Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

Offre de soutien en ligne - 2BAC SM et ScX

2bac SMF

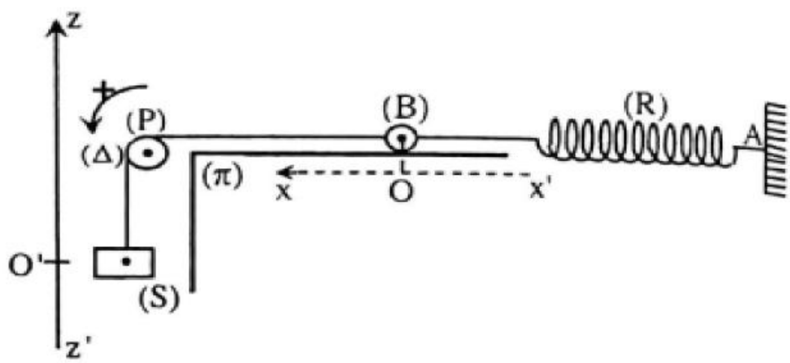
TD : Les pendules composés

Exercice 01

On négligera tous les frottements et on prendra : $g = 10\ m.s^{-2}$.

Le montage expérimental représenté par la figure est constitué :

- d'une bille (B), considérée ponctuelle, de masse M, pouvant glisser sur le plan horizontal (π) ;



- d'un ressort (R) de spires non jointives, de raideur k et de masse $m_0 = 60g$, dont l'une des deux extrémités est fixée à un support en A et l'autre extrémité avec la bille B ;
- une poulie (P) de masse m et de rayon r pouvant tourner autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) passant par son centre d'inertie ;
- un fil indilatable de masse négligeable qui ne glisse pas sur la gorge de la poulie;
- (S), un solide de masse M'.

Données :

L'énergie cinétique du ressort est exprimée par : $E_{c(R)} = \dfrac{1}{\alpha} m_0 v^2$

Le moment d'inertie de la poulie par rapport à (Δ) : $J_\Delta = \dfrac{1}{2} m r^2$;

$M = M' = 200\ g$, $m = 100\ g$ et $k = 25\ N.m^{-1}$.

dont α est un nombre entier naturel et v la vitesse de l'extrémité mobile du ressort.

1) Trouver l'expression de l'allongement ΔL du ressort à l'équilibre du système $\{(S) ; (P) ; (B) ; (R)\}$ en fonction de M', g et k.

2) On écarte, verticalement et vers le bas, le solide (S) de sa position d'équilibre, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

2-1) Par étude énergétique du système $\{(S) ; (P) ; (B) ; (R); \text{terre}\}$, trouver l'équation différentielle du mouvement du solide (S). Quelle est la nature de ce mouvement ?

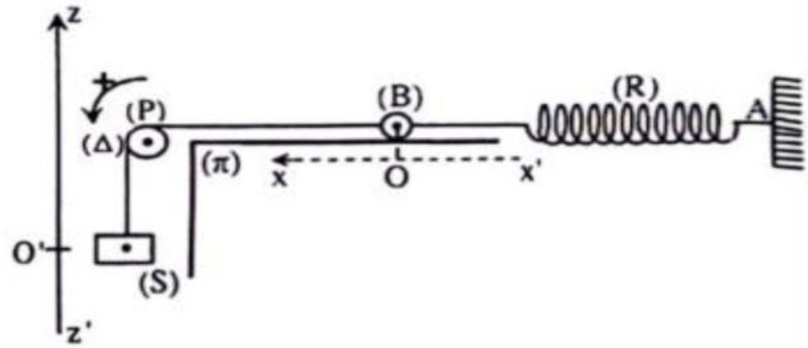
2-2) La durée nécessaire pour accomplir 20 oscillations est $\Delta t = 17{,}23\ s$. Calculer la valeur de α.

Exercice 02

On négligera tous les frottements et on prendra : $g = 10\ m.s^{-2}$.

