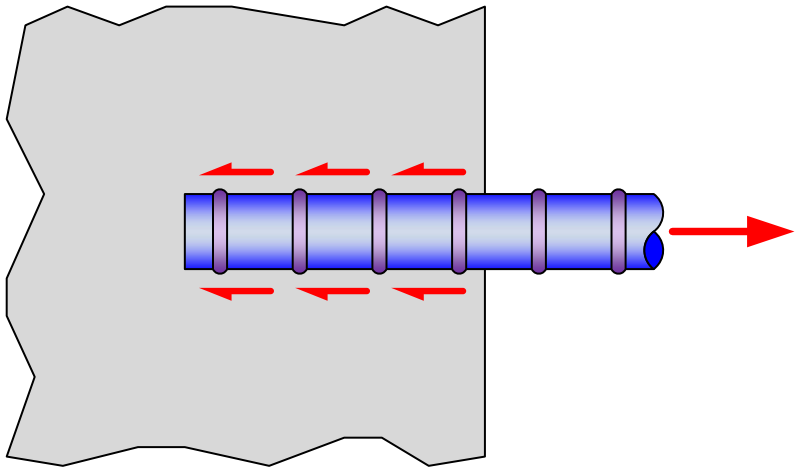
8

Reinforced Concrete Design II

Bond, Anchorage, and Development Length



- แรงยึดเหนี่ยวจากการดัด
- หน่วยแรงยึดเหนี่ยวตามมาตรฐาน ว.ส.ท
- ความยาวฝังยึดตามมาตรฐาน ACI
- ความยาวฝังยึดรับแรงอัด

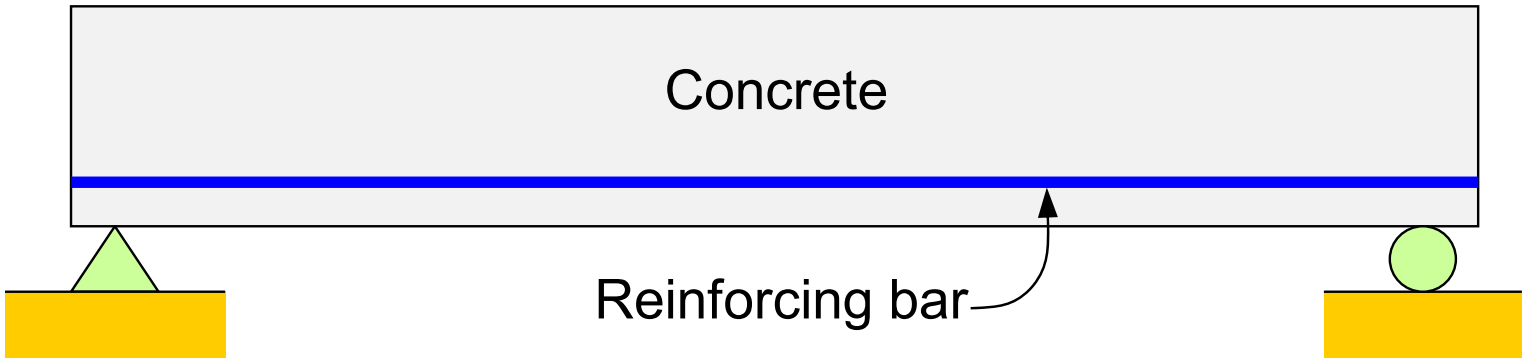
Mongkol JIRAVACHARADET

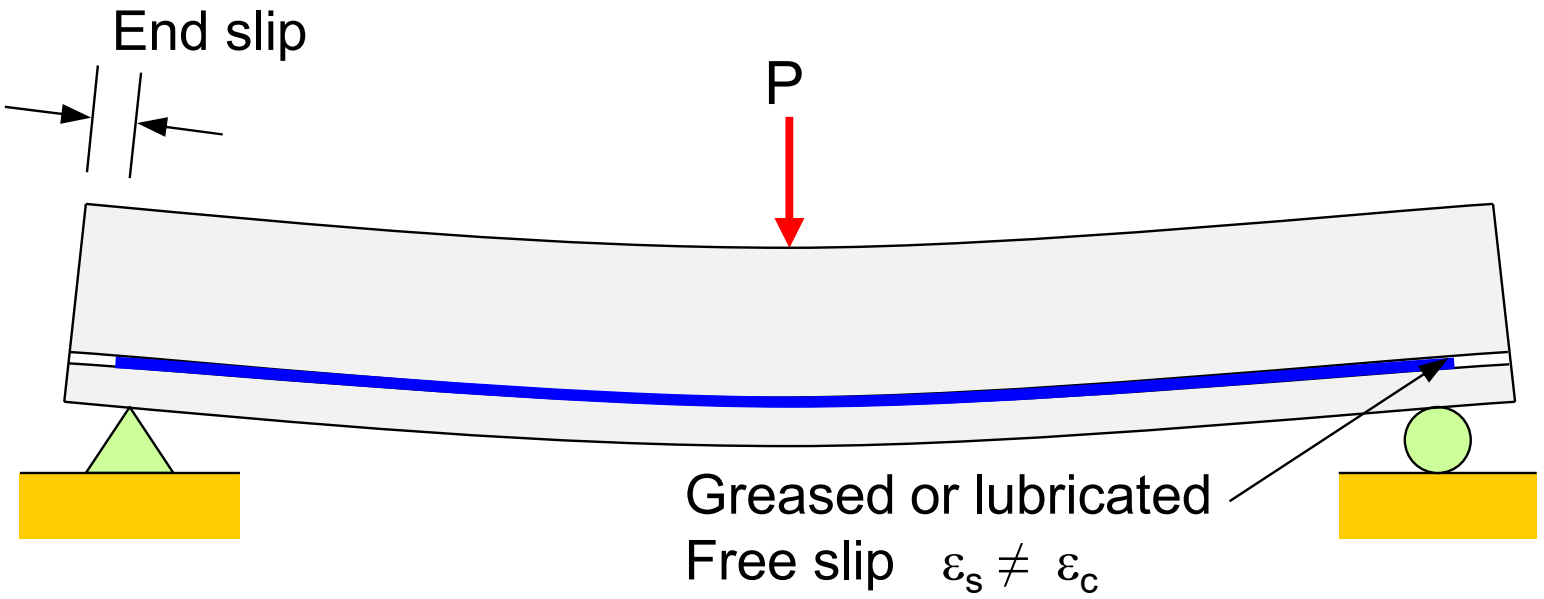
SURANAREE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

INSTITUTE OF ENGINEERING

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

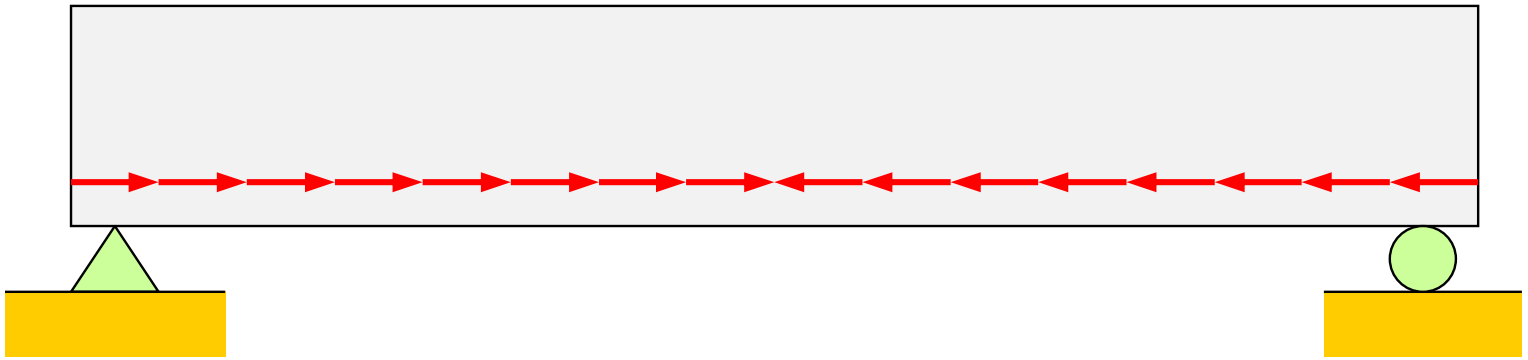
Bond Stresses in Beam





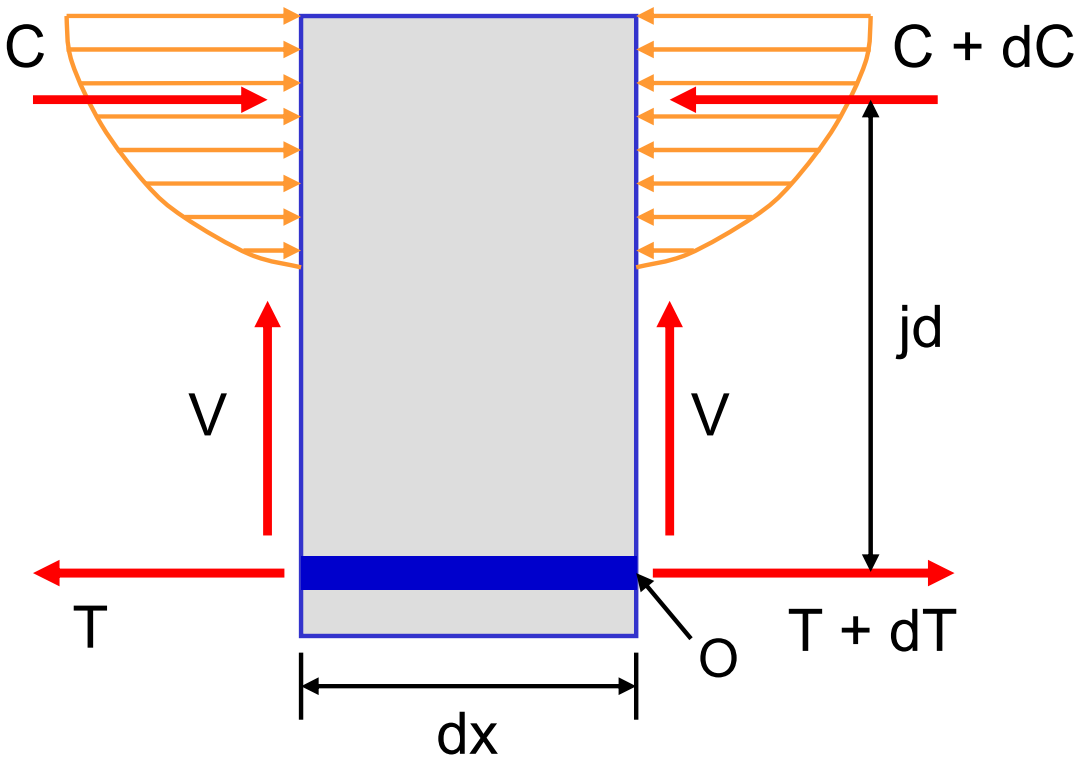
Bond Stresses in Beam

Bond forces acting on concrete



Bond forces acting on steel

หน่วยแรงยึดเหนี่ยวจากการวิเคราะห์หน้าตัดแตกร้าว



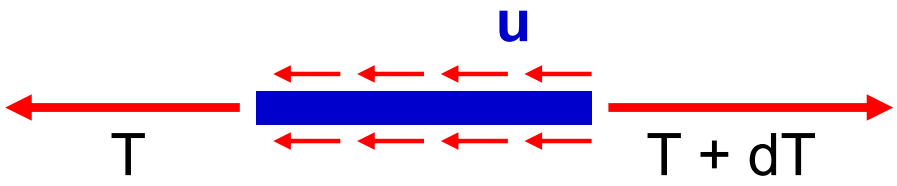
$[\ \Sigma M_O = 0\ ]$ $\quad jd(dT) = V(dx)$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{V}{jd} \qquad (1)$$

$[\ \Sigma F_x = 0\ ]$

$$u\,\Sigma_o\,dx = dT \qquad (2)$$

(1) → (2)



$$u = \frac{V}{\Sigma_o\, jd}$$

Elastic Cracked Section Equation

Σ_o = ผลรวมของเส้นรอบวงเหล็กเสริมตามยาว (ซม.)

มาตรฐานการออกแบบโดยวิธีกำลัง ว.ส.ท. **1008-38 (ACI318-89)**

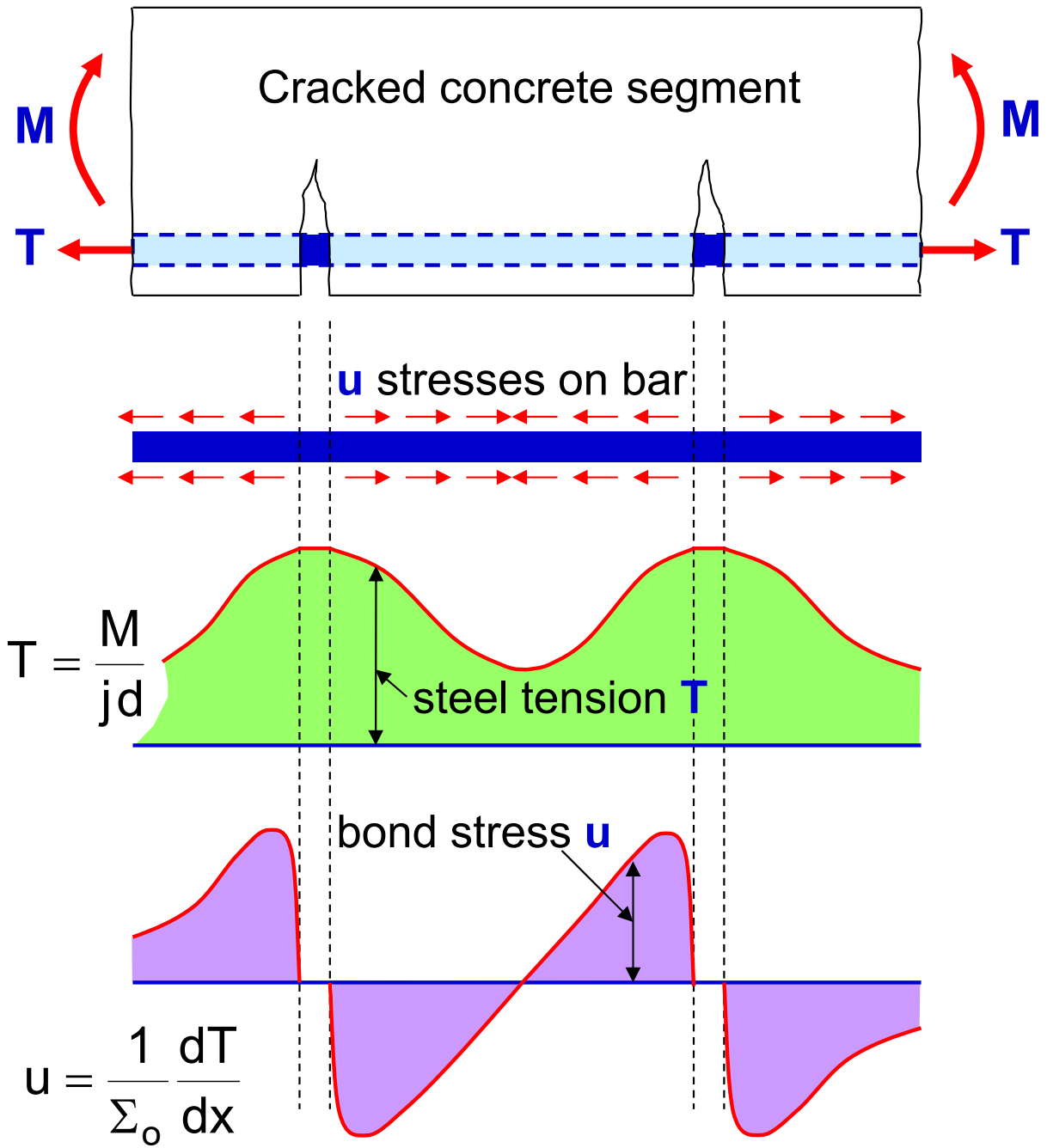
เหล็กข้ออ้อยรับแรงดึง: เหล็กบน $u_n = \frac{4.51\sqrt{f'_c}}{d_b} \leq 39.4$ ksc

เหล็กอื่น $u_n = \frac{6.39\sqrt{f'_c}}{d_b} \leq 56.2$ ksc

เหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด: $u_n = 3.44\sqrt{f'_c} \leq 56.2$ ksc

สำหรับเหล็กกลมผิวเรียบให้ใช้ค่าเพียงครึ่งหนึ่งของค่าที่ให้ไว้สำหรับเหล็กข้ออ้อยแต่ต้องไม่เกินกว่า 17.6 ก.ก./ซม.^{2}

Steel Force and Bond Stress



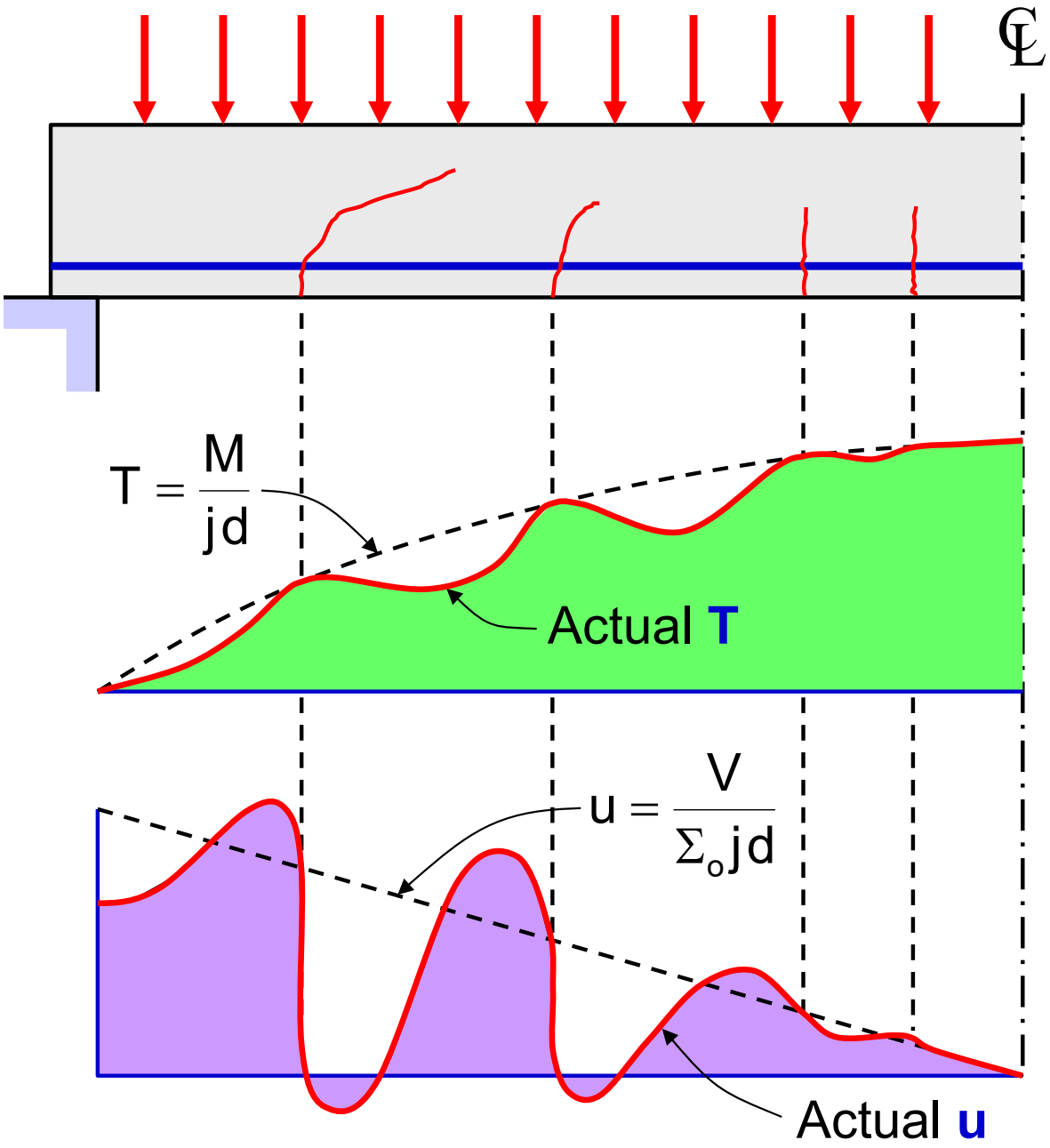
คานคอนกรีตภายใต้การดัดจะเกิดรอยร้าวขึ้นซึ่งเหล็กจะไม่ติดกับคอนกรีต

