Les partie I et II sont indépendantes

Partie I :Etude du mouvement d'un cylindre

Les cylindres tournants sont utilisés dans plusieurs appareils mécaniques et électromécaniques ...
Dans cette partie on étudie le mouvement d'un système mécanique formé par un cylindre et un corps solide.

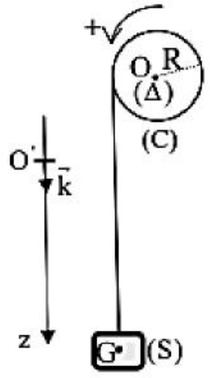

Figure 1

Ce système est constitué d'un corps (S) de masse m et de centre d'inertie G accroché à un fil, inextensible et de masse négligeable, enroulé autour d'un cylindre (C) de rayon R ,tournant librement autour de son axe (Δ) fixe et horizontal. On note J_Δ le moment d'inertie du cylindre par rapport à l'axe (Δ) .
Le mouvement de (S) entraine la rotation du cylindre(figure 1). Le fil ne glisse pas sur le cylindre au cours du mouvement.
On repère la position d'un point du cylindre, à chaque instant t, par son abscisse angulaire θ et le centre d'inertie G de (S) par sa côte z dans le repère $(O';\vec{k})$.
On étudie le mouvement du système dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.
On abandonne le système sans vitesse initiale et on choisit l'abscisse angulaire $\theta=0$ à l'instant $t=0$.

Données : $m=0,5\,kg$; $R=6\,cm$; $g=10\,m.s^{-2}$.

1-Premier cas : *On néglige tous les frottements.*

1-1- En appliquant au système la deuxième loi de Newton et la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation , trouver l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du mouvement du cylindre en fonction de m, R, g, et J_Δ . **(0,5pt)**

1-2- La courbe de la figure 2 représente l'évolution temporelle de la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)=\frac{d\theta}{dt}$ du mouvement du cylindre.
Trouver la valeur de J_Δ .**(0,5pt)**

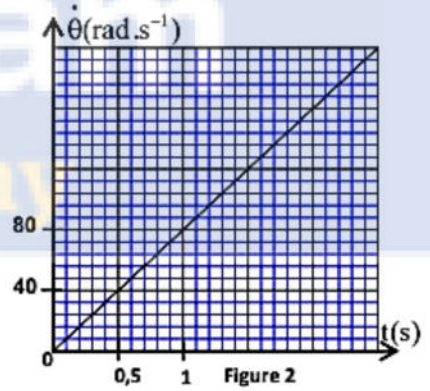

Figure 2

1-3-Trouver le nombre de tours effectués par le cylindre pendant les dix premières secondes (10 s) . **(0,5pt)**

2-Deuxième cas : *On tient compte de l'action de l'air sur le cylindre*
Pour le mouvement de (S), les frottements dus à l'air sont négligeables.
On fixe sur le cylindre des plaques de masses négligeables. Le cylindre est alors soumis à la résistance de l'air(due à ces plaques) dont le moment par rapport à (Δ) est modélisé par $M_\Delta=-k.\dot{\theta}$ où $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du cylindre et k une constante positive.

2-1-Montrer que l'équation différentielle du mouvement du cylindre vérifiée par la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ s'écrit : $\frac{d\dot{\theta}}{dt}+\frac{1}{\tau}.\dot{\theta}=A$ où τ est le temps caractéristique du mouvement et A une constante exprimée en fonction des grandeurs nécessaires. **(0,5pt)**

2-2-Ecrire l'expression de τ en fonction de m, R, k et J_Δ puis vérifier, en utilisant les équations aux dimensions, qu'elle a la dimension d'un temps.**(0,5pt)**

2-3- Ce genre de système, dont le principe est utilisé dans plusieurs domaines, permet après un régime transitoire d'obtenir une vitesse angulaire constante $\dot{\theta}=\omega$.
Exprimer ω en fonction de m, g, R et k. **(0,25pt)**