TD 2BSM : RLC Libres

Exercice 01

7 On réalise le montage de la figure ci-contre.
Le condensateur est déchargé. On place l'interrupteur à la position (1) pour le charger complétement sous la tension $E = 6V$

- A une date $t = 0$, on déplace l'interrupteur à la position 2, et à l'aide d'un système d'acquisition des données on visualise sur ordinateur les variations u_C en fonction de $\frac{d^2u_C}{dt^2}$ figure (2)

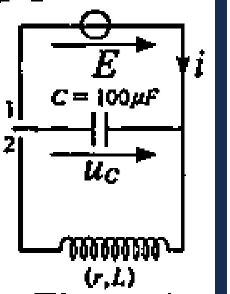


Figure-1

1- Montrer que la tension u_C vérifie l'équation différentielle:
$$u_C + rC.\frac{du_C}{dt} + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

2- Donner les noms des quatre modes possibles d'oscillations électriques au sein de ce type de circuit. en classant ces régimes selon les valeurs de la résistance du circuit.

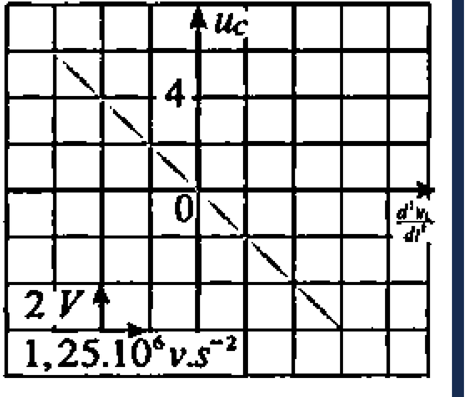


Figure-2

3- selon les résultats de cette expérience, le circuit étudié est le siège de quel type d'oscillations?
Que peut t-on dire de la résistance de la bobine?

4- Déterminer son coefficient d'inductance L.

5- Sachant que la solution de l'équation différentielle étudiée est:
$$u_C = U_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$
Déterminer U_m, φ et T_0. Ecrire $u_c(t)$

6- Exprimer les energies $\mathscr{E}_e$ et $\mathscr{E}_m$ en fonction de u_C et des paramètres du circuit.

7- Pour quelle valeur de u_C, ces deux énergies s'égalisent?

Exercice 02

10 Le circuit schématisé ci-contre comprend:

- Un générateur de tension continue, $E = 6V$.
- Une bobine de résistance $r = 5\Omega$ et de coefficient d'induction L réglable.
- Un conducteur de capacité C.
- Deux conducteurs ohmiques, l'un de résistance R_1 et l'autre de résistance R_2.
- Un interrupteur K.

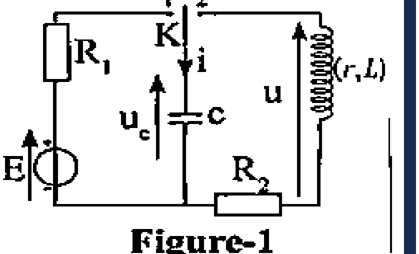


Figure-1

1- On fait basculer l'interrupteur à la position 1, à une date prise comme origine du temps $(t=0)$.

1.1- Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la tension u_C.

1.2- Exprimer la tension u_C lorsque le régime permanent est supposé établi.

2- On fixe R_2 sur la valeur $R_2 = 0\Omega$ et la valeur de L l'inductance sur la valeur $L = 100mH$.

A une date du régime permanent, on bascule K à la position (2) cette date est prise comme une nouvelle origine du temps $(t=0)$.

On visualise la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un oscilloscope. La courbe obtenue est représentée sur la figure 2.