จึงไม่มีหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่รอยร้าว **u = 0**

แรงดึง **T** ในเหล็กเสริมมีค่ามากที่สุดที่รอยร้าว

หน่วยแรงยึดเหนี่ยวจึงไม่ต่อเนื่องบริเวณรอยร้าว

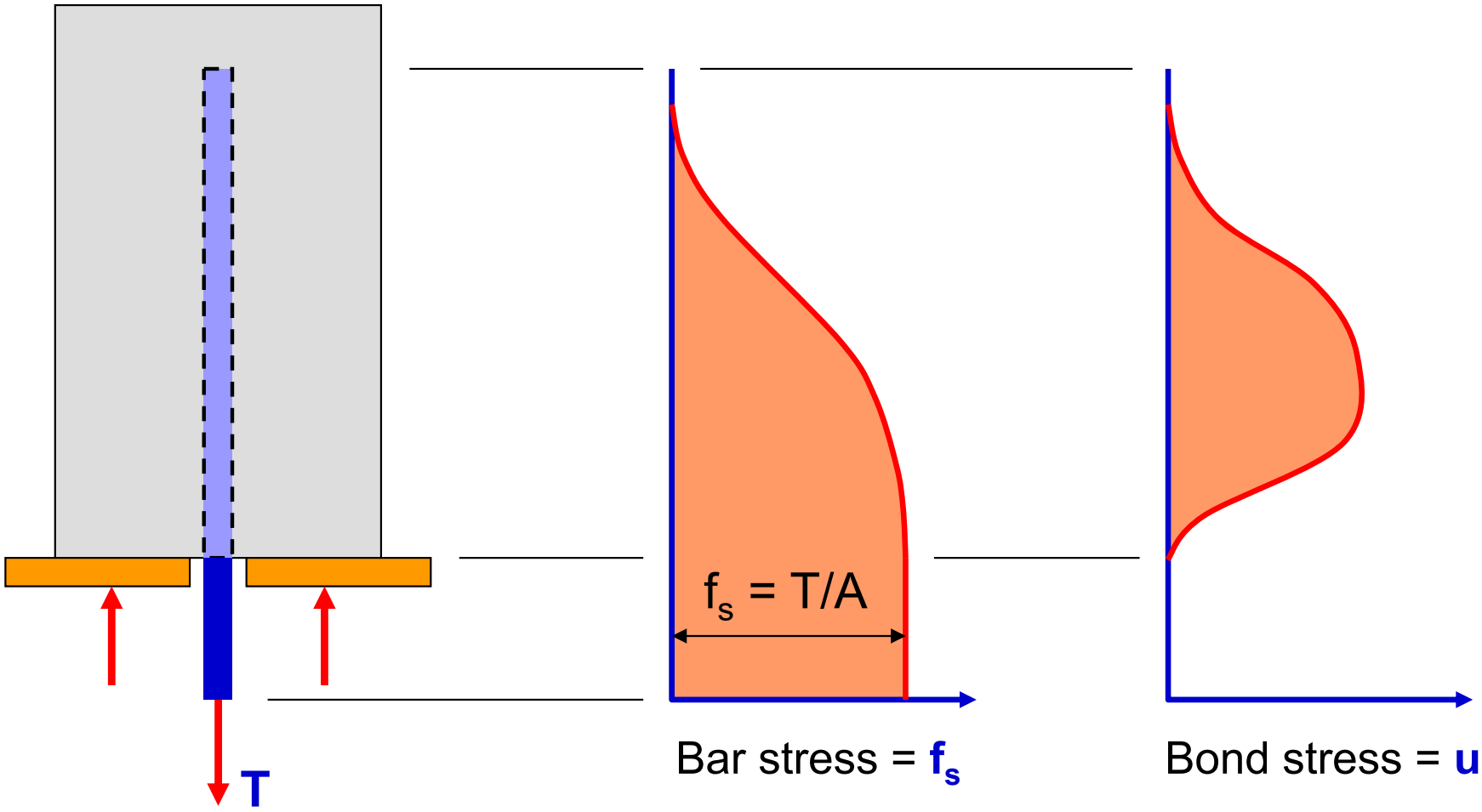
Actual Distribution of Flexural Bond Stress



ดังนั้นในความเป็นจริงแล้ว
หน่วยแรงยึดเหนี่ยวมีค่าไม่
แน่นอนเนื่องจากมีรอยร้าว
ตามช่วงความยาวคาน

Bond Stress in a Pull-out Test

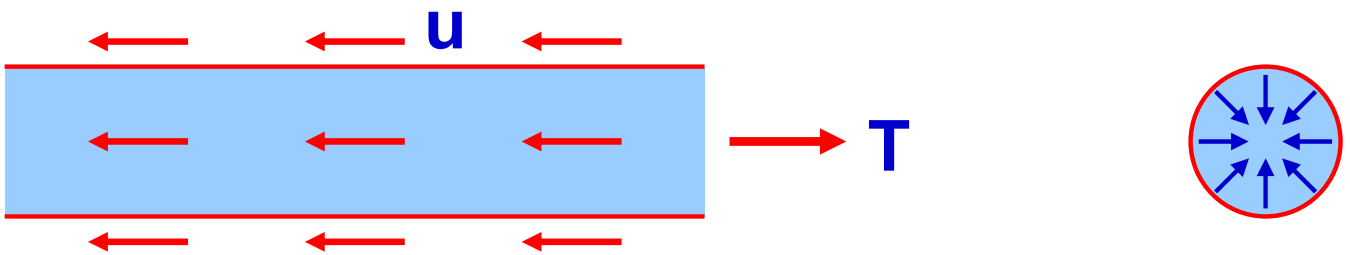
วิธีการทดสอบกำลังยึดเหนี่ยวระหว่างเหล็กเส้นและคอนกรีต ใช้อย่างแพร่หลายก่อน ปี 1950 หลังจากนั้นจะใช้การทดสอบคานแทน



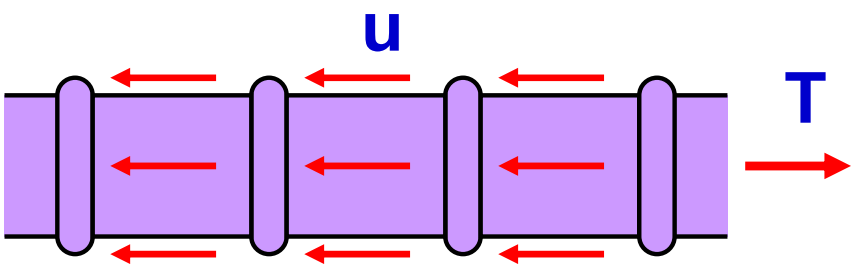
จากการทดสอบจะพบว่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวมีค่าไม่คงที่ตลอดความยาวเหล็กเส้น

การฝังยึดโดยใช้เหล็กข้ออ้อย

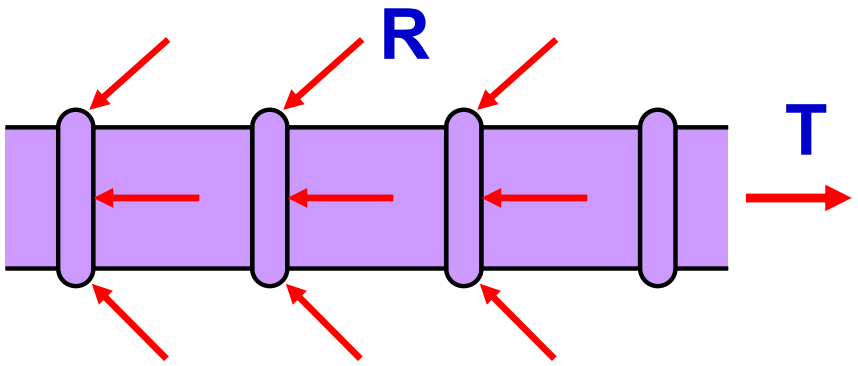
เหล็กกลมผิวเรียบยึดเหนี่ยวกับคอนกรีตโดยการยึดเกาะทางเคมีและแรงเสียดทาน ซึ่งจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเหล็กเส้นถูกดึงให้ยืด เหล็กเส้นจะมีขนาดลดลง



ในกรณีของ**เหล็กข้ออ้อย** นอกจากการยึดเกาะทางเคมีและแรงเสียดทานแล้ว ข้ออ้อยจะทำให้เกิดการฝังยึดเชิงกลโดยมีแรงปฏิกิริยากระทำต่อคอนกรีต

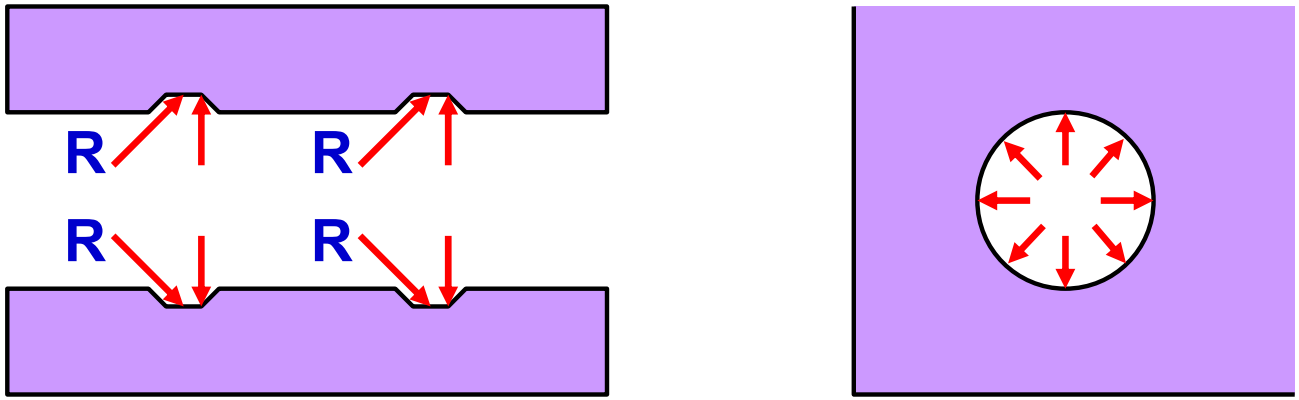


แรงยึดเกาะทางเคมีและแรงเสียดทานระหว่างเหล็กและคอนกรีต

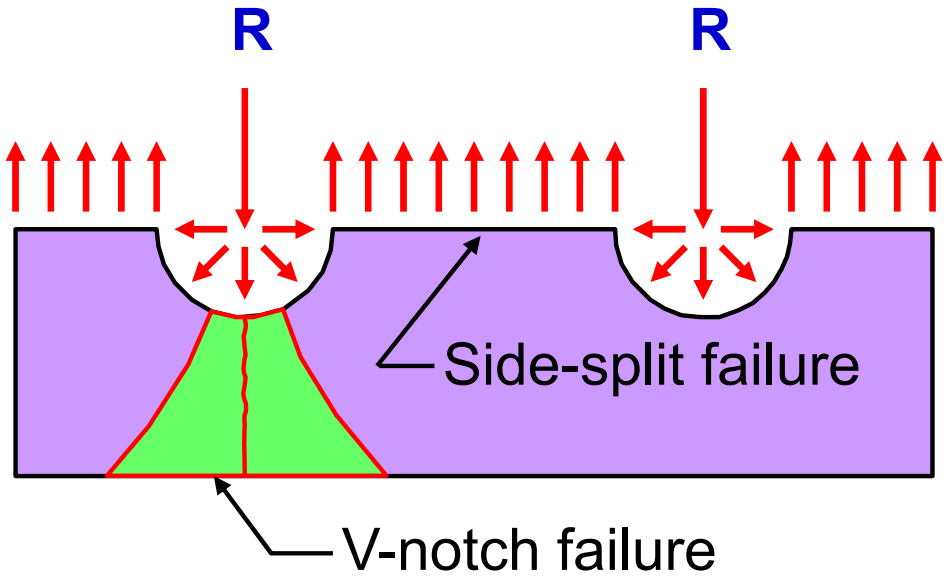


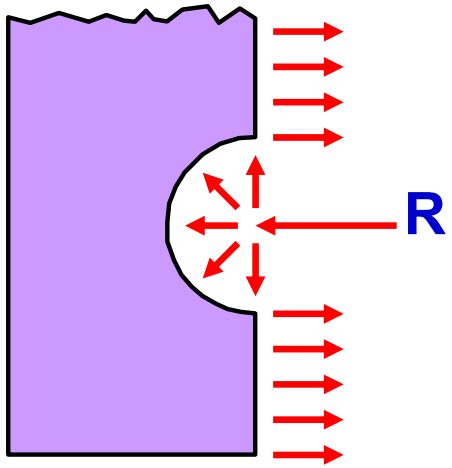
การฝังยึดเชิงกลที่ข้ออ้อย

แรงจากการฝังยึดในคอนกรีต



ผลของการฝังยึดทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาในคอนกรีต

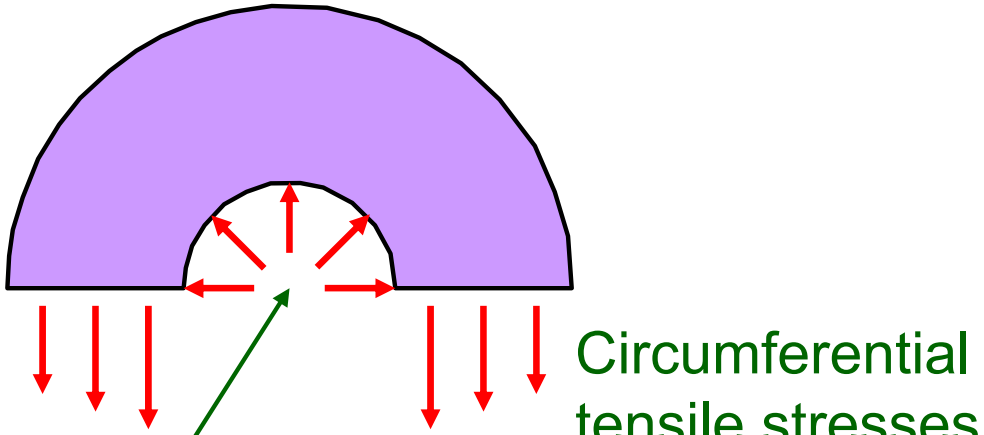




Vertical cracking
of bottom cover

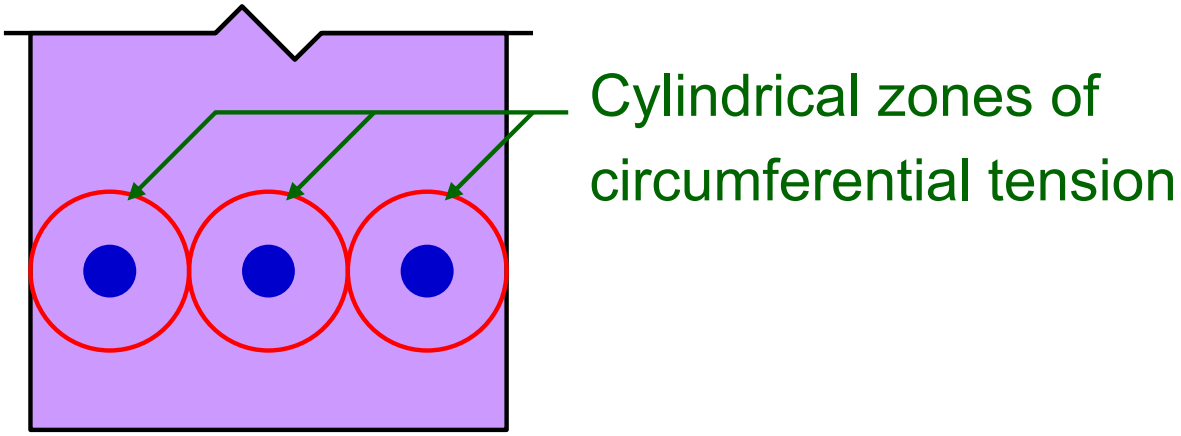
การกระจายหน่วยแรงจากการฝังยึดในคอนกรีต

องค์ประกอบของแรงในทิศรัศมีจากเหล็กเส้นทำให้เกิดหน่วยแรงดึงกระจายออกไปยังคอนกรีตโดยรอบ

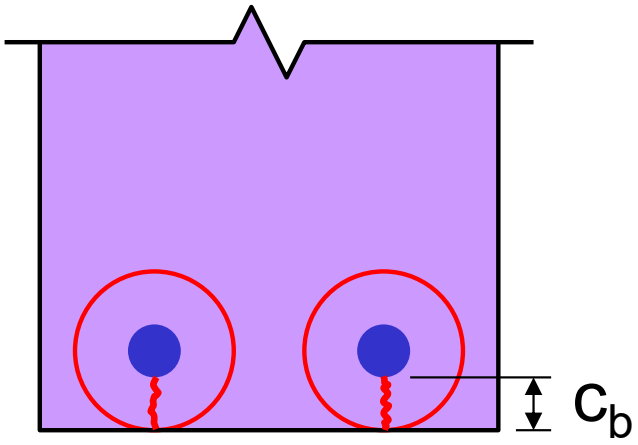


หน่วยแรงจะลดลงตามระยะทาง

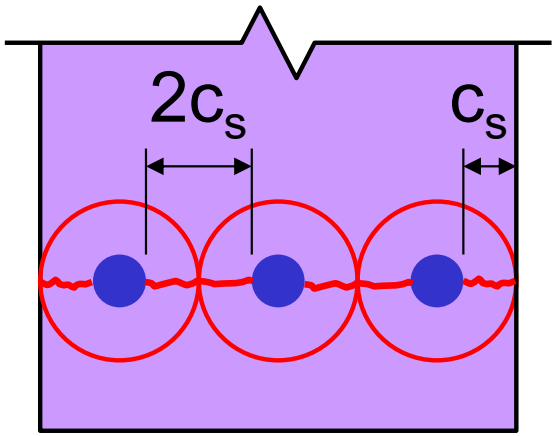
ดังนั้นจึงต้องมีระยะห่างระหว่างเหล็กเส้นและระยะขอบที่เพียงพอ



