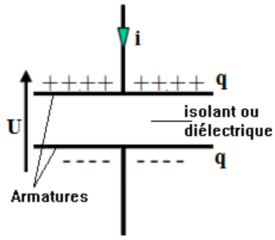
CONDENSATEUR – CIRCUIT (RC)

Dipôle RC : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

1. CONDENSATEUR :

Description.

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.



Relation charge-tension.

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

q = C.U	Avec :	C : capacité du condensateur (F) q : charge du condensateur (C) U : tension (V)

Capacité d'un condensateur :

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad	Microfarad	Nanofarad	Picofarad
$1mF=10^{-3}F$	$1\mu F=10^{-6}F$	$1nF=10^{-9}F$	$1pF=10^{-12}F$

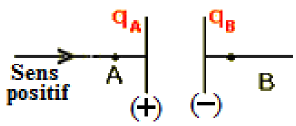
Expression de l'intensité.

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu	Courant variable
$I = \frac{Q}{\Delta t}$	$i = \frac{dq}{dt}$ avec $q=C.U_c$ d'où $i = C.\frac{dU_c}{dt}$

2. Sens conventionnel du courant :

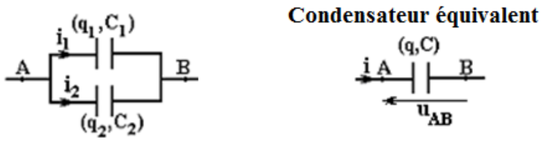


Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

- Si le passage courant est dans le sens positif alors i >0 et le condensateur se charge, q_A augmente (fonction croissante du temps) et $\frac{dq_A}{dt} > 0$
- Si le passage courant est dans le sens négatif alors i <0 et le condensateur se décharge, q_A diminue (fonction décroissante du temps) et $\frac{dq_A}{dt} < 0$

3. Association des condensateurs :

Association en parallèle



$$C= C_1 + C_2$$

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en parallèle de deux condensateurs est égale à la somme de leurs capacités C_1 et C_2.

$$U_{AB} = C^{te} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C}$$

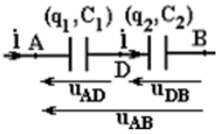
NB :

La capacité équivalente C de plusieurs condensateurs de capacités C_1, C_2, C_3 …C_n montés en parallèle, de capacité est la somme des capacités de chaque condensateur : $\mathbf{C = \Sigma C_i}$

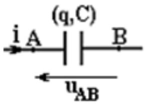
Interet de l'association :

$\mathbf{C= C_1 + C_2}$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente supérieure à la plus grande d'entre elles. $\mathbf{C > C_1}$ et $\mathbf{C > C_2}$

Association en série :



Condensateur équivalent



La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 est telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{et} \quad C = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$$

$$Q = C^{te} = C_1.U_{AD} = C_2.U_{DB} = C.U_{AB}$$

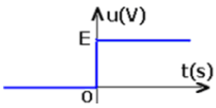
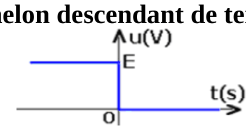
NB :
La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série des condensateurs de capacités C_1, C_2, C_3 …C_n, montés en série, vérifie la relation : $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \ldots + \frac{1}{C_n}$

Interet de l'association :
$C = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente inferieure à la plus petite d'entre elles. $\mathbf{C < C_1}$ et $\mathbf{C < C_2}$

4. Echelon de tension :

La variation brutale de la tension u(t) appliquée à un dipôle dont la valeur passe brutalement de 0 à E à un instant donné et réciproquement.

On en distingue deux échelons de tension

Echelon montant de tension	**Echelon descendant de tension**
	
Si $t \leq 0$ alors u(t)= 0 Si $t > 0$ alors u(t)= E	Si $t \leq 0$ alors u(t)= E Si $t > 0$ alors u(t)= 0

5. Energie électrique stockée dans un condensateur.

L'énergie stockée dans un condensateur, notée E, est donnée par la relation :

$\mathbf{E = \frac{1}{2}.C.U_c^2 = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}}$	Avec	C en Farad (F) Uc en volt (V) Q en Coulomb (C) E en Joule (J)

A COMPRENDRE

La loi d'additivité des tensions		TRANSITION
- Circuit avec un générateur $U_R + U_C = E$ - Circuit sans générateur $U_R + U_C = 0$	+	$U_R \xrightarrow{U_R = R.i} i \xrightarrow{i = \frac{dq}{dt}} q \xrightarrow{q = C.U_C} U_C$ $U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_C}{dt}$