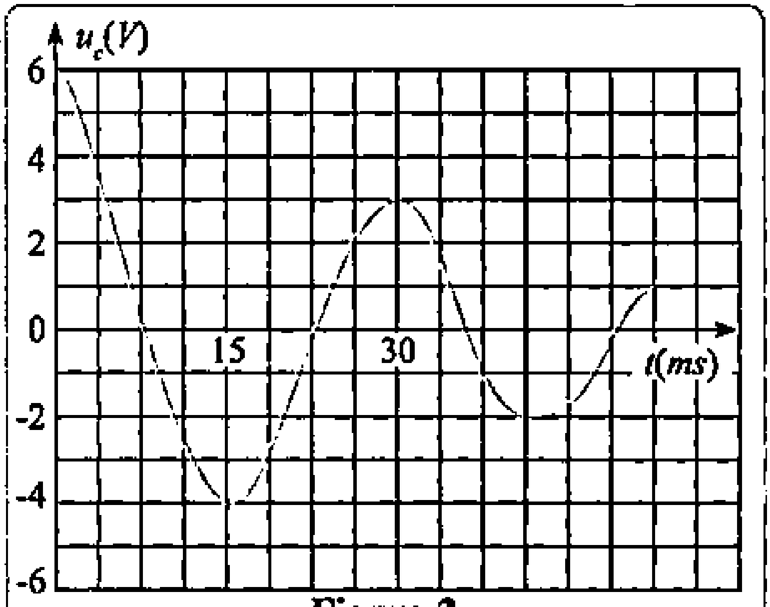


Figure-2

2.1- Schématiser le montage équivalent de ce circuit.

Indiquer comment doit être branché l'oscilloscope pour obtenir la figure 2.

2.2- Quel phénomène est mis en évidence dans ce circuit?

2.3- Etablir l'équation différentielle:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{du_C}{dt} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C = 0$$

τ et T_0 sont des constantes à exprimer en fonction des données du circuit.

2.4- Déterminer la dimension de τ. Calculer sa valeur.

2.5- On considère que la pseudo-période des oscillations est égale à la période propre T_0.

- Déterminer la valeur de la capacité C.

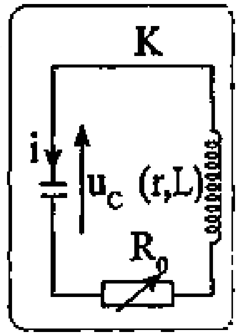
2.6- La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme:

$$u_C(t) = A\exp\left(-\frac{t}{2\tau}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$$

Calculer les valeurs des constantes A et φ.

Exercice 03

11 Un circuit *RLC* réel peut être le siège de plusieurs types d'oscillations électriques libres et ce selon les valeurs des paramètres R, L et C.



Pour distinguer ces modes d'oscillations, on propose le circuit ci-contre.

1- Etablir d'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+2\lambda\frac{du_C}{dt}+\omega_0^2.u_C=0,$$

avec: $\lambda=\frac{R}{2L}$ et $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$.

R étant la résistance totale du circuit $(R=R_0+r)$.

2- Cette équation différentielle possède trois types de solution selon le signe du discriminant: $\Delta'=\lambda^2-\omega_0^2$.

1^er^ cas: • Si $\lambda^2-\omega_0^2<0$ la solution est du type $u_C=u_{C_{max}}.e^{-\lambda t}.\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$

Les ocillations sont pseudo-périodiques de pseudo-période T dont l'expression est

$$T=\frac{T_0}{\sqrt{1-L.C.\lambda^2}}$$

T_0 étant la période propre du circuit (LC).

• Si $\lambda^2-\omega_0^2\geq 0$: le régime est dit apériodique.

La résistance du circuit vérifie dans ce cas, la condition suivante : $R\geq R_C$, R_C est appelée résistance critique du circuit.

2.1- Montrer que $R_C=2\sqrt{\frac{L}{C}}$, que peut-on déduire?

2.2- Exprimer T en fonction de T_0, R et R_C.

2.3- Comment varie T lorsqu'on fait augmenter la résistance R du circuit?

2.4- Calculer le rapport $\frac{T}{T_0}$, dans les deux cas suivants: $R=\frac{1}{2}R_C$ et $R=\frac{1}{5}R_C$.

2.5- Dans la pratique T est sensiblement égale T_0 lorsque $\frac{\Delta T}{T_0}<5\%$

Dans quelle marge doit-on choisir la valeur de R pour pouvoir prendre $T\simeq T_0$?

On donne: $R_C=200\Omega$

Exercice 04

13 Un condensateur de capacité C est initialement chargé sous une tension U_0 $(U_0>0)$.

On branche les armatures de ce condensateur avec une bobine de coefficient d'induction L et de résistance négligeable figure (1).