Minimum Bar Covering and Spacing

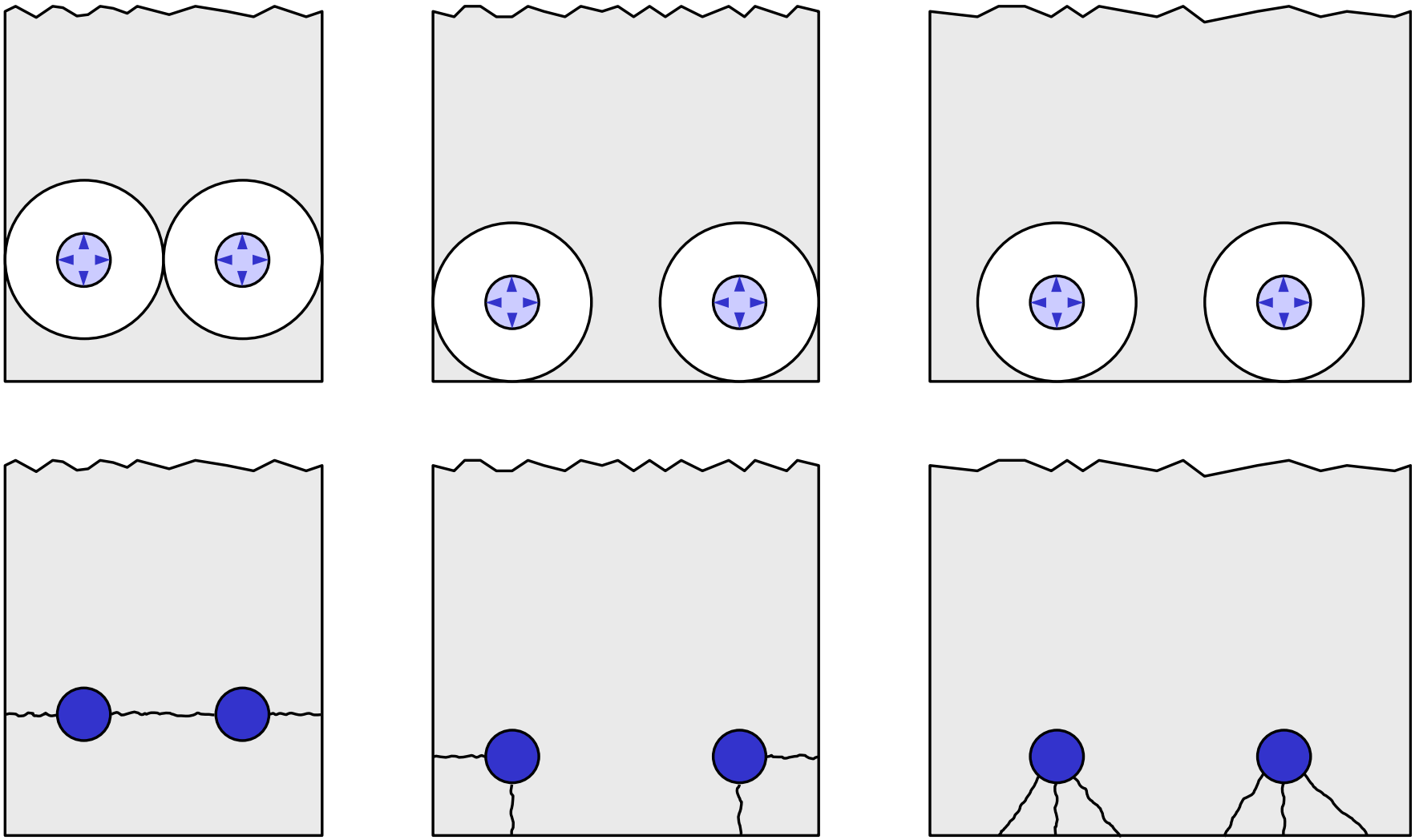


Minimum bar covering (c_b)



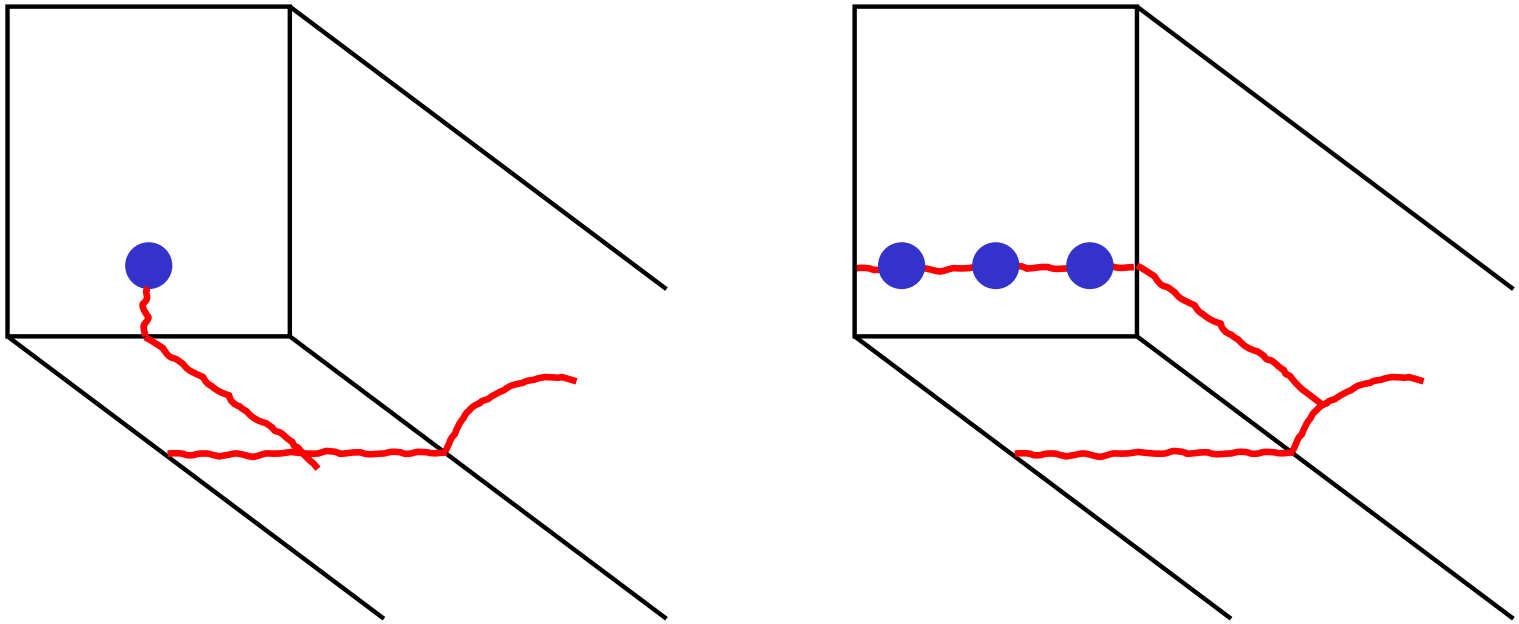
Minimum bar spacing ($2c_s$)

รูปแบบการวิบัติของการแตกร้าวจากแรงยึดเหนี่ยว



(ก) (ข) (ค)

Splitting of concrete along reinforcement



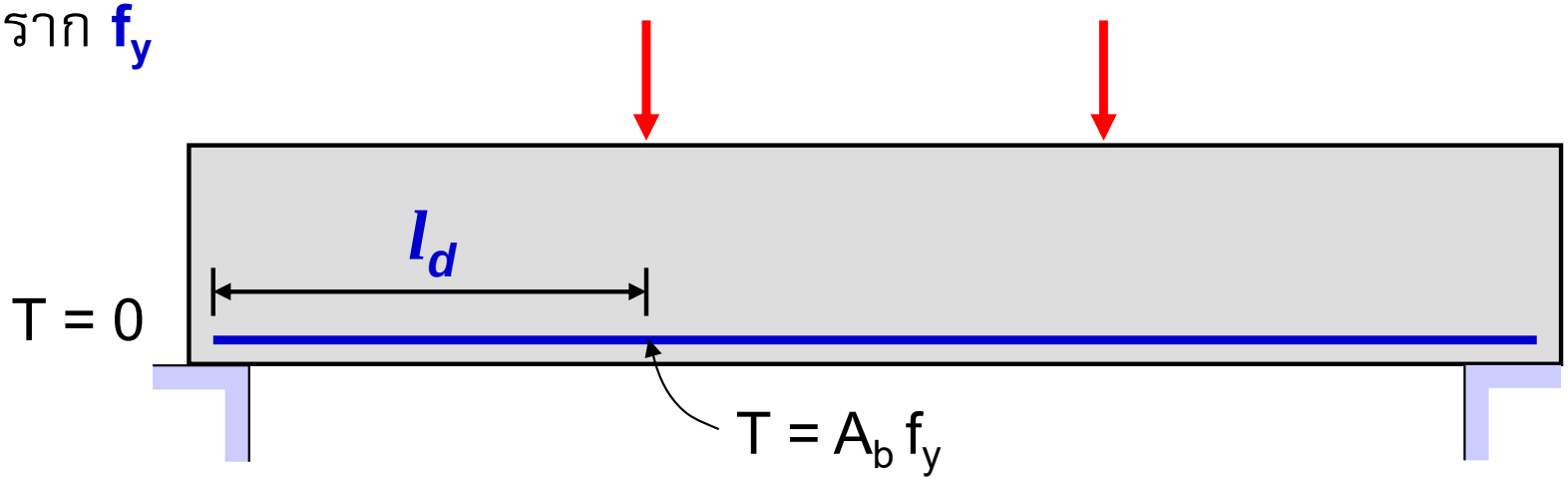
ปัจจัยที่มีผลต่อการแตกร้าวแบบ splitting

- ระยะห่างระหว่างเหล็กเสริมหรือระยะหุ้มคอนกรีต ถ้ามีไม่เพียงพออาจเกิดการแตกร้าว
- กำลังรับแรงดึงของคอนกรีต
- แรงจากการฝังยึดถ้ามีมากอาจทำให้เกิดการแตกร้าว

ความยาวฝังยึด (Development Length)

เนื่องจากหน่วยแรงยึดเหนี่ยวมีค่าไม่แน่นอนตามความยาวเหล็กเสริม มาตรฐาน ACI และ ว.ส.ท. ในปัจจุบันจึงเปลี่ยนมาใช้แนวคิดของ**ความยาวฝังยึด**แทน

ความยาวฝังยึด l_d คือความยาวสั้นที่สุดที่หน่วยแรงในเหล็กเสริมเพิ่มขึ้นจากศูนย์ถึงกำลังคราก f_y



ปัจจัยที่มีผลต่อความยาวฝังยึด l_d

- กำลังรับแรงดึงของคอนกรีต
- ระยะหุ้มและระยะห่างเหล็กเสริม
- เหล็กปลอก

วิธีกำลัง ว.ส.ท. 1008-38

ความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยรับแรงดึง

- ความยาวฝังยึด l_d = ความยาวฝังยึดพื้นฐาน l_{db} × ตัวคูณปรับค่า
- ความยาวฝังยึดพื้นฐาน $\ell_{db} = \dfrac{0.06\, A_b\, f_y}{\sqrt{f'_c}}$ สำหรับเหล็กขนาดไม่เกิน **36** ม.ม.
- ตัวคูณปรับค่าจะขึ้นกับระยะหุ้ม ระยะห่างเหล็กเสริม และเหล็กเสริมทางขวาง

ความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด

- ความยาวฝังยึดพื้นฐาน $\ell_{db} = \dfrac{0.075\, d_b\, f_y}{\sqrt{f'_c}}$ แต่ต้องไม่น้อยกว่า $0.0043\, d_b\, f_y$

ว.ส.ท. 1008-38 = ACI 1989 ใช้งานยุ่งยากดังนั้นตั้งแต่ **ACI 1995** จึงมีการเปลี่ยนแปลงใหม่

วิธีกำลังตามมาตรฐาน ACI 318-14

ความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยรับแรงดึง

- ความยาวฝังยึด $\ell_d = \dfrac{0.28 f_y}{\sqrt{f'_c}} \dfrac{\psi_t \psi_e \psi_s}{\left(\dfrac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} d_b$ แต่ต้องไม่น้อยกว่า **30** ซม.

โดยที่เทอมเกี่ยวกับการโอบรัด $(c_b + K_{tr})/d_b$ จะใช้ได้ไม่เกิน **2.5** และ $K_{tr} = \dfrac{40 A_{tr}}{sn}$

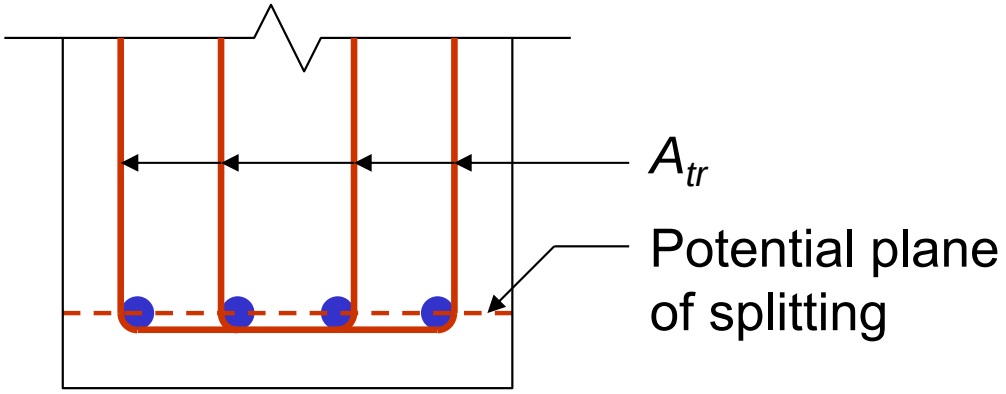
เมื่อ **n** คือจำนวนเส้นของเหล็กเสริมในการฝังยึดตามระนาบการแตกร้าว

อาจใช้ค่า $K_{tr} = 0$ สำหรับการออกแบบอย่างง่ายแม้ว่าจะมีเหล็กเสริมทางขวาง

A_{tr} = พื้นที่เหล็กเสริมทางขวางทั้งหมดภายในระยะ **s**

s = ระยะห่างเหล็กเสริมทางขวางมากที่สุดภายในความยาว l_d

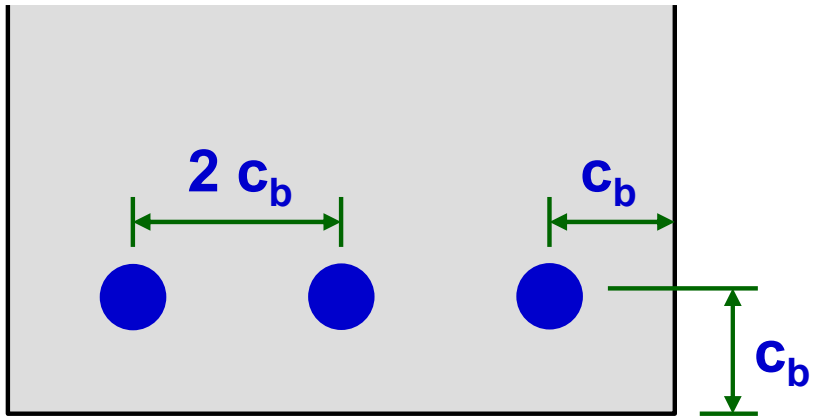
Definition of A_{tr}



c_b คือค่าที่น้อยกว่าระหว่าง

(ก) ระยะจากศูนย์กลางเหล็กเสริมถึงผิวคอนกรีตที่ใกล้ที่สุด

(ข) ครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างเหล็กเสริม



▶ ตัวคูณปรับค่าสำหรับความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยรับแรงดึง :

ψ_t ตำแหน่งเหล็กเสริม

เหล็กเสริมบน เป็นเหล็กเสริมในแนวนอนมีคอนกรีตอยู่เบื้องล่างมากกว่า 30 ซม. $\psi_t = 1.3$

เหล็กเสริมตำแหน่งอื่น $\psi_t = 1.0$

ψ_e เหล็กเสริมเคลือบอีพร็อกซี่

เหล็กเสริมมีระยะหุ้มน้อยกว่า $3\ d_b$ หรือ ระยะห่างระหว่างเหล็กเส้นน้อยกว่า $6\ d_b$ $\psi_e = 1.5$

เหล็กเสริมเคลือบอีพร็อกซี่กรณีอื่นทั้งหมด $\psi_e = 1.2$

เหล็กเสริมไม่เคลือบอีพร็อกซี่ $\psi_e = 1.0$

อย่างไรก็ตามผลคูณของ $\psi_t \psi_e$ จะต้องไม่เกิน 1.7

ψ_s ขนาดเหล็กเสริม

เหล็กเส้นขนาด 20 ม.ม. และเล็กกว่า $\psi_s = 0.8$

เหล็กเส้นขนาด 25 ม.ม. และใหญ่กว่า $\psi_s = 1.0$

- ตัวคูณปรับค่าสำหรับเหล็กเสริมเกิน : $(A_s \text{ required})/(A_s \text{ provided})$

อาจลดความยาวฝังยึดได้เมื่อเหล็กเสริมในองค์อาคารรับแรงดัดมีเกินกว่าที่ต้องการจากการวิเคราะห์ ยกเว้นกรณีที่การยึดปลาย หรือการฝังยึดสำหรับ f_y ตามที่ต้องการโดยเฉพาะ หรือเหล็กเสริมที่ถูกออกแบบภายใต้ข้อกำหนดของเรื่องแผ่นดินไหว

สูตรคำนวณความยาวฝังยึดอย่างง่าย

แทนการใช้สูตรอย่างละเอียด ในทางปฏิบัติอาจใช้สูตรอย่างง่ายในการคำนวณความยาวฝังยึด โดยกำหนดให้ $(c_b + K_{tr}) / d_b = 1.5$

	DB20 and smaller	DB25 and larger
Case A: (1) covering = d_b clear c-c = d_b min. stirrup (2) covering = d_b clear c-c = $2d_b$	$\left(\frac{0.15 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}}\right) d_b$ **(A - 1)**	$\left(\frac{0.19 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}}\right) d_b$ **(A - 2)**
Case B: others	$\left(\frac{0.23 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}}\right) d_b$ **(B - 1)**	$\left(\frac{0.28 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}}\right) d_b$ **(B - 2)**

ตารางความยาวฝังยึด

สำหรับ f'_c = 240 กก./ซม.^{2} และ f_y = 4,000 กก./ซม.^{2}

เหล็กเส้น	ความยาวฝังยึด (ซม.)	
	Case A	Case B
DB10	38.7	49.1
DB12	46.5	58.9
DB16	62.0	78.5
DB20	77.5	98.1
DB25	123	181
DB28	137	202
DB32	157	231
DB36	177	260
DB40	196	289

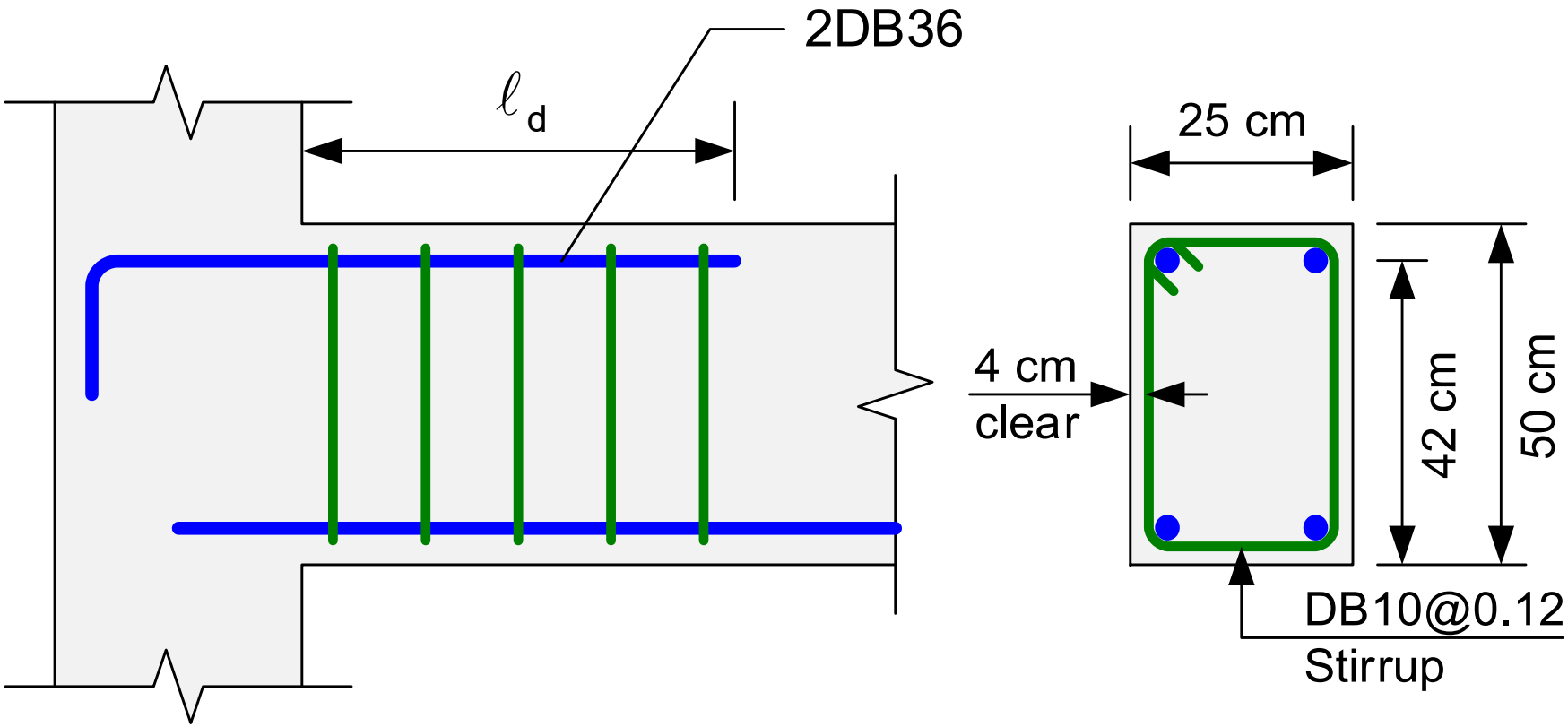
f'_c

ตารางที่ ก.4 ระยะฝังยึดพื้นฐานของเหล็กรับแรงดึง (ซม.)

