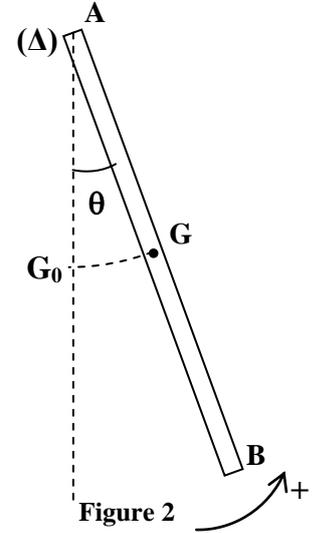


2^{me} Partie (3 points) : Etude énergétique d'un pendule pesant

On considère un pendule pesant effectuant des oscillations libres non amorties .
 Le pendule étudié est une tige AB homogène de masse m et de longueur $AB = \ell = 60,0 \text{ cm}$ pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe (Δ) horizontal passant par son extrémité A , figure (2).



Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) est $J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \cdot \ell^2$.

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié au référentiel terrestre que l'on suppose galileen .

On repère à chaque instant la position du pendule par l'abscisse angulaire θ qui est l'angle que fait la tige avec la verticale passant par A .

On choisit le plan horizontal passant par G_0 , position du centre d'inertie de la tige AB dans la position d'équilibre stable , comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur($E_p = 0$) .

On admet dans le cas de faibles oscillations que $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian et on prend $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.

1- Equation différentielle du mouvement du pendule

0,25 1.1- Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p de la tige peut s'écrire sous la forme $E_p = m \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta)$.

0,5 1.2- Dans le cas de faibles oscillations , écrire l'expression de l'énergie mécanique E_m de la tige à un instant t en fonction de m , ℓ , g , θ et $\frac{d\theta}{dt}$.

0,5 1.3- Déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire dans le cas de faibles oscillations .

2- Etude énergétique

On lance la tige AB à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale qui lui permet d'acquérir une énergie mécanique E_m .

La figure 3 donne le diagramme de l'évolution de l'énergie potentielle E_p et de l'énergie mécanique E_m de la tige AB pour deux expériences différentes .Dans chaque expérience la tige est lancée à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale donnée ; elle acquiert dans chaque expérience une énergie mécanique donnée :

- dans l'expérience(1) : $E_m = E_{m1}$

- dans l'expérience (2) : $E_m = E_{m2}$

0,5 2.1- Déterminer à l'aide du graphe, de la figure (3), la nature du mouvement de la tige dans chaque expérience .

0,75 2.2- Préciser à partir du graphe la valeur maximale de l'abscisse angulaire θ du pendule dans l'expérience (1) .
 En déduire la masse m de la tige .

0,5 2.3- Au cours de l'expérience (2) , l'énergie cinétique de la tige varie entre une valeur minimale $E_{c(\min)}$ et une valeur maximale $E_{c(\max)}$.

Trouver la valeur de $E_{c(\min)}$ et celle de $E_{c(\max)}$.

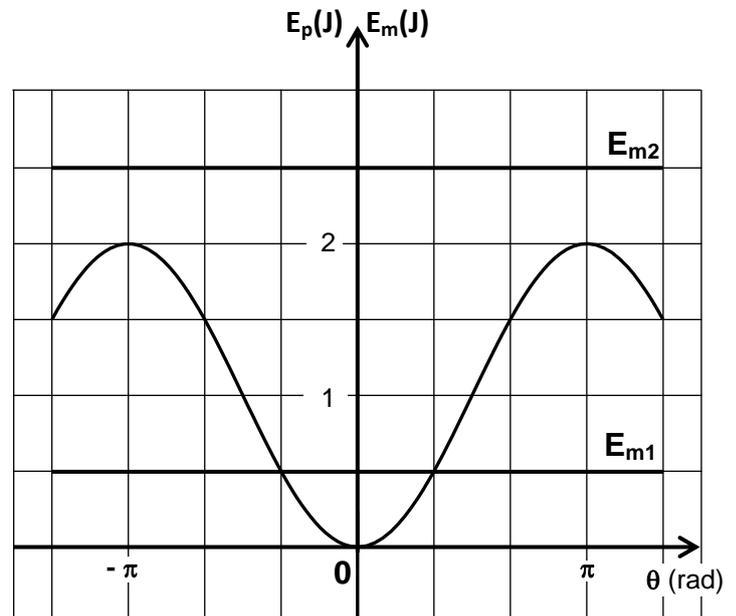


Figure 3