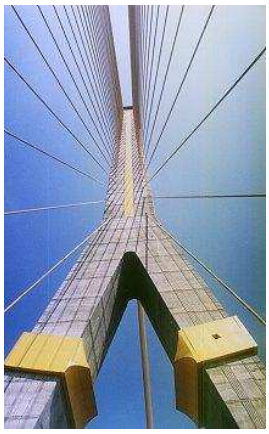


Timber and Steel Design

Lecture 3 - Analysis of Tension Members

- Allowable Tensile Strength
- Net Areas
- Staggered Holes
- Effective Net Area
- Block Shear

Mongkol JIRAVACHARADET

SURANAREE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

INSTITUTE OF ENGINEERING

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

Types of Tension Members

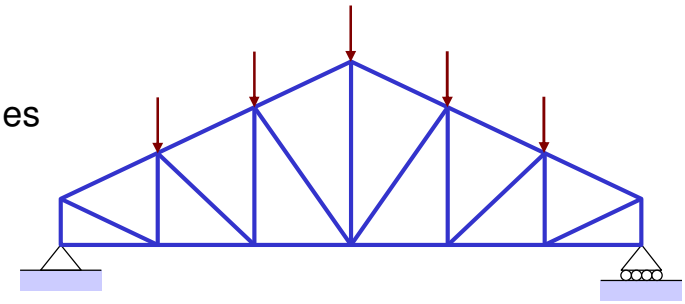
เหล็กกลมตัน เหล็กแผ่น เหล็กฉาก เหล็กฉากคู่

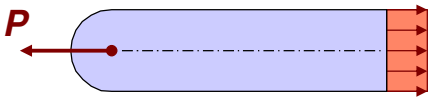
เหล็กตัว T เหล็กรางน้ำ เหล็กรางน้ำคู่ หน้าตัดประกอบรางน้ำ

หน้าตัดประกอบ หน้าตัด S หรือ W เคเบิ้ล

Tension Members subjected to axial tensile forces

- truss members
- bracing for buildings and bridges
- cables in suspended roof and bridges





Stress in an axially loaded tension member:

$$f = \frac{P}{A}$$

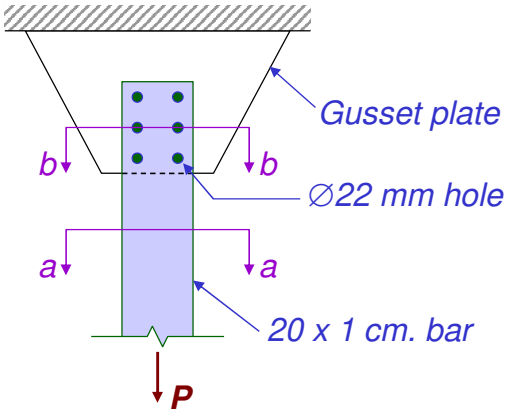
The stress in a tension member is uniform throughout the cross-section except:

- near the point of application of load, and
- at the cross-section with holes for bolts or other discontinuities, etc.

The stress ***P/A*** must be less than a limiting stress ***F*** or $\frac{P}{A} < F$

Thus the load ***P*** must be less than ***FA*** or $P < FA$

For example, consider an 20 x 1 cm. bar connected to a gusset plate and loaded in tension as shown below.



Section b-b

Area of bar = (20 – 2 x 2.2) x 1

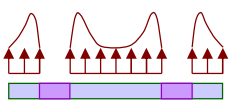
= 15.6 cm^2

Section a-a

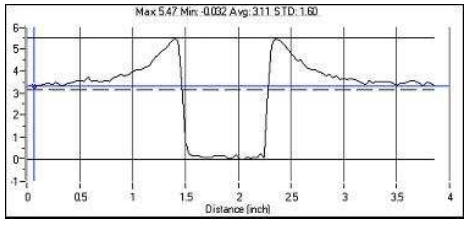
Area of bar = 20 x 1 = 20 cm^2

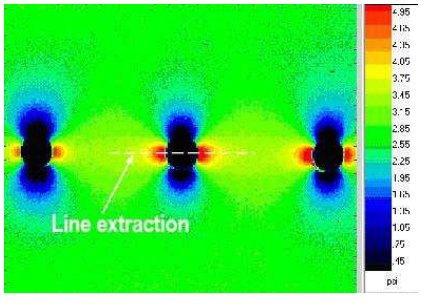
From ***f = P/A***, the reduced area of Section *b – b* will be subjected to higher stresses.

However, the reduced area and therefore the higher stresses will be **localized** around Section b – b.



Section b-b



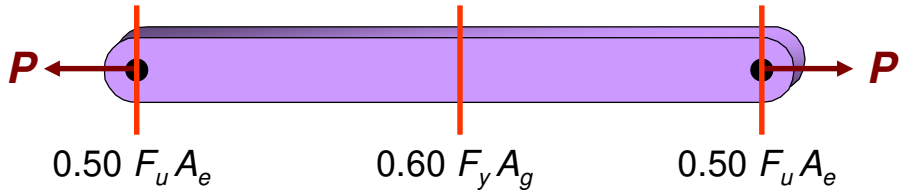


TENSILE STRENGTH

Use the minimum of

Yield Strength : $P = 0.60\, F_y A_g$

Ultimate Strength : $P = 0.50\, F_u A_e$

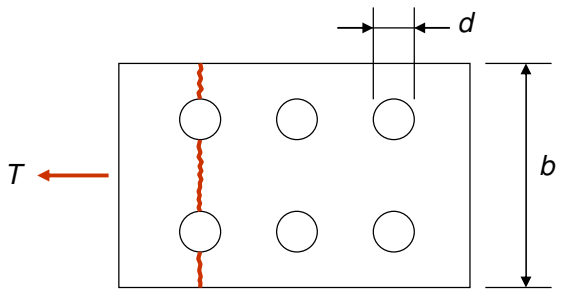


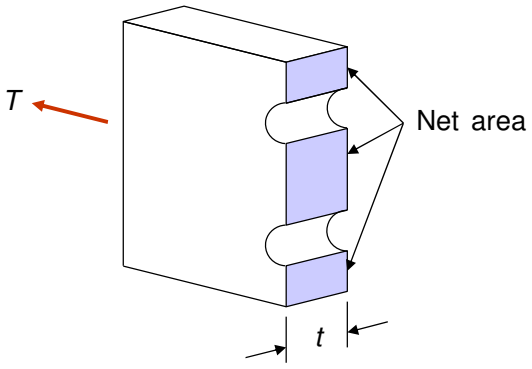
A_g Gross Area — The unreduced area of the member = cross-section total area

