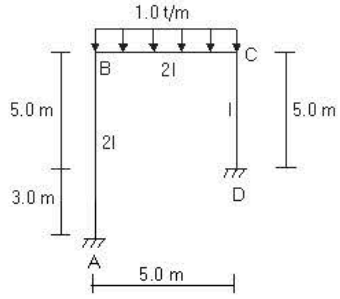
$3j = 12$

$\therefore DI = 3$

1 : Statically Indeterminate to 1°
2 : Statically Indeterminate to 3°
3 : Statically Indeterminate to 5°
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 224 :

โครงแข็งดังรูป มีค่า Element Stiffness matrix ของชิ้นส่วน AB ใน global coordinate เท่าใด



$$k_{AB} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

1 :

$$k_{AB} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & \text{symmetry} \\ 2 & 4 \\ -6/L & -6/L & 12/L^2 \\ 6/L & 6/L & -12/L^2 & 12/L^2 \end{bmatrix}$$

2 :

$$k_{AB} = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c_x^2 & \text{symmetry} \\ c_x c_y & c_y^2 \\ -c_x^2 & -c_x c_y & c_x^2 \\ -c_x c_y & -c_y^2 & c_x c_y & c_y^2 \end{bmatrix}$$

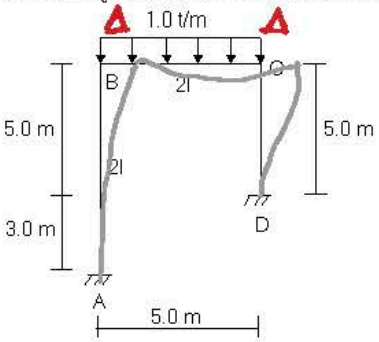
เมื่อ $c_x = \cos\theta_1$
$c_y = \cos\theta_2$

3 :
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 225 :

TUMCIVIL.COM

โครงแข็งดังรูป ถ้าไม่มีการยืดหดตัวของความยาวทุกชิ้นส่วน จะมีจำนวน displacement degree of freedom ของระบบมีค่าเท่าใด



$\theta_B \neq 0$

$\theta_C \neq 0$

$\Delta_B = \Delta_C = \Delta$

1 : 1
2 : 2
3 : 3
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 226 :

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

สำหรับ Matrix 2x2

ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{4(3)-1(2)}\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

1 : $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$
2 : $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$
3 : $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$
4 : ไม่มีคำตอบที่ถูก
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

TUMCIVIL.COM

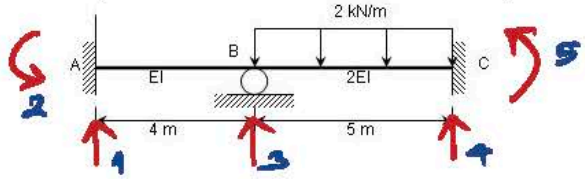
ข้อที่ 227 :
ในวิชา Structural Analysis โครงข้อแข็ง (rigid frame) ที่อยู่ใน 3 มิติ หนึ่งชิ้นส่วนโครงข้อแข็งจะมีจำนวน degree of freedoms ได้มากที่สุดกี่ค่า

1 : 3
2 : 6
3 : 9
4 : 12
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 228 :
ในวิชา Structural Analysis โครงถัก (truss) ที่อยู่ใน 3 มิติ หนึ่งชิ้นส่วนโครงถักจะมีจำนวน degree of freedoms ได้มากที่สุดกี่ค่า

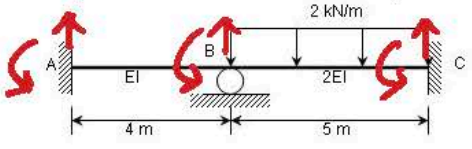
1 : 3
2 : 4
3 : 6
4 : 9
คำตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 229 :
จากรูป ในการวิเคราะห์คานโดยใช้ matrix structural analysis คานดังกล่าวมี degree of freedoms ที่ถูกยึดรั้ง (constrained degree of freedoms) ได้มากที่สุดกี่ค่า



1 : 2
2 : 3
3 : 4
4 : 5
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

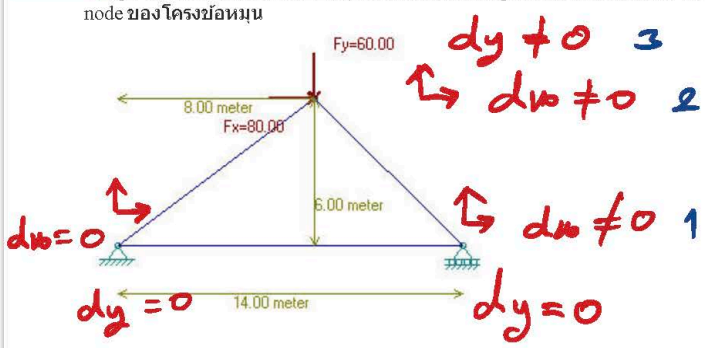
ข้อที่ 230 :
จากรูป ในการวิเคราะห์คานโดยวิธี matrix displacement method นั้น global structure stiffness matrix [K] ของคานจะมีขนาดเท่าใด



1 : 2x2
2 : 6x6
3 : 8x8

4 : 10x10
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 231 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธี matrix displacement method นั้น เราจะต้องทำการ inverse matrix ขนาดเท่าใด เพื่อให้ได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ node ของโครงข้อหมุน

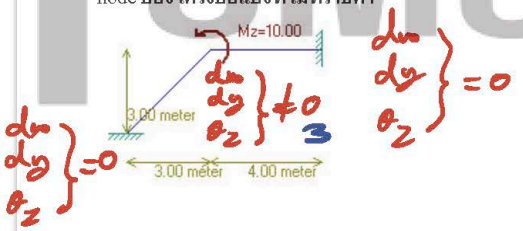


1 : 3x3
2 : 4x4
3 : 5x5
4 : 6x6
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 232 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งโดยวิธี matrix displacement method นั้น global structure stiffness matrix ของโครงข้อแข็งจะมีขนาดเท่าใด

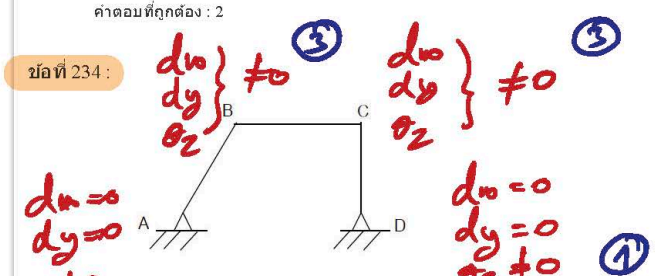
1 : 3x3
2 : 4x4
3 : 6x6
4 : 9x9
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 233 :
จากรูป ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งโดยวิธี matrix displacement method นั้น เราจะต้องทำการ inverse matrix ขนาดเท่าใด เพื่อให้ได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ node ของโครงข้อแข็งที่ไม่ทราบค่า



1 : 2x2
2 : 3x3
3 : 4x4
4 : 6x6
5 : 9x9
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 234 :

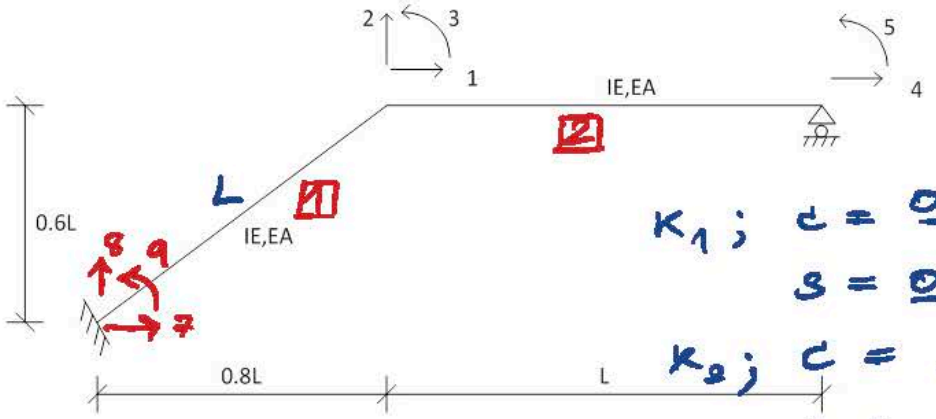


จงหา DOF ของโครงข้อแข็งในกรณีที่วิเคราะห์ด้วยวิธี matrix stiffness method

1 : 10
2 : 8
3 : 3
4 : 6
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 235 :