Le montage expérimental représenté par la figure est constitué :

- d'une bille (B), considérée ponctuelle, de masse M, pouvant glisser sur le plan horizontal (π) ;
- d'un ressort (R) de spires non jointives, de raideur k et de masse $m_0 = 60g$, dont l'une des deux extrémités est fixée à un support en A et l'autre extrémité avec la bille B ;



- une poulie (P) de masse m et de rayon r pouvant tourner autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) passant par son centre d'inertie ;
- un fil indilatable de masse négligeable qui ne glisse pas sur la gorge de la poulie;
- (S), un solide de masse M'.

<u>Données</u> :

L'énergie cinétique du ressort est exprimée par : $E_{c(R)} = \frac{1}{\alpha} m_0 v^2$

Le moment d'inertie de la poulie par rapport à (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$;

$M = M' = 200\ g$, $m = 100\ g$ et $k = 25\ N.m^{-1}$.

dont α est un nombre entier naturel et v la vitesse de l'extrémité mobile du ressort.

1) Trouver l'expression de l'allongement ΔL du ressort à l'équilibre du système $\{(S) ; (P) ; (B) ; (R)\}$ en fonction de M', g et k.

2) On écarte, verticalement et vers le bas, le solide (S) de sa position d'équilibre, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

2-1) Par étude énergétique du système $\{(S) ; (P) ; (B) ; (R); \text{terre}\}$, trouver l'équation différentielle du mouvement du solide (S). Quelle est la nature de ce mouvement ?

2-2) La durée nécessaire pour accomplir 20 oscillations est $\Delta t = 17{,}23\ s$. Calculer la valeur de α.

2bac SMF

TD : Les pendules composés

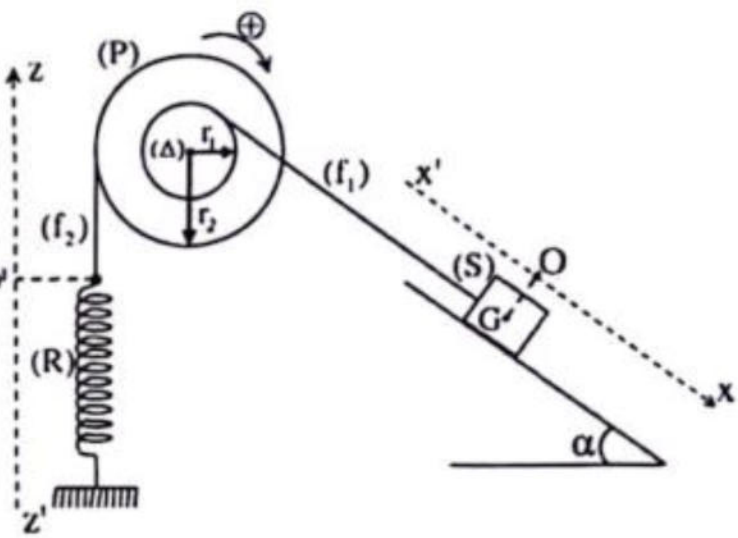
Exercice 03

On négligera tous les frottements et on prendra : $g = 10\ m.s^{-2}$.

On considère une poulie (P) à deux gorges pouvant tourner autour d'un axe (Δ) horizontal et fixe, passant par son centre d'inertie.

Le moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) est : $J_\Delta = 2.10^{-4} kg.m^2$.

On enroule autour de la gorge, de rayon $r_1 = 2\ cm$, un fil (f_1) lié au solide (S) de masse $m = 500\ g$,



pouvant glisser sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontal.

On enroule autour de la gorge, de rayon $r_2 = 4\ cm$, un fil (f_2) lié à un ressort (R) de spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k = 50\ N.m^{-1}$.

Les deux fils (f_1) et (f_2) sont indilatables et de masses négligeables. Ils ne glissent pas sur les gorges de la poulie.

1) Trouver l'expression de ΔL_0, l'allongement du ressort à l'équilibre du système.

2) On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance d, puis on l'abandonne sans vitesse initiale. On considère le point O, l'abscisse de G, centre d'inertie de (S) à l'équilibre comme origine des abscisses.

2-1) Par étude énergétique, trouver l'équation différentielle du mouvement de (S). Quelle sa nature ?