A_n Net Area — The reduced area of the member = A_g – hole area

A_e Effective Area — which may be equal A_n or smaller

พื้นที่สุทธิ (Net Area), A_n





A_g = Gross Area = พื้นที่หน้าตัดทั้งหมด

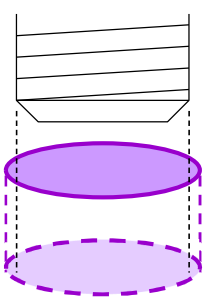
A_n = Net Area = พื้นที่หน้าตัดสุทธิ

$A_n = A_g$ - พื้นที่รูเจาะ

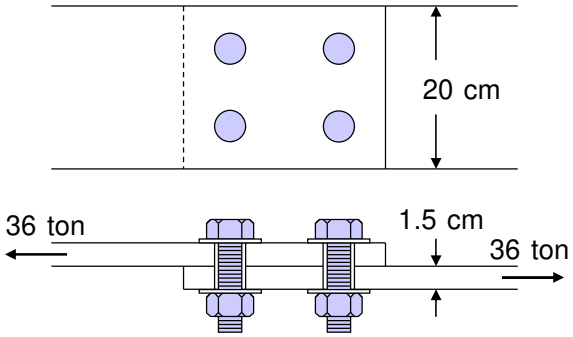
∅Hole = ∅ bolt + punched(1/16” or 1.5 mm)

+ damaged metal (1/16” or 1.5 mm)

= ∅ bolt + 3 mm



ตัวอย่างที่ 3-1 องค์อาคารรับแรงดึงดังแสดงในรูป รับแรง 36 ตัน จงพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นบนพื้นที่ทั้งหมดและพื้นที่สุทธิ และตรวจสอบตามมาตรฐาน AISC เหล็กที่ใช้เป็น A36 สลักเกลียวขนาด 19 ม.ม.



วิธีทำ คำนวณพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดและพื้นที่สุทธิ

$\mathbf{A_g}$ = 20 ซม.×1.5 ซม. = 30 ซม.^{2}

$\mathbf{A_n}$ = 30 ซม.^{2} – 2(1.9 ซม. + 0.3 ซม.)(1.5 ซม.)

= 23.4 ซม.^{2}

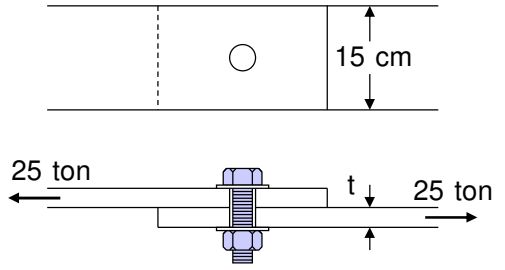
หน่วยแรงบนพื้นที่ทั้งหมด $\mathbf{f}$ = 36(1,000) กก. / 30 ซม.^{2} = 1,200 กก./ซม.^{2}

หน่วยแรงที่ยอมให้ 0.60$\mathbf{F_y}$ = 0.60(2,500) = 1,500 กก./ซม.^{2} > 1,200 กก./ซม.^{2} OK

หน่วยแรงบนพื้นที่สุทธิ $\mathbf{f}$ = 36(1,000) ก.ก. / 23.4 ซม.^{2} = 1,539 กก./ซม.^{2}

หน่วยแรงที่ยอมให้ 0.50$\mathbf{F_u}$ = 0.50(4,000) = 2,000 กก./ซม.^{2} > 1,539 กก./ซม.^{2} OK

ตัวอย่างที่ 3-2 จงออกแบบความหนาแผ่นเหล็กรับแรงดึงดังในรูป แรงดึงที่มากระทำมีค่า 25 ตัน สลักเกลียวที่ใช้มีขนาด 19 ม.ม. และเหล็กที่ใช้เป็น A36



วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดที่ต้องการ

$\mathbf{A_g}$ = 25 ตัน/0.60$\mathbf{F_y}$ = 25/(0.6×2.5) = 16.67 ซม.^{2}

ความหนาที่ต้องการ $\mathbf{t}$ = 16.67/15

= 1.11 ซม. ใช้ 12 ม.ม.

พื้นที่สุทธิที่ต้องการ $\mathbf{A_n}$ = 25 ตัน/0.50$\mathbf{F_u}$ = 25/(0.5×4.0) = 12.5 ซม.^{2}

พื้นที่สุทธิในรูปของความหนา $\mathbf{t}$ เขียนได้เป็น

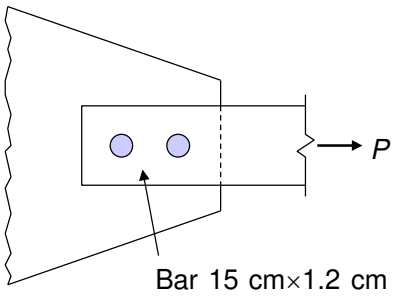
$$\mathbf{A_n} = 15\,\mathbf{t} - (1.9 + 0.3)\,\mathbf{t} = 12.8\,\mathbf{t}$$

$$12.5 = 12.8\,\mathbf{t}$$

$$\mathbf{t} = 0.977 \text{ ซม.}$$

ใช้ 10 ม.ม.

ตัวอย่างที่ 3-3 จงหาแรง **P** มากที่สุดที่ยอมให้สำหรับองค์อาคารรับแรงดึงดังในรูป ถ้าเหล็กที่ใช้เป็น A36 สลักเกลียวที่ใช้มีขนาด 22 ม.ม.