TUMCIVIL.COM



K_1 ; $c = \frac{0.8L}{L} = 0.8$

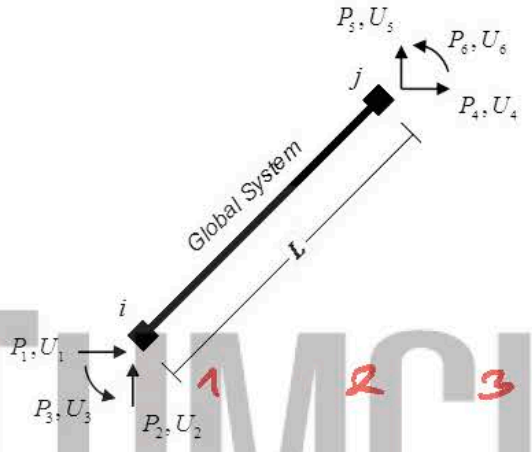
$s = \frac{0.6L}{L} = 0.6$

K_2 ; $c = \frac{L}{L} = 1$

$s = \frac{0}{L} = 0$

L = 5m
A = 800 cm^2
I = 105 cm^4
E = $2x10^6$ kg/cm^2

* ± ไม่ต้องใช้ค่าน้อยกว่า A



$K_{11} = c^2\frac{EA}{L} + s^2\frac{12EI}{L^3}$

$= E\left[\frac{c^2A}{L} + \frac{12s^2I}{L^3}\right]$

$= (2x10^6)\left[\frac{0.8^2(800)}{500} + \frac{12(0.6^2)(105)}{500^3}\right]$

$= 2048007$ kg/cm

$= 2048$ T/cm

1	2	3	4	5	6	K_2
7	8	9	1	2	3	K_1

$$K_{EE} = \begin{bmatrix} c^2\frac{EA}{L}+s^2\frac{12EI}{L^3} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & -s\frac{6EI}{L^2} & -c^2\frac{EA}{L}-s^2\frac{12EI}{L^3} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s\frac{6EI}{L^2} \\ cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s^2\frac{EA}{L}+c^2\frac{12EI}{L^3} & c\frac{6EI}{L^2} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s^2\frac{EA}{L}-c^2\frac{12EI}{L^3} & c\frac{6EI}{L^2} \\ -s\frac{6EI}{L^2} & c\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & s\frac{6EI}{L^2} & -c\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -c^2\frac{EA}{L}-s^2\frac{12EI}{L^3} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & s\frac{6EI}{L^2} & c^2\frac{EA}{L}+s^2\frac{12EI}{L^3} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s\frac{6EI}{L^2} \\ -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s^2\frac{EA}{L}-c^2\frac{12EI}{L^3} & -c\frac{6EI}{L^2} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s^2\frac{EA}{L}+c^2\frac{12EI}{L^3} & -c\frac{6EI}{L^2} \\ -s\frac{6EI}{L^2} & c\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & s\frac{6EI}{L^2} & -c\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

7	1
8	2
9	3
1	4
2	5
3	6

where

$c = \cos\phi$ and $s = \sin\phi$

ค่า K_{11} ของโครงข้อแข็งในรูปมีค่าเท่ากับ

1 :
3284.32

2 : 4284.32

3 : 1284.32

4 : 9548.32
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

หา K_2 :

$K_{11} = c^2\frac{EA}{L} + s^2\frac{12EI}{L^3}$ (s=0)

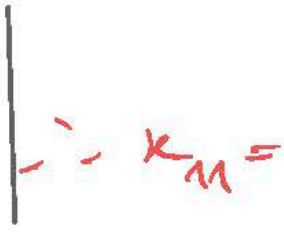
$= E\left[\frac{c^2A}{L} + \frac{12s^2I}{L^3}\right]$ (s=0)

$= (2x10^6)\left[\frac{1^2(800)}{500}\right]$

$= 3200000$ kg/cm

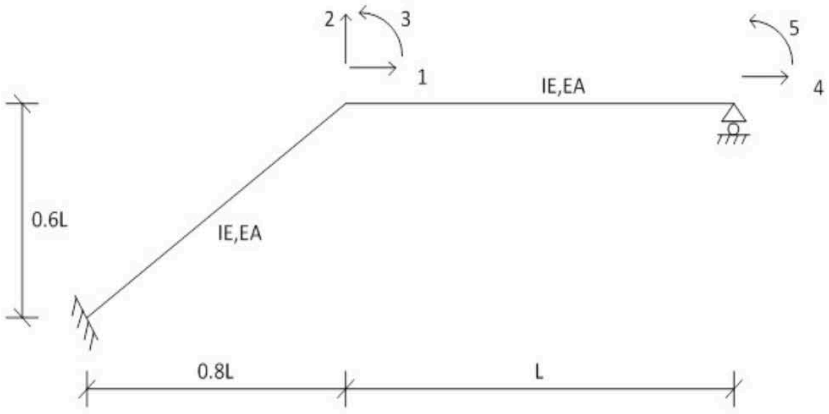
$= 3200$ T/cm

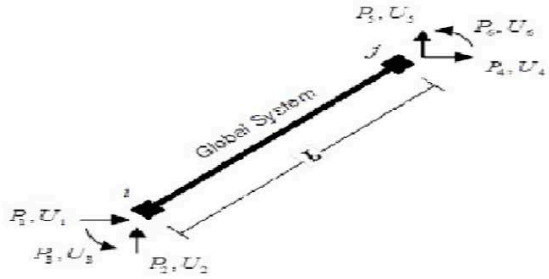
ข้อที่ 236 :



$K_{11} = 2048 + 3200 = 5248$ T/cm

TUMCIVIL.COM





$$\mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} c^2\frac{EA}{L}+s^2\frac{12EI}{L^3} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & -s\frac{6EI}{L^2} & -c^2\frac{EA}{L}-s^2\frac{12EI}{L^3} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s\frac{6EI}{L^2} \\ cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s^2\frac{EA}{L}+c^2\frac{12EI}{L^3} & c\frac{6EI}{L^2} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s^2\frac{EA}{L}-c^2\frac{12EI}{L^3} & c\frac{6EI}{L^2} \\ -s\frac{6EI}{L^2} & c\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & s\frac{6EI}{L^2} & -c\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -c^2\frac{EA}{L}-s^2\frac{12EI}{L^3} & -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & s\frac{6EI}{L^2} & c^2\frac{EA}{L}+s^2\frac{12EI}{L^3} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s\frac{6EI}{L^2} \\ -cs\frac{EA}{L}+cs\frac{12EI}{L^3} & -s^2\frac{EA}{L}-c^2\frac{12EI}{L^3} & -c\frac{6EI}{L^2} & cs\frac{EA}{L}-cs\frac{12EI}{L^3} & s^2\frac{EA}{L}+c^2\frac{12EI}{L^3} & -c\frac{6EI}{L^2} \\ -s\frac{6EI}{L^2} & c\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & s\frac{6EI}{L^2} & -c\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

where

$$c = \cos\phi \text{ and } s = \sin\phi$$

TUMCIVIL.COM

ค่า K_{21} ของโครงข้อแข็งในรูปมีค่าเท่ากับ

1 :
954.24

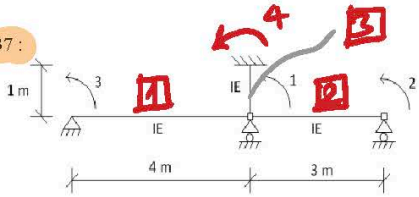
2 : -954.24

3 : 1954.24

4 : -1954.24

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 237 :



ค่า K_{11} ของโครงข้อแข็งในรูปมีค่าเท่ากับ

1 : 3.333EI

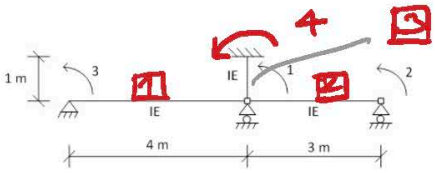
2 : 4.333EI

3 : 5.333EI

4 : 6.333EI

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

ข้อที่ 238 :



ค่า K_{23} ของโครงข้อแข็งในรูปมีค่าเท่ากับ

1 : 0

2 : 4EI/3

3 : EI

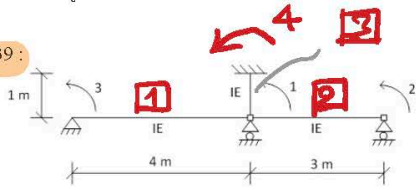
4 : 3.333EI

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

K_{23} ไม่มี เพราะจุดต่อ 3 กับจุดต่อ 2 ไม่เชื่อมต่อกัน

$\therefore K_{23} = 0$

ข้อที่ 239 :



