

Résumé (équations différentielles)

• l'équation différentielle $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}^*$)

Les solutions sont $y = \lambda e^{ax}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$)

• l'équation différentielle $y' = ay + b$

Les solutions sont $y = \lambda e^{ax} - \frac{b}{a}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$)

• l'équation différentielle $y'' + ay' + by = 0$ (E)

étape 1:

l'équation caractéristique $\Gamma^2 + a\Gamma + b = 0$

on calcule $\Delta = a^2 - 4b$

étape 2: • Si $\Delta > 0$ alors l'équation caractéristique admet deux solutions réelles Γ_1 et Γ_2

La solution générale de (E) est $y = \alpha e^{\Gamma_1 x} + \beta e^{\Gamma_2 x}$
 $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

• Si $\Delta = 0$, l'équation caractéristique admet une solution double Γ_0

La solution générale de (E) est $y = (\alpha x + \beta) e^{\Gamma_0 x}$
 $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

• Si $\Delta < 0$,

alors l'équation caractéristique

admet deux solutions complexes Γ_1 et Γ_2 .

$$\Gamma_1 = p + iq \quad \text{et} \quad \Gamma_2 = p - iq$$

la solution générale de (E) est :

$$y = (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx)) e^{px}$$

$$(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$$