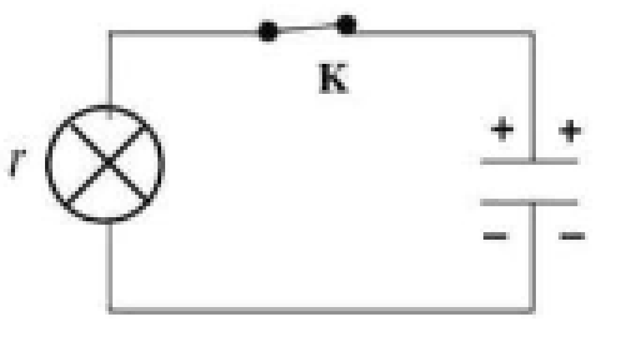
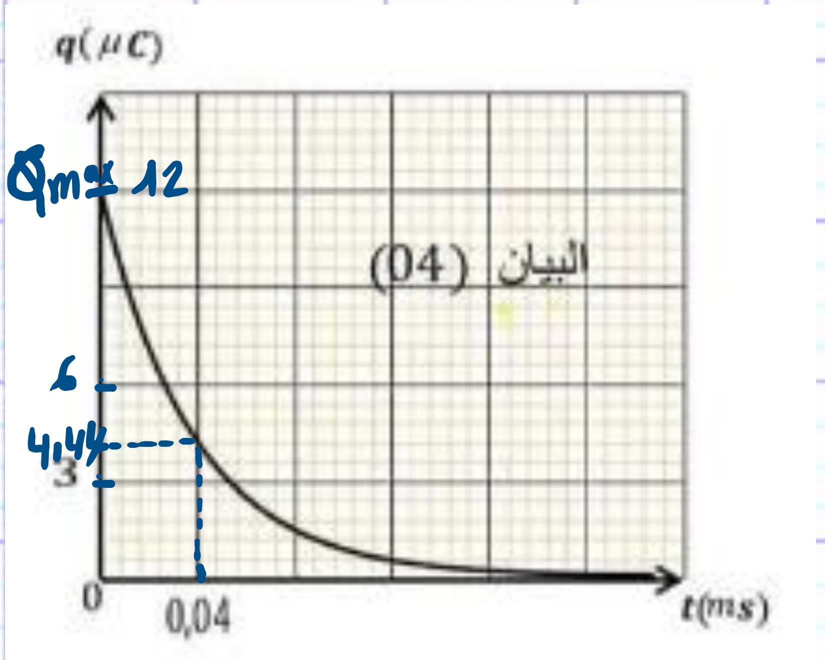
Analyse des courbes en dipôle RC

La décharge

Un condensateur de capacité $C = 2\mu F$ se décharge dans une lampe de résistance r.



* Déterminer la valeur de Q_{max}, E, τ et r.



* $Q_{max} = 12\,\mu C$

* $Q_{max} = E \cdot C \Rightarrow E = \dfrac{Q_{max}}{C} = \dfrac{12 \times \cancel{10^{-6}}}{2 \times \cancel{10^{-6}}}$

$$\boxed{E = 6V}$$

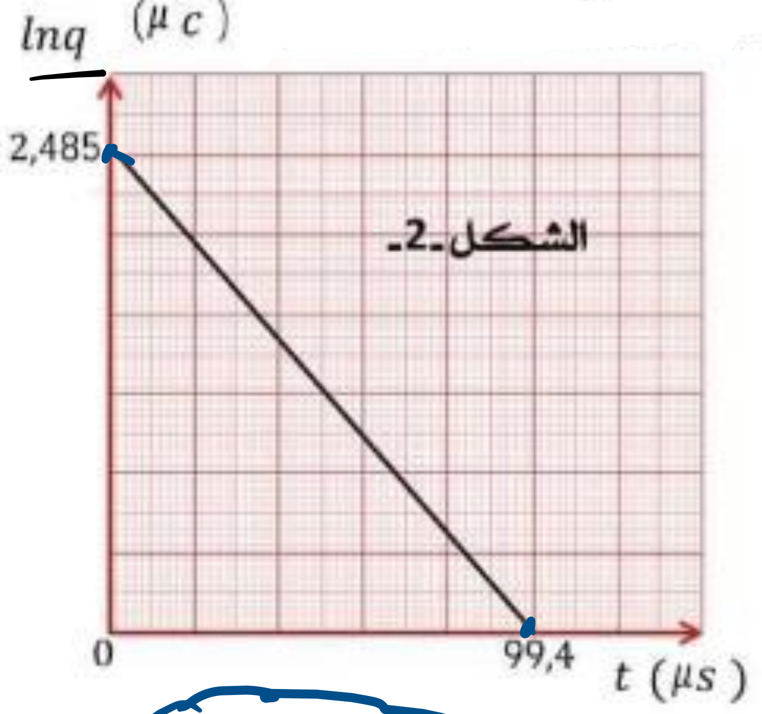
* à $t = \tau$, $q(\tau) = 0{,}37 . Q_{max} = 0{,}37 \times 12 = 4{,}44\ \mu C$