ค่า K_{31} ของโครงข้อแข็งในรูปมีค่าเท่ากับ

1 : EI/2

2 : EI

3 : 2EI

4 : 0

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

$K = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ (θ_i, θ_j)

K_{31} มีขั้นของเลขต่อตัวใน K_1

$\therefore K_1 = \frac{EI}{4}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ (3, 1)

$\therefore K_{31} = \frac{2EI}{4} = EI/2$

ข้อที่ 240 :

จงอธิบายความหมายทางกายภาพของค่า stiffness influence coefficient K_{ij}

1 : เป็นแรงที่กระทำที่ DOF ที่ i เนื่องจากการใส่ displacement 1 หน่วยที่ DOF ที่ j

2 : เป็นแรงกระทำที่ DOF ที่ j เนื่องจากการใส่ displacement 1 หน่วยที่ i

3 : เป็น displacement ที่เกิดขึ้นที่ DOF ที่ i เนื่องจากการใส่แรงหนึ่งหน่วยที่ DOF ที่ j

4 : เป็น displacement ที่เกิดขึ้นที่ DOF ที่ j เนื่องจากการใส่แรงหนึ่งหน่วยที่ DOF ที่ i

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

K_{ij} is defined as the force at i corresponding to a unit displacement at j and j alone.

ข้อที่ 241 :

จงอธิบายความหมายทางกายภาพของค่า flexibility influence coefficient F_{ij}

1 : เป็นแรงที่กระทำที่ DOF ที่ i เนื่องจากการใส่ displacement 1 หน่วยที่ DOF ที่ j

2 : เป็นแรงกระทำที่ DOF ที่ j เนื่องจากการใส่ displacement 1 หน่วยที่ i

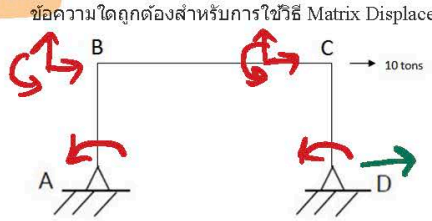
3 : เป็น displacement ที่เกิดขึ้นที่ DOF ที่ i เนื่องจากการใส่แรงหนึ่งหน่วยที่ DOF ที่ j

4 : เป็น displacement ที่เกิดขึ้นที่ DOF ที่ j เนื่องจากการใส่แรงหนึ่งหน่วยที่ DOF ที่ i

ค่าตอบที่ถูกต้อง : 3

ข้อที่ 242 :

ข้อความใดถูกต้องสำหรับการใช้วิธี Matrix Displacement Method กับ Matrix Force Method สำหรับวิเคราะห์โครงสร้างดังแสดงในรูป



1 : ไม่จำเป็นต้อง inverse metrix สำหรับการวิเคราะห์ด้วย Matrix Force Method

2 : ต้อง inverse matrix ขนาด 3x3 ถ้าใช้วิธี Matrix Displacement Method

3 : ต้อง inverse matrix ขนาด 3x3 ถ้าใช้วิธี Matrix ขนาด 3x3 ถ้าใช้วิธี Matrix Force Method

4 : ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

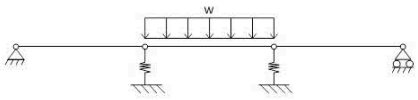
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

Displacement Method ขนาด Inverse ขึ้นอยู่กับ จำนวน d ซึ่งเท่ากับ 8x8

Force Method ขนาด Inverse ขึ้นอยู่กับ จำนวน DI ซึ่งเท่ากับ 1x1 ถือไม่ต้อง Inverse

ข้อที่ 243 :

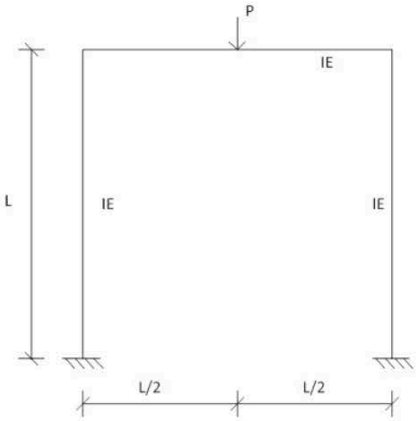
TUNGCIVIL.COM



ในการวิเคราะห์คานโดยวิธี matrix displacement method นั้น เราต้องทำการ inverse matrix ขนาดเท่าใดเพื่อให้ได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ node

1 : 6x6
2 : 4x4
3 :
5x5
4 : 3x3
คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 244 :

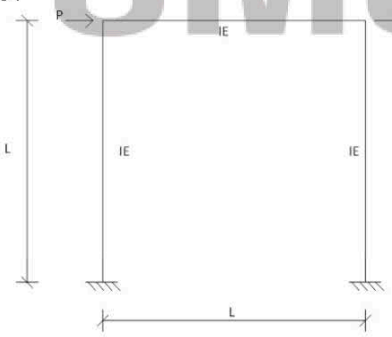


โครงข้อแข็งดังแสดงในรูป ไม่คิดการเปลี่ยนรูปในแนวแกนเราสามารถใช้ symmetry ในการลดจำนวน DOF เหลือเพียง

1 : 1
2 : 2
3 : 3
4 : 4
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

TUMCIVIL.COM

ข้อที่ 245 :



โครงข้อแข็งดังแสดงในรูป ไม่คิดผลของการเปลี่ยนรูปในแนวแกนเราสามารถใช้ Anti-Symmetry และ Symmetry ในการลดจำนวน DOF เหลือเพียงเท่าใด

1 : 2
2 : 3
3 : 4
4 : 5
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 246 :

ในการรวมผลของ stiffness matrix ของชิ้นส่วนประกอบกันเป็น stiffness matrix ของโครงสร้างเราใช้หลักการใดในขั้นตอนสุดท้าย

1 : Equilibrium และ compatibility ที่ node

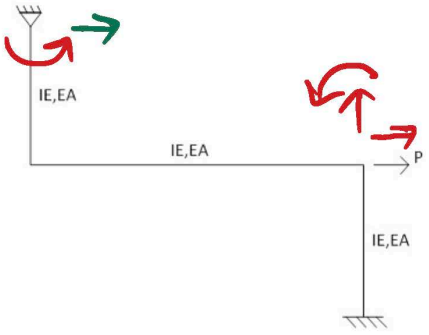
2 : Force-Displacement relation ของชิ้นส่วน

3 : Compatibility และ Equilibrium ของชิ้นส่วน

4 : ไม่มีข้อถูก

คำตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 247 :



Displacement Method
ขนาด Inverse ขึ้นอยู่กับ จำนวน d
ที่เท่ากับ 4x4

Force Method

โครงข้อแข็งดังแสดงในรูปหากต้องเลือกวิธีการวิเคราะห์ระหว่าง Matrix Displacement Method กับ Matrix Force Method ภายใต้เงื่อนไขของการ inverse matrix ขนาดเล็กที่สุดควรเลือกวิธีใด

1 : Matrix Displacement Method โดย inverse Matrix ขนาด 1x1

2 : Matrix Force Method โดย inverse Matrix ขนาด 2x2

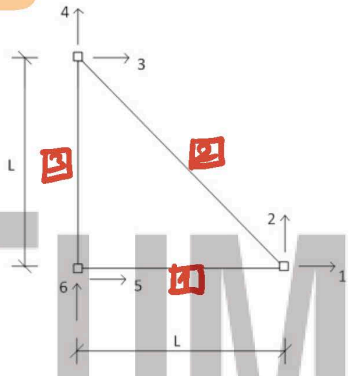
3 : Matrix Force Method โดย inverse Matrix ขนาด 1x1

4 : Matrix Displacement Method โดย inverse Matrix ขนาด 2x2

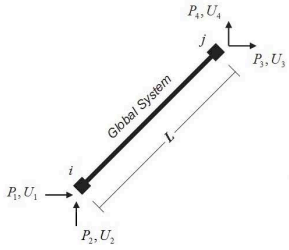
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 2

ขนาด Inverse ขึ้นอยู่กับ จำนวน DI
ที่เท่ากับ 2x2

ข้อที่ 248 :