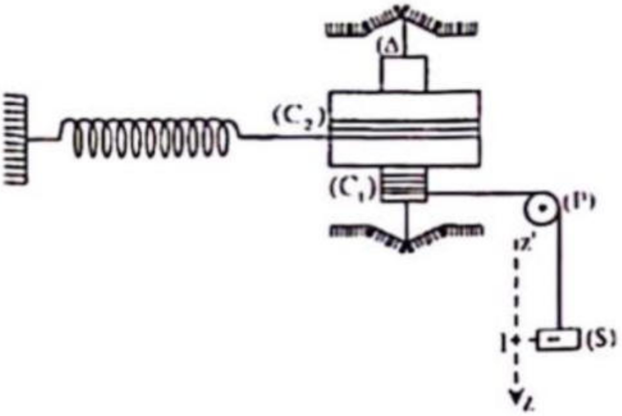
2-2) En déduire l'équation horaire du mouvement de (S), sachant que celui-ci passe par sa position d'équilibre avec une vitesse $v_O = 0,42\ m.s^{-1}$ dans le sens positif.

2-3) Trouver l'expression de f_{max}, valeur maximale de la tension du fil (f_1) en fonction de m, g, d, α et T_0, période propre du mouvement du solide (S).

Exercice 04

On négligera tous les frottements et on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

Dans le système représenté par la figure :



- les deux cylindres (C_1) et (C_2) coaxiaux ont des rayons $r_1 = 10\ cm$ et $r_2 = 2r_1$ et leur moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = 9.10^{-3} kg.m^2$.
- le solide (S) de masse $m = 100\ g$ est lié au cylindre (C_1) par un fil (f_1) indilatable de masse négligeable, qui passe sans glisser sur la gorge d'une poulie. de moment d'inertie par rapport à son axe de rotation négligeable.
- le ressort a une raideur $k = 50\ N.m^{-1}$.
- les deux fils (f_1) et (f_2) sont enroulés dans deux sens contraires de façon à obtenir un état d'équilibre.

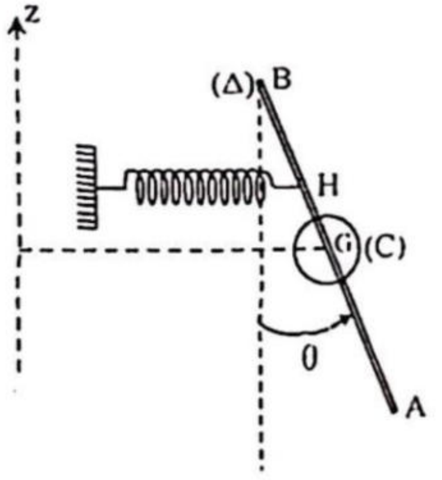
1) Trouver l'expression de ΔL_0, l'allongement du ressort à l'équilibre en fonction de m, g et k. Calculer sa valeur.

2) On écarte (S) d'une distance $z_0 = 2\ cm$ de sa position d'équilibre I, pris comme origine de l'axe $z'z$ et comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, puis on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.

2-1) Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement de (S). Quelle est la nature de ce mouvement et quelle sa période ?

2-2) Trouver z_{min}, la valeur de la cote z avec laquelle le fil (f_1) reste tendu.

Exercice 05



Un système (E) est constitué d'un cylindre (C) de rayon $r = 5$ cm soudé à une tige AB de longueur $2L = 40$ cm, dont son centre d'inertie coïncide avec le centre d'inertie G du cylindre (C).

Le système (E) est susceptible de tourner sans frottement, dans le champ de pesanteur, autour d'un axe (Δ) fixe et horizontal passant par son extrémité B.

L'extrémité d'un ressort est fixée à la tige en un point H telle que $BH = \frac{L}{2}$; son autre extrémité est fixée à un support.

Le ressort a une masse négligeable et de raideur $k = 40\ N.m^{-1}$.
(Voir la figure ci-contre).

À l'équilibre, la tige est en position verticale et le ressort est horizontal et non déformé.

Soit m est la masse du pendule et J_Δ son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation (Δ).

