Addition og subtraktion

Når vi lægger tal sammen er rækkefølgen ligegyldig. Vi får samme facit uanset om vi siger $2+3$ eller $3+2$.

Det viser sig at dette gælder for alle tal. Denne regel hedder den **kommutative lov for addition**. Loven gælder *ikke* for subtraktion da $2-3 \neq 3-2$, men hvis vi lader fortegnet følge med tallene, gælder loven igen. Husk at der foran positive tal står et usynligt plustegn.

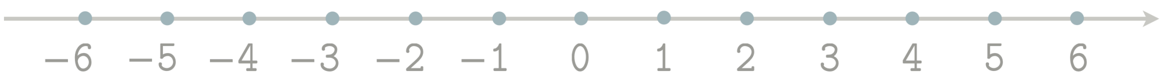
$$+2-3=-3+2=-1$$

Hvis vi lægger 0 til et vilkårligt tal, får vi tallet selv.

$$2+0=0+2=2$$

Vi kalder 0 for det **neutrale tal for addition**, fordi det ikke ændrer værdien af tallet, når vi lægger det til.

Kigger vi på tallinjen kan vi se at den negative del er en spejling af den positive. Alle tal har dermed et **modsat tal** fx 2 og -2.



Det gælder, at et tal plus dets modsatte tal altid giver tallet 0. Fx er

$$2+(-2)=2-2=0$$

$$9+(-9)=9-9=0$$

Aksiom: Addition

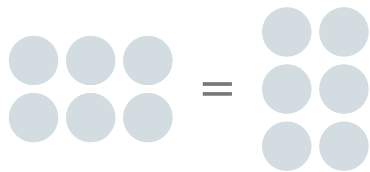
For addition af to reelle tal a, b og gælder den **kommutative lov** $a+b=b+a$

For addition er 0 neutralt tal. Der gælder at

$$a+0=0+a=a \qquad \text{og} \qquad a+(-a)=a-a=0$$

Multiplikation og division

Når vi ganger tal sammen fx $2 \cdot 3$ er rækkefølgen ligegyldig. Vi får samme facit uanset om vi siger $2 \cdot 3$ eller $3 \cdot 2$. Det viser sig at dette gælder for alle tal.



Det viser sig at dette gælder for alle tal. Denne regel hedder den **kommutative lov for multiplikation**. Loven gælder *ikke* for division da $2 : 3 \neq 3 : 2$.

Hvis vi ganger 1 med et vilkårligt, dvs. et hvilket som helst tal, får vi tallet selv.

$$1 \cdot 3 = 3 \cdot 1 = 3$$

Vi kalder 1 for det **neutrale tal for multiplikation**, fordi det ikke ændrer værdien af tallet, når vi ganger med det.

Vi kan også finde **omvendte tal** under multiplikation. Det betyder at to tal er hinandens omvende tal, hvis deres produkt er lig med 1. Fx gælder at

$$2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad \text{og} \quad 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

Tallet 2 har altså ½ som omvendt tal og tallet 3 har ⅓ som omvendt tal. Det omvendte tal for multiplikation, kaldes for det **reciprokke** tal.

Aksiom: Multiplikation

For multiplikation af to reelle tal a, b og gælder den **kommutative lov** $a \cdot b = b \cdot a$

For multiplikation er 1 neutralt tal. $a \cdot 1 = a$

For et reelt tal a, er $\frac{1}{a}$ det reciprokke tal. Alle tal undtagen 0 har et reciprokt tal. Der gælder

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

Led og faktorer

Når vi lægger tal sammen, kalder vi resultatet for **summen**. Når vi trækker tal fra hinanden kalder vi resultatet for **differensen**. De tal, vi lægger sammen eller trækker fra hinanden, kalder vi for **led**.

Når vi ganger kalder vi resultatet for **produktet** og tallene for **faktorer**. Når vi dividerer kalder vi resultatet for **kvotienten**.