EA = 8000
L = 4



$$= \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

where

$c = \cos\phi$ and $s = \sin\phi$

$$K_1 = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & 1^2 & \\ & & & \end{bmatrix}\begin{matrix}5\\6\\1\\2\end{matrix}$$

$$c = \frac{(X_j - X_i)}{L} = \frac{4-0}{4} = 1$$

แทน K_1 ; $K_{11} = \frac{8000}{4}(1)^2$

$= 2000$

$$K_2 = \frac{EA}{\sqrt{2}L}\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & 1^2 & \\ & & & \end{bmatrix}\begin{matrix}3\\4\\1\\2\end{matrix}$$

$$c = \frac{4-0}{\sqrt{2}4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

แทน K_2 ; $K_{11} = \frac{8000}{\sqrt{2}(4)}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 707$

$\therefore K_{11} = 2000 + 707$

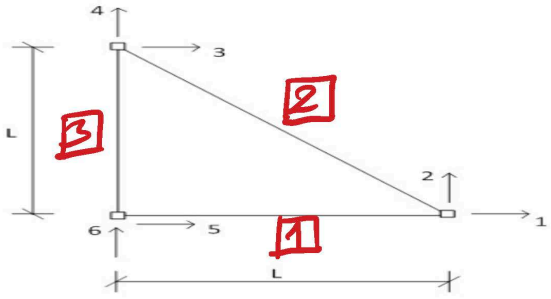
$= 2707$

ค่า K_{11} ของโครงข้อหมุนดังแสดงในรูปมีค่าเท่ากับ

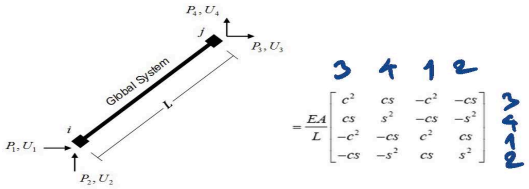
1 : 2707
2 : 4707
3 : 1707
4 : 3707
ค่าตอบที่ถูกต้อง : 1

ข้อที่ 249 : ?

TUMCIVIL.COM



EA = 8000
L = 4



$$= \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$c = \frac{L-0}{\sqrt{2}L} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c^2 = \frac{1}{2}$$

$$K_{31} = \frac{EA}{L}(-c^2)$$

$$= \frac{8000}{4}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -1000$$

ค่า K_{31} ของโครงข้อหมุนดังแสดงในรูปมีค่าเท่ากับเท่าใด

1 : 0

2 : -2000

3 : -4000

4 : 4000
คำตอบที่ถูกต้อง : 2

ข้อที่ 250 :
ข้อใดเป็นคุณสมบัติที่ผิดของ stiffness matrix ของชิ้นส่วน

1 : symmetry

2 : singular

3 : diagonal เป็น บวก

4 : ไม่มีคำตอบ
คำตอบที่ถูกต้อง : 4

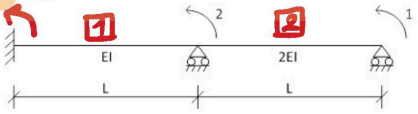
$$k = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \theta_i \\ \theta_j \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 2 \end{matrix}$$

$$K_1 = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} & \\ & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\therefore K_1 ; K_{22} = \frac{4EI}{L}$$

ข้อที่ 251 :



K_{22} ของคานดังแสดงในรูปมีค่าเท่ากับ

1 : 18EI/L

2 : 8EI/L

3 : 10EI/L

4 : 12EI/L

คำตอบที่ถูกต้อง : 4

$$K_2 = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & \\ & \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 \end{matrix}$$

$$\therefore K_2 ; K_{22} = \frac{4EI}{L}$$

$$\therefore K_{22} = \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} = \frac{8EI}{L}$$

Site Map

TUMCIVIL.COM

เฉลยข้อสอบ สามัญวิศวกร
ครั้งที่ 2/2544
วิชา Structural Analysis

TUMCIVIL.COM
Engineering Software Center
engranatic CLUB & member

GOOSHARED

TUMCIVIL•COM

โดย ดอน สอนกาน

เผยแพร่ฟรี

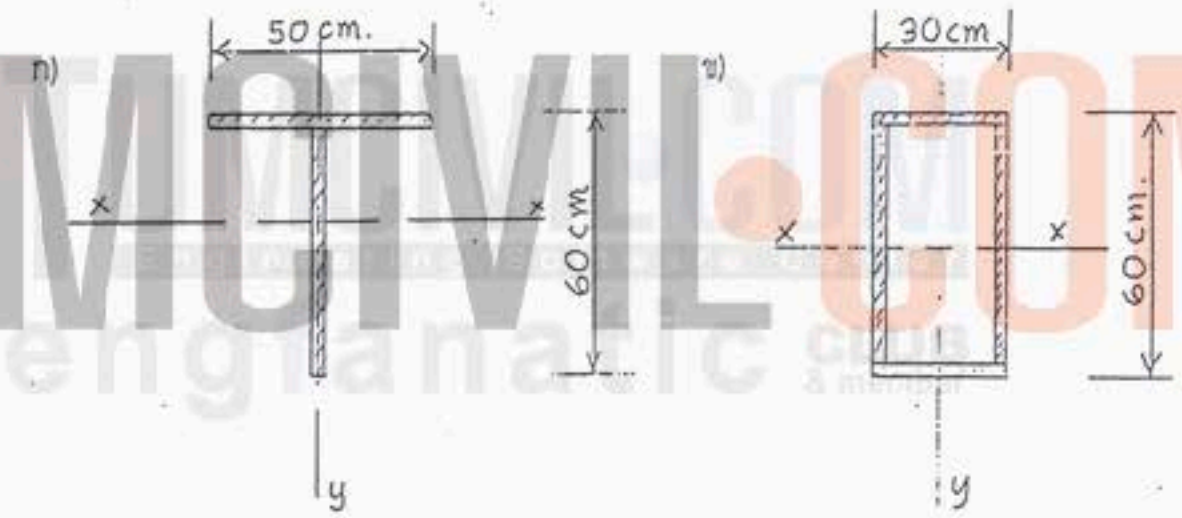
ครั้งที่ 2/2544

Structural Analysis

หมวดวิชาบังคับ Structural Analysis ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้เลือกทำ 4 ข้อ ข้อละ 25 คะแนน มีจำนวนหน้าทั้งหมด 12 หน้า ให้ทำในกระดาษคำถามเท่านั้น (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

คะแนนข้อ 1

1. คานช่วงเดียว (Simple beam) มีความยาวช่วง 5.0 เมตร รับน้ำหนักบรรทุก 2000 กิโลกรัม/เมตร ประกอบขึ้นจากเหล็กแผ่นมีความหนา 2 ซม. (built – up) ซึ่งมีหน้าตัดดังต่อไปนี้



จงเปรียบเทียบการแอ่นตัว (deflection) ที่กึ่งกลางช่วงความยาวคานของคานทั้งสองลักษณะหน้าตัด

TUMCIVIL.COM
engineering club

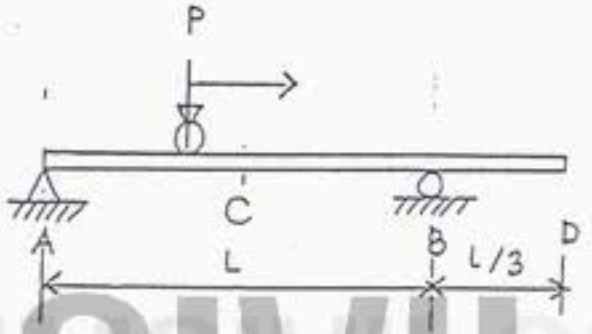
คะแนนข้อ 2

2. กำหนดให้คานรับน้ำหนักบรรทุกแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) ดังแสดง จงเขียน Influence Lines สำหรับ