Equation différentielle vérifié par la charge q ou la tension Uc

Equation différentielle est une relation entre une variable (si possible) et au moins une de ses dérivées et des constantes

Remplacer la solution dans l'équation différentielle

1. Déterminer la dérivée première
2. Remplacer l'équation différentielle
3. Développer
4. Mettre en facteur **A.e$^{f(t)}$.(---)**
   But : **A.e$^{f(t)}$.(---) + B = C**
5. Egalité de deux fonctions polynomiales

Conclusion : **B= C** et **(---) = 0**

$$\frac{de^{f(t)}}{dt} = \frac{df(t)}{dt}.e^{f(t)}$$

Fonction	Dérivée première
$f(t) = -\alpha.t$	$\frac{df(t)}{dt} = -\alpha$
$f(t) = -\frac{t}{\tau}$	$\frac{df(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}$

Equation horaire ou la solution de l'équation différentielle

Remplacer les conditions initiales dans la solution

Les conditions initiales

À t=0, la variable prends une valeur bien précise à connaitre

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$$Uc(0) = A.e^0 + B = A + B$$

Charge d'un condensateur	**Uc(0) = 0 ; q(0) = 0**	$I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$
Décharge d'un condensateur	**Uc(0) = E ; q(0) = C.E**	$I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$

Energie électrique emmagasiné dans le condensateur

$$\mathbf{E = Ee = \frac{1}{2}.C.U_C^2 = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}}$$

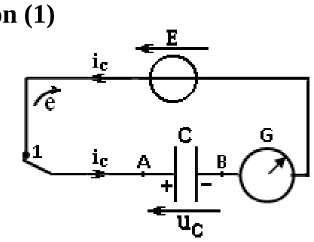
C : Capacité d'un condensateur en Farad (F)
Uc : Tension aux bornes du condensateur en volt (V)
q : Quantité d'électricité emmagasiné dans le condensateur en Coulomb (C)
E : Energie emmagasiné dans le condensateur en Joule (J)

Etude du circuit RC

1. Charge d'un condensateur :

1.1. Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (1)



1.2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = E$ et les transitions

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable la tension du condensateur Uc:

$$\mathbf{U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E}$$

Variable la charge q:

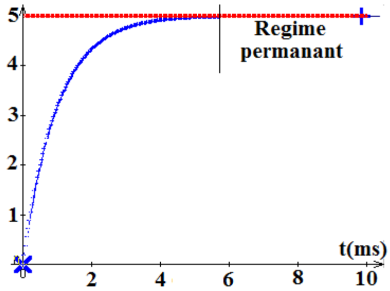
$$\mathbf{\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = E} \quad \text{Ou} \quad \mathbf{q + R.C.\frac{dq}{dt} = E.C}$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante Uc=C^{te} (ou q=C^{te}) et sa dérivé première est nulle $\frac{dU_c}{dt} = 0$ (**ou** $\frac{dq}{dt} = 0$)

Uc=C^{te} et $\frac{dU_c}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient Uc=E

q=C^{te} et $\frac{dq}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient q=C.E



1.3. Equation horaire :

On considère Uc(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{\mathbf{dUc(t)}}{\boldsymbol{dt}} = \mathbf{A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E : \text{équation différentielle vérifiée par Uc}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = E}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = E** et $\mathbf{(1 - R.C.\frac{1}{\tau}) = 0}$ d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension Uc(0)= 0 , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$$0 = A.e^0 + B = A + B\ ,\quad A + B = 0 \ \text{et} \quad A= -B = -E$$

Conclusion : A=-E , B=E et τ = R.C alors $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

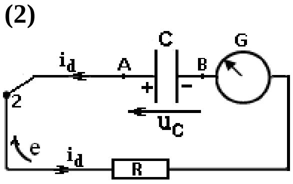
NB :

Souvent la solution est $Uc(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ dont la dérivée première est $\frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = A.\left(\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

2. Décharge d'un condensateur :

2.1. Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (2)



2.2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = 0$ et les transitions

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable Uc:

$$\mathbf{U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = 0}$$

Variable q:

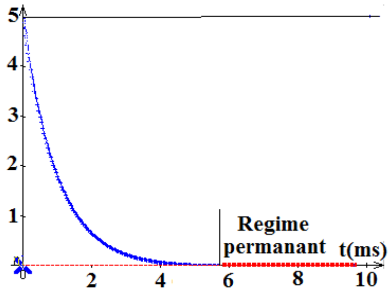
$$\mathbf{\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = 0} \quad \text{Ou} \quad \mathbf{q + R.C.\frac{dq}{dt} = 0}$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante Uc=C^{te} ou q=C^{te} et sa dérivé première est nulle $\frac{dU_c}{dt} = 0$ **ou** $\frac{dq}{dt} = 0$