1) On écarte la tige AB de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = \frac{\pi}{20}$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des dates. Soit θ l'angle de rotation de la tige AB et x l'allongement du ressort à un instant de date t. En considérant qua la trajectoire du point H reste pratiquement horizontale au cours du mouvement, trouver l'expression de l'énergie potentielle totale E_p du système (on prend $E_p = 0$ pour $\theta = 0$).

2) Par étude énergétique, trouver l'équation différentielle du mouvement du pendule.

3) Retrouver cette équation différentielle par étude dynamique.

4) Calculer la période du mouvement T_0.

5) Établir son équation horaire.

Données : $m = 0{,}54$ kg , $J_\Delta = 2{,}5.10^{-2} kg.m^2$ et $g = 10\ m.s^{-2}$.

Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

2bac SMF

TD : Les pendules composés

Exercice 06

On néglige les frottements et on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

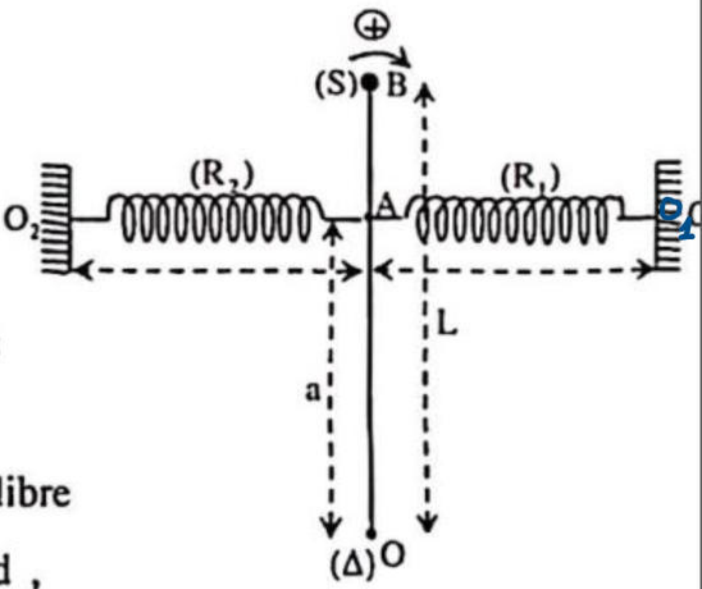
Un pendule réversible OB est constitué d'une tige de longueur $L = 0{,}25\ m$ et de masse négligeable, susceptible de tourner sans frottement autour d'un axe (Δ) passant par son extrémité O. Son autre extrémité B porte un corps (S) considéré ponctuel, de masse $m = 50\ g$.

En un point A du pendule et à une distance a de O sont attachés deux ressorts identiques (R_1) et (R_2) de positions horizontales entre A et les points symétriques O_1 et O_2

La raideur de chacun des ressorts est $k = 25\ N.m^{-1}$ et son allongement à l'équilibre est $\Delta\ell$.

Le pendule peut tourner dans le plan vertical contenant les axes des deux ressorts.

On admet que pour les faibles oscillations que les deux ressorts restent en positions horizontales.



On écarte le pendule de sa position d'équilibre dans le sens positif d'un angle $\theta_m = \dfrac{\pi}{20}$ rad, puis on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant pris comme origine des dates.

Pour les faibles oscillations on prend: $\sin\theta \approx \theta$ (rad) et $\cos\theta \approx 1$.

Le moment du corps (S) par rapport à l'axe de rotation (Δ) s'écrit : $J_\Delta = mL^2$

1) Trouver l'équation différentielle du mouvement pour les faibles amplitudes :

a) par étude dynamique ;

b) par étude énergétique.

2) Quelle condition doit-on attribuer à la distance a pour que le pendule puisse

prendre une position d'équilibre stable ; et par suite puisse avoir un mouvement harmonique pour des faibles oscillations.