ก. แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ

ข. โมเมนต์ลบที่จุดรองรับ B

ค. ระยะเคลื่อนที่จุดกึ่งกลางช่วงคาน C



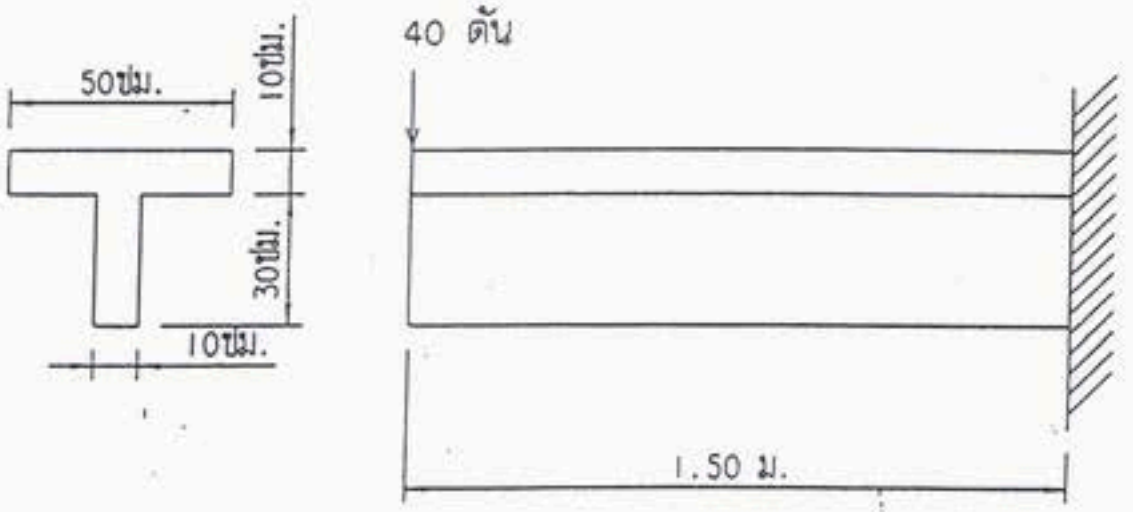
EI = คงที่

คะแนนข้อ 3

3. คานยื่นโครงสร้างเหล็กรูปพรรณดังในรูป รับน้ำหนักบรรทุก 40 ตัน ที่ปลายคาน วัสดุมีค่า $E = 2.10 \times 10^6$ กก./ตร.ซม. ให้หา

ก. หน่วยแรงดึงและแรงอัดสูงสุด

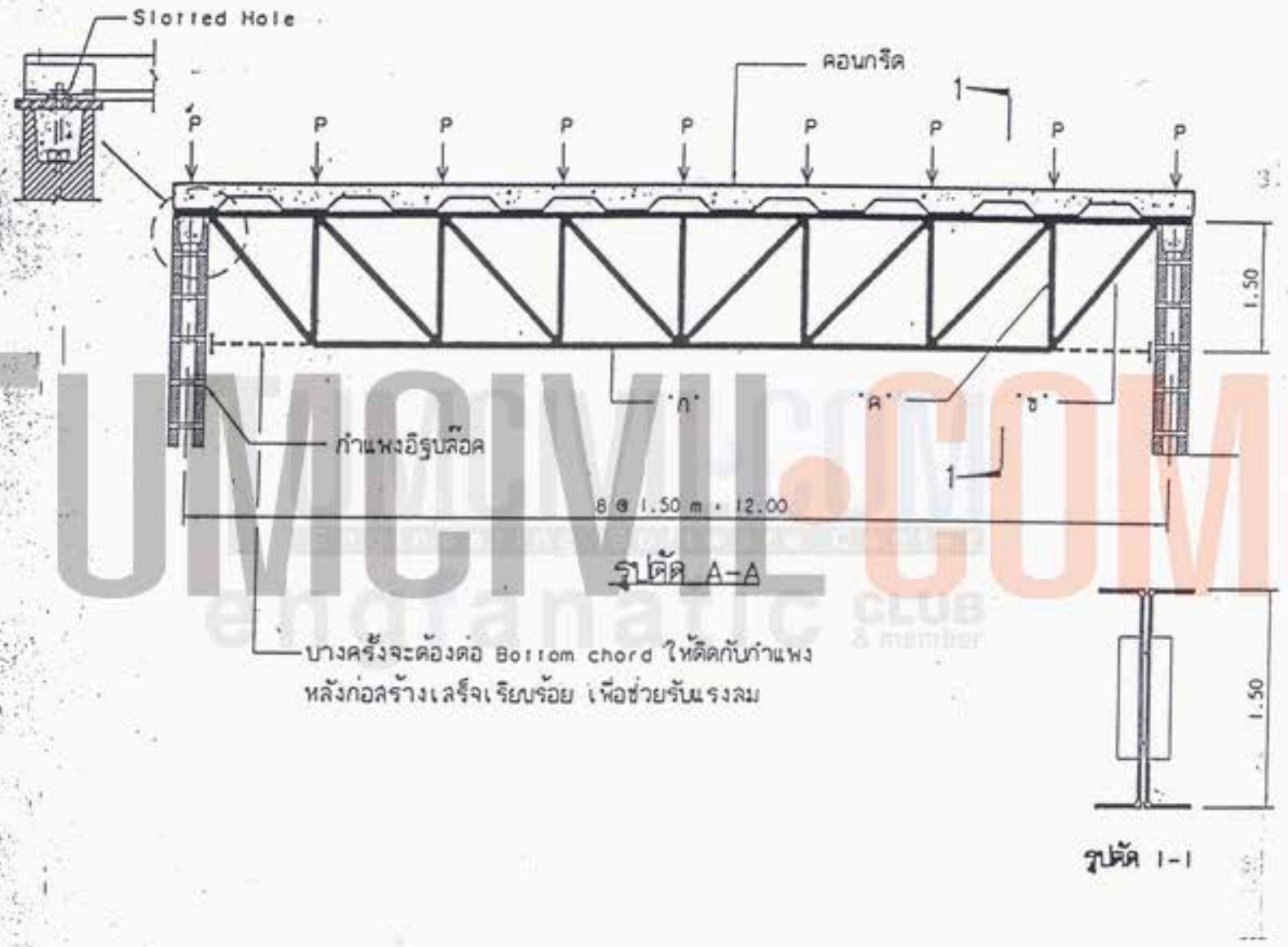
ข. รัศมีความโค้ง (Radius of curvature)



TUMCIVIL.COM

คะแนนข้อ 4

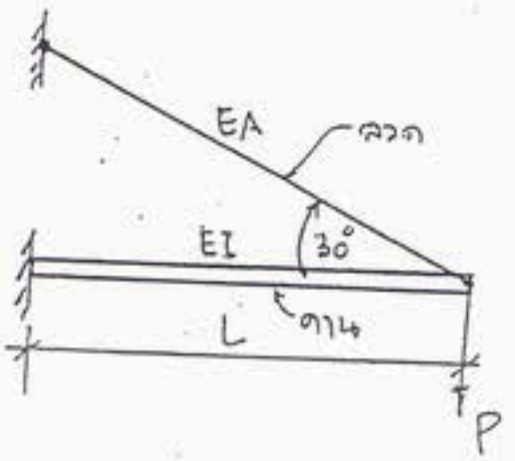
4. โครงเหล็กถัก (Truss) รองรับหลังคา ซึ่งประกอบด้วย (Metal Deck) และเททับด้วยคอนกรีต ดังแสดงในรูป น้ำหนักทั้งหมดที่กระทำที่ข้อต่อของโครงเหล็กถัก (น้ำหนัก P) = 4.5 ตัน จงคำนวณหาแรงในองค์อาคาร "ก" "ข" และ "ค"



TUMCIVIL.COM
engmania CLUB a member

คะแนนข้อ 5

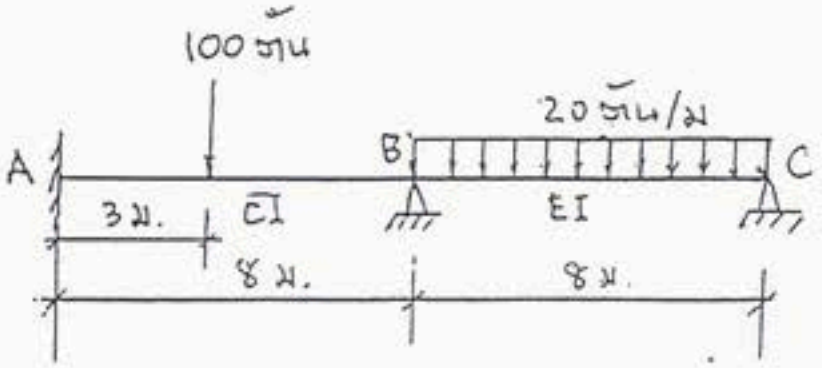
5. จงคำนวณแรงดึงในลวดและโมเมนต์ดัดสูงสุดในคานของโครงสร้างดังแสดงในรูป โดยให้แสดงอยู่ในพจน์ของ P, L, EA และ EI