สำหรับค่า α , β และ λ เท่ากับ 1.0

Bar size	f_y (ก.ก./ซม.^{2})	f'_c (ก.ก./ซม.^{2})					
		180	210	240	280	320	350
DB16	3000	54	50	46	43	40	38
	4000	72	66	62	57	54	51
	5000	89	83	77	72	67	64
DB20	3000	67	62	58	54	50	48
	4000	89	83	77	72	67	64
	5000	112	104	97	90	84	80
DB25	3000	106	98	92	85	80	76
	4000	142	131	123	114	106	102
	5000	177	164	153	142	133	127

ตัวอย่าง 8.1 พิจารณาระยะฝังที่ต้องการสำหรับเหล็กบนขนาด DB36 ที่ปลายคานดังแสดงในรูป กำหนด f'_c = 210 ก.ก./ซม.^{2} f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}



วิธีทำ

1. ระยะหุ้มและตัวคูณต่างๆ

ระยะช่องว่างระหว่างเหล็กเส้น = 25 – 2(4+1+3.6) = 7.8 ซม. ($2.17d_b$)

ระยะหุ้มด้านข้าง $= 4 + 1 = 5$ ซม. $(1.39d_b)$

ระยะหุ้มด้านบน $= 8 - (3.6)/2 = 6.2$ ซม. $(1.72d_b)$

สำหรับเหล็กบน $\alpha = \psi_t = 1.3$

เหล็กไม่เคลือบอีป๊อกซี่ $\beta = \psi_e = 1.0$

2. โดยใช้วิธีง่าย: (Case A : DB25 and larger)

$$\frac{\ell_d}{d_b} = \frac{0.19 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}} = \frac{0.19(4{,}000)(1.3)(1.0)(1.0)}{\sqrt{210}} = 68$$

$$\ell_d = (68)(3.6) = 245 \text{ ซม.} = 2.45 \text{ เมตร}$$

3. โดยใช้วิธีละเอียด:

ครึ่งหนึ่งของระยะระหว่างเหล็กเส้น $= 0.5(25\text{-}2(4+1+3.6/2)) = 5.7$ ซม.

ระยะระหว่างเหล็กเส้นถึงผิวด้านข้าง $= 4 + 1 + 3.6/2 = 6.8$ ซม.

ระยะระหว่างเหล็กเส้นถึงผิวด้านบน $= 8$ ซม.

ระยะที่น้อยที่สุด c = 5.7 ซม.

จากการใช้เหล็กปลอก DB10 @ 12 ซม.:

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105 s n} = \frac{2(0.78)(4{,}000)}{105(12)(2)} = 2.48$$

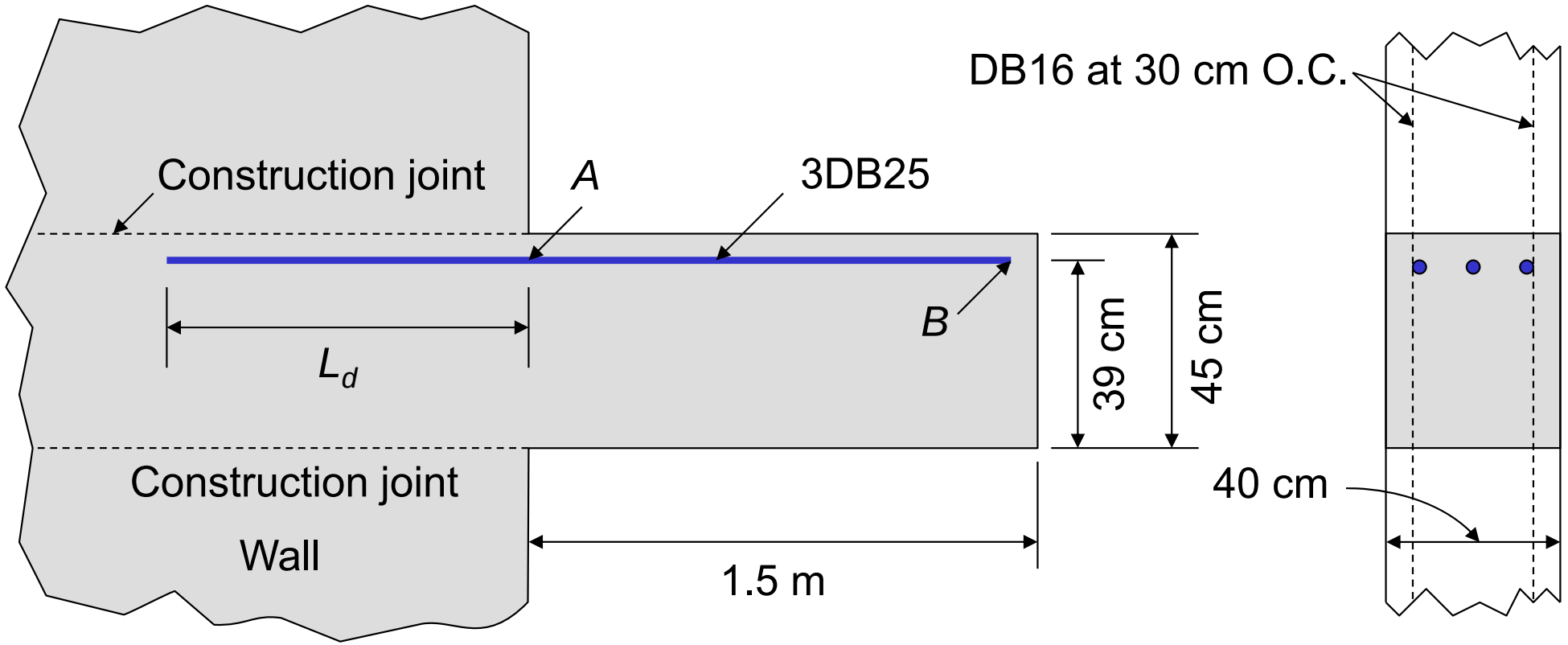
$$\frac{c + K_{tr}}{d_b} = \frac{5.7 + 2.48}{3.6} = 2.27 < 2.5 \quad \textbf{OK}$$

$$\frac{\ell_d}{d_b} = \frac{0.28 f_y \psi_t \psi_e \psi_s}{\sqrt{f'_c}\left[(c + K_{tr})/d_b\right]} = \frac{0.28(4{,}000)(1.3)}{\sqrt{210}(2.27)} = 44$$

$$\ell_d = (44)(3.6) = 159 \text{ ซม.} < 245 \text{ ซม.}$$ ■

การคิดแบบละเอียดจะใช้ในกรณีที่ต้องการประหยัดความยาวเหล็กเสริม หรือมีระยะไม่เพียงพอในการเสริมเหล็กตามความยาวที่คำนวณได้จากวิธีอย่างง่าย

ตัวอย่าง 8.2 คานยื่นออกจากผนังคอนกรีตเสริมเหล็กบน 3DB25 คำนวณระยะฝังยึดน้อยที่สุดของเหล็กเสริมในผนัง กำหนด $f'_c = 240$ กก./ซม.^{2} และ $f_y = 4{,}000$ กก./ซม.^{2}



วิธีทำ ลองทำทั้งสองวิธีคือ ใช้สูตรอย่างง่าย และสูตรอย่างละเอียด ตามมาตรฐาน ACI

1. คำนวณระยะห่างและการโอบรัดโดยเหล็กปลอก

ในกรณีนี้ไม่มีเหล็กปลอก แต่มีเหล็ก DB16 ในแนวดิ่งภายในผนังทั้งสองข้าง

ระยะหุ้มด้านข้าง = 4 + 1.6 = 5.6 ซม. ($2.24d_b$)

ระยะห่างเหล็กเส้น = (40 – 2(4+1.6) – 3×2.5) / 2 = 10.65 ซม. ($4.26d_b$)

เนื่องจากระยะหุ้มมากกว่า d_b และระยะห่างเหล็กเส้นมากกว่า $2d_b$ และเหล็กเส้น DB25 ดังนั้นเป็นกรณี **(A-2)**

2. คำนวณความยาวฝังยึด

เหล็กบน

$$\ell_d = \frac{0.19 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}} d_b = \frac{0.19 \times 4{,}000 \times 1.3 \times 1.0}{\sqrt{240}} \times 2.5 = \mathbf{159.4}\ \text{cm}$$

ดังนั้นใช้ความยาวฝังยึดเข้าไปในผนัง **1.60** เมตร

หรือจากตาราง = 123 x 1.3
= 159.9 cm

3. คำนวณความยาวฝังยึดโดยใช้สูตรอย่างละเอียด

$$\ell_d = \frac{0.28 f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} d_b$$

c_b คือค่าที่น้อยกว่าระหว่าง

(ก) ระยะจากศูนย์กลางเหล็กเสริมถึงผิวคอนกรีตที่ใกล้ที่สุด

ระยะหุ้มด้านข้าง = 4 + 1.6 + 2.5/2 = 6.85 ซม.

(ข) ครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างเหล็กเสริม

$$= 0.5\left(\frac{40-2\times 6.85}{2}\right) = 6.58 \text{ ซม.}$$

c_b = 6.58 ซม.

$$K_{tr} = \frac{40A_{tr}}{sn}$$

เมื่อ **s** คือระยะห่างเหล็กเสริมทางขวางในระยะฝังยึด **= 30** ซม.

$$= \frac{40\times 4.02}{30\times 3}$$

A_{tr} คือพื้นที่เหล็กปลอกในระนาบแตกร้าว

= DB16 ทั้งสองข้าง = 2×2.01 **= 4.02** ซม.^{2}

= 1.79 ซม.

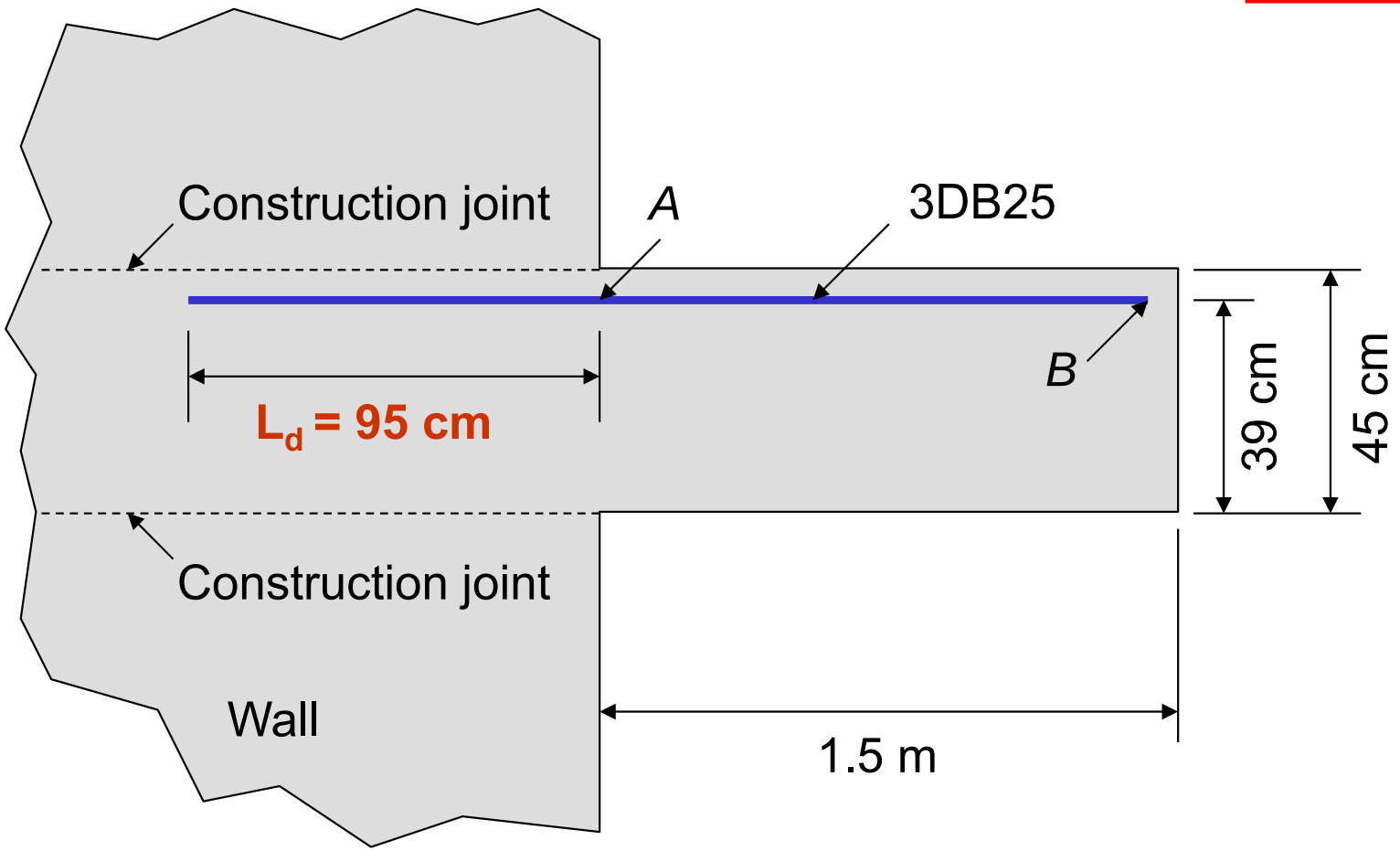
n = จำนวนเหล็กเส้นที่ฝังยึด **= 3**

$$\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} = \frac{6.58 + 1.79}{2.5} = 3.35 > 2.5$$

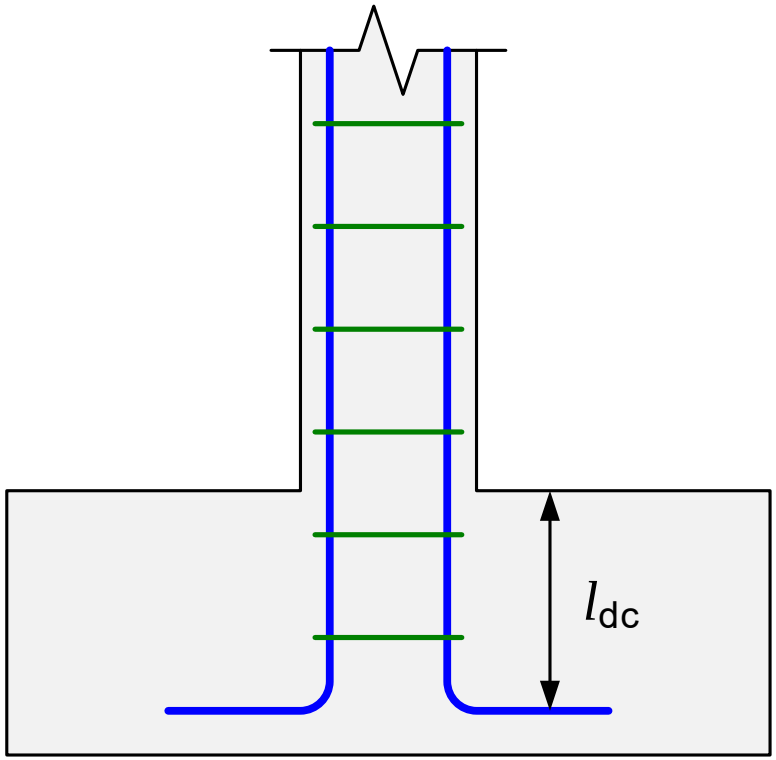
USE 2.5

$$\ell_d = \frac{0.28 f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} d_b = \frac{0.28 \times 4{,}000 \times 1.3}{\sqrt{240} \times 2.5} \times 2.5 = \mathbf{94.0}\ \text{ซม.}$$

USE 95 cm



ระยะฝังสำหรับเหล็กรับแรงอัด



เหล็กเสริมในเสาบนฐานราก ต้องการระยะฝังยึดแรงอัด

เหล็กเสริมอาจต้องการระยะฝังในการพัฒนากำลังอัดในหลายกรณีเช่น เหล็กเสริมในเสาที่ถ่ายน้ำหนักลงสู่ฐานรากหรือคาน หรือระยะต่อทาบเหล็กเสริมในเสา

การงอปลายเหล็กไม่มีผลในการส่งผ่านแรงอัด ดังนั้นจงไม่สามารถนำมาพิจารณาร่วมกับความยาวฝังยึด

ความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด

ว.ส.ท. **SDM**

- ความยาวฝังยึดสำหรับเหล็กข้ออ้อยรับแรงอัดพิจารณาจากความยาวฝังยึดพื้นฐานคูณกับตัวคูณปรับค่า แต่ต้องไม่น้อยกว่า **20** ซม.