Uc=C^{te} et $\frac{dU_c}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient Uc=0

q=C^{te} et $\frac{dq}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient q=0



2.3. Equation horaire :

On considère Uc(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = 0 \text{ : équation différentielle vérifiée par Uc}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0 \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = 0}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = 0** et $\mathbf{(1 - R.C.\frac{1}{\tau}) = 0}$ d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension Uc(0)= E , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

E = A.e^0 + B = A + B , E=A + B et A= E vu que B=0

Conclusion : A=E , B=0 et τ = R.C alors $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = E.e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

NB :

- τ = R.C : Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à t=0) :

Charge d'un condensateur :	**Uc(0) = 0** ,	**q(0) = 0** ,	$I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$
Décharge d'un condensateur :	**Uc(0) = E** ,	**q(0) = C.E** ,	$I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$

- Il faut souvent penser à exploiter les conditions initiales dans :
  - **(1) La loi d'additivités de tension :**

Charge	$U_R + Uc = E$	devient	$U_R = E$
Décharge	$U_R + Uc = 0$	devient	$U_R = - Uc = -E$

  - **(2) L'équation différentielle :**

Charge	$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = E$	devient	$R.C.\frac{dUc}{dt} = E$
Décharge	$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = 0$	devient	$R.C.\frac{dUc}{dt} = -E$

  - **(3) L'équation horaire (ou La solution)** $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

$$Uc(0) = A.e^0 + B = A + B$$

- Exploiter la solution

  Exploiter la solution pour déterminer
  - Le temps t à partir d'une tension et inversement
  - Autres fonctions en fonction de temps

⁂ Montrer que l'équation horaire est solution de l'équation différentielle :

Soit l'équation différentielle suivante à titre d'exemple le cas de charge d'un condensateur

$$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = E$$

Admettons que la solution donnée est $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$, on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle et :

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = E}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **<u>B = E</u>** et $\mathbf{(1 - R.C.\frac{1}{\tau}) = 0}$, **Il suffit de montrer que B=E**

⁂ Déterminer l'expression d'une fonction à partir d'une autre fonction connue

<u>Exemple :</u> Charge d'un condensateur

Soit la fonction connue $\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

Déterminer à l'instant t = 0 et à l'instant t = τ l'expression de i et $\frac{di}{dt}$

- On détermine l'expression de i(t) et de $\frac{di(t)}{dt}$en fonction du temps

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_c}{dt} = C.E.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = I_0.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- On remplace dans les expressions trouvées le temps t par son équivalent :

Expression	A t = 0	A t = τ
$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i(t) = \frac{E}{R}.e^0 = \frac{E}{R}$	$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-1} = 0.37.\frac{E}{R}$
<u>et</u>	**<u>et</u>**	**<u>et</u>**
$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^0 = -\frac{E}{R^2.C}$	$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-1} = -0.37.\frac{E}{R^2.C}$

⁂ Exploiter l'équation horaire Uc(t)

Pour déterminer l'expression d'autres fonctions horaires
q(t) : La charge du condensateur
i(t) : L'intensité du courant électrique
U_R(t) : La tension aux bornes du conducteur ohmique

❖ Expression de la charge q(t) du condensateur :

Charge d'un condensateur

On a $\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$
et **q=C.Uc** alors
$$\mathbf{q(t) = C.Uc(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

à t=0 le condensateur est vide et sa charge est nulle
On remplace t=0 dans q(t) et q(0)=0

Décharge d'un condensateur

On a $\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
et **q=C.Uc** alors
$$\mathbf{q(t) = C.Uc(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

à t=0 le condensateur est chargé et sa charge est maximale
On remplace t=0 dans q(t) et q(0)=C.E

❖ Expression de l'intensité de courant i(t):

Charge d'un condensateur

(1) **A partir de** $\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$
et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$ et τ=R.C donc
$$\mathbf{i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = C.E.(\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$\mathbf{i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

(2) **A partir de** $\mathbf{q(t) = C.Uc(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$
et $i = \frac{dq}{dt}$ donc
$$\mathbf{i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.E.(\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$\mathbf{i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

(3) **A partir de** $\mathbf{U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
et $i = \frac{U_R}{R}$ donc
$$\mathbf{i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
A t=0 l'intensité de courant est maximale
On remplace t=0 dans i(t) et $\mathbf{i(0) = I_0 = \frac{E}{R}}$