TUMCIVIL.COM

คะแนนข้อ 6

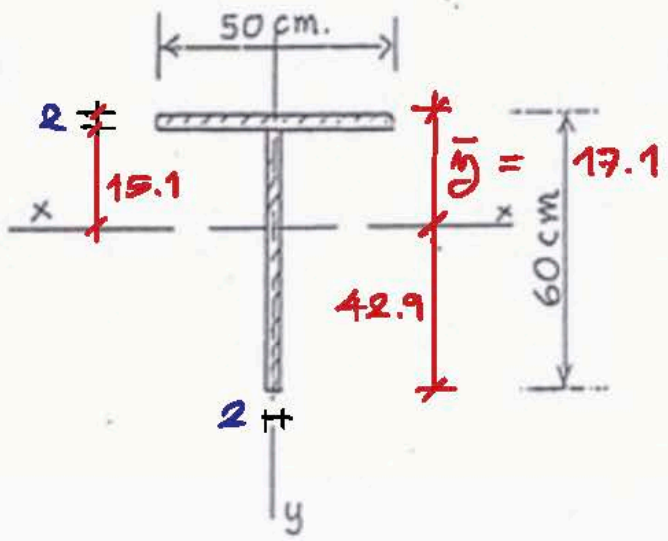
6. จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด ณ จุดรองรับ A ,B และ C ของคานต่อเนื่องดังแสดงในรูป นอกจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคานแล้ว จุดรองรับ B เกิดการทรุดตัววัดได้เท่ากับ 0.02 ม.



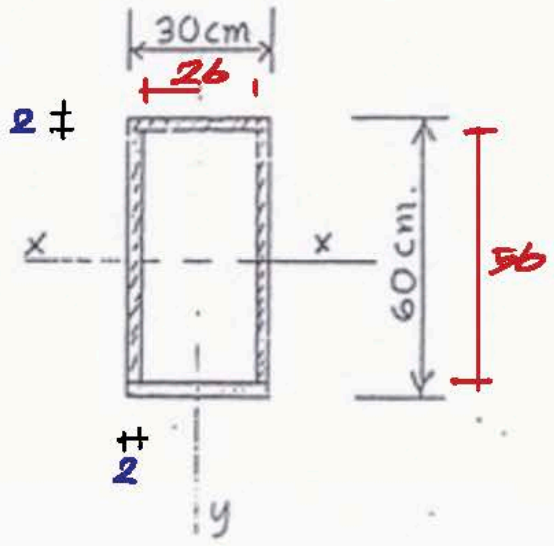
EI = 10⁵

1 คานช่วงเดียว (Simple beam) มีความยาวช่วง 5.0 เมตร รับน้ำหนักบรรทุก 2000 กิโลกรัม/เมตร ประกอบขึ้นจากเหล็กแผ่นมีความหนา 2 ซม. (built – up) ซึ่งมีหน้าตัดดังต่อไปนี้

ก)



ข)



จงเปรียบเทียบการแอ่นตัว (deflection) ที่กึ่งกลางช่วงความยาวคานของคานทั้งสองลักษณะหน้าตัด

$w = 2000$ kg/m $\therefore \Delta_{max} = \frac{5wL^4}{384EI}$

$\therefore \Delta_{max}$ ของหน้าตัดทั้งสองจะแตกต่างกันเพียงแต่ค่า I ของหน้าตัด เพราะ w, L เท่ากัน อัตราส่วนโมดูลัสยืดหยุ่น (E เท่ากัน)

$I_{(ข)} = \frac{30(60)^3}{12} - \frac{26(56)^3}{12}$

$= 478496/3$ cm^4

หา $\bar{y}$ ของหน้าตัด (ก)

$\bar{y} = \frac{(50)(2)(1) + (2)(58)(31)}{(50)(2) + (2)(58)} = 154/9 = 17.1$ cm

$\therefore I_{(ก)} = \frac{50(17.1)^3}{3} - \frac{48(15.1)^3}{3} + \frac{2(42.9)^3}{3} = 242656/3$ cm^4

$I_{(ก)} < I_{(ข)}$; $\therefore$ Δ เนื่องจากหน้าตัด (ก) > Δ เนื่องจากหน้าตัด (ข)

เทียบอัตราส่วนได้ $= \frac{I_{(ข)}}{I_{(ก)}} = 1.972$

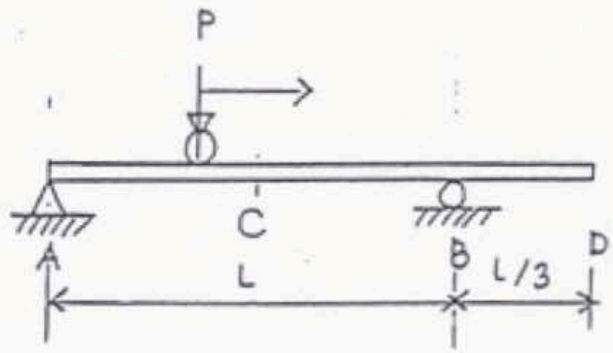
TUMCIVIL.COM

2 กำหนดให้คานรับน้ำหนักบรรทุกแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) ดังแสดง จงเขียน Influence Lines สำหรับ

ก. แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ

ข. โมเมนต์ลบที่จุดรองรับ B

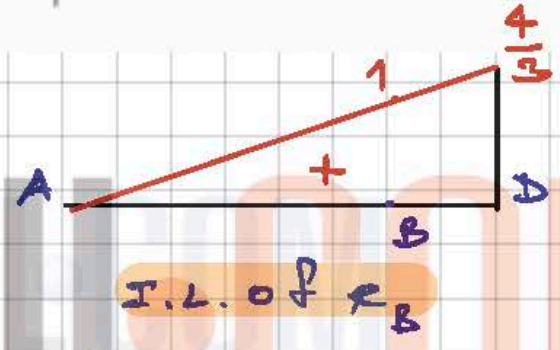
ค. ระยะเคลื่อนที่จุดกึ่งกลางช่วงคาน C



EI = คงที่

ก.

I.L. of R_A



I.L. of R_B

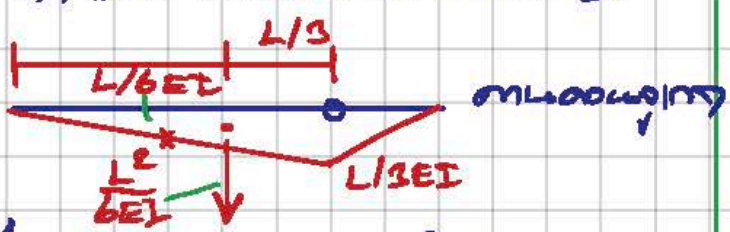
ข.

I.L. of M_B^-

ค.

I.L. of Δ_C

สร้างแรง 1 หน่วย กระทำที่ D



$$1 \quad \frac{L^2}{6EI} \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{1}{L} = L^2/18EI$$

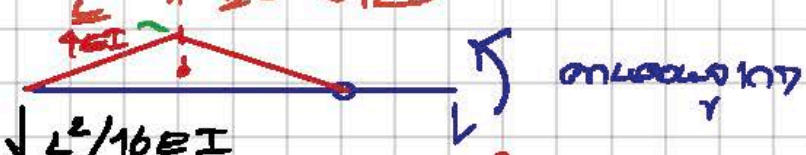
$\therefore \Delta_C = \eta_{C'}$

$$EI\Delta_C = \left(\frac{L^2}{18EI} \cdot \frac{L}{2}\right) + \left(\frac{L^2}{24EI} \cdot \frac{L}{6}\right)$$

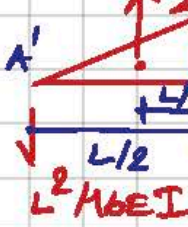
$$\Delta_C = \frac{L^3}{48EI} \uparrow$$

สร้างแรง 1 หน่วย กระทำที่ C

$$\frac{1}{2}(L)\left(\frac{L}{4EI}\right) = L^2/8EI \uparrow$$



$$\frac{1}{2}\left(\frac{L}{2}\right)\left(\frac{L}{4EI}\right) = \frac{L^2}{16EI}$$