Graphiquement $\boxed{\tau = 0{,}04\ ms}$

* $\tau = r . C \Rightarrow r = \tau / C = \frac{0{,}04 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{r = 20\ \Omega}$

* Déterminer Q_{max} , E , τ et r

Avec $C = 2\mu F$.



la fct est affine $\boxed{\ln q = \alpha t + b}$

α : La pente et b : l'ordonnée à l'origine.

On est dans la décharge : $u_C(t) = E.e^{-t/\tau}$

q en μC

$q(t) = C.u_C(t) = C.E\, e^{-t/\tau}$

$\ln q = \ln(CE.e^{-t/\tau})$ Avec $CE = Q_{max}$

donc $\ln q = \ln(Q_{max}.e^{-t/\tau})$

$= \ln Q_{max} + \ln e^{-t/\tau}$

$\boxed{\ln q = -\frac{1}{\tau}.t + \ln Q_{max}}$

Par identification :

$\alpha = -\frac{1}{\tau}$ et $b = \ln Q_{max}$

$\boxed{\tau = -\frac{1}{\alpha}}$ et $\boxed{Q_{max} = e^{b}}$

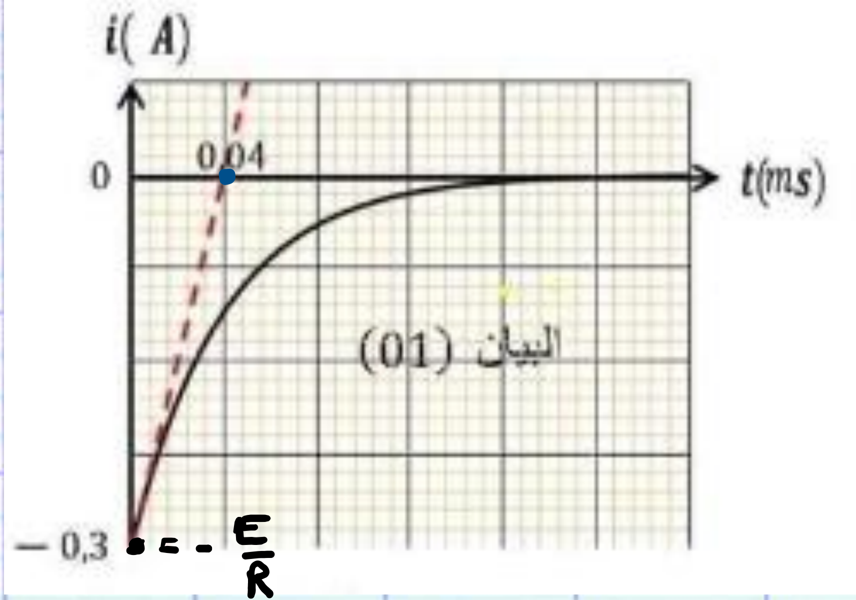
$$\boxed{Q_{max} = e^{2,485} = 12\,\mu C} \Rightarrow Q_{max} = C.E \Rightarrow E = \frac{Q_{max}}{C} = \frac{12\times 10^{-6}}{2\times 10^{-6}}$$

$$\boxed{E = 6V}$$

* $$\tau = -\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{\frac{2,485 - 0}{(0 - 99,4).10^{-6}}} = 4.10^{-5}\,s \xrightarrow{\times 10^{6}\,\mu s} = \boxed{40\,\mu s}$$

* $$R = \frac{\tau}{C} = \frac{40\times \cancel{10^{-6}}}{2.\cancel{10^{-6}}} = 20\,\Omega.$$

* Décharge du condensateur $C = 2\,\mu F$ dans la lampe de résistance R.