วิธีทำ พิจารณาจากพื้นที่หน้าตัดทั้งหมด

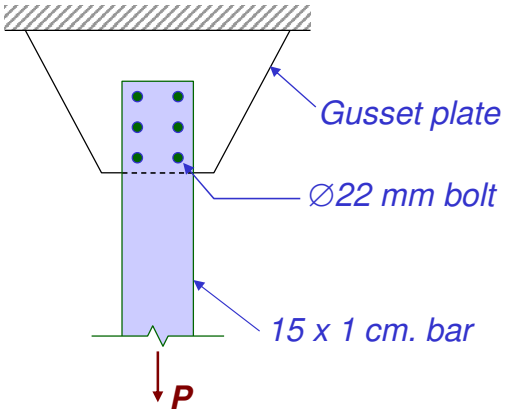
$$\mathbf{P} = 0.60\mathbf{F}_y\mathbf{A}_g = 0.60(2.5)(15)(1.2) = 27 \text{ ตัน}$$

พื้นที่สุทธิ $\mathbf{A}_n = 1.2(15–2.2–0.3) = 15$ ซม.$^2 = \mathbf{A}_e$

$$\mathbf{P} = 0.50\mathbf{F}_u\mathbf{A}_e = 0.50(4.0)(15) = 30 \text{ ตัน}$$

แรง **P** มากที่สุดที่รับได้คือ 27 ตัน ■

Example 3.4 A 15 x 1 cm bar of A572 Gr. 50 steel is used as a tension member. It is connected to a gusset plate with six 22 mm. diameter bolts as shown in below. Assume that the effective net area A_e equals the actual net area A_n and compute the tensile design strength of the member.



Solution

Gross section area = A_g = 15 x 1 = 15 cm^2

Net section area = A_n = (15 – 2 x (2.2+0.3)) x 1

= 10 cm^2

Gross yielding design strength = 0.6 $F_y A_g$

= 0.6 x 3.5 x 15 = 31.5 ton

Fracture design strength = 0.5 $F_u A_e$

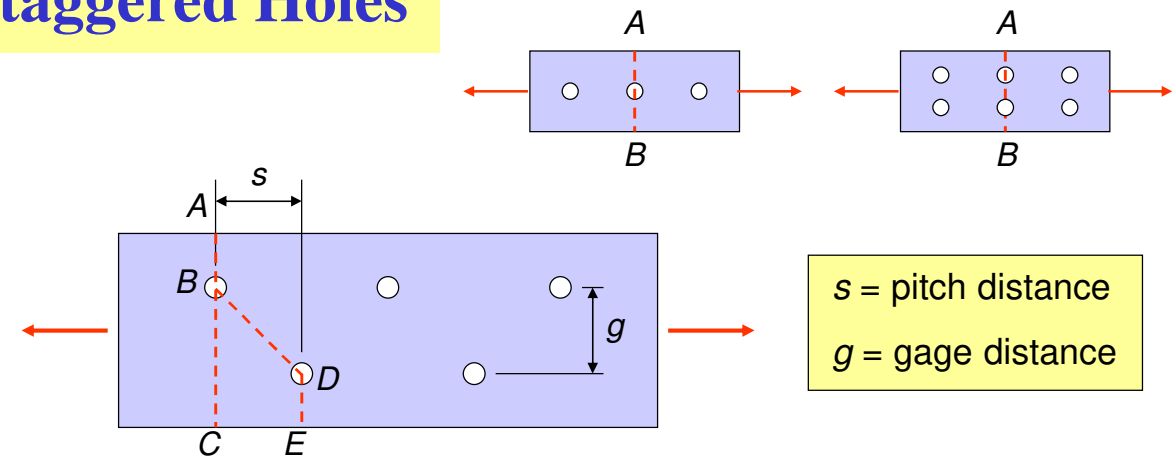
Assume $A_e = A_n$ (only for this problem)

Fracture design strength = 0.5 x 4.5 x 10 = 22.5 ton

Design strength of the member in tension = smaller of 31.5 ton and 22.5 ton

Therefore, design strength = 22.5 ton (*net section fracture controls*) ***Ans***

Staggered Holes



s = pitch distance

g = gage distance

Possible failure paths: *ABC* or *ABDE*

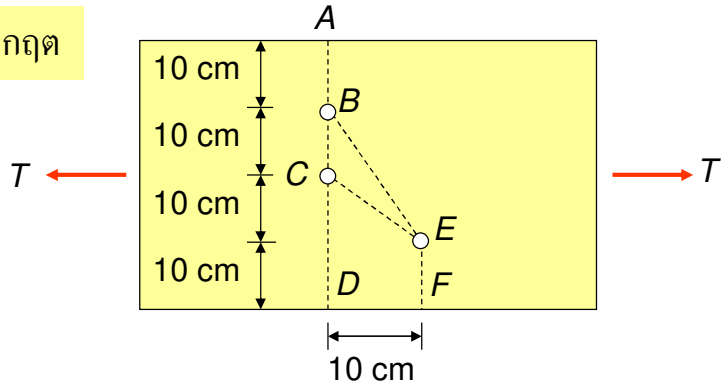
Compute net area of each path: $A_n = t_{min}\left[b - n(d + 0.3) + \sum \frac{s^2}{4g}\right]$

Select the minimum net area

ตัวอย่างที่ 3-4 พิจารณาหน้าตัดสุทธิวิกฤต

Plate thickness = 12 mm

Bolt diameter = 19 mm



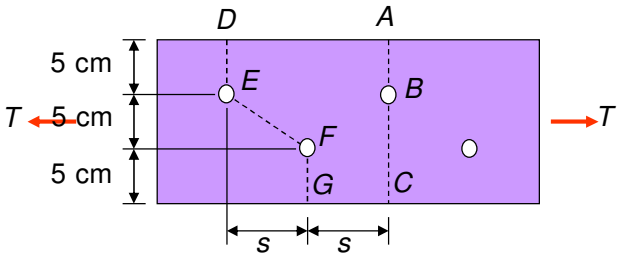
$$ABCD = 40 - 2(2.2) = 35.6\ cm$$ **(control)**

$$ABCEF = 40 - 3(2.2) + \frac{10^2}{4(10)} = 35.9\ \ cm$$

$$ABEF = 40 - 2(2.2) + \frac{10^2}{4(20)} = 36.85\ \ cm$$

A_n = 35.6(1.2) = 42.7 cm² ■

ตัวอย่างที่ 3-5 Minimum pitch (s_{min})



