

KARMAŞIK SAYILAR

► Karmaşık Sayılara Giriş

► TEMEL KAVRAM - 01

• Rasyonel sayılar kümesinde,

$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

denkleminin çözüm kümesi: $\mathbb{C}.K = \emptyset$

• Reel sayılar kümesinde,

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

denkleminin çözüm kümesi: $\mathbb{C}.K = \{\sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$

• Reel sayılar kümesinde,

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm i$$

denkleminin çözüm kümesi: $\mathbb{C}.K = \emptyset$

TANIM:

$i^2 = -1$ şeklinde, karesi -1 'e eşit olan sayıya **sanal** (imajiner) **sayı birimi** denir ve **i** harfi ile gösterilir.

Bu durumda i sayısının tanımlanmasıyla,

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - (-1) = 0$$

$$(x-i)(x+i) = 0$$

$i, -i$

KOMPLEKS SAYILAR

$$\Rightarrow z = x + yi \quad z = 2 + 3i$$

$$\text{Re}(z) = 2 \quad \text{Im}(z) = 3$$

$$\text{Re}(z) = x$$

$$\text{Im}(z) = y$$

NOT: $a \in \mathbb{R}^+$ ve $i = \sqrt{-1} \Rightarrow \sqrt{-a} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{a} = i \cdot \sqrt{a}$ dir.

$$\sqrt{-16} = 4i \quad \sqrt[3]{-27} = -3$$

UYARI: $a, b \in \mathbb{R}^+$ ise $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ dir.

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 6$$

Fakat, $a, b \in \mathbb{R}$ ise $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \neq \sqrt{a \cdot b}$ dir.

Bu durumda, $\sqrt{-1} = i$ eşitliğinden yararlanılır.

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-12} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{-1} = 6i^2 = -6$$

$$i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, \dots$$

$$i^{65} = i$$

$$i^{75} = -i$$

$$i^{155} = i$$

SORU-1

$$i^2 = -1 \text{ ve } z = 3i^6 + 2i^5 = -3 + 2i$$

olduğuna göre, $\text{Re}(z) + \text{Im}(z)$ kaçtır?

ÇÖZÜM $-3 + 2 = -1$

SORU-2

$$i^{4k} + i^{4k+1} + i^{4k+2}$$

işleminin sonucunu bulunuz. ($k \in \mathbb{N}$ ve $i^2 = -1$)

ÇÖZÜM

SORU-3

$$i^{2007} + (-i)^{2009} + 2i^{2008}$$

$$i^3 - i + 2 = -i - i + 2$$

işleminin sonucunu bulunuz. ($i^2 = -1$)

ÇÖZÜM

$$2 - 2i$$

SORU-4

$$i + i^{-2} + i^3 + i^{-4} + \dots + i^{-20}$$

işleminin sonucunu bulunuz. ($i^2 = -1$)

ÇÖZÜM

$$= i - 1 - i + 1 - \dots - 1 + i$$

SORU-5

$$i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + \dots + i^m = 0$$

olduğuna göre, m nin iki basamaklı en büyük doğal sayı değeri kaçtır? ($i^2 = -1$)

ÇÖZÜM

$$-i + 1 + i - 1 - \dots - i + 1 + i - 1$$

$$m - 3 + 1 = 4k$$

$$m = 4k + 2$$

$$98$$

