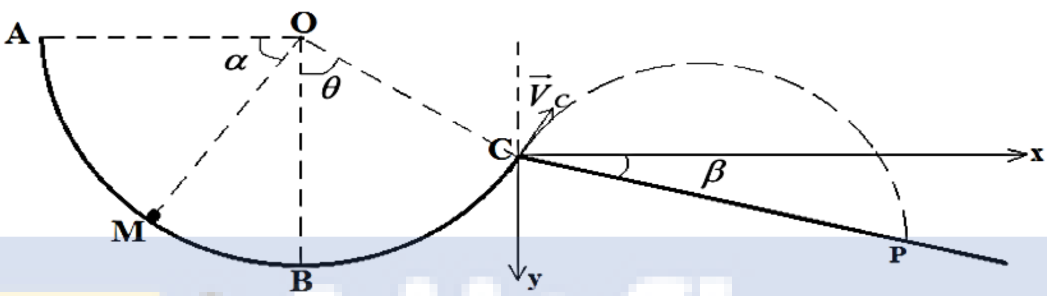
Devoir maison : Application des lois de Newton – Sc Math

Exercice 1

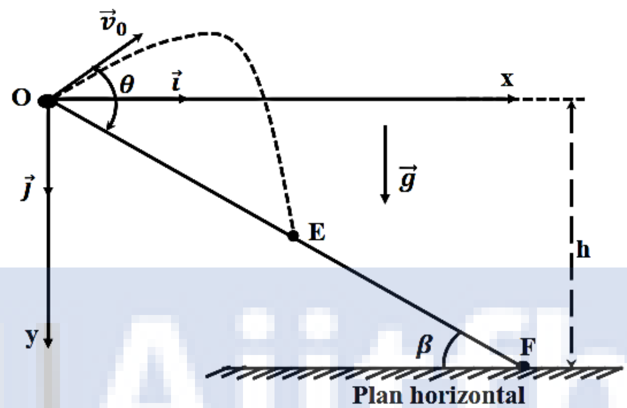
Un solide (S) assimilable à un point matériel de masse m se déplace à l'intérieur d'une glissière circulaire de centre O et de rayon r. On lâche ce solide à partir du point A avec une vitesse V_0 de telle sorte que le mouvement ait lieu dans le plan vertical. Sa position est repérée par l'angle α formé par l'horizontale et le rayon OM. On néglige les frottements.



1. Exprimer la norme V du vecteur vitesse en un point M en fonction de V_0, g, r et α .
2. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$, dans la base de Freinet.
3. Calculer les normes V et a pour les deux positions $\alpha_1 = 30°$ et $\alpha_2 = 90°$. Représenter le vecteur accélération dans ces deux positions sur la figure. On donne m=100g , r= 1m, g=10N/kg, V_0=2m/s.
4. En réalité, le solide (S) arrive en B ($\alpha = 90°$) avec une vitesse V_B=4,4m/s. la glissière exerce donc sur lui des forces de frottements équivalentes à une force unique opposée à la vitesse et d'intensité f constante.
   4.1.Déterminer f.
   4.2.Déterminer au point B l'intensité de la réaction R et le représenter.
5. Le solide quitte la glissière au point C repéré par l'angle θ formé par la verticale et le rayon OC. Il tombe au point P de la piste, faisant un angle β avec l'horizontale au point C.
   5.1.Exprimer V_C en fonction de θ.
   5.2.Etablir dans le repère $(C,\vec{i},\vec{j})$ l'équation de la trajectoire du solide (S) au de la du point C.
   5.3.Montrer que la portée définie comme l'abscisse x_P du point P est tel que $x_P = \dfrac{2V_C^{\,2}\cos\theta\sin(\theta+\beta)}{g\cos\beta}$
   5.4. Déterminer dans le repère $(C,\vec{i},\vec{j})$ l'expression des coordonnés du point F sommet de la trajectoire de S.

Exercice 2

Du haut d'une colline dont le versant a la forme d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, on lance un projectile supposé ponctuel, de masse m, à partir d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle θ avec le plan incliné ($\theta > \beta$). L'origine des dates $t_0 = 0$ est prise au moment du lancer du projectile en O.
L'étude du mouvement est rapportée au repère d'espace (Ox, Oy) muni des vecteurs unitaires $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ pris dans le plan vertical contenant $\vec{v}_0$ et la ligne de plus grande pente du plan incliné (voir figure ci-dessous).



On néglige l'action de l'air sur le projectile.

Données : $m = 2kg$ et $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

1- Etablir les équations horaires du mouvement du projectile.

2- Le projectile tombe sur le plan incliné au point E. Montrer que la durée de chute t_E peut se mettre sous la forme :

$$t_E = \frac{2v_0}{g\cos\beta}\sin\theta$$

3- On pose d = OE (portée sur le plan incliné), montrer que cette portée peut se mettre sous la forme :

$$d = \frac{2{v_0}^2 \sin\theta\cos(\theta - \beta)}{g\cos^2\beta}$$

4- On effectue des tirs avec des vitesses initiales de même valeur v_0.

a) Etablir, en fonction de β, l'expression de la valeur θ_0 de l'angle θ pour laquelle la portée prend une valeur maximale d_{max}.

b) En déduire l'expression de cette portée d_{max} en fonction de $, \beta, v_0$ et g.

5- On considère un lancer de vitesse initiale $v_0 = 12m.s^{-1}$ avec $\beta = 60°$.

a) Calculer θ_0 et d_{max}.

b) Calculer le temps mis par le projectile pour tomber sur le plan incliné pour $\theta = \theta_0$.

c) En réalité le projectile arrive au point E à la date $t_E = 4{,}85s$ et il continue sa course jusqu'au point F. La durée totale mise par ce projectile pour atteindre le sol horizontale est de 9,5s. Les forces de frottement exercées par la piste sur le projectile sont équivalentes à une force $\vec{f}$ parallèle à la trajectoire et d'intensité $f = 4N$.

Calculer la dénivellation h.