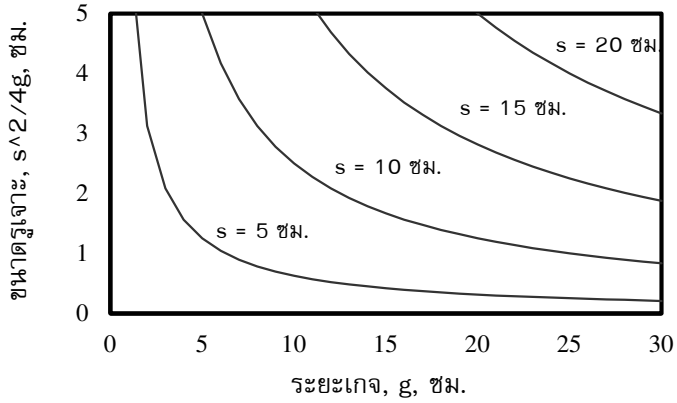
$$\textbf{ABC} = 15 - (1)(2.2) = 12.8 \text{ ซม.}$$

$$DEFG = 15 - (2)(2.2) + \frac{s^2}{(4)(5)} = 10.6 + \frac{s^2}{20}$$

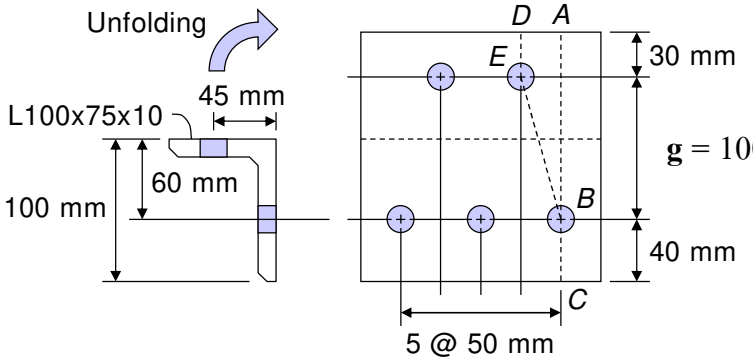
ระยะ **s** น้อยที่สุดจะทำให้เส้นทาง **ABC** = **DEFG**

$$12.8 = 10.6 + \frac{s^2}{20}$$

$$\textbf{s} = 6.63 \text{ ซม.}$$ ■



ตัวอย่างที่ 3-6 จงคำนวณความสามารถในการรับแรงดึงของจุดต่อหน้าตัดฉากดังในรูป โดยใช้เหล็ก A36 รูเจาะใช้สำหรับสลักเกลียว 19 ม.ม.