→ L'expression de $i(t)$

on sait : $U_c(t) = E . e^{-t/\tau}$

et $i = C . \dfrac{du_c}{dt}$

d'où $\dfrac{dU_c}{dt} = -\dfrac{E}{\tau} . e^{-t/\tau}$

donc $i(t) = -C . \dfrac{E}{\tau} e^{-t/\tau} = -\cancel{C} . \dfrac{E}{R . \cancel{C}} e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \boxed{i(t) = -\dfrac{E}{R} . e^{-t/\tau}}$

$i(0) = -0{,}3 = -\dfrac{E}{R}$

à $t = 0$,

$i(0) = -\dfrac{E}{R} . \cancel{e^{0}}^{\,1} = -\dfrac{E}{R}$

Les questions : Trouver la valeur de τ et déduire R Puis déduire la valeur de E.

Graphiquement $\tau = 0{,}04\,ms \Rightarrow R = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{0{,}04 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 20\,\Omega$

on a $i(0) = -\frac{E}{R}$

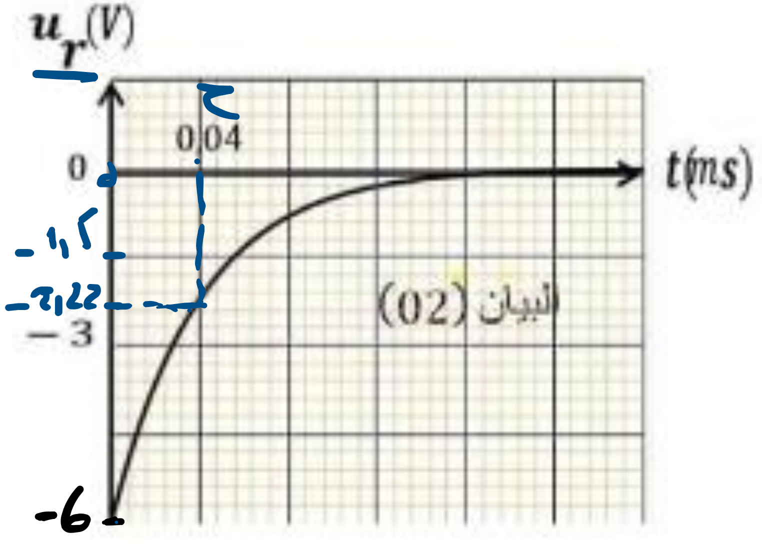
$\boxed{E = -i(0) \times R}$ graphiquement $i(0) = -0{,}3\,A$

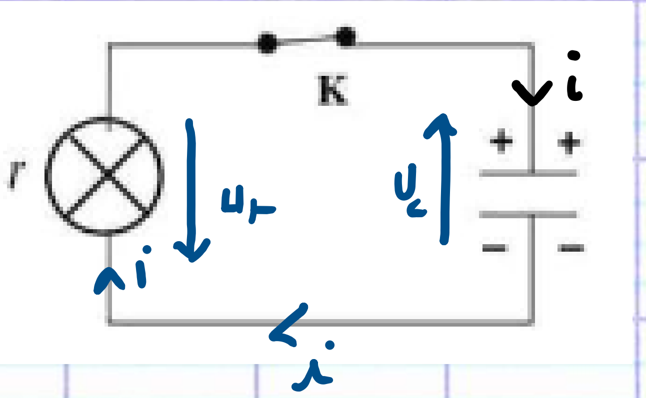
$E = -(-0{,}3) \times 20$

$\boxed{E = 6V}$

* Trouver la valeur E, τ, r et I_{max}

Cas de la décharge avec $C = 2\,\mu F$.





① En utilisant la loi d'add des tensions à $t=0$

$$\boxed{u_r(0) + u_c(0) = 0}$$

$$u_r(0) = -u_c(0)$$

à $t=0$ le condensateur est chargé : $u_c(0) = E$

donc $u_r(0) = -E$

graphiquement $u_r(0) = -6V$

donc $-6V = -E$

Alors $\boxed{E = 6V}$

(*) La valeur de τ : $u_r(\tau) \begin{cases} 0{,}63\, u_r(0) \\ \text{ou} \\ 0{,}37\, u_r(0) \end{cases}$??