$\therefore \Delta_C = \eta_{C'}$

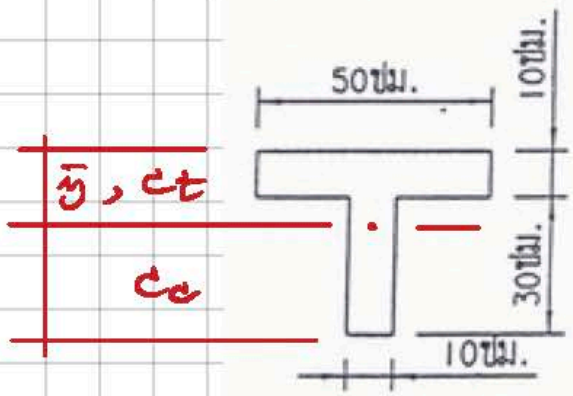
$$EI\Delta_C = \left(-\frac{L^2}{16} \cdot \frac{L}{2}\right) + \left(\frac{L^2}{16} \cdot \frac{L}{6}\right)$$

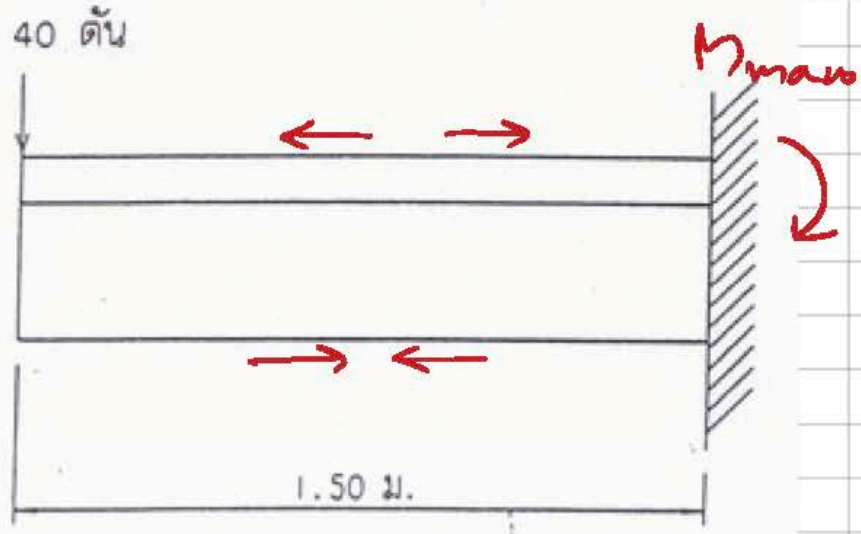
$$\Delta_C = -\frac{L^3}{48EI} = \frac{L^3}{48EI} \downarrow$$

3 คานยื่นโครงสร้างเหล็กรูปพรรณดังในรูป รับน้ำหนักบรรทุก 40 ตัน ที่ปลายคาน วัสดุมีค่า $E = 2.10 \times 10^6$ กก./ตร.ซม. ให้หา

ก. หน่วยแรงดึงและแรงอัดสูงสุด

ข. รัศมีความโค้ง (Radius of curvature)





ก) $M_{max} = 40(1.5)$

$= 60\ T.m = 6 \times 10^6\ kg.cm$

หน่วยแรงดึงสูงสุดเกิดขึ้นที่ขอบบน, $\sigma_{t\,max} = \frac{Mc_t}{I}$

หน่วยแรงอัดสูงสุดเกิดขึ้นที่ขอบล่าง, $\sigma_{c\,max} = \frac{Mc_c}{I}$

$\bar{y} = \frac{(50)(10)(5) + (10)(30)(25)}{(50)(10) + (10)(30)} = 12.5$ cm

$\therefore c_t = 12.5$ cm, $c_c = 40 - 12.5 = 27.5$ cm

$I = \frac{50(12.5)^3}{3} - \frac{40(2.5)^3}{3} + \frac{10(27.5)^3}{3} = 305000/3\ cm^4$

$\sigma_{t\,max} = (6 \times 10^6)(12.5)/(305000/3) = 737.70$ ksc

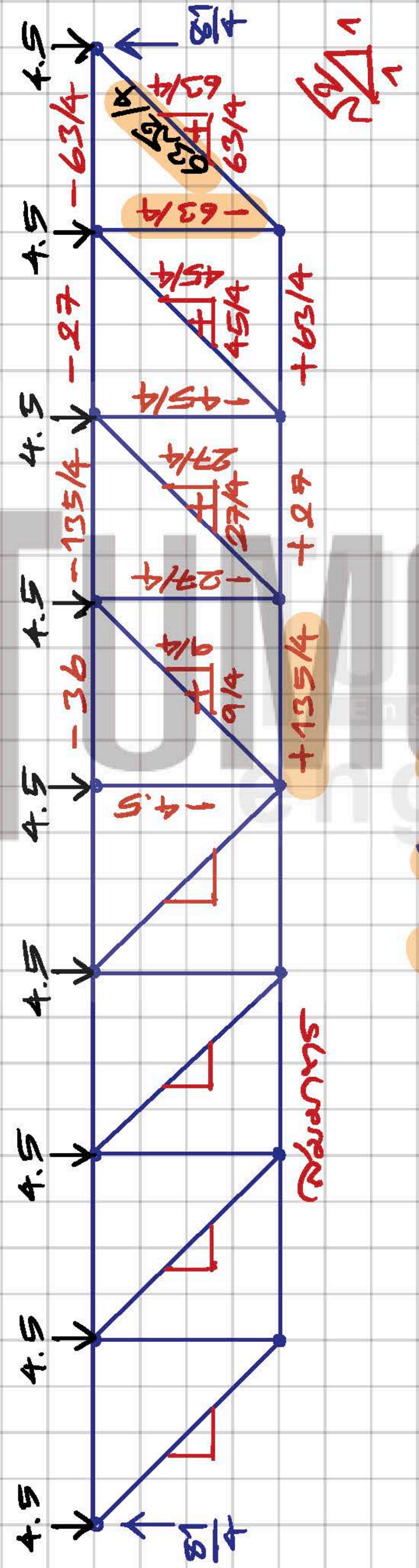
$\sigma_{c\,max} = (6 \times 10^6)(27.5)/(305000/3) = 1622.95$ ksc

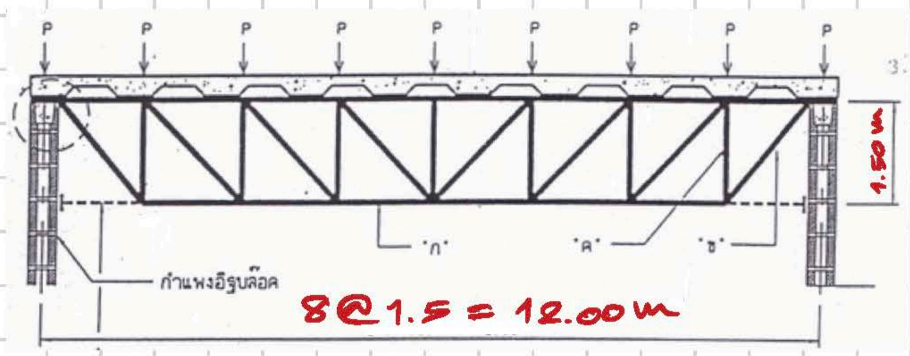
ข) $\because \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$ $\therefore$ รัศมีความโค้ง, $\rho = \frac{EI}{M}$

$\rho = (2.1 \times 10^6)(305000/3)/(6 \times 10^6)$

$= 106750/3 = 35583$ cm $= 355.83$ m

4 โครงเหล็กถัก (Truss) รองรับหลังคา ซึ่งประกอบด้วย (Metal Deck) และเททับด้วยคอนกรีต ดังแสดงในรูป น้ำหนักทั้งหมดที่กระทำที่ข้อต่อของโครงเหล็กถัก (น้ำหนัก P) = 4.5 ตัน จงคำนวณหาแรงในองค์อาคาร "ก" "ข" และ "ค"





เขียน FBD ของโครงข้อหมุน แล้ววิเคราะห์หาแรงภายในองค์อาคาร ด้วยวิธีของสรรพนต์ (การวิเคราะห์โครงสร้าง, 2561)

∴ แรงภายในองค์อาคาร

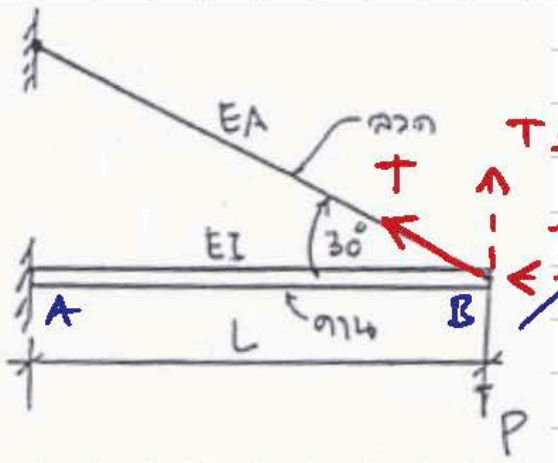
"ก" $= +\frac{135}{4}$ = 33.75 T แรงดึง

"ข" $= +\frac{63\sqrt{2}}{4}$ = 22.27 T แรงดึง

"ค" $= -\frac{63}{4}$ = 15.75 T แรงอัด

TUMCIVIL.COM Engineering Software Center engfanatic

5 จงคำนวณแรงดึงในลวดและโมเมนต์ดัดสูงสุดในคานของโครงสร้างดังแสดงในรูป โดยให้แสดงอยู่ในพจน์ของ P, L, EA และ EI