วิธีทำ คลี่หน้าตัดออกเป็นแผ่น

$$\textbf{g} = 100 + 75 - 10 - 30 - 40 = 95 \text{ mm}$$

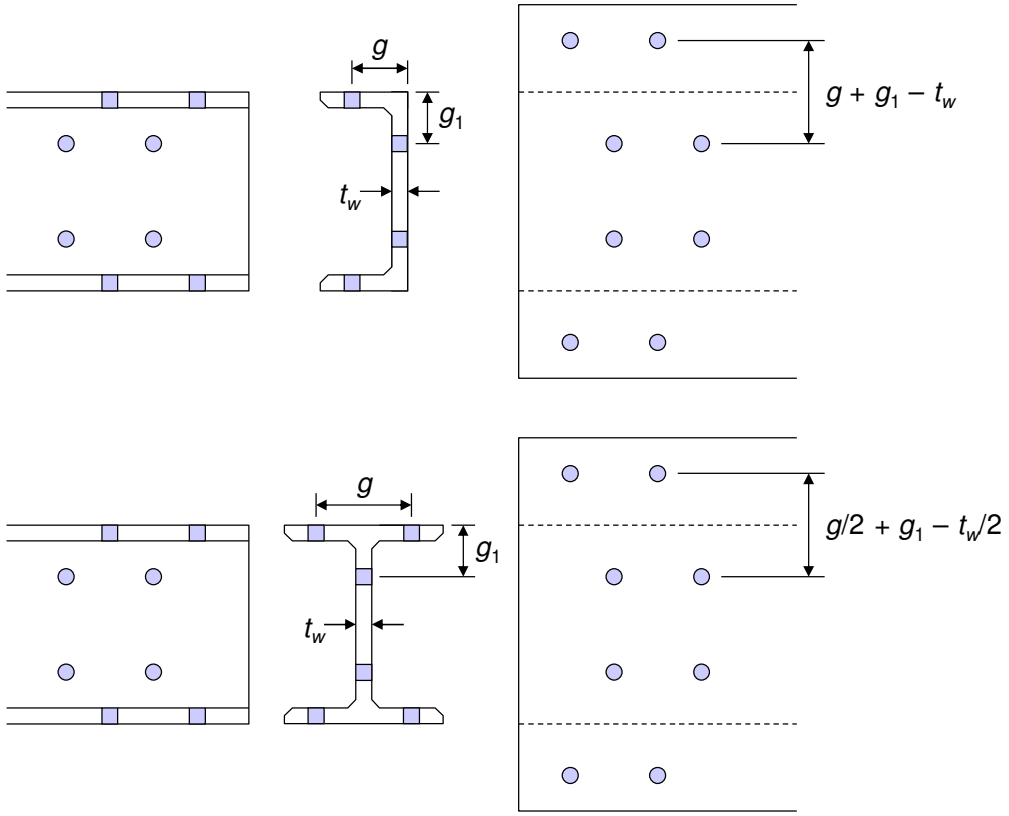
$$\textbf{ABC} = 100 + 75 - 10 - 22$$

$$= 143 \text{ ม.ม.}$$

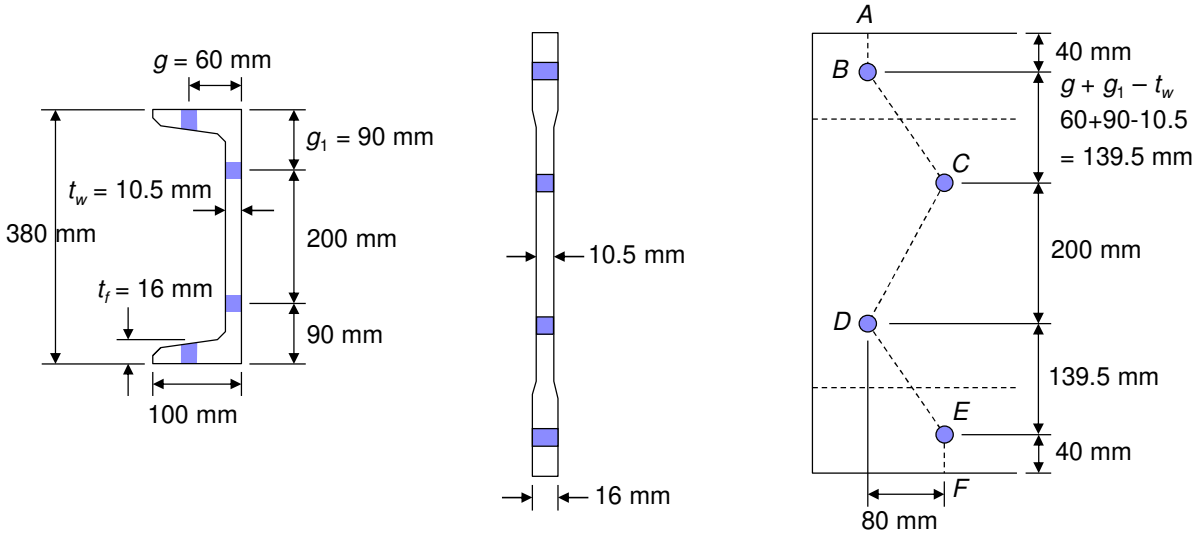
$$\textbf{DEBC} = 100 + 75 - 10 - 2(22) + 502/(4\times 95) = 127.6 \text{ ม.ม.}$$

$$\textbf{A}_n = (12.76)(1.0) = 12.76 \text{ ซม.}^2$$ ■

รูปที่ 3.5 การคลี่หน้าตัดรางน้ำและปีกกว้างเพื่อหาพื้นที่สุทธิ



ตัวอย่างที่ 3-7 พิจารณาพื้นที่สุทธิตามเส้นทาง **ABCDEF** สำหรับ C380×100×54.5 ($\mathbf{A_g}$ = 69.39 ซม.^{2}, $\mathbf{t_w}$ = 10.5 ม.ม., $\mathbf{t_f}$ = 16 ม.ม.) ดังแสดงในรูป รูเจาะใช้สำหรับสลักเกลียว 19 ม.ม.



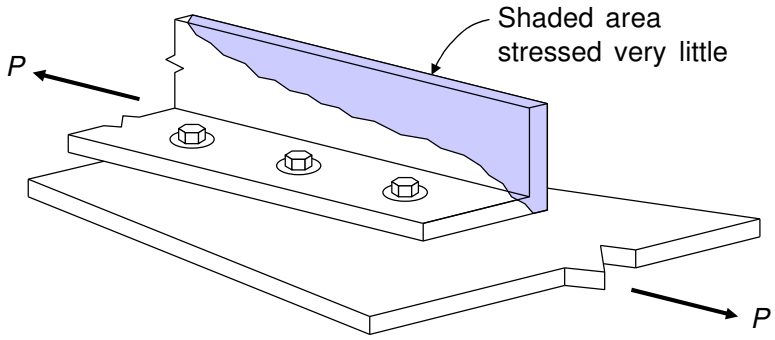
$$\textbf{ABCDEF} = 69.39 - 2(2.2)(1.6+1.05) + \frac{8^2}{4(20)}(1.05) + (2)\frac{8^2}{4(13.95)}\left(\frac{1.6+1.05}{2}\right)$$

$$= \underline{61.61\ \text{cm}^2}$$

Effective Net Areas, A_e

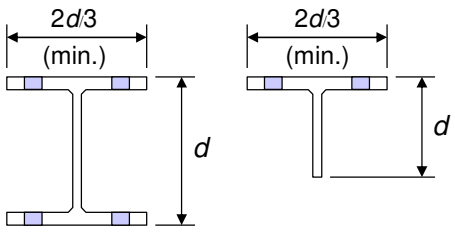
หน้าตัดถูกยึดเฉพาะบางส่วน ทำให้แรงกระจายไม่ทั่วหน้าตัดเรียกว่า **shear lag** ดังในรูป

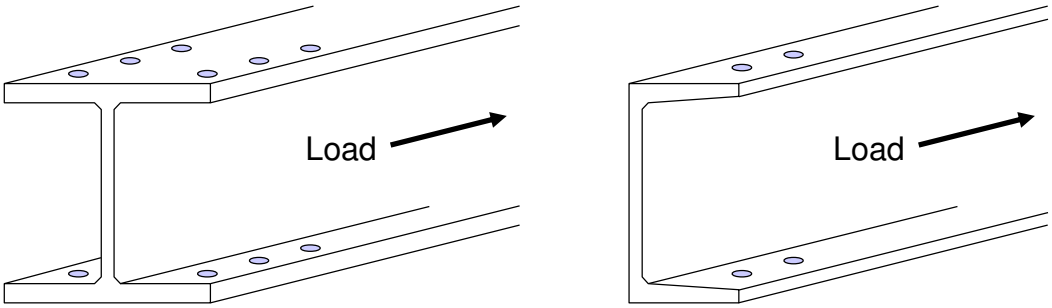
หน้าตัดฉากถูกต่อด้วยขาข้างเดียว หน่วยแรงที่เกิดขึ้นกระจุกตัวอยู่แต่ในขาข้างที่ถูกต่อ



Bolted or Riveted Members: $A_e = U A_n$

ตารางที่ 3.2 สัมประสิทธิ์การลดค่า **U**

กรณี I	หน้าตัด W, S หรือหน้าตัดตัวทีของหน้าตัดเหล่านี้ การยึดต่อโดยสลักเกลียวที่ปีกของหน้าตัด สลักเกลียวอย่างน้อยสามตัวในแต่ละแถวในทิศทางหน่วยแรง 	**U** = 0.90
กรณี II	หน้าตัดอื่นทั้งหมดรวมถึงหน้าตัดประกอบที่เข้ากรณี I สลักเกลียวอย่างน้อยสามตัวในแต่ละแถวในทิศทางหน่วยแรง	**U** = 0.85
กรณี III	หน้าตัดทั้งหมดที่จุดต่อมีสลักเกลียวเพียงสองตัวในแต่ละแถว ในทิศทางของหน่วยแรง	**U** = 0.75