Décharge d'un condensateur

(1) **A partir de** $\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$ et τ=R.C donc
$$\mathbf{i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = C.E.(-\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$\mathbf{i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

(2) **A partir de** $\mathbf{q(t) = C.Uc(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
et $i = \frac{dq}{dt}$ donc
$$\mathbf{i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.E.(-\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$\mathbf{i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

(3) **A partir de** $\mathbf{U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
et $i = \frac{U_R}{R}$ donc
$$\mathbf{i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
A t=0 l'intensité de courant est minimale
On remplace t=0 dans i(t) et $\mathbf{i(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}}$

❖ Expression de la tension aux bornes du conducteur ohmique U_R(t) :

Charge d'un condensateur

A partir de $\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$
(1) La loi d'additivité des tensions
U_R + Uc = E
U_R = E - Uc
$$\mathbf{U_R = E - Uc = E - E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$
$$\mathbf{U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

(2) Les transitions $\mathbf{U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU}{dt}}$
$$\mathbf{\frac{dUc(t)}{dt} = E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$U_R(t) = R.C.\frac{dUc(t)}{dt} = R.C.E.\left(\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
à t=0 la tension aux bornes du conducteur ohmique est maximale
On remplace t=0 dans U_R(t) et U_R(0) = E

Décharge d'un condensateur

A partir de $\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
La loi d'additivité des tensions

U_R + Uc = 0
U_R = -Uc
$$\mathbf{U_R(t) = -Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Les transitions $\mathbf{U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU}{dt}}$
$$\mathbf{\frac{dUc(t)}{dt} = E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}}$$
$$U_R(t) = R.C.\frac{dUc(t)}{dt} = R.C.E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
à t=0 la tension aux bornes du conducteur ohmique est minimale
On remplace t=0 dans U_R(t) et U_R(0) = -E

Quelques courbes

⁂ Comment tracer l'allure des courbes en $e^{-\alpha.t}$

Pour tracer des courbes en $e^{-\alpha.t}$ il faut prendre en considération les limites des courbes

La fonction $e^{-\alpha.t}$

À t=0	Quand t tend vers l'infini ($t \rightarrow \infty$) ou $t > 5.\tau$
Régime initial et $e^{-\alpha.t} = e^0 = 1$	Le régime permanent et $e^{-\alpha.t} = 0$

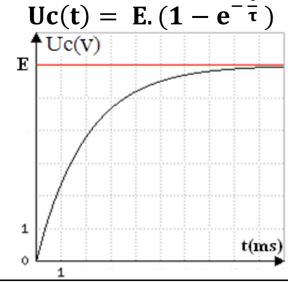
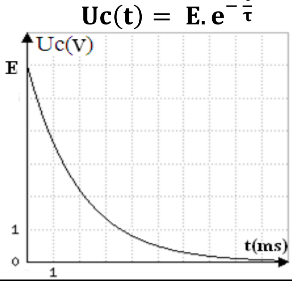
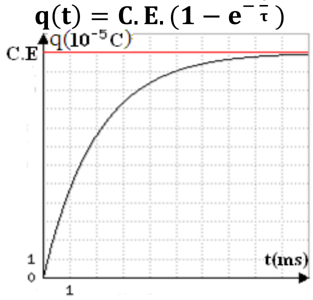
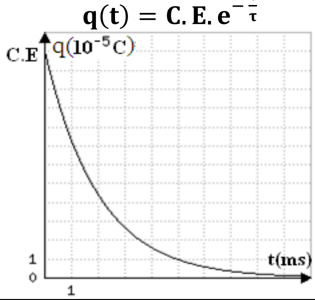
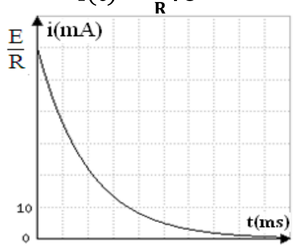
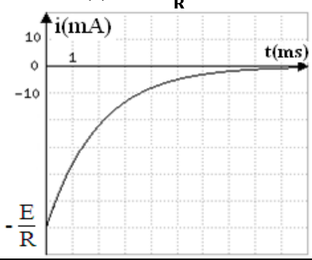
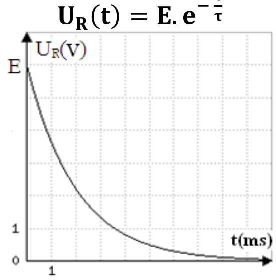
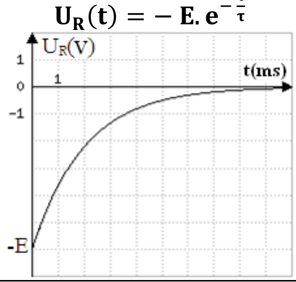
$e^{-\alpha.t}$ prend la valeur 1 pour déterminer le début de la courbe et la valeur 0 (zéro) pour déterminer sa limite (Le régime permanent)