- ความยาวฝังยึดพื้นฐาน $\ell_{dc} = \dfrac{0.075\, d_b\, f_y}{\sqrt{f'_c}}$ แต่ต้องไม่น้อยกว่า $0.0043\, d_b\, f_y$

- ตัวคูณปรับค่าความยาวฝังยึดสำหรับเหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด:

  → **เหล็กเสริมเกิน**กว่าที่ต้องการจากการวิเคราะห์ $(A_s$ ที่ต้องการ$)/(A_s$ ที่เสริมจริง$)$

  → **เหล็กปลอกเกลียว** ขนาด ≥ 6 มม. และ ระยะเกลียว ≤ 10 ซม. **0.75**

  → **เหล็กปลอกเดี่ยว** ขนาด ≥ 12 มม. และ ระยะห่าง ≤ 10 ซม. **0.75**

ตารางที่ ก.5 ระยะฝังยึดพื้นฐานของเหล็กรับแรงอัด, ซม.

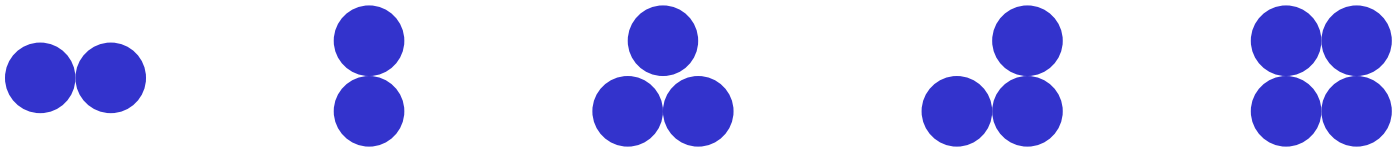
$$l_{db} = \frac{0.075 d_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.0043 d_b f_y$$

Bar size	f_y (ก.ก./ซม.^{2})	f'_c (ก.ก./ซม.^{2})					
		180	210	240	280	320	350
DB16	3000	27	25	23	22	21	21
	4000	36	33	31	29	28	28
	5000	45	41	39	36	34	34
DB20	3000	34	31	29	27	26	26
	4000	45	41	39	36	34	34
	5000	56	52	48	45	43	43
DB25	3000	42	39	36	34	32	32
	4000	56	52	48	45	43	43
	5000	70	65	61	56	54	54

ความยาวฝังยึดของเหล็กข้ออ้อยที่มัดรวมกันเป็นกำ

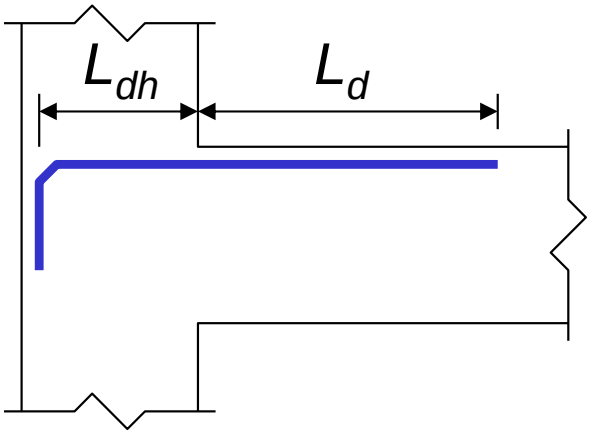
SDM

ว.ส.ท.



- ความยาวฝังยึดของเหล็กแต่ละเส้นที่มัดรวมกันเป็นกำเพื่อรับแรงดึงหรือแรงอัด
  - → ต้องเพิ่มอีกร้อยละ 20 สำหรับเหล็ก 3 เส้นมัดรวมกันเป็นกำ
  - → ต้องเพิ่มอีกร้อยละ 33 สำหรับเหล็ก 4 เส้นมัดรวมกันเป็นกำ
- ในการพิจารณาตัวแปรต่างๆให้ถือว่าเหล็กที่มัดรวมกันเป็นกำเป็นเสมือนเหล็กเส้นเดียวที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางที่หามาจากพื้นที่หน้าตัดเทียบเท่าซึ่งมีจุดศูนย์กลางตรงกัน

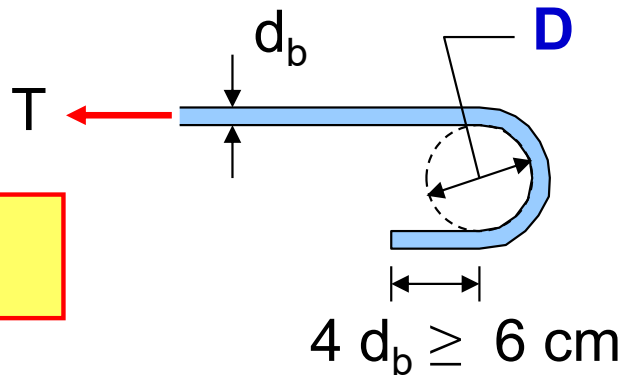
การฝังยึดโดยการงอขอมาตรฐานรับแรงดึง



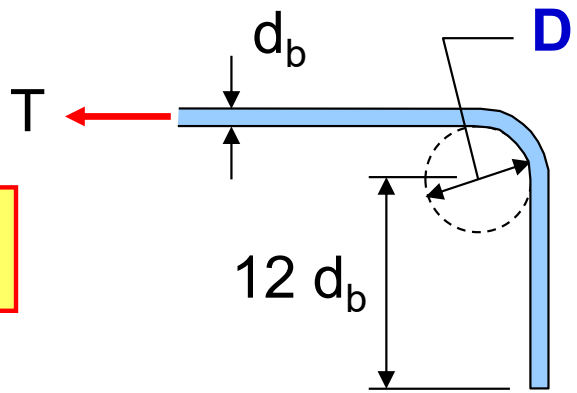
การดัดงอปลายเหล็กเสริมเพื่อเพิ่มการฝังยึดเมื่อความยาวเหล็กที่ต้องการตามระยะฝังยึดมีไม่เพียงพอ

การทำงอขอมาตรฐานจะมีแบบ **90°** และ **180°**

180° Hook



90° Hook



ขนาดเล็กที่สุดของวงโค้งการดัด (D)

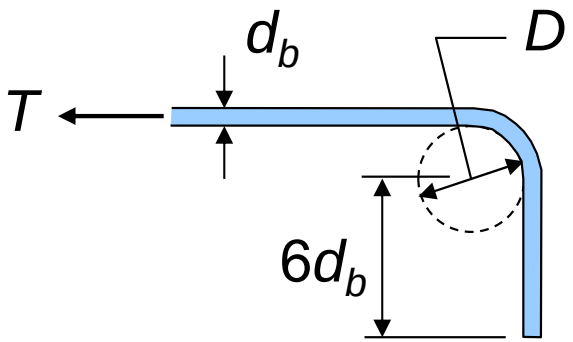
ว.ส.ท.	6 มม. ถึง 25 มม.	6 d_b
	28 มม. ถึง 36 มม.	8 d_b
	44 มม. ถึง 57 มม.	10 d_b

ACI	DB10 – DB25	8 d_b
	DB28 – DB36	10 d_b
	DB40 – DB60	12 d_b

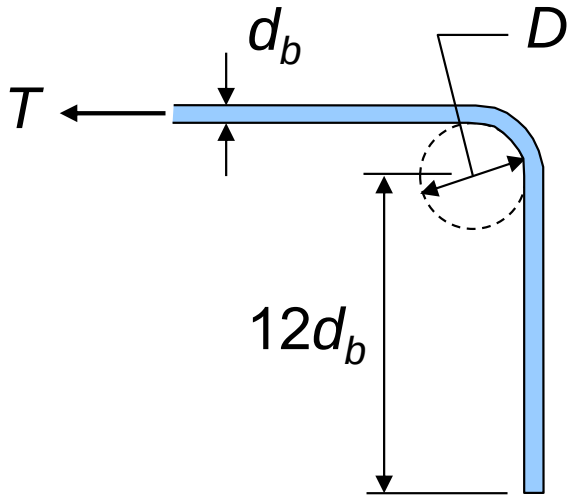
การงอขอมาตรฐานสำหรับเหล็กปลอก

ว.ส.ท.

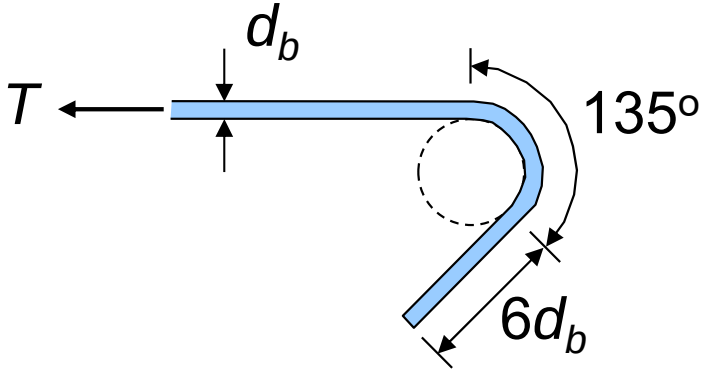
สำหรับเหล็กปลอกขนาด
6 มม. ถึง 16 มม.



สำหรับเหล็กปลอกขนาด
20 มม. ถึง 25 มม.



สำหรับเหล็กปลอกขนาด
6 มม. ถึง 25 มม.



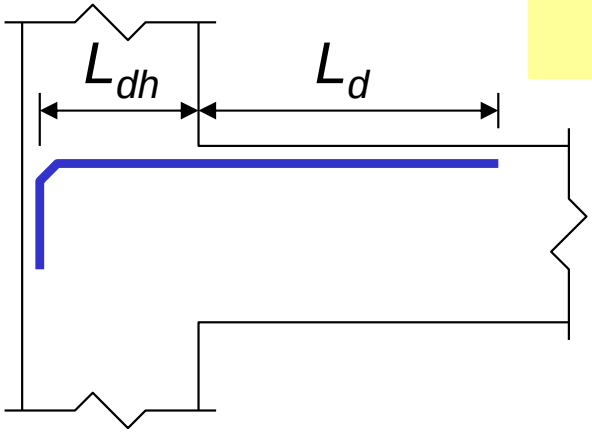
ความยาวฝังยึดของเหล็กงอขอมาตรฐาน

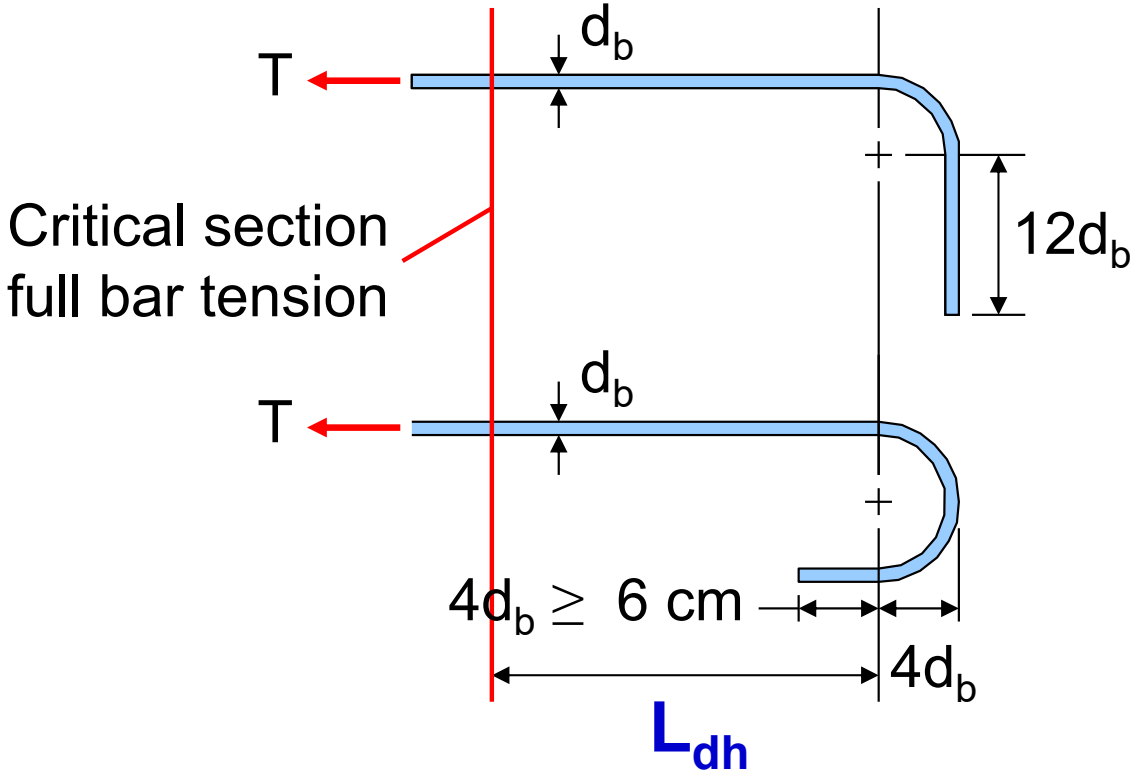
ว.ส.ท. SDM

- ความยาวฝังยึดสำหรับเหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงซึ่งหยุดโดยการงอขอมาตรฐานพิจารณาจากความยาวพื้นฐานคูณกับตัวคูณปรับค่า แต่ต้องไม่น้อยกว่าค่าที่มากกว่าของ **8 d_b** และ **20** ซม.

Combined actions: - Bond along straight length

- Anchorage provided by hook





ความยาวฝังยึดของเหล็กงอขอมาตรฐาน

ว.ส.ท. **SDM**

- ความยาวฝังยึดพื้นฐานสำหรับเหล็กข้ออ้อยงอขอซึ่ง f_y = **4,000** กก./ซม.^{2}

ว.ส.ท.

$$\ell_{hb} = \frac{320\, d_b}{\sqrt{f'_c}}$$

ACI 318-08

$$\ell_{hb} = \frac{0.075\, \psi_e\, f_y}{\sqrt{f'_c}}\, d_b$$

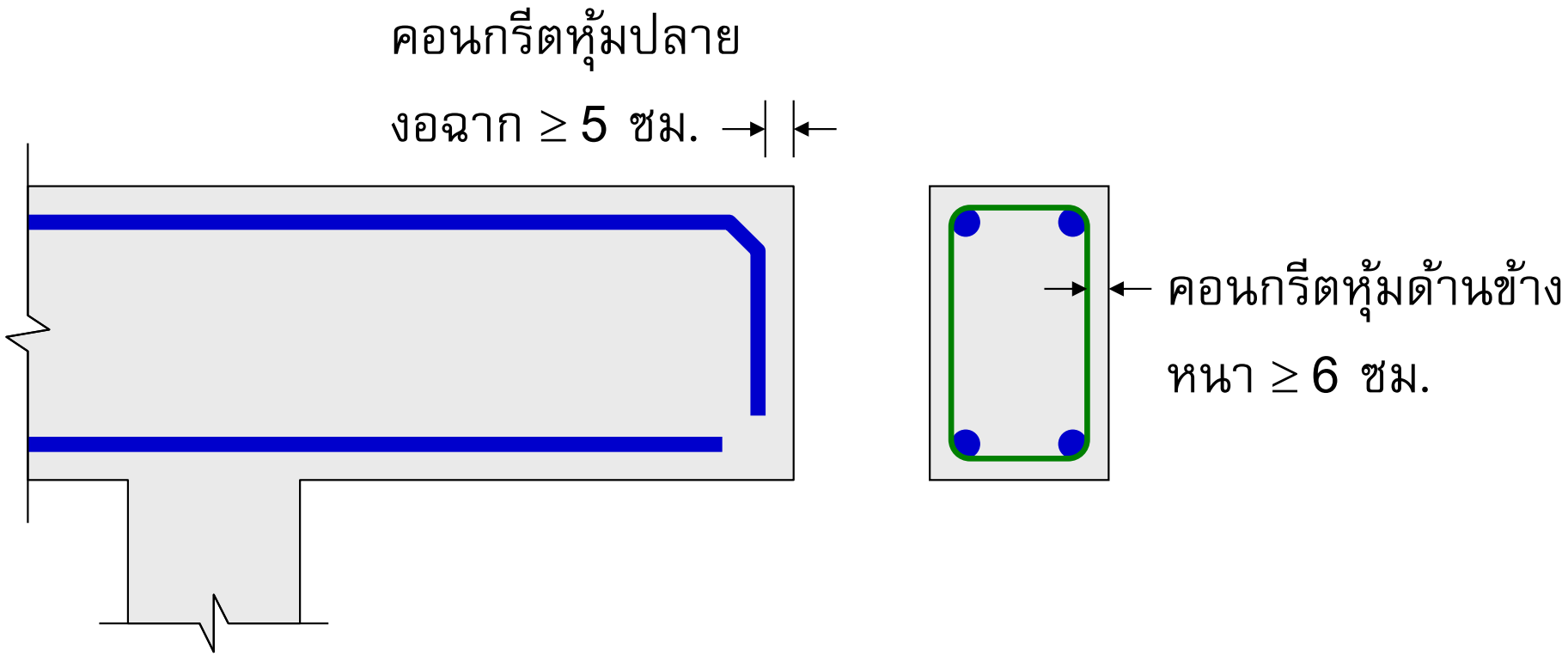
- ตัวคูณปรับค่าตามสภาพการใช้งานมีดังนี้

→ **กำลังครากเหล็กเส้น**ที่ f_y มีค่าต่างจาก 4,000 กก./ซม.^{2} **f_y / 4,000**

→ **เหล็กเส้น ≤ DB36** คอนกรีตหุ้มด้านข้าง ≥ 6 ซม. และ **0.7**
สำหรับงอฉากที่มีระยะหุ้มเลยของอ ≥ 5 ซม.

ความยาวฝังยึดของเหล็กงอขอมาตรฐาน

ว.ส.ท. SDM



→ **เหล็กเส้น ≤ DB36** ของอภายในปลอกมีระยะห่างตลอด

ความยาวฝังยึด ≤ 3 d_b **0.8**

→ **เหล็กเสริมเกิน**กว่าที่ต้องการจากการวิเคราะห์ $(A_s$ ที่ต้องการ$)/(A_s$ ที่เสริมจริง$)$

f'_c

ตารางที่ ก.6 ระยะฝังยึดพื้นฐานเหล็กรับแรงดึงเมื่อทำงอมาตรฐานที่ปลาย

ว.ส.ท.

$$\ell_{hb} = \frac{320\, d_b}{\sqrt{f'_c}}$$

Bar size	f'_c (ก.ก./ซม.^{2})					
	180	210	240	280	320	350
DB10	24	22	21	19	18	17
DB12	24	22	21	19	18	17
DB16	38	35	33	30	28	27
DB20	47	44	41	38	36	34
DB25	59	55	51	48	44	42
DB28	66	61	57	53	50	48
DB32	76	70	66	61	57	54

ตารางที่ ก.6 ระยะฝังยึดพื้นฐานเหล็กรับแรงดึงเมื่อทำงอมาตรฐานที่ปลาย

ACI 318-14

$$\ell_{hb} = \frac{0.075\psi_e f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b, \quad \psi_e = 1.0$$

Bar size	f_y (ก.ก./ซม.^{2})	f'_c (ก.ก./ซม.^{2})					
		180	210	240	280	320	350
DB16	3000	27	25	23	22	20	19
	4000	36	33	31	29	27	26
	5000	45	41	39	36	34	32
DB20	3000	34	31	29	27	25	24
	4000	45	41	39	36	34	32
	5000	56	52	48	45	42	40
DB25	3000	42	39	36	34	31	30
	4000	56	52	48	45	42	40
	5000	70	65	61	56	52	50

ข้อสอบภย

ข้อที่ : 73

จงประมาณระยะฝังยึดจากหน้าตัดวิกฤตถึงตำแหน่งที่ต้องเริ่มงอเหล็กเสริมเพื่อทำเป็น สำหรับเหล็ก DB25 (A_s = 4.91 ซม.^{2}) ที่รับแรงดึง ซึ่งวิธี WSD กำหนดว่า "ของอมาตรฐาน" มีกำลังรับแรงดึงได้เท่ากับ 700 กก./ซม.^{2} กำหนดให้ fc′ = 200 กก./ซม.^{2}, fy = 3000 กก./ซม.^{2} และหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่ยอมให้ของ DB25 = 13 กก./ตร.ซม.