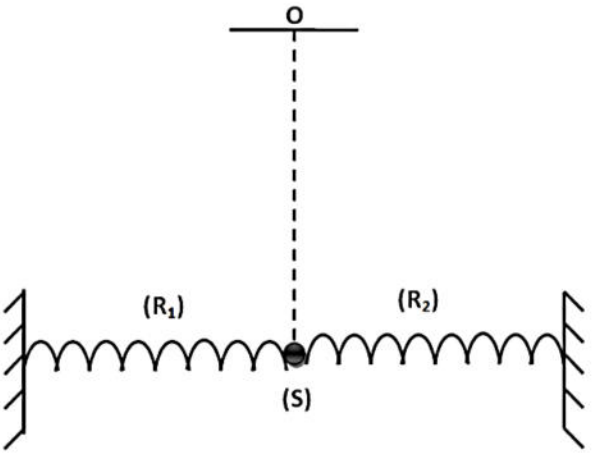
3) Le point d'attache des deux ressorts sur le pendule se trouve à une distance $a = 12\ \text{cm}$ de O.

3-1) Trouver la fréquence du mouvement.

3-2) Établir son équation horaire.

Exercice 07

On ajoute à un pendule simple deux ressorts (R_1) et (R_2) de même raideur k accrochée au solide (S) comme l'indique la figure ci contre.
On écarte alors le pendule d'un petit angle θ allant vers le ressort (R_2).



1-) Faire sur un schéma l'inventaire des forces s'appliquant sur le solide (S) sachant que le fil du pendule a été remplacé par une barre de masse négligeable et que lorsqu'on écarte d'un petit angle θ, le ressort (R_1) se comprime d'une longueur x.

2-) Etablir l'équation différentielle du mouvement d'une longueur x.

3-) En déduire l'expression de sa période propre T_0.

4-) En déduire sa masse sachant que le pendule bat la seconde.

On donne : g=$9,8m.s^{-2}$, l=1m et $k = 1,74N.m^{-1}$

Exercice 08

A-) Oscillateur mécanique Dans la gorge d'une poulie (P) de rayon r=10cm et dont on veut déterminer le moment d'inertie J_Δ, on fait passer une ficelle inextensible de masse négligeable. A l'une des extrémités de cette ficelle, on accroche un solide (S) de masse m=100g et reposant sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale. L'autre extrémité de la ficelle est reliée à un ressort (R) de raideur k=10$N.m^{-1}$ et de masse négligeable. On prendra $g = 10m.s^{-2}$

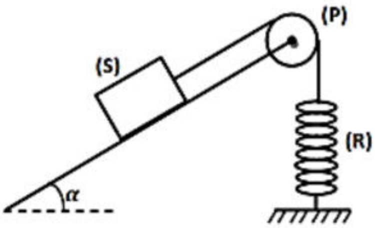


Figure 2

La deuxième extrémité du ressort est fixée au sol.Les frottement sur le plan incliné et sur l'axe de la poulie seront négligés. On admettra que la ficelle ne glisse pas dans la gorge de la poulie et que le centre d'inertie G de (S) de déplace sur la ligne de plus grande pente du plan incliné. Le schéma de la machine est donné en figure ci-dessus.

A.1-) a) Ecrire une relation entre m, g, α et l'allogement x_0 du ressort lorsque le système est en équilibre.

b) Calculer la valeur numérique de x_0.

A.2-) On provoque un déplacement supplémentaire a=2cm de (S) vers le bas de la pente puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Il prend alors un mouvement d'équation horaire :

x(t)= $2\cos(\sqrt{\frac{k}{m+\frac{J_\Delta}{r^2}}}t)$ où x est l'écart du centre d'inertie de (S) à la position d'équilibre à un instant t quelconque (x en cm).

A.2.1-) Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations du solide (S) en fonction de m, r, k et J_Δ.

A.2.2-) Exprimer le moment d'inertie J_Δ en fonction de la période propre T_0.

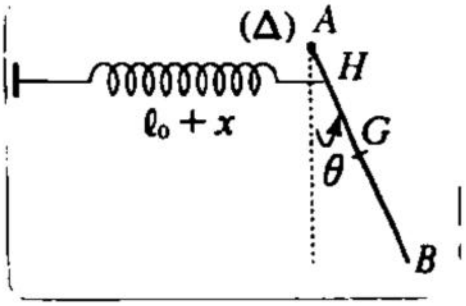
En mesurant la durée de 10 oscillations, on trouve 20 secondes. Calculer numériquement J_Δ.