en charge $u_r(t)$: on sait que lors de la décharge : $u_c(t) = E e^{-t/\tau}$

on a , $u_r + u_c = 0 \Rightarrow u_r = -u_c$

donc $u_r(t) = -E e^{-t/\tau}$ avec $-E = u_r(0)$

d'où $u_r(t) = u_r(0) . e^{-t/\tau}$

à $t = \tau$: $u_r(\tau) = u_r(0) . e^{-\tau/\tau} = u_r(0) . e^{-1}$ $e^{-1} = 0{,}37$

donc $u_r(\tau) = 0{,}37 . u_r(0) = 0{,}37 \times (-6) = \boxed{-2{,}22V}$

Projection. $\tau = 0{,}04\ ms$

(*) $r = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}04 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{r = 20\ \Omega}$

$I_{max} = \frac{E}{R}$

(3) $I_{max} = \frac{E}{r} = \frac{6}{20} = 3 . 10^{-1} A$

Données : $C = 2\,\mu F$

Cas de la décharge d'un condensateur dans une lampe de résistance r.

1. Donner l'expression de la tension u_c en fct du temps. $u_c(t) = E.e^{-t/\tau}$

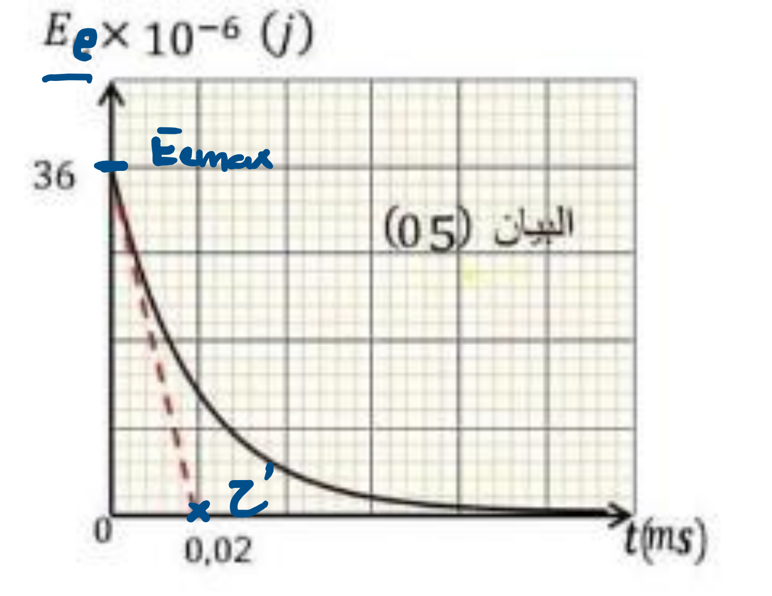
2. Donner l'expression de E_e en fct de C et u_c

3. Déduire l'expression de E_{emax} l'energie maximale dans le condensateur

4. Montrer $E_e(t)$ s'écrit comme $E_e(t) = E_{emax}.e^{-t/\tau'}$ tq $\tau' = \frac{\tau}{2}$.

5. graphiquement trouver la valeur de E_{emax} et déduire fém E.

6. " " " de τ' puis τ et déduire la valeur de r.



② $E_e = \frac{1}{2} C . u_c^2$

③ $E_{emax} = \frac{1}{2} C U_{cmax}^2$ $\qquad u_{cmax} = E$

donc $\boxed{E_{emax} = \frac{1}{2} C E^2}$

④ Mq $E_e(t) = E_{emax} . e^{-t/\tau'}$ $\qquad$ Avec $\tau' = \frac{\tau}{2}$

on a $E_e(t) = \frac{1}{2} C U_c^2(t)$

donc $E_e(t) = \frac{1}{2} C \left[E . e^{-t/\tau} \right]^2$

$= \frac{1}{2} C . E^2 . \left(e^{-t/\tau} \right)^2$ $\qquad (e^x)^2 = e^{2x}$

$= E_{emax} . e^{-\frac{2t}{\tau}}$ $\qquad \frac{2t}{\tau} = \frac{t}{\frac{\tau}{2}} = \frac{t}{\tau'}$

donc $\boxed{E_e(t) = E_{emax} . e^{-t/\tau'}}$ CQFD

5 Graphiquement $E_{e\,max} = E_e(0) = 36.10^{-6}\,J$

on a $E_{e\,max} = \frac{1}{2} C E^2$

$$\frac{2E_{e\,max}}{C} = E^2$$

$$E = \sqrt{\frac{2E_{e\,max}}{C}}$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{2}\times 36\times \cancel{10^{-6}}}{\cancel{2}\times \cancel{10^{-6}}}}$$