3 Bolts per line
U = 0.90 or 0.85

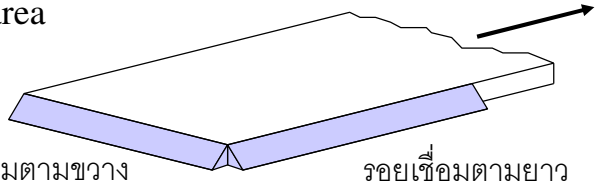
2 Bolts per line
U = 0.75

รูปที่ 3.7 จำนวนสลักเกลียวต่อแถว

Welded Members: $A_e = U A_g$

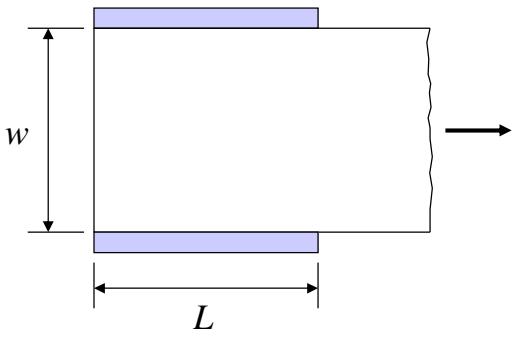
1. Transverse welded: A_e = Connected area

2. Longitudinal welded:



- Flat plate and Bar:

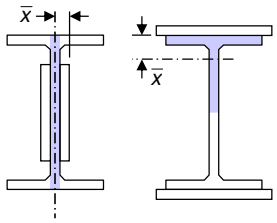
$L > 2w$	$U = 1.00$
$2w > L > 1.5w$	$U = 0.87$
$1.5w > L > w$	$U = 0.75$



Short connection fittings: splice plate, gusset plate, and beam-to-column fitting

$$A_e = A_n \leq 0.85 A_g$$

TABLE D3.1: Shear Lag Factors for Connections to Tension Members

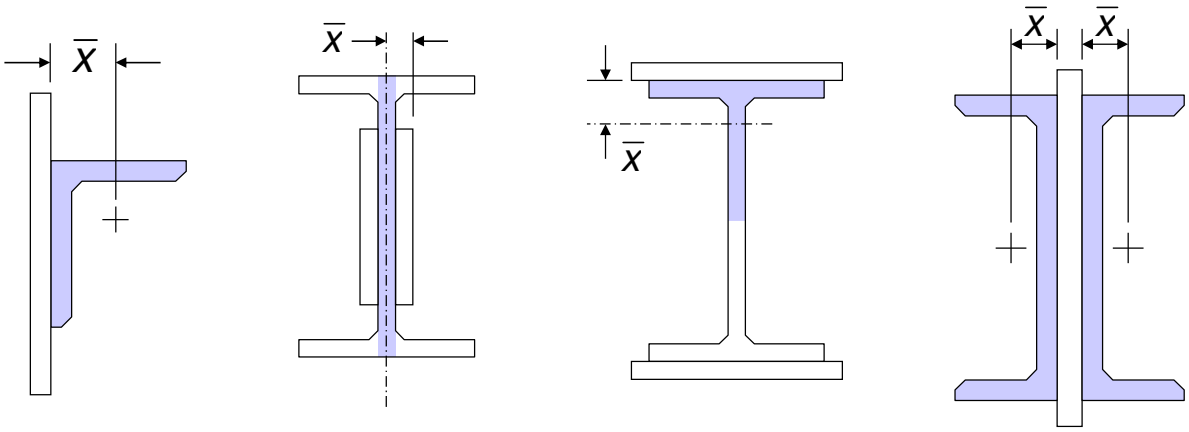
Case	Description of Element	Shear Lag Factor, U	Example
1	All tension members where the tension load is transmitted directly to each of cross-sectional elements by fasteners or welds (except in Cases 3, 4, 5 and 6)	$U = 1.0$	
2	All tension members, except plates and HSS, where the tension load is transmitted to some but not all of the cross-sectional elements by fasteners or longitudinal welds (Alternatively, for W, M, S and HP, Case 7 may be used.)	$U = 1 - \bar{x}/L$	
3	All tension members where the tension load is transmitted by transverse welds to some but not all of the cross-sectional elements.	$U = 1.0$ and A_n = area of the directly connected elements	

$\bar{x}$ = the distance from the centroid of the connected area to the plane of the connection.

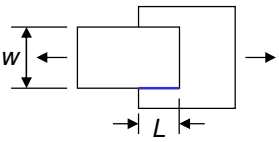
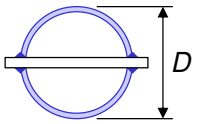
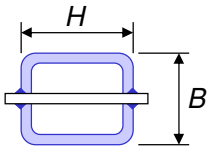
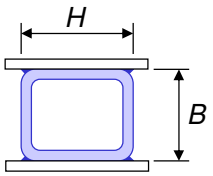
L = length of connection.

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L}$$

The definition of $\bar{x}$ was formulated by Munse and Chesson (1963). If a member has two symmetrically located planes of connection, $\bar{x}$ is measured from the centroid of the nearest one-half of the area.



Munse, W.H. and Chesson, E., Jr. 1963. "Riveted and Bolted Joints: Net Section Design." *Journal of the Structural Division,* ASCE 89 (no. ST1): 107-126.

Case	Description of Element		Shear Lag Factor, U	Example
4	Plates where the tension load is transmitted by longitudinal welds only.		$L \geq 2w \rightarrow U = 1.0$ $2w > L \geq 1.5w \rightarrow U = 0.87$ $1.5w > L \geq w \rightarrow U = 0.75$	
5	Round HSS with a single concentric gusset plate		$L \geq 1.3D \rightarrow U = 1.0$ $D > L \geq 1.3D \rightarrow U = 1 - \bar{x}/L$ $\bar{x} = D/\pi$	
6	Rectangular HSS	with a single concentric gusset plate	$L \geq H \rightarrow U = 1 - \bar{x}/L$ $\bar{x} = \frac{B^2 + 2BH}{4(B+H)}$	
		with two side gusset plates	$L \geq H \rightarrow U = 1 - \bar{x}/L$ $\bar{x} = \frac{B^2}{4(B+H)}$	

w = plate width

B = overall width of rectangular HSS measured 90° to the plane of the connection

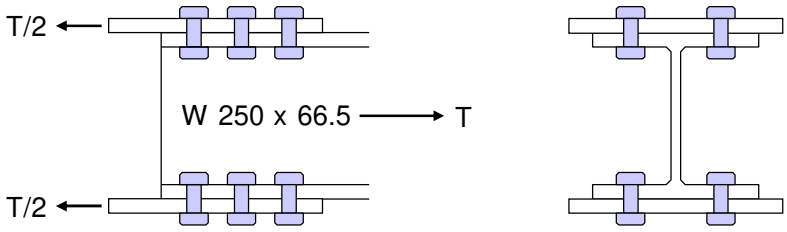
H = overall height of rectangular HSS measured in the plane of the connection