แรงดึงทั้งหมด $A_s f_s$ = 4.91x1500 = 7365 kg

แรงยึดเหนี่ยวที่ต้องการ = 7365 – 700x4.91 = 3928 kg

ระยะฝังยึด : πx2.5x13xL = 3928 → **L = 38.5 cm**

ข้อสอบภย

ข้อที่ : 74

จงใช้วิธี USD ประมาณระยะฝังยึดจากหน้าตัดวิกฤตถึงตำแหน่งโค้งงอเหล็กเสริมเมื่อทำเป็น "ของอมาตรฐาน" สำหรับเหล็ก RB25 (As = 4.91 ซม.^{2}) ที่รับแรงดึง กำหนดให้ fc′ = 150 กก./ซม.^{2}, fy = 2400 กก./ซม.^{2} และให้ modification factor = 1.0

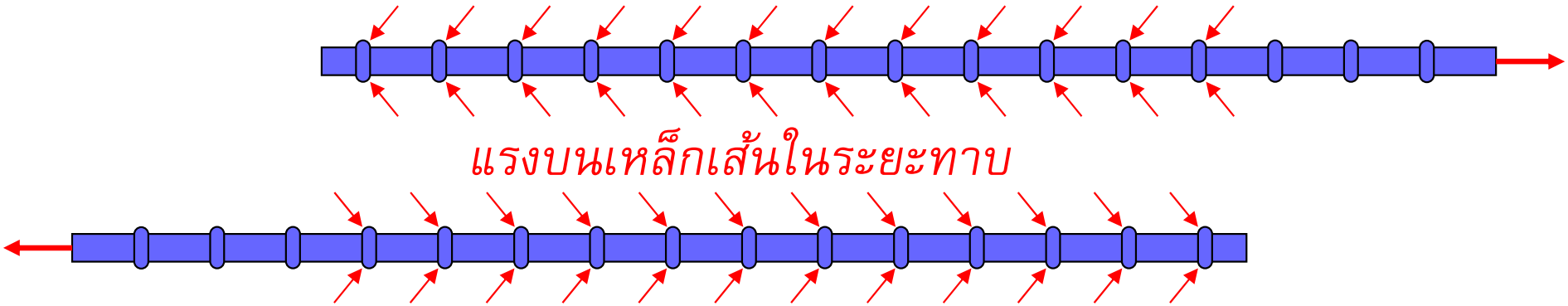
$$L_{hb} = \frac{320\, d_b}{\sqrt{f'_c}} = \frac{320 \times 2.5}{\sqrt{150}} = 65.3 \text{ cm}$$

$$L_{dh} = 65.3 \times \frac{2400}{4000} = 39.2 \text{ cm}$$

การต่อเหล็กเสริม (Splicing)

การต่อเหล็กเสริมในคานและเสามักเกิดขึ้นบ่อยๆในงานก่อสร้าง ซึ่งอาจทำได้หลายวิธี ได้แก่ การต่อทาบ การต่อเชิงกล การต่อเชื่อม และการต่อปลายแบกทาน

- **การต่อทาบ (lap splicing)** จะใช้การถ่ายเทแรงระหว่างเหล็กเส้นภายในระยะทาบ ใช้กับเหล็กขนาดไม่เกิน **36** มม.



- การต่อทาบเหล็กแบบผิวไม่สัมผัสในคาน เหล็กเส้นต้องอยู่ห่างกัน ≤ **1/5** ระยะทาบ และไม่เกิน **15** ซม.

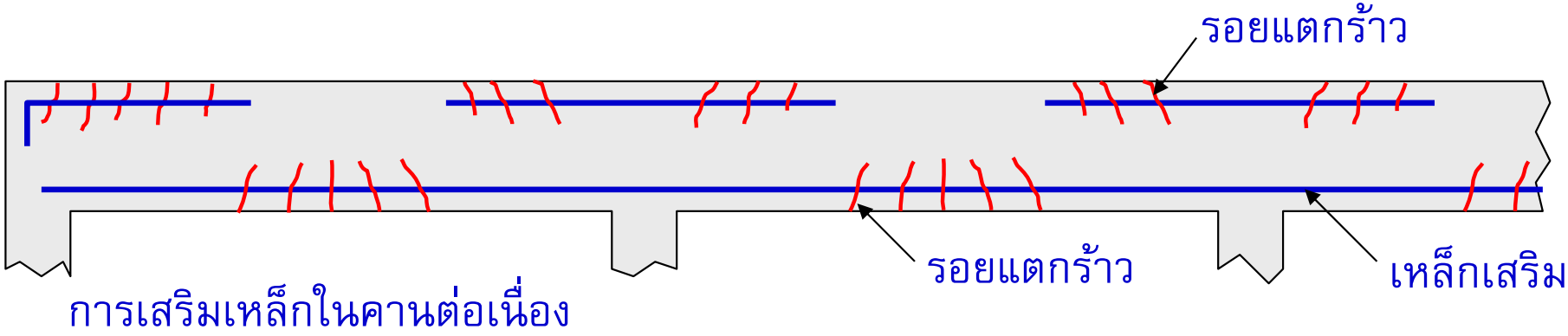
- การต่อทาบเหล็กเส้นที่มัดรวมเป็นกำ ให้ใช้ความยาวที่ต้องการของแต่ละเส้น และเพิ่มระยะตามจำนวนเส้นในมัดคือ สำหรับมัดละ 2-3 เส้นเพิ่มระยะทาบ 20% ส่วนมัดละ 4 เส้นเพิ่มระยะทาบ 33% ห้ามต่อเหล็กทั้งมัดบริเวณเดียวกัน
- **การต่อเชิงกล** ข้อต่อทางกลต้องรับแรงดึงหรือแรงอัดได้อย่างน้อยที่สุด **1.25 f_y** ของเหล็กเส้น
- **การต่อเชื่อม** รอยต่อเชื่อมแบบต่อชนต้องรับมีกำลังอย่างน้อยที่สุด **1.25 f_y** ของเหล็กเส้น
- **การต่อเหล็กเสริมข้ออ้อยรับแรงดึง** กำหนดชั้นคุณภาพ **A** และ **B** แต่ทั้งนี้ ระยะทาบต้องไม่น้อยกว่า **30** ซม.

การต่อชั้นคุณภาพ **A** → $1.0\,\ell_d$

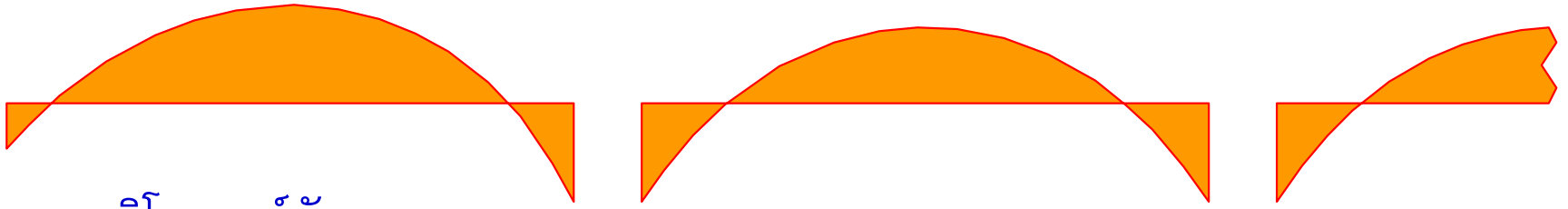
การต่อชั้นคุณภาพ **B** → $1.3\,\ell_d$

การหยุดเหล็กเสริมในคาน **(Bar Cutoff)**

เหล็กจะถูกเสริมเข้าไปในคอนกรีตบริเวณที่รับแรงดึง ในคานต่อเนื่องจะเสริมเหล็กล่างที่กลางช่วงเพื่อรับโมเมนต์บวก และเสริมเหล็กบนที่จุดรองรับเพื่อรับโมเมนต์ลบ



การเสริมเหล็กในคานต่อเนื่อง

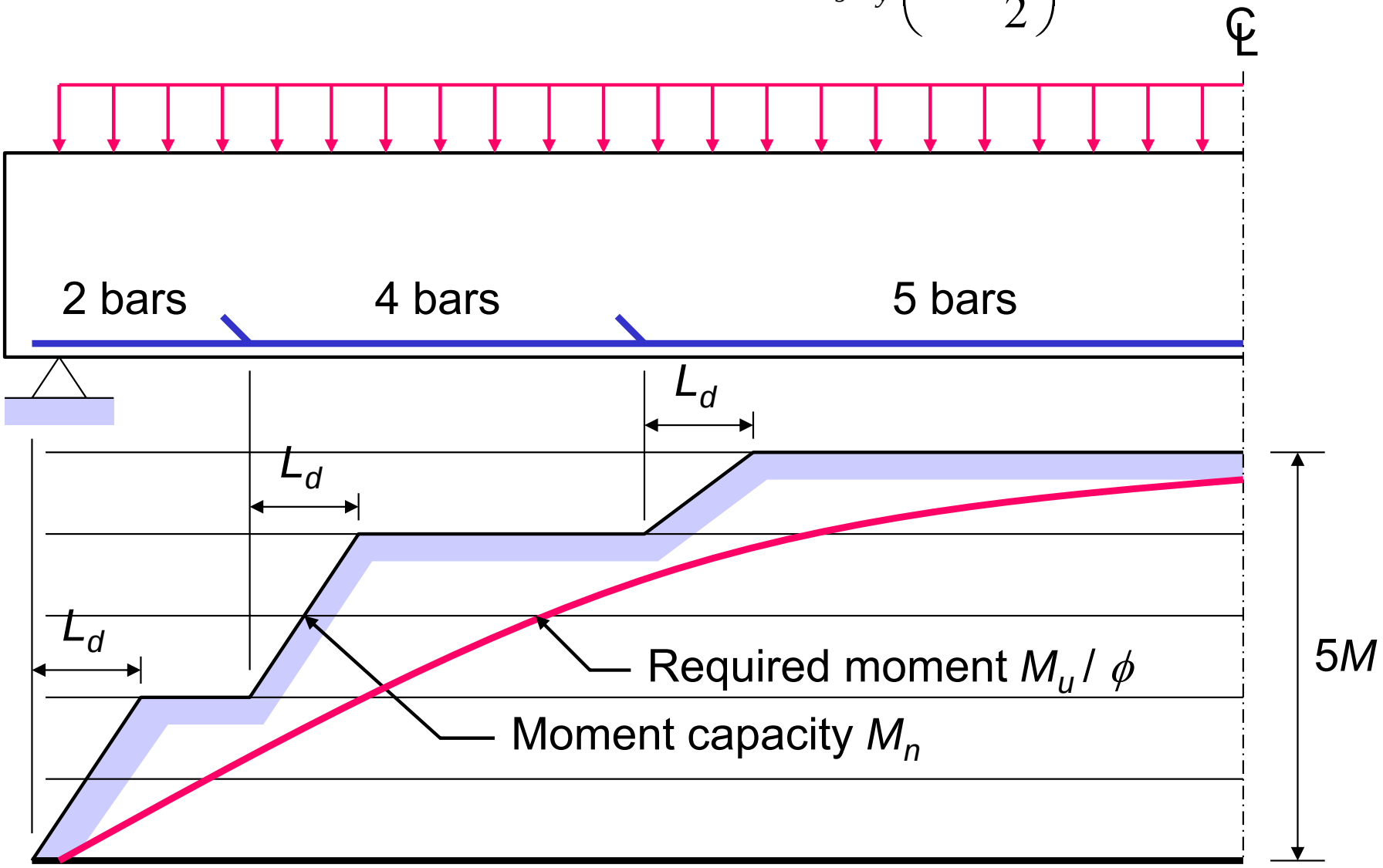


แผนภูมิโมเมนต์ดัด

เพื่อความประหยัดเหล็กเสริมบางเส้นจะถูกหยุดในบริเวณที่ไม่ต้องการ

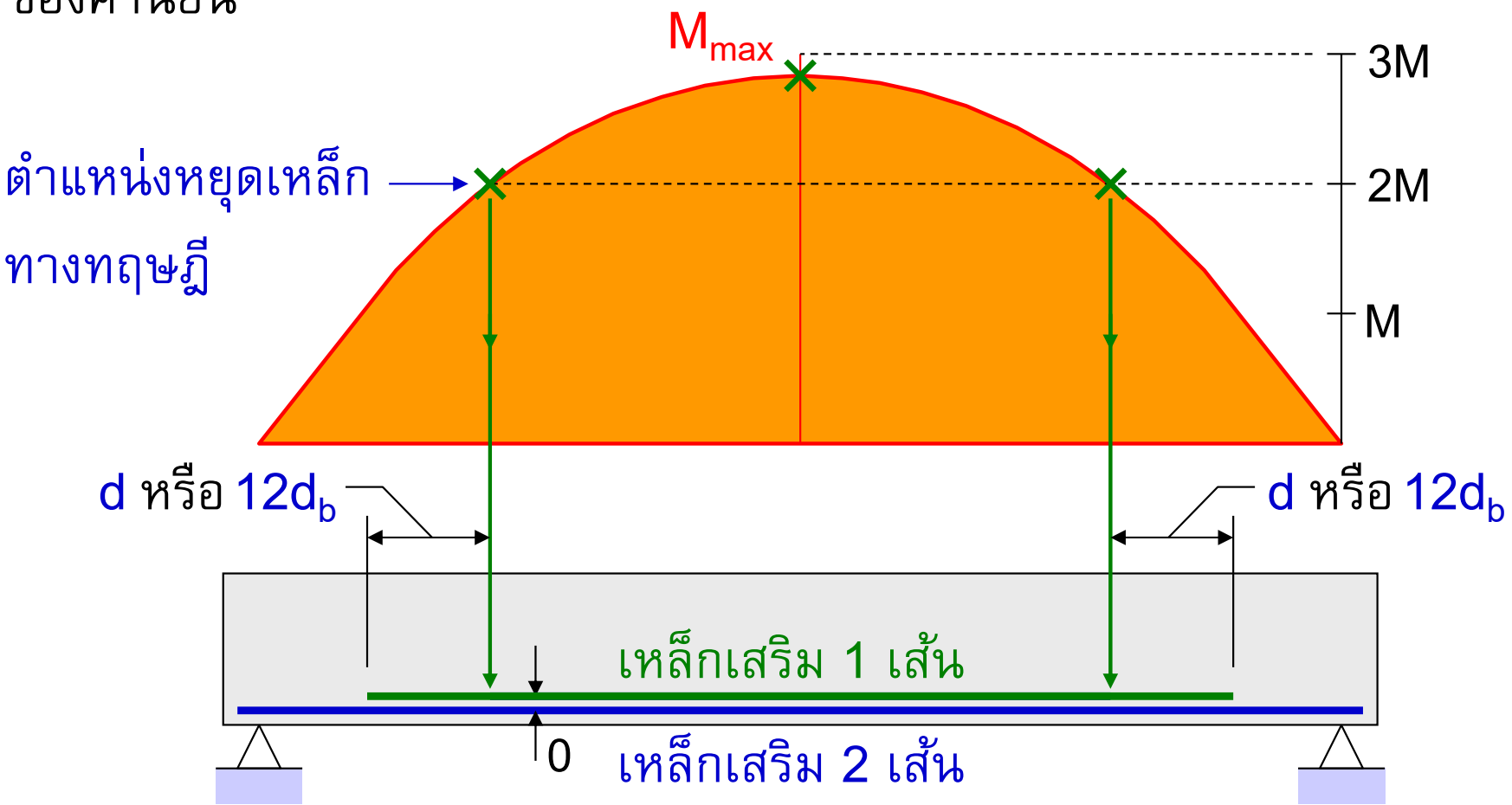
ความสามารถในการต้านทานโมเมนต์ดัดของคาน

Moment capacity of beam: $M = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$



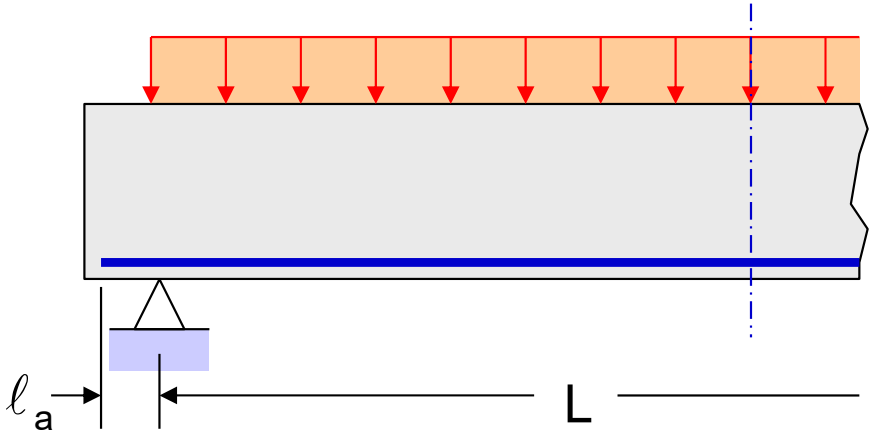
ตำแหน่งหยุดเหล็กเสริมในคานช่วงเดี่ยว

- ในการฝังเหล็กเสริมรับแรงดัด ต้องยื่นเหล็กเลยจุดที่ไม่ต้องรับแรงไปเป็นระยะ **d** หรือ **12 d_b** โดยใช้ค่าที่มากกว่า ยกเว้นที่จุดรองรับคานช่วงเดี่ยวและปลายอิสระของคานยื่น