$$\boxed{E = 6V}$$

6 Graphiquement $\tau' = 0{,}02\,ms$ et $\tau' = \frac{\tau}{2} \Rightarrow \tau = 2\tau'$

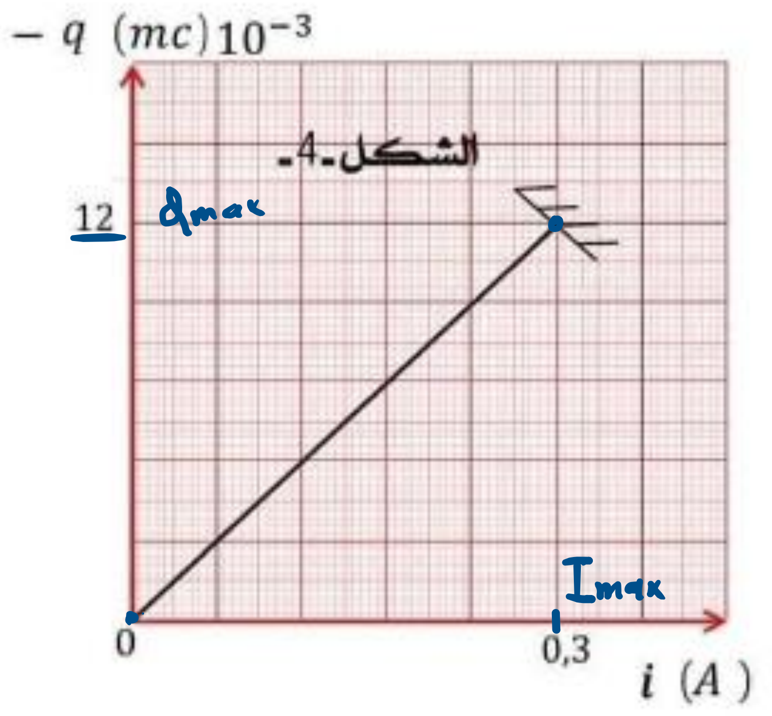
$\boxed{\tau = 2\times 0{,}02 = 0{,}04\,ms}$ $\Rightarrow r = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}04.10^{-3}}{2.10^{-6}} = 20\,\Omega$

* Décharge : $C = 2\,\mu F$

① Déterminer la valeur de τ en utilisant la loi d'additivité des tensions

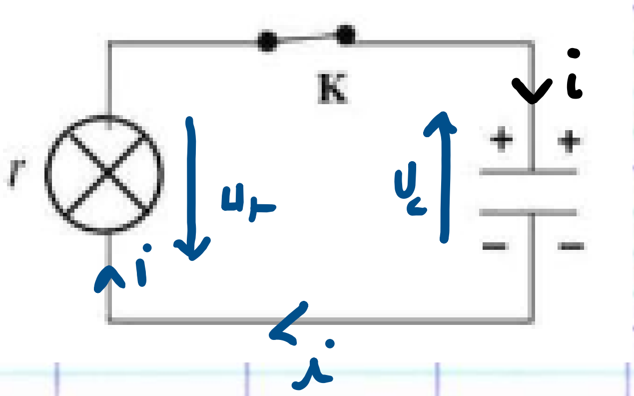
② Déduire la valeur de r

③ Trouver la valeur de E par deux méthodes



① la fct : $-q = f(i)$ est linéaire,

① $\boxed{-q = \alpha . i}$; α : la pente.



la loi d'add. tensions : $u_c + u_r = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{q}{c} + ri = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{q}{c} = -ri$

$\Rightarrow \quad (q = -r.c\, i) \times (-1) \Rightarrow -q = r.c\, i \Rightarrow \boxed{-q = \tau . i}$ ②

① = ② $\Rightarrow$ $\tau = \alpha = \dfrac{(12 - 0) \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{0{,}3 - 0}$

$$\tau = \frac{12 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-1}} = 4 \cdot 10^{-5}$$

$$\boxed{\tau = 4 \cdot 10^{-5}\,s}$$

② $r = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{4 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} = 20\ \Omega$

③ La valeur de E :

<u>Méthode 1 :</u>

$I_{max} = \dfrac{E}{r} \Rightarrow E = r \cdot I_{max} = 20 \times 0{,}3 = 6V$ ✓

<u>Méthode 2 :</u>

$Q_{max} = C.E \Rightarrow E = \dfrac{Q_{max}}{C} = \dfrac{12 \times \cancel{10^{-3}} \times \cancel{10^{-3}}}{2 \times \cancel{10^{-6}}} = 6V$ ✓