Case	Description of Element		Shear Lag Factor, U	Example
7	W, M, S or HP shapes or tees cut from these shape. (If U is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used)	with flange connected with 3 or more fasteners per line in direction of loading	$b_f \geq 2/3d \rightarrow U = 0.90$ $b_f < 2/3d \rightarrow U = 0.85$	———
		with web connected with 4 or more fasteners per line in the direction of loading	$U = 0.70$	———
8	Single angles (If U is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used)	with 4 or more fasteners per line in the direction of loading	$U = 0.80$	———
		with 2 or 3 fasteners per line in the direction of loading	$U = 0.60$	———

Eccentric Bracing Connection

Sydney Airport Domestic Terminal - Sydney, Australia

ตัวอย่างที่ 3-8 พิจารณาแรงดึงที่ยอมให้สำหรับ W250 × 66.5 โดยมีสลักเกลียวขนาด 19 ม.ม.สองแถวในแต่ละปีก โดยที่แต่ละแถวมีสลักเกลียวอย่างน้อยสามตัวและเหล็กชนิด A36



วิธีทำ W250×66.5 (A_g = 84.70ซม.^{2}, d = 248 ม.ม., b_f = 249 ม.ม.)

$$T = 0.60F_yA_g = 0.60(2.5)(84.70) = 127 \text{ ตัน}$$

$$A_n = 84.70 - 4(2.2)(1.3) = 73.26 \text{ ซม.}^2$$

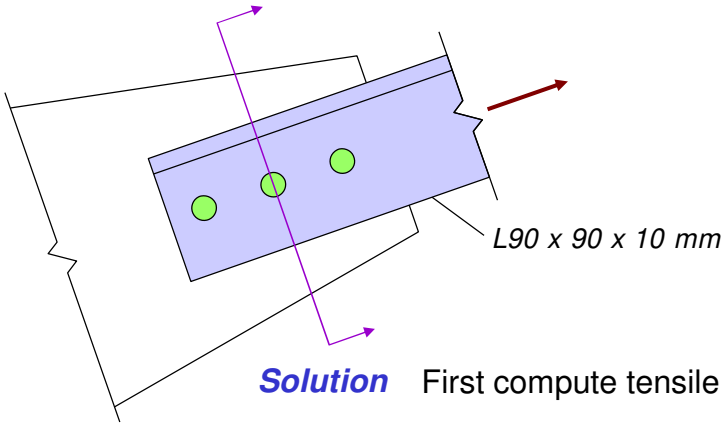
$$U = 0.90 \text{ เนื่องจาก } b_f > 2/3d$$

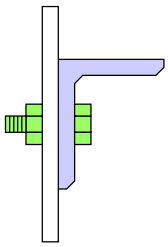
$$A_e = UA_n = 0.90(73.26) = 65.93 \text{ ซม.}^2$$

$$T = 0.50F_uA_e = 0.50(4.0)(65.93) = 132 \text{ ตัน}$$

แรงดึง T ที่ยอมให้ = 127 ตัน ■

Example 3.2 A single-angle tension member, an L90 x 90 x 10 mm, is connected to gusset plate with 22-mm-diameter bolts. A36 steel is used. The service loads are 16 ton dead load and 8 ton live load. Investigate this member for compliance with the AISC Specification. Assume that the effective net area is 85% of the computed net area.





Section

Solution First compute tensile strengths.

Gross section: $A_g = 17.1$ cm^2 (จากตาราง ก.5)

Yielding design strength: $P = 0.6\,F_y A_g = 0.6(2.5)(17.1) = 25.7$ ton

Net section: $A_n = 17.1 - 1 \times (2.2+0.3) = 14.6$ cm^2

Effective area: $A_e = 0.85A_n = 0.85(14.6) = 12.4$ cm^2

Fracture design strength: $P = 0.5\,F_u A_e = 0.5(4.0)(12.4) = 24.8$ ton

The design strength is the smaller value: $P = 24.8$ ton (Fracture)

Dead Load + Live Load = 16 + 8 = 24 ton

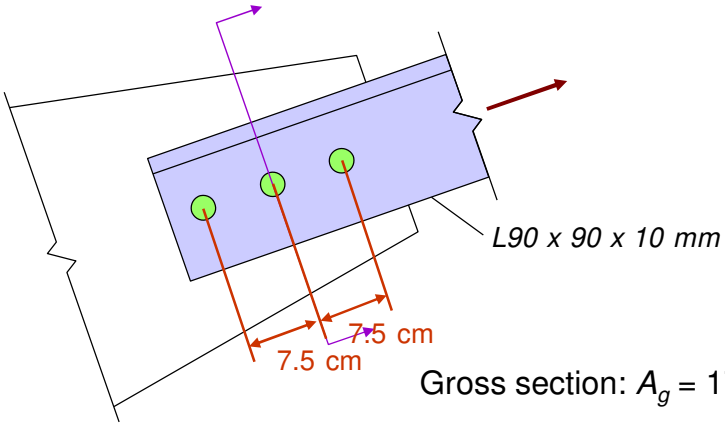
Since the design strength 24.8 ton > 24 ton required by loads, the member is satisfactory.

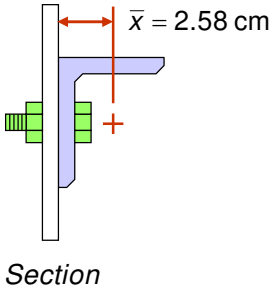
Ans.

Single Angle Connections

Sydney Convention & Exhibition Centre - Darling Harbour, Australia

Example 3.4 Determine the effective net area for the tension member





Gross section: A_g = 17.1 cm^2 (จากตาราง ก.5)

Net section: A_n = 17.1 – 1 x (2.2+0.3) = 14.6 cm^2

Only one leg of the cross section is connected, so the net area must be reduced.