Le circuit est fermé à la date $t = 0$.

1- Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

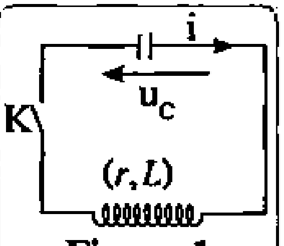


Figure-1

2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme:
$u_C(t) = U_m.\cos(2\pi N_0 t)$

Exprimer N_0 et U_m en fonction des paramètres du circuit C et L et U.

3- Etablir l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

4- Une étude énergétique de ce circuit a permis d'obtenir la figure (2-a) représentant l'énergie magnétique $\mathscr{E}_m$ emmagasinée dans la bobine en fonction de l'intensité du courant i.

La figure (2-b) représnete les variations de cette énergie en fonction du temps.

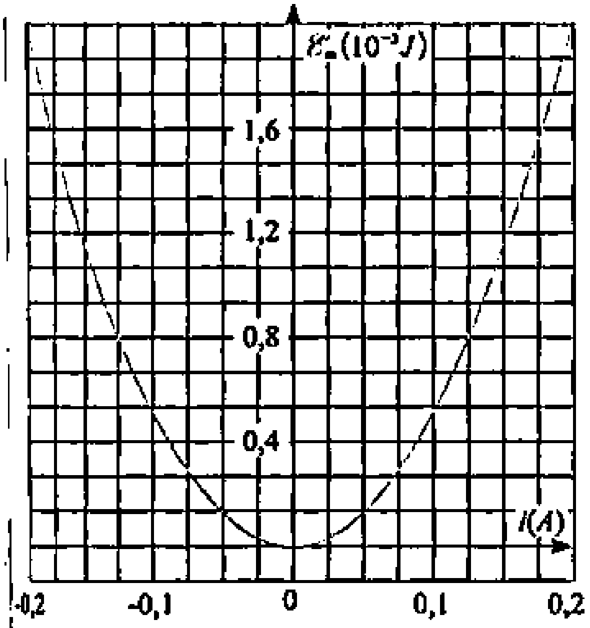


Figure 2-a

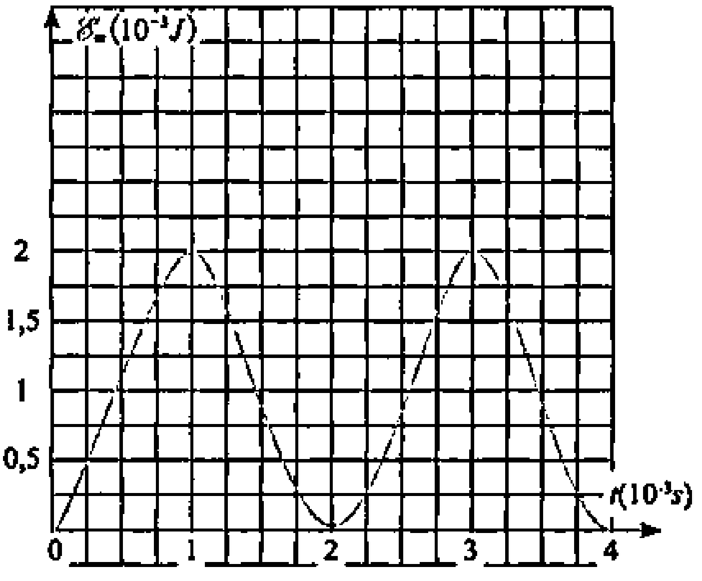


Figure 2-b

4.1- En exploitant la figure 2-a, déterminer l'intensité maximale I_m du courant dans le circuit et la valeur du coefficient d'inductance L.

4.2- Montrer que l'énergie $\mathscr{E}_m(t)$ peut s'écrire : $\mathscr{E}_m(t) = \frac{1}{4}CU_0^2[1 - \cos(4\pi N_0 t)]$

On rappelle que : $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}[1 - \cos(2\alpha)]$

4.3- Vérifier que la période T de $\mathscr{E}_m(t)$ est $T = \frac{T_0}{2}$; T_0 étant la période propre du dipôle LC.

