2BAC PC BIOF : Devoir à domicile N°2 /S2

Exercice 1: étude de mouvement d'un pendule élastique

On fixe un solide (S) de masse m à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K. À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère $(O,\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen (**figure 1**).

On comprime le ressort de 5 cm et on l'abandonne à lui-même sans vitesse à $t_0=0$.

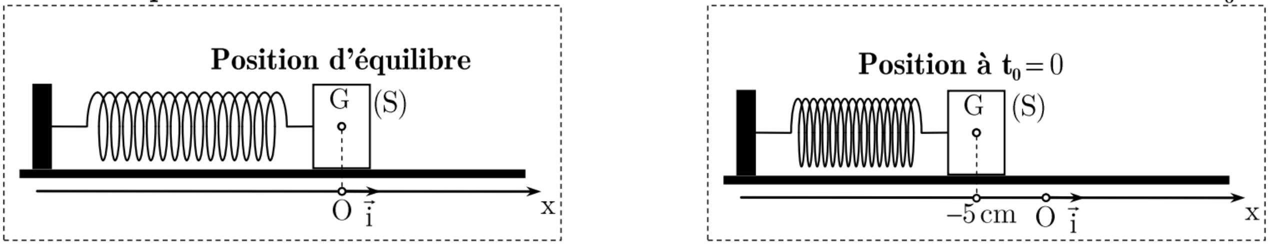


Figure 1

Données:

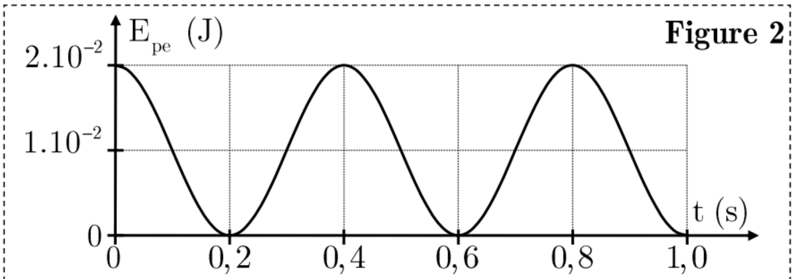
- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp}.

1. Montrer que l'énergie mécanique E_m du pendule élastique s'écrit sous forme

$$E_m = \frac{1}{2}.Kx^2 + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$$

2. En exploitant la conservation de l'énergie mécanique du pendule, montrer que l'équation différentielle caractérisant cet oscillateur s'écrit sous forme : $\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$. En déduire la nature du mouvement de (S) et l'expression de sa période en fonction de K et m.

3. On donne ci-dessous (**figure 2**) les variations de l'énergie élastique E_{pe} du pendule élastique au cours du temps.



3.1. Déterminer l'énergie mécanique de l'oscillateur mécanique.

3.2. En déduire la valeur de la constante de raideur K du ressort.

3.3. Donner la valeur de la période propre T_0 des oscillations. Et vérifier que la masse de (S) vaut $m = 260$ g

4. Montrer que l'équation horaire du mouvement s'écrit, dans le système international, sous forme : $x = 5.10^{-2}.\cos\left(\frac{5.\pi}{2}t + \pi\right)$