จากตาราง ก.5, the distance from the centroid to the outside face of an L90x90x10 is

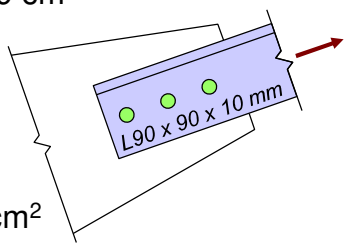
$\bar{x}$ = 2.58 cm

The length of the connection is L = 7.5 + 7.5 = 15 cm

$$\therefore\ U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} = 1 - \frac{2.58}{15} = 0.828$$

Effective area: $A_e = UA_n$ = 0.828(14.6) = 12.09 cm^2

Alternative U : this angle has 3 bolts in the direction of load.



the reduction factor U can be taken as 0.60

Effective area: $A_e = UA_n$ = 0.60(14.6) = 8.76 cm^2

Either U value is acceptable, and the code permits the larger one to be used.

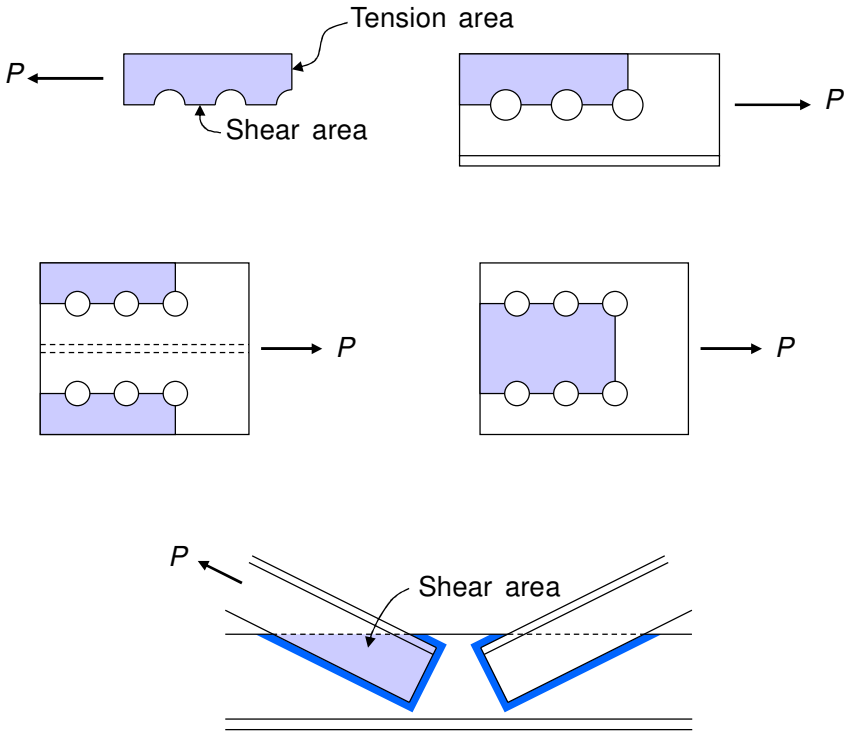
Computed U is more accurate.

Alternative U can be useful during preliminary design.

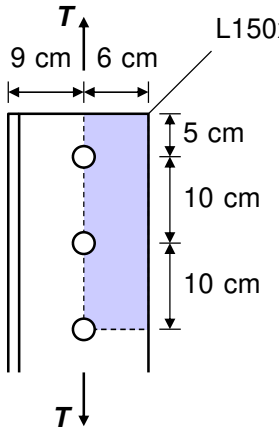
Block Shear

Block Shear

$$T_{bs} = 0.30F_u A_v + 0.50F_u A_t$$



ตัวอย่างที่ 3-11 องค์อาคารรับแรงดึง A36 ต่อด้วยสลักเกลียว 19 ม.ม.สามตัว จงพิจารณากำลังที่ยอมให้โดยบล็อกแรงเฉือนและความสามารถในการรับแรงดึง



วิธีทำ กำลังบล็อกแรงเฉือน:

$$\mathbf{T} = 0.30(4.0)(25\text{-}2.5(2.2))(1.2)+0.50(4.0)(6\text{-}0.5(2.2))(1.2)$$

$$\mathbf{T} = 39.8 \text{ ตัน}$$

กำลังรับแรงดึงของเหล็กฉาก:

$$\mathbf{T} = 0.60\mathbf{F}_y\mathbf{A}_g = 0.60(2.5)(28.56) = 42.8 \text{ ตัน}$$

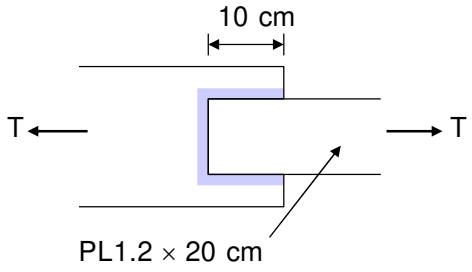
$$\mathbf{A}_n = 28.56 - 2.2(1.2) = 25.92 \text{ ซม.}^2$$

$$\mathbf{U} = 0.85 \text{ จากข้อกำหนด AISC}$$

$$\mathbf{T} = 0.50\mathbf{F}_u\mathbf{A}_e = 0.50(4.0)(0.85\times25.92) = 44.1 \text{ ตัน}$$

ดังนั้นแรงดึงที่ยอมให้ $\mathbf{T} = 39.8$ ตัน ■

ตัวอย่างที่ 3-12 จงพิจารณากำลังที่ยอมให้ขององค์อาคารรับแรงดึงแบบต่อเชื่อมดังแสดงในรูป โดยคำนึงถึงบล็อกแรงเฉือนด้วย



วิธีทำ กำลังบล็อกแรงเฉือนที่ยอมให้:

$$\mathbf{T} = 0.30(4.0)(2)(10\times1.2) + 0.50(4.0)(20\times1.2)$$

$$= 76.8 \text{ ตัน}$$

กำลังรับแรงดึงของแผ่นเหล็ก:

$$\mathbf{T} = 0.60(2.5)(20\times1.2) = 36.0 \text{ ตัน}$$

ดังนั้นแรงดึงที่ยอมให้ $\mathbf{T} = 36.0$ ตัน ■