พิจารณาข้อมูลทางกายภาพ

ไม่ได้บอกให้ทำ A ของคานมา

∴ ไม่พิจารณาแรงดัดในคาน เนื่องจากแรง T

$T\sin 30°$

$T\cos 30°$ — ไม่พิจารณา

โดยวิธี Least Work

$$\frac{\partial W_i}{\partial T} = 0 = S\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)\frac{L_{mem}}{EA} + \int_0^L n\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)\frac{dx}{EI}$$

โดย $S = T$, $\partial S/\partial T = 1$, $L_{mem} = 2L/\sqrt{3}$

จาก B ถึง A $(0 \rightarrow L)$:

$$M = \frac{T}{2}x - Px$$

$$\frac{\partial M}{\partial T} = \frac{x}{2}, \quad M\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right) = \frac{Tx^2}{4} - \frac{Px^2}{2}$$

$$\therefore \frac{T(1)(2L)}{\sqrt{3}EA} + \int_0^L \left(\frac{Tx^2}{4} - \frac{Px^2}{2}\right)\frac{dx}{EI} = 0$$

$$(2TL/\sqrt{3}EA) + \left[\frac{Tx^3}{12}\Big|_0^L - \frac{Px^3}{6}\Big|_0^L\right]/EI = 0$$

$$\frac{2TL}{\sqrt{3}EA} + \frac{TL^3}{12EI} - \frac{PL^3}{6EI} = 0$$

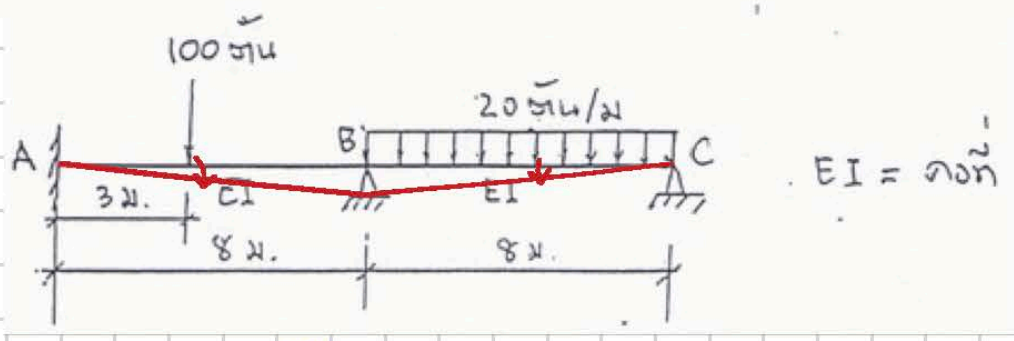
$$\frac{TL}{E}\left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I}\right] = \frac{PL^3}{6EI}$$

$$\therefore \quad T = \frac{PL^2}{6I} \Big/ \left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I}\right]$$

$$M_{max} = \frac{TL}{2} - PL = \left\{\frac{PL^3}{12I} \Big/ \left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I}\right]\right\} - PL$$

TUMCIVIL.COM

6 จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด ณ จุดรองรับ A ,B และ C ของคานต่อเนื่องดังแสดงในรูป นอกจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคานแล้ว จุดรองรับ B เกิดการทรุดตัววัดได้เท่ากับ 0.02 ม.



EI = คงที่

$K_{AB} = \frac{I}{8} = K_{BC}$ ถือเท่ากับ K

$\theta_A = 0$, $\phi_{AB} = +\frac{0.02}{8} = +\frac{1}{400}$, $\phi_{BC} = \phi_{CB} = -\frac{0.02}{8} = -\frac{1}{400}$

$FEM_{AB} = -\frac{100(3)(5)^2}{8^2} = -\frac{1875}{16}$ T.m

$FEM_{BA} = +\frac{100(3)^2(5)}{8^2} = +\frac{1125}{16}$ T.m

$FEM_{BC} = -\frac{20(8)^2}{12} = -\frac{320}{3}$ T.m, $FEM_{CB} = +\frac{320}{3}$ T.m

$M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - \frac{3}{400}) - \frac{1875}{16} = 2EK\theta_B - \frac{3EK}{200} - \frac{1875}{16}$

$M_{BA} = 2EK(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3}{400}) + \frac{1125}{16} = 4EK\theta_B - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16}$

$M_{BC} = 2EK[2\theta_B + \theta_C - (-\frac{3}{400})] - \frac{320}{3} = 4EK\theta_B + 2EK\theta_C + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3}$

$M_{CB} = 2EK[\theta_B + 2\theta_C + \frac{3}{400}] + \frac{320}{3} = 2EK\theta_B + 4EK\theta_C + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$

$\overset{+}{\circlearrowright}\sum M_B = 0 = M_{BA} + M_{BC} = (4EK\theta_B - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16}) + (4EK\theta_B + 2EK\theta_C + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3})$

$8EK\theta_B + 2EK\theta_C = \frac{1745}{48}$ ——①

$\therefore M_{CB} = 0 = 2EK\theta_B + 4EK\theta_C + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$

$2EK\theta_B + 4EK\theta_C = -\frac{320}{3} - \frac{3EK}{200}$ ——②

①×2; $16EK\theta_B + 4EK\theta_C = \frac{1745}{24}$ ——③

③ − ② ; $14EK\theta_B = \frac{1435}{8} + \frac{3EK}{200}$

$EK\theta_B = \frac{205}{16} + \frac{3EK}{2800}$

แทนค่า $EK\theta_B$ ลงใน ②

$\therefore\ 4EK\theta_C = -\frac{320}{3} - \frac{3EK}{200} - \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800}\right]$

$= -\frac{3175}{24} - \frac{3EK}{175}$

$EK\theta_C = -\frac{3175}{96} - \frac{3EK}{700}$

$\therefore$

หน่วย: T.m

$M_{AB} = \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800}\right] - \frac{3EK}{200} - \frac{1875}{16} = -\frac{1465}{16} - \frac{9EK}{700}$

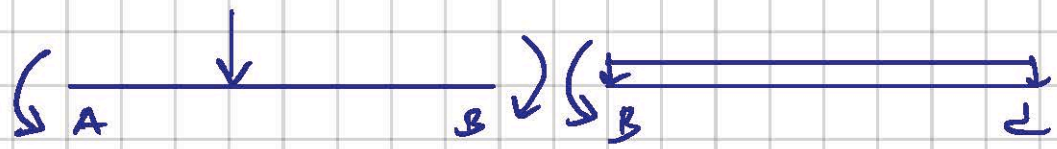
$M_{BA} = \left[\frac{4(205)}{16} + \frac{4(3EK)}{2800}\right] - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16} = \frac{1945}{16} - \frac{3EK}{280}$ ✓

$M_{BC} = \left[\frac{4(205)}{16} + \frac{4(3EK)}{2800}\right] + \left[-\frac{2(3175)}{96} - \frac{2(3EK)}{700}\right] + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3}$

$= -\frac{1945}{16} + \frac{3EK}{280}$ ✓

$M_{CB} = \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800}\right] + \left[-\frac{4(3175)}{96} - \frac{4(3EK)}{700}\right] + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$

$= 0$ ✓



$\therefore$

$M_A = -\frac{1465}{16} - \frac{9EK}{700}$ T.m

$M_B = -\frac{1945}{16} + \frac{3EK}{280}$ T.m

$M_C = 0$

โดย $EK = \frac{EI}{8}$ T.m

This Textbook is used for	
☑ Basic	☐ Advanced
☑ Workshop	☑ Reference
☑ IBM Computer	☐ Macintosh
Civil Engineering Manual	

TUMJOB

สัมมนาพร้อมเอกสาร และ DVD ประกอบการบรรยาย

TUMCIVIL.COM

TUMCIVIL.COM engfanatic

GOSHARED