En déduire la valeur de N_0.

4.4- Déterminer la valeur de la capacité C.

4.5- Montrer que l'énergie totale du circuit se conserve.

En déduire la valeur de la tenstion U_0. On prend $\pi^2 = 10$.

Exercice 05

On réalise le montage de la figure (1) à l'aide des dipôles électriques suivants :

- Un générateur de tension constante $E = 12V$.
- Un condensateur non chargé de capacité C.
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.
- Un conducteur ohmique (D) de résistance $R = 30\Omega$.
- Un interrupteur K.

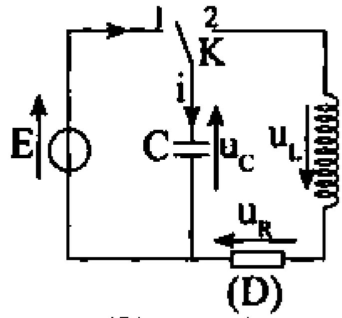


Figure-1

Au début, on laisse le condensateur se charger totalement, et à une date $t = 0$, on bascule l'interrupteur à la position (2), et on visualise à l'aide d'un oscilloscope l'évolution de la tension u_R en fonction du temps.

L'oscillogramme obtenu est représenté sur la figure (2).

La droite (T) contenue dans cette figure est tangente à la courbe de $u_R(t)$ à l'origine des dates $(t = 0)$.

1- Quel est le régime des oscillations se produisant dans ce circuit?

2- Montrer que la tension u_R vérifie l'équation différentielle :

$$u_R + RC.\frac{du_R}{dt} + L.C.\frac{d^2u_R}{dt^2} = 0$$

3- Quelle est la valeur de la tension u_L aux bornes de la bobine à la date $t = 0$.

4- Déterminer en utilisant la figure 2, la valeur de $\frac{di}{dt}$ à la date $t = 0$.

5- En déduire la valeur de L.

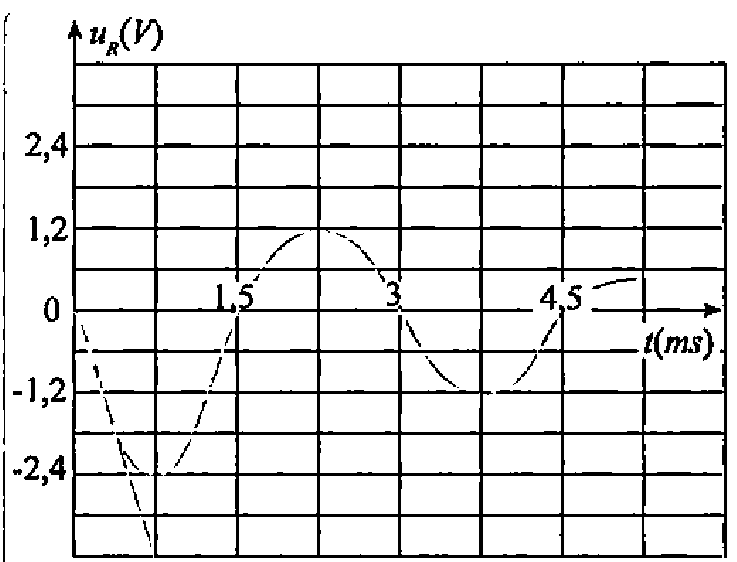
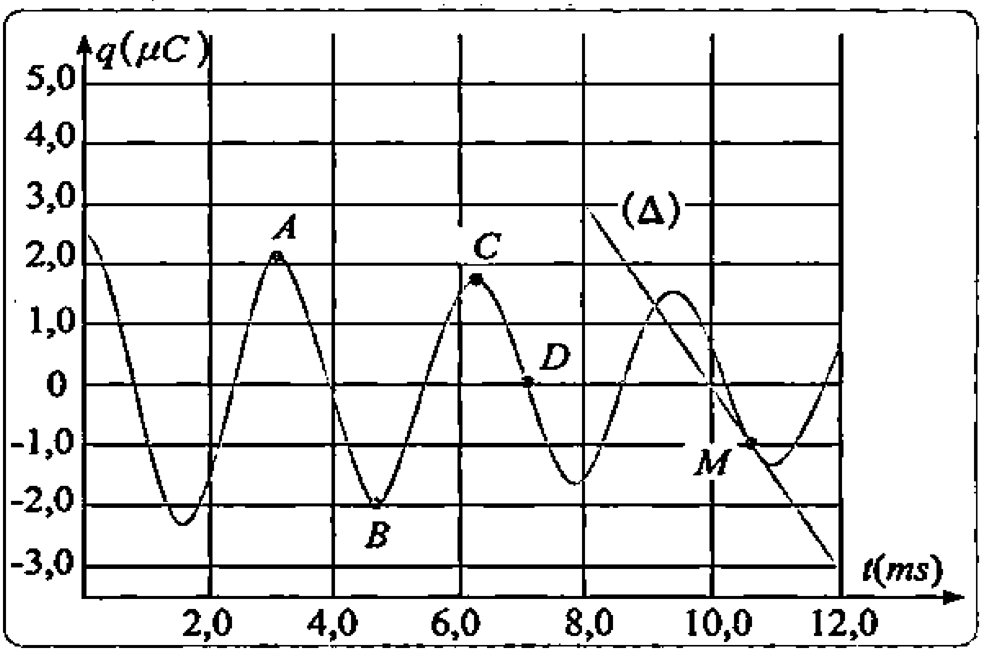