Udtrykket herunder har 3 led

$$\underbrace{5 \cdot a \cdot b}_{\text{1. led}} + \underbrace{2 \cdot x}_{\text{2. led}} - \underbrace{4 \cdot y}_{\text{3. led}}$$

Første led har tre faktorer. Andet led har to faktorer og tredje led har to faktorer.

$$\underbrace{5 \cdot a \cdot b}_{\text{3 faktorer}} + \underbrace{2 \cdot x}_{\text{2 faktorer}} - \underbrace{4 \cdot y}_{\text{2 faktorer}}$$

Led og faktorer

Ved addition finder vi **summen**. Ved subtraktion finder vi **differensen**.

Tallene vi lægger sammen eller trækker fra hinanden hedder **led.**

Ved multiplikation finder vi **produktet**. Tallene adskilt af gangetegn, kaldes **faktorer**.

Ved division finder vi **kvotienten**.

Regningsarternes hierarki

På gymnasieniveau bliver regnstykker mere komplicerede og vi har brug for nogle regler for hvordan store tal-udtryk skal beregnes. Hvad er fx værdien af dette udtryk?

$$2 + 3 \cdot 4$$

Hvis vi begynder med at lægge sammen og dernæst ganger, får vi

$$2 + 3 \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$$

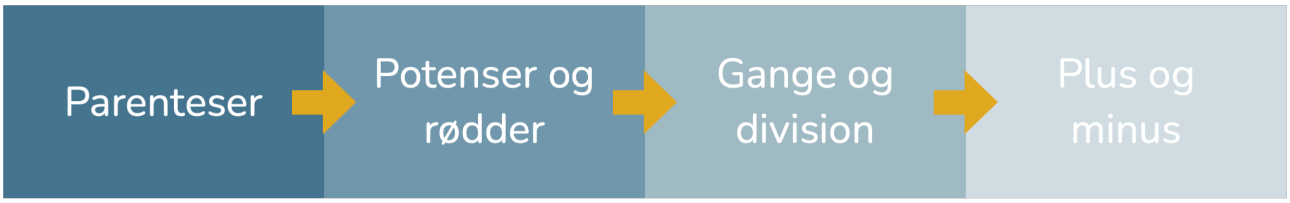
Hvis vi først ganger og dernæst lægger sammen, får vi

$$2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$$

Så hvad er rigtigt?

Det er altså ikke ligegyldigt hvordan vi regner. Når vi skal udregne mere komplicerede udtryk, hvor der både er led der skal lægges sammen og produkter der skal multipliceres og måske også rødder og potenser, har vi brug for en regel, der angiver rækkefølgen af de operationer vi skal udføre.

Regningsarternes hierarki



1. Først udregnes parenteser
2. Dernæst udregnes potenser og rødder
3. Herefter udregnes produkter og kvotienter (gange og division)
4. Til slut udregnes sum og differens (plus og minus)

For regnestykket fra før, skal vi altså først gange og dernæst lægge sammen. Vi får at

$$2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$$

Så 14 er det korrekte facit.

Eksempler

Udregn tallet $2 + 5 \cdot 6 - 1$.

Er der parenteser? Nej.
Er der potenser/rødder? Nej.
Gange/division? Ja $2 + 5 \cdot 6 - 1 = 2 + 30 - 1$
Plus/minus? Ja $2 + 30 - 1 = 32 - 1 = 31$

Udregn tallet $(2 + 5) \cdot 6 - \sqrt{4} + 3^2$.

Parenteser? Ja $(2 + 5) \cdot 6 - \sqrt{4} + 3^2 = 7 \cdot 6 - \sqrt{4} + 3^2$
Potenser/rødder? Ja $7 \cdot 6 - \sqrt{4} + 3^2 = 7 \cdot 6 - 2 + 9$
Gange/division? Ja $7 \cdot 6 - 2 + 9 = 42 - 2 + 9$
Plus/minus? Ja $42 - 2 + 9 = 40 + 9 = 49$

Regningsarternes hierarki

1. Først udregnes parenteser
2. Dernæst udregnes potenser og rødder
3. Herefter udregnes produkter og kvotienter (gange og division)
4. Til slut udregnes sum og differens (plus og minus)