

Belirsizlikler - III

✓ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \frac{0}{0}$ Belirsizliği

biçimindeki belirsizliklerde, **değişken dönüşümü** yapılarak belirsizlik kaldırılabilir.

SORU-1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$x = t^4$
 $1 = t^4$
 $t = 1$

limitinin değeri kaçtır? (MEB - İleri Düzey 12. Sınıf Kitabı)

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^2-1} = \frac{1}{2}$$

SORU-2

$$\lim_{y \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{y} - 2}{y - 8}$$

$8 = x^3$
 $x = \sqrt[3]{8}$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^3-8} = \frac{1}{12}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^3-1}{t-t^3} = \frac{(t-1)(t^2+t+1)}{-t(1-t)(1+t)} = -\frac{3}{2}$$

SORU-3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x} - x}$$

$x = \sqrt[3]{t^3}$
 $\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{t^3}} = \sqrt[3]{t}$
 $\sqrt[3]{x} - x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{t^3} = \sqrt[3]{t}(1 - \sqrt[3]{t^2})$
 $\sqrt[3]{t} \cdot (1 - \sqrt[3]{t^2})(1 + \sqrt[3]{t})$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(t^2+t+1)}{\sqrt[3]{t} \cdot (1 - \sqrt[3]{t^2})(1 + \sqrt[3]{t})} = -\frac{3}{2}$$

SORU-4

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t-2}{\sqrt[3]{t+6} - 2}$$

$t+6 = x^3$
 $t = x^3 - 6$
 $2 = x^3 - 6$
 $x = 2$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-6-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = 12$$

SORU-5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[4]{x+1} - 1}$$

$x+1 = t^4$
 $x = t^4 - 1$
 $x \rightarrow 0 \quad t \rightarrow 1$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(t+1)(t^2+1)}{t-1} = 2 \cdot 2 = 4$$

SORU-6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$x = t^6$
 $x \rightarrow 1 \quad t \rightarrow 1$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{2(t-1)(t^2+t+1)}{(t-1)(t+1)} = \frac{6}{2} = 3$$

SORU-7

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+60} - 2\sqrt[3]{x+60}}$$

$x+60 = t^6$
 $x = t^6 - 60$
 $x \rightarrow 4 \quad t \rightarrow 2$
 $64 = t^6$
 $2 = t$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^6-64}{t^3-2t^2} = \frac{(t-2)(t^5+2t^4+4t^3+8t^2+16t+32)}{t^2(t-2)} = \frac{12 \cdot 16}{4} = 48$$

SORU-8

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[7]{h+1} - 1}{h}$$

$h+1 = t^7$
 $h = t^7 - 1$
 $h \rightarrow 0 \quad t \rightarrow 1$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^7-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)}{(t-1)(t^6+t^5+t^4+\dots+1)} = \frac{1}{7}$$