Figure-2

Exercice 06

On réalise l'étude expérimentale d'un oscillateur électrique contenant un condensateur de capacité $C = 0,50\mu F$ et une bobine d'inductance $L = 0,50H$. Soit R la résistance totale du circuit.

A l'aide d'une carte d'acquisit ion reliée à un ordinateur et d'un logiciel de traitement des données, on obtient les variations de la charge du q condensateur en fonction du temps t.



1- Vérifier que l'énergie électrique du circuit se trouve entièrement emmagasinée dans le condensateur. aux dates telles que t_A, t_B et t_C.

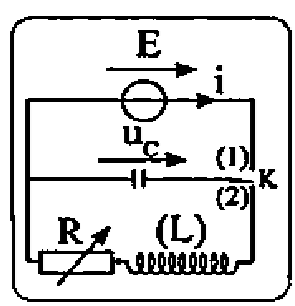
2- Que peut-on dire de l'énergie électrique du circuit à la date t_D?

3- Considérons le point M de la figure où (Δ) est la droite tangente à la courbe de $q(t)$ en ce point.

Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans le circuit à la date t_M.

Exercice 07

20 Le montage de la figure suivante comprend:



- Un générateur de tension constante $E = 6V$
- Un condensateur de capacité $C = 40nF$
- Une bobine d'inductance $L = 10mH$ et de résistance négligeable.
- Un conducteur Otmique de résistance R réglable sur des valeurs

permettant d'obtenir des oscillations éléctriques libres pseudo-périodiques de pseudo-période T

- Un interrupteur K à deux positions (1) et (2).

On bascule l'interrupteur K à la position (1), une fois le condensateur est totalement chargé; on bascule (K) à la position (2) à une date prise comme origine des temps $(t = 0)$.

Les pertes par effet Joule de l'énergie électrique emmagasinée dans le circuit sont exprimées par la relation suivante: $\frac{d\mathscr{E}}{dt} = -Ri^2$, où R est la résistance du circuit et i l'intensité du courant électrique à une date t.

1- En utilisant une méthode énergétique, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C est de la forme:

$$\frac{d^2uc}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{duc}{dt} + \omega_0^2.uc = 0$$

Avec; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$; T_0: période propre du cicruit.

2- On exprime la solution de l'équation différentielle précédente par:

$u_c(t) = E.e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}.\cos\omega t$, où:

$Q = \frac{L\omega_0}{R}$ et $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

2.1- Etablir que: $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$

2.2- Quelle est la valeur de Q_{min}, valeur minimale que doit prendre le coefficient Q pour que les oscillations soient pseudo-périodiques.

2.3- Q est appelé «facteur de qualité des oscillations» justifier cette appelation.

3- Quelle valeur doit-on donner à R, pour obtenir des ascillations de pseudo-période T égale à $126\mu s$?