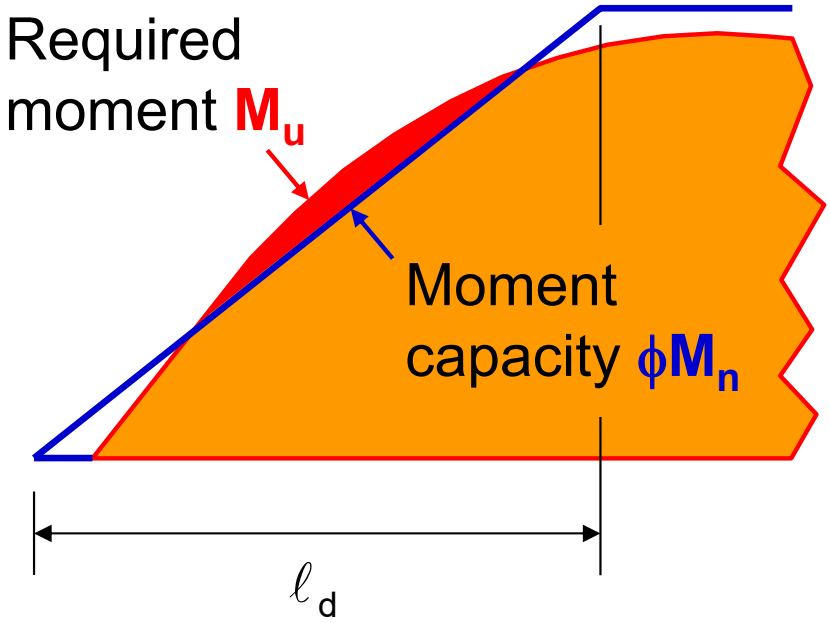


การหยุดเหล็กเสริมที่จุดรองรับของคานช่วงเดี่ยว

คานช่วงเดี่ยวรับน้ำหนักบรรทุกแผ่สม่ำเสมอ มีแผนภูมิโมเมนต์ดัดดังในรูป



กำลังโมเมนต์จะเพิ่มเป็นเส้นตรงจากศูนย์ที่ปลายคานจนมีกำลังเต็มที่ภายในระยะ ℓ_d

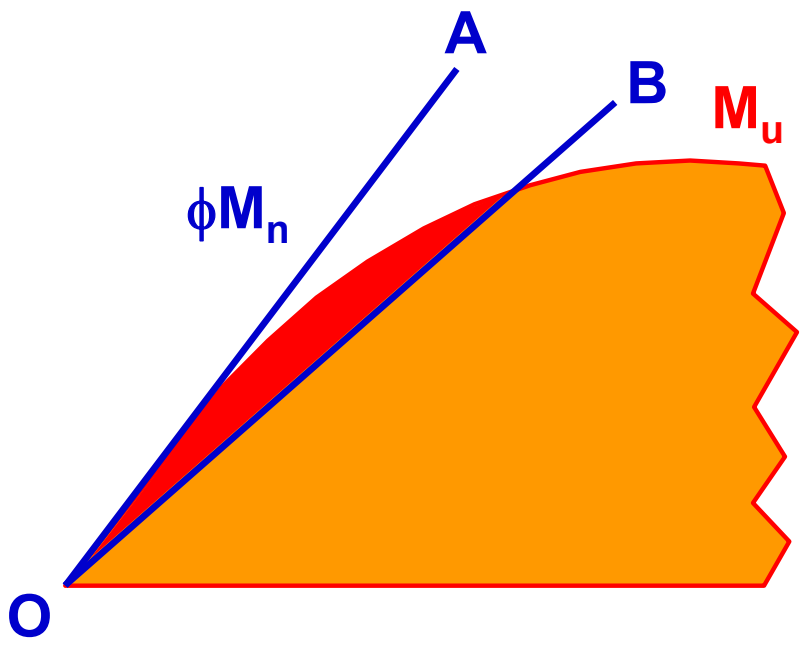


อาจจะมีช่วงที่ความต้องการโมเมนต์มากเกินกำลังโมเมนต์ อาจทำให้เกิดการวิบัติเฉพาะที่จากแรงยึดเหนี่ยว (local bond failure)

การหยุดเหล็กเสริมที่จุดรองรับของคานช่วงเดี่ยว

ดังนั้นต้องทำให้ความชันของกำลังโมเมนต์

ไม่น้อยกว่าเส้นสัมผัส **O-A** ดังในรูป



ความชันของกำลังโมเมนต์ $= \phi M_n / \ell_d$

ความชันของความต้องการโมเมนต์ $\frac{dM_u}{dx} = V_u$

ดังนั้นความชันของกำลังโมเมนต์น้อยที่สุดคือ

$$\frac{\phi M_n}{\ell_d} = V_u$$

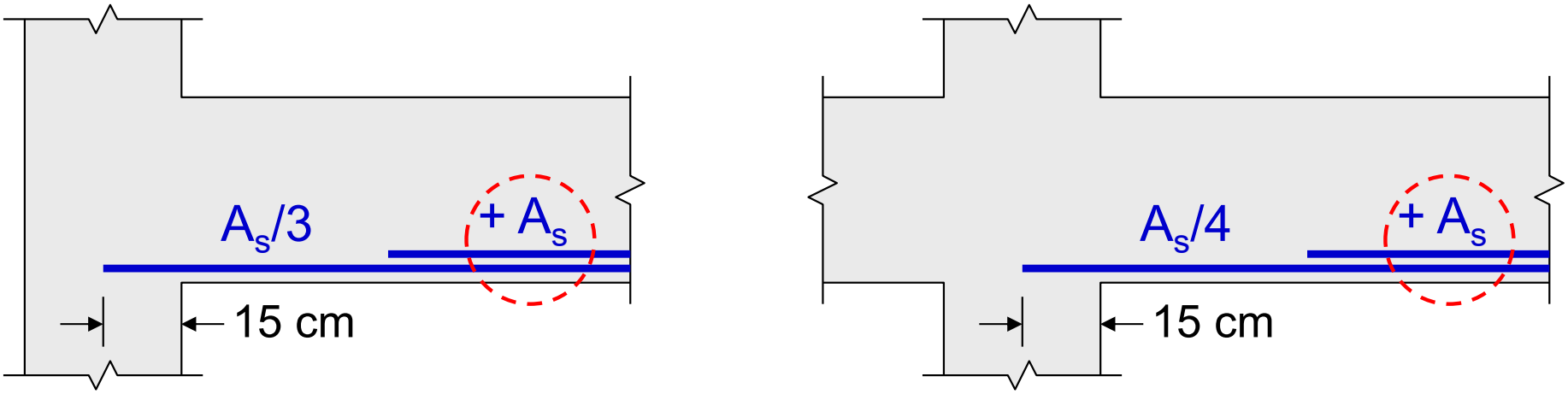
จะได้ว่าความยาวฝังยึดมากที่สุดที่ยอมให้คือ

$$\ell_d = \frac{\phi M_n}{V_u}$$

การฝังยึดของเหล็กเสริมรับโมเมนต์บวก

ว.ส.ท. SDM

- ต้องยื่นเหล็กเสริมอย่างน้อย **1** ใน **3** ของเหล็กรับโมเมนต์บวกในคานช่วงเดี่ยว เลยเข้าไปในฐานรองรับไม่น้อยกว่า **15** ซม.



- ต้องยื่นเหล็กเสริมอย่างน้อย **1** ใน **4** ของเหล็กรับโมเมนต์บวกในคานต่อเนื่อง เลยเข้าไปในฐานรองรับไม่น้อยกว่า **15** ซม.

การฝังยึดของเหล็กเสริมรับโมเมนต์บวก

ว.ส.ท. SDM

- ที่จุดรองรับคานช่วงเดี่ยวและที่จุดดัดกลับ เหล็กเสริมรับโมเมนต์บวกต้องมีขนาดที่จำกัดเพื่อให้ความยาวฝังยึดมีค่าไม่เกิน

จุดรองรับคานช่วงเดี่ยว

$$\ell_d \le 1.3\frac{M_n}{V_u} + \ell_a$$

จุดดัดกลับคานต่อเนื่อง

$$\ell_d \le \frac{M_n}{V_u} + \ell_a$$

โดยที่ M_n = กำลังโมเมนต์ดัดคำนวณโดยสมมุติให้เหล็กเสริมทั้งหมดที่หน้าตัดมีหน่วยแรงถึง f_y

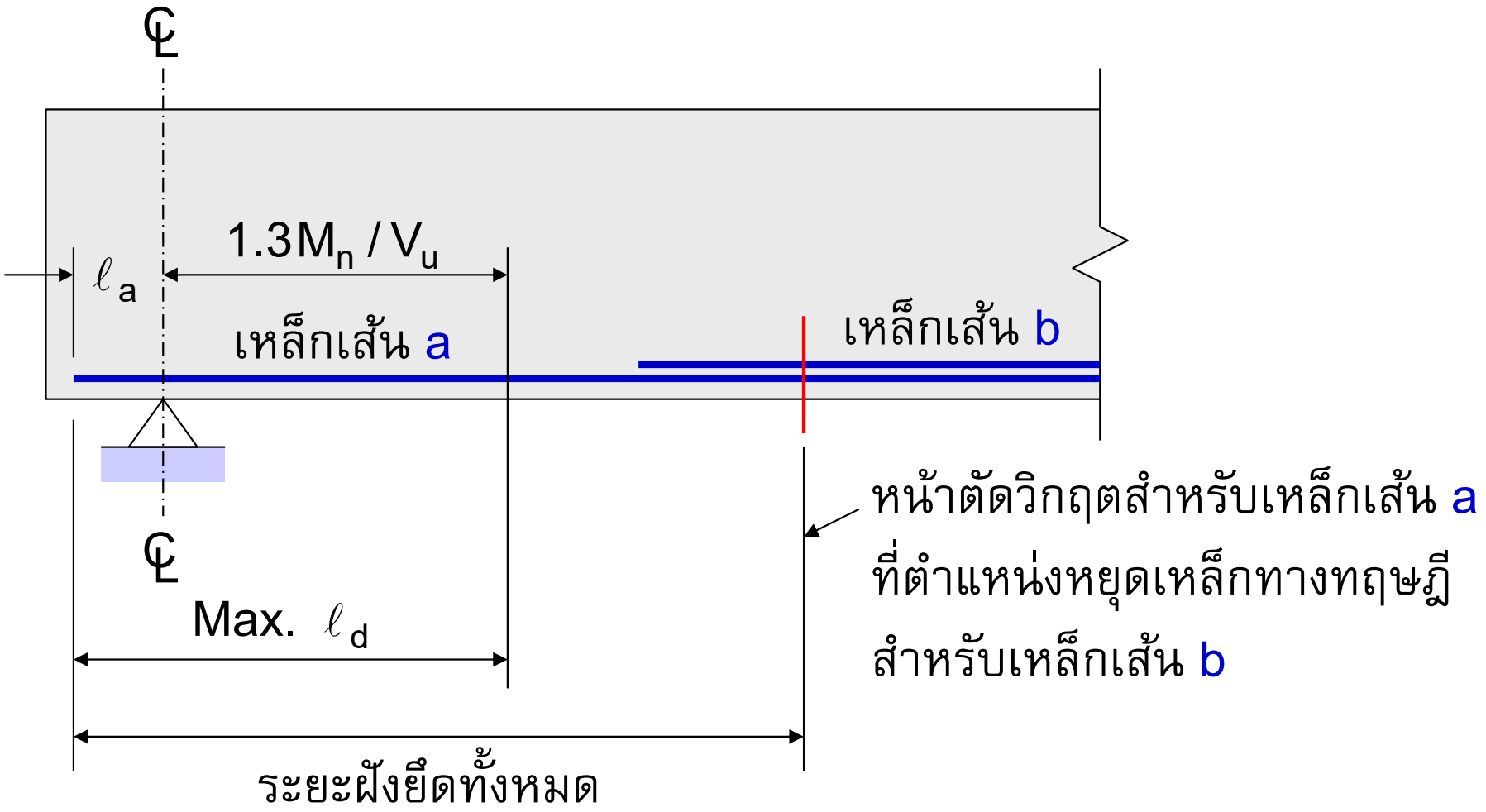
V_u = แรงเฉือนประลัยที่หน้าตัด

ℓ_a ที่จุดรองรับคานช่วงเดี่ยวคือระยะฝังที่เลยจุดศูนย์กลางที่รองรับ

ℓ_a ที่จุดดัดกลับคานต่อเนื่องคือระยะฝังที่เลยจุดดัดกลับ **d** หรือ **$12d_b$** โดยใช้ค่าที่มากกว่า

การหยุดเหล็กเสริมรับโมเมนต์บวก

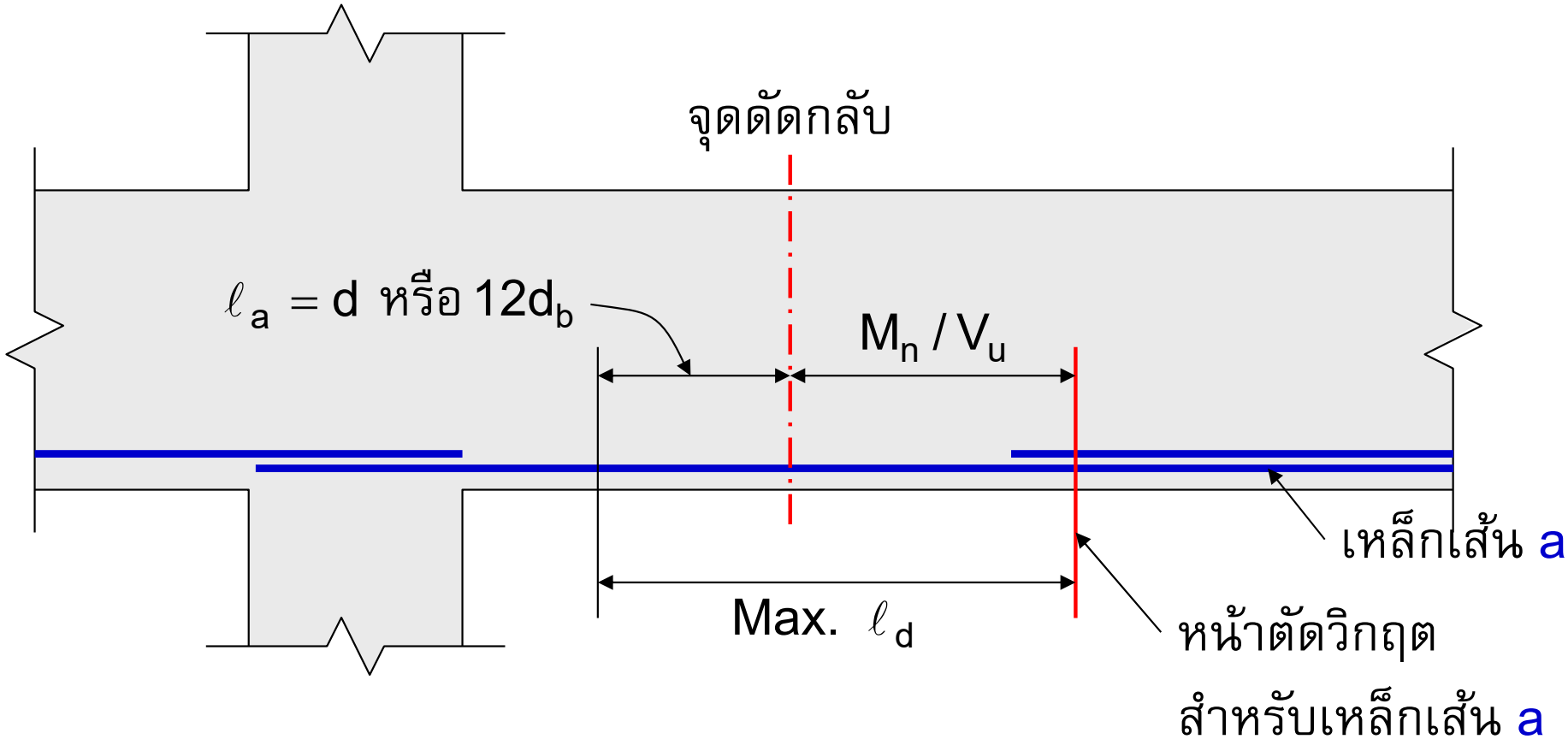
ที่จุดรองรับของคานช่วงเดี่ยว



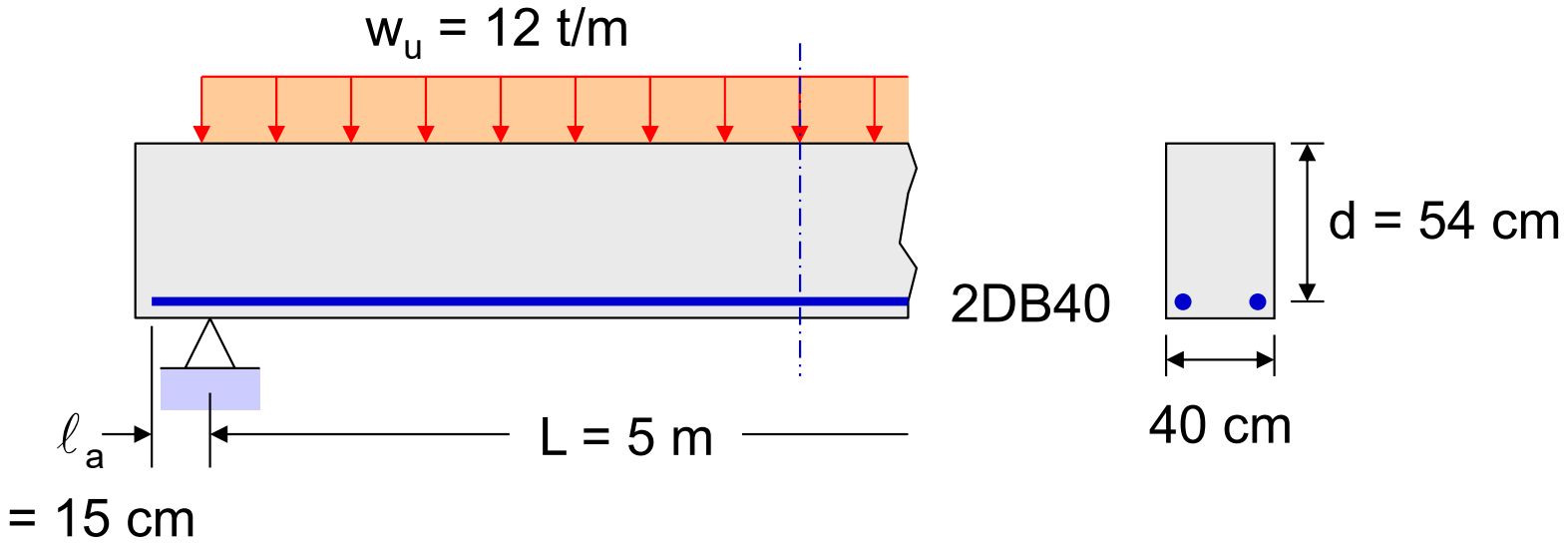
การหยุดเหล็กเสริมรับโมเมนต์บวก

ว.ส.ท. SDM

ที่จุดดัดกลับของคานต่อเนื่อง



ตัวอย่าง การตรวจสอบการฝังยึดของเหล็กรับโมเมนต์บวก



1. คำนวณความยาวฝังยึดของ DB40

กรณี **(A - 2)** $\ell_d = \dfrac{0.19 f_y \psi_t \psi_e}{\sqrt{f'_c}} d_b$

$= \dfrac{0.19 \times 4{,}000 \times 1.0 \times 1.0}{\sqrt{240}} \times 4.0$ = **196** ซม.