Prendre $\pi^2 = 10$.

A.2.3-) Donner léquation horaire du mouvement de la rotation de la poulie.

Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

Exercice 09



On considère une barre homogène AB, de masse m et de longueur ℓ, mobile autour d'un axe fixe et horizontal passant par son extrémité A.

Au point H, situé à la distance $AH = \frac{\ell}{4}$ on fixe sur la barre un ressort à spires non jointives, de masse négligeable de longueur initiale ℓ_0 et de raideur K.

à l'équilibre, la barre est verticale et le ressort est non déformé.

Moment d'inertie de la barre par rapport à (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$.

- Origine de l'énergie potentielle de pesanteur: la position d'équilibre de la barre.
- Origine de l'énergie potentielle élastique: la position d'équilibre.

On provoque des oscillations de faible amplitude de la barre.

On considère que l'extrémité H du ressort se déplace horizontalement.

On donne : $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin\theta = \theta$, θ en (rad).

1- Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur du pendule en fonction de m, g, ℓ et θ.

2- Montrer que l'énergie potentielle du système s'écrit sous la forme : $E_{pp} = \frac{1}{2}C.\theta^2$, avec : $C = \frac{1}{2}\ell\left(mg + \frac{1}{8}k\ell\right)$.

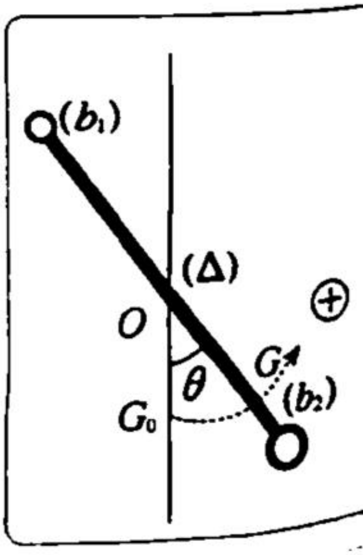
3- Montrer que l'équation différentielle de ce mouvement est:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{3g}{2\ell} + \frac{3k}{16m}\right)\theta = 0.$$

Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

Exercice 10

26



On réalise un pendule pesant à l'aide d'une tige de longueur $L = 2\ell = 0,40m$ et de masse négligeable portant à ses deux extrémités deux boules assimilables à un point matériel, (b_1) et (b_2), de masses respectives $m_1 = 50g$ et $m_2 = 4m_1$.
Ce système est mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) fixe et horizontal passant par le centre de la tige (figure)
À l'équilibre, le centre de gravité du système est en G_0 et, à une date t, $\theta = \left(\widehat{\overrightarrow{OG_0};\overrightarrow{OG}}\right)$.
On écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = \frac{\pi}{20} rad$ et on l'abandonne sans vitesse initiale à la date $t = 0$.

Données :

- Moment d'inertie du système (b_1, b_2) : $J_\Delta = (m_1 + m_2)\ell^2$;
- $OG = \frac{3}{5}\ell$; On pose $m = m_1 + m_2$
- $g = 9,8N.kg^{-1}$
- Pour les petits angles, on prend $\sin\theta = \theta(rad)$ et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$.

1- Etablir en utilisant la relation fondamentale de la dynamique de rotation, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ, dans le cas des petites oscillations.

2- En admettant que la solution de cette équation différentielle a pour expression $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ établir que $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{5\ell}{3g}}$.

3- Ecrire $\theta = f(t)$.

4- On désigne par $\vec{R}_T$ et $\vec{R}_N$ respectivement la composante tangentielle et la composante normale de la force $\vec{R}$ exercée par l'axe (Δ) sur le pendule étudié.
En appliquant la 2ème loi de Newton :

4.1- Etablir que $R_T = \frac{16}{25}mg.\theta$.

4.2- Etablir que $R_N = mg\left[\cos\theta + \frac{9}{25}(\theta_m^2 - \theta^2)\right]$.

4.3- En déduire l'intensité R dans chacun des deux cas suivants:

a- Lorsque $\theta = \theta_m$.

b- Lorsque $\theta = 0$.