Exemples :

La fonction $A.e^{-\lambda.t}$	• À t=0 prend la valeur A • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur 0 (Le régime permanent)

La fonction $A.(1-e^{-\lambda.t})$	• À t=0 prend la valeur 0 • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur A (Le régime permanent)

E=6V R=100Ω C=20µF

	Charge d'un condensateur	Décharge d'un condensateur
1. Expression de Uc (t)	$Uc(t) = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
2. Expression de q(t)	$q(t) = C.E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$q(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
3. Expression de i(t)	$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
4. Expression de $U_R(t)$	$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 

τ est la constante de temps

Expression de Uc(t)	**Charge d'un condensateur**	**Décharge d'un condensateur**
	$\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$	$\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
	A t = τ Uc(τ)= E(1-e^{-1}) =0.63.E $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$	A t = τ Uc(τ) = E.e^{-1} =0.37.E $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$

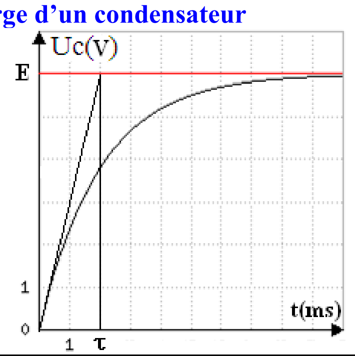
τ est la durée nécessaire pour qu'un condensateur se charge ou se décharge à 63% de sa capacité totale

Déterminer τ graphiquement

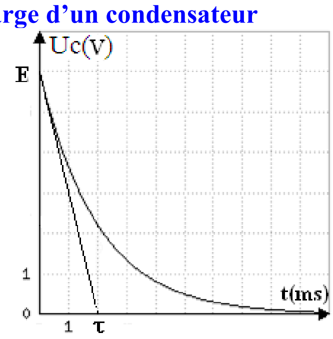
Methode de la tangeante :

Tracer la tangente de la courbe $u_c(t)$ à l'instant t=0 et l'asymptote uc=E (cas de la charge) ou uc=0 (cas de la décharge) et l'abscisse du point de rencontre des deux droites donne **τ .**

Charge d'un condensateur



Décharge d'un condensateur



Par le calcul :

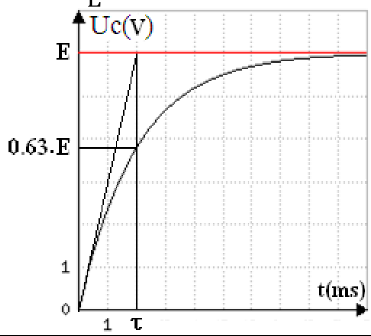
Charge d'un condensateur

$$\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

A t=τ

Uc(τ)= E(1-e^{-1}) =0.63.E

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$$



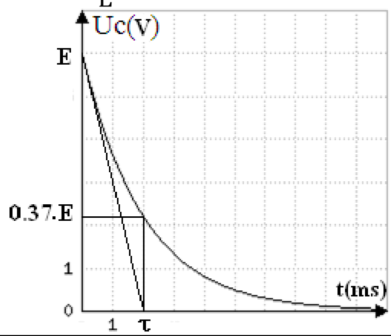
Décharge d'un condensateur

$$\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

A t=τ

Uc(τ) = E.e^{-1} =0.37.E

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$$



Equations aux dimensions τ=RC:

On a **τ=RC et [τ]= [RC] = [R].[C]**

$$\mathbf{R} = \frac{U}{i} \Rightarrow \mathbf{[R]} = \frac{[U]}{[i]}$$

$$\mathbf{C} = \frac{q}{U} \Rightarrow [C] = \frac{[q]}{[U]} \quad \text{et } \mathbf{q = i.t} \text{ alors } \mathbf{[q] = [i].[t]} \text{ donc } [C] = \frac{[i].[t]}{[U]}$$

$$\text{En final } [\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[i]} \cdot \frac{[i].[t]}{[U]} = [t] = \mathbf{s}$$

NB :

- τ est la constante de temps du circuit (R,C) et est homogène à un temps (s'exprime en seconde (s))
- Après une durée τ, le condensateur est chargé ou déchargé à 63% de sa capacité totale
- Après une durée 5.τ (valeur théorique ou valeur moyenne) le condensateur est chargé ou déchargé totalement (à plus de 99%).