2. ตรวจสอบความยาวฝังยึดของ DB40

จุดรองรับคานช่วงเดี่ยว

$$\ell_d \le 1.3\frac{M_n}{V_u} + \ell_a$$

[**C = T**] $$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$= \frac{2\times 12.57\times 4{,}000}{0.85\times 240\times 40} = \textbf{12.3}\ \text{ซม.}$$

$$M_n = A_s f_y\left(d-\frac{a}{2}\right) = 2\times 12.57\times 4.0\times\left(54-\frac{12.3}{2}\right)/100$$

$$= \textbf{48.1}\ \text{ตัน-เมตร}$$

ที่จุดรองรับ $$V_u = \frac{w_u L}{2} = \frac{12\times 5}{2} = \textbf{30}\ \text{ตัน}$$

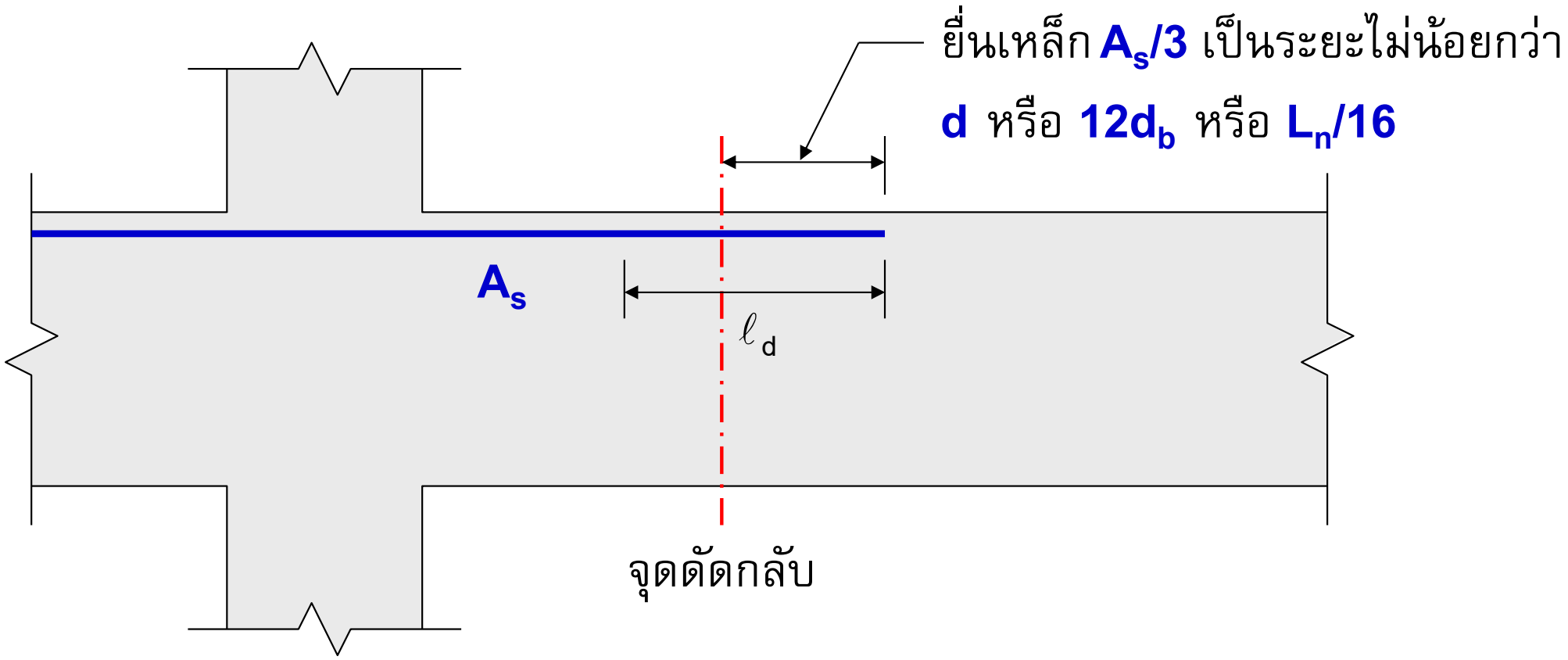
$$1.3\frac{M_n}{V_u} + \ell_a = \frac{1.3\times 48.1\times 100}{30} + 15 = \textbf{223}\ \text{ซม.}$$

ความยาวฝังยึด $\ell_d = 196$ ซม. น้อยกว่า 223 ซม. ดังนั้น DB40 สามารถใช้ได้

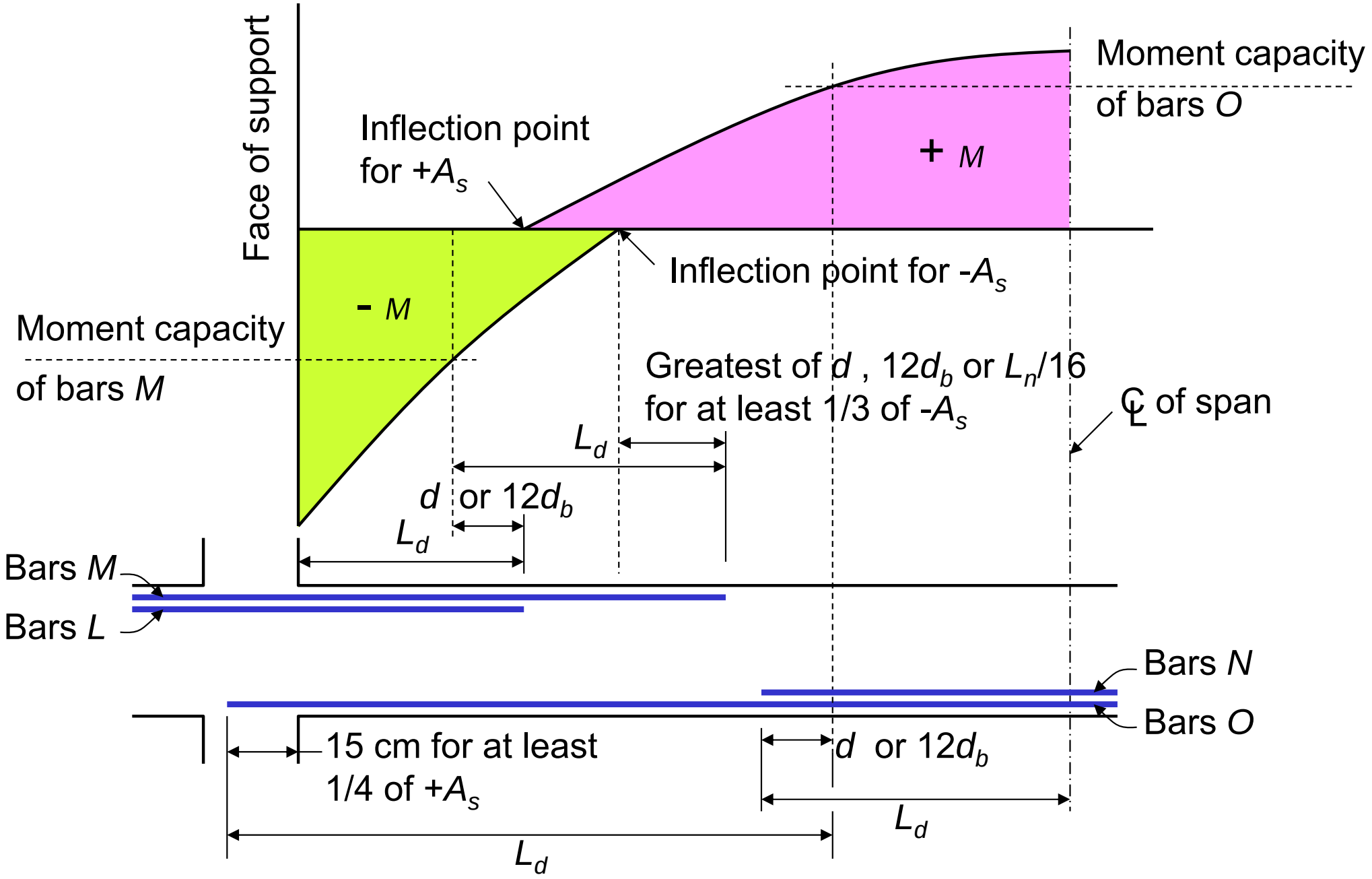
การหยุดเหล็กเสริมรับโมเมนต์ลบ

ว.ส.ท. SDM

- ต้องยื่นเหล็กเสริมอย่างน้อย **1** ใน **3** ของเหล็กรับโมเมนต์ลบเลยจุดดัดกลับ ไม่น้อยกว่า **d** หรือ **$12d_b$** หรือ **1/16** ของระยะช่วงว่างคาน โดยใช้ค่าที่มากกว่า

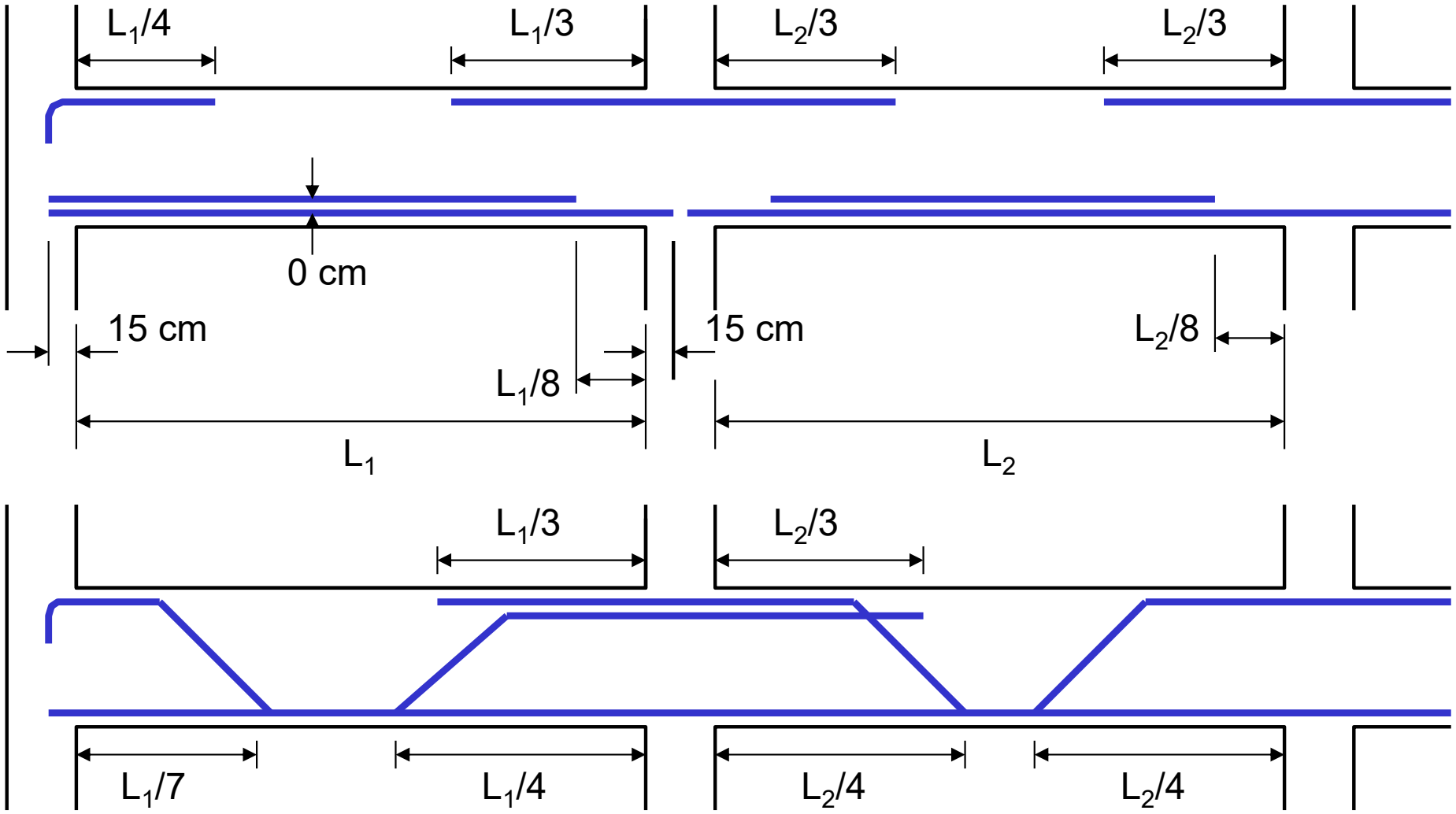


Bar Cutoff requirements of the ACI Code

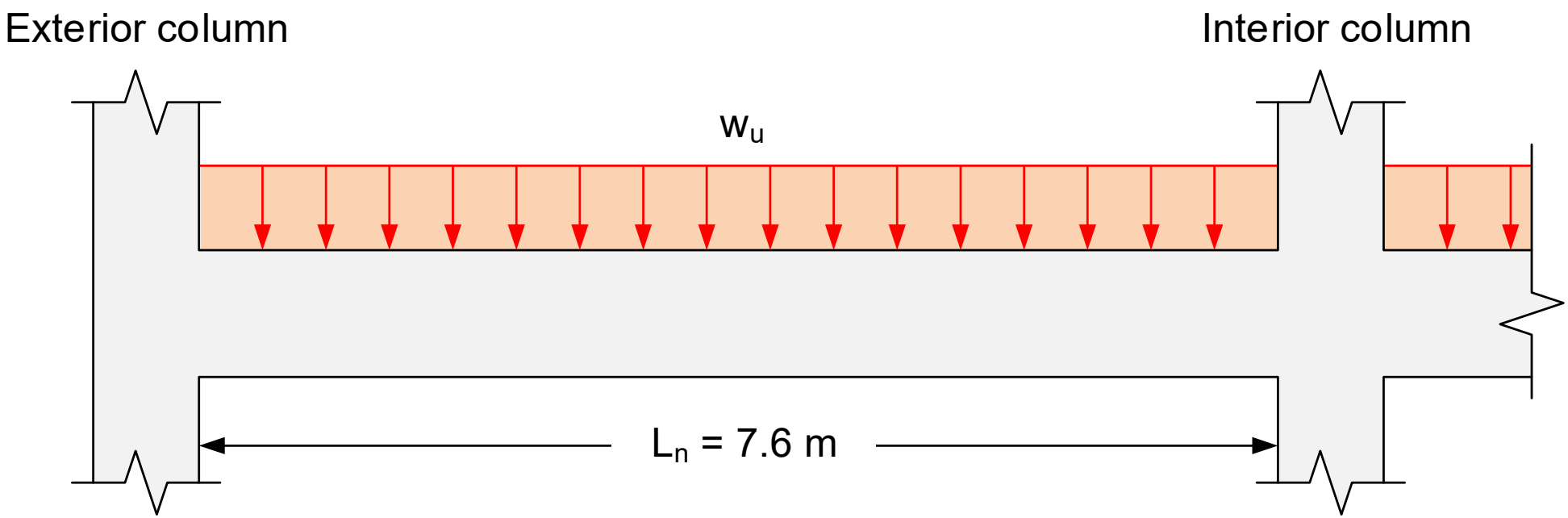


Standard Cutoff and Bend Points for Bars

For approximately equal spans with uniformly distributed loads



ตัวอย่าง 8.6 จงพิจารณาความยาวของเหล็กบนและเหล็กล่างของคานต่อเนื่องช่วงนอกสุดดังแสดงน้ำหนักแผ่ประลัยทั้งหมดคือ $w_u = 8.0$ ตัน กำหนด $f'_c = 280$ กก./ซม.^{2}, $f_y = 4{,}000$ กก./ซม.^{2}, $b = 40$ ซม., $h = 60$ ซม. และคอนกรีตหุ้ม 4 ซม.



1. ออกแบบเหล็กเสริมรับโมเมนต์และแรงเฉือนเบื้องต้น

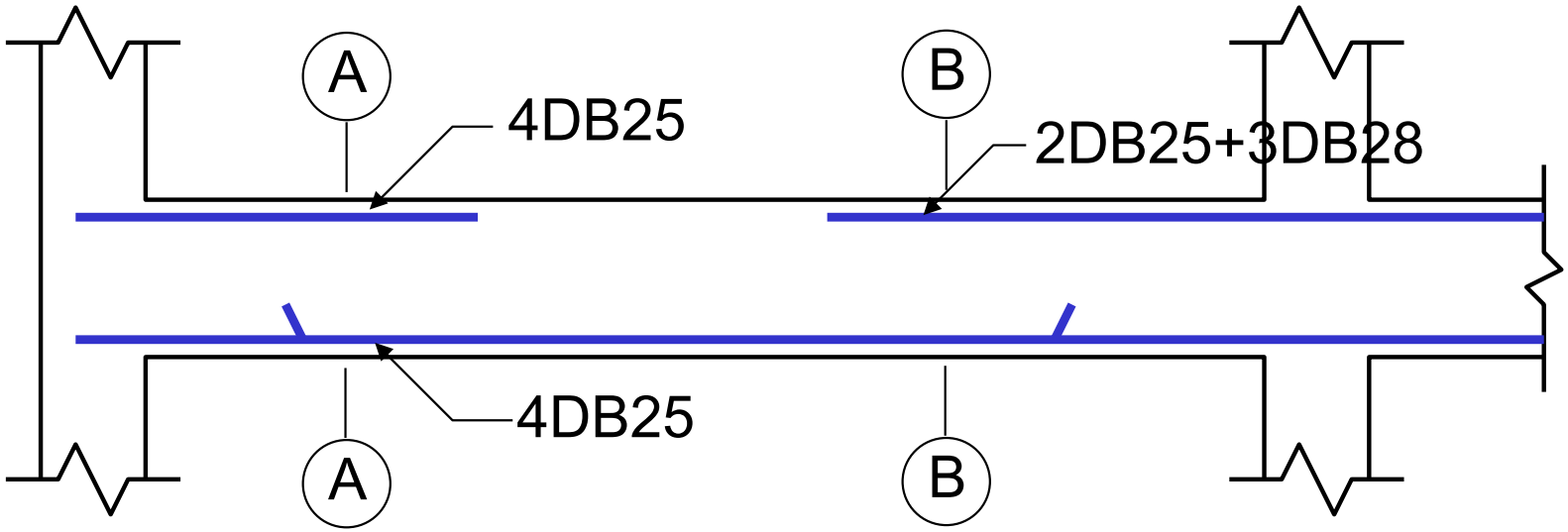
ก. ใช้การวิเคราะห์แบบประมาณค่าโมเมนต์และแรงเฉือน

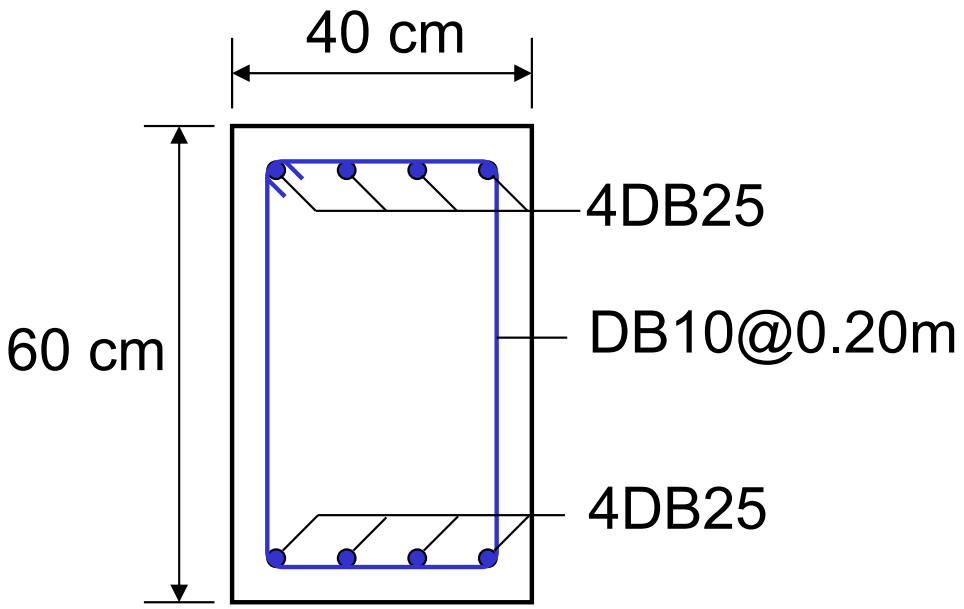
Interior face of exterior support	$-M_u = w_u L_n^2/16 = 8(7.6)^2/16 = -28.88$ t-m

Mid span positive	$+M_u = w_u L_n^2/14 = 8(7.6)^2/14 = 33.01$ t-m
Exterior face of first interior support	$-M_u = w_u L_n^2/10 = 8(7.6)^2/10 = -46.21$ t-m
Exterior face of first interior support	$V_u = 1.15 w_u L_n/2 = 1.15(8)(7.6)/2 = 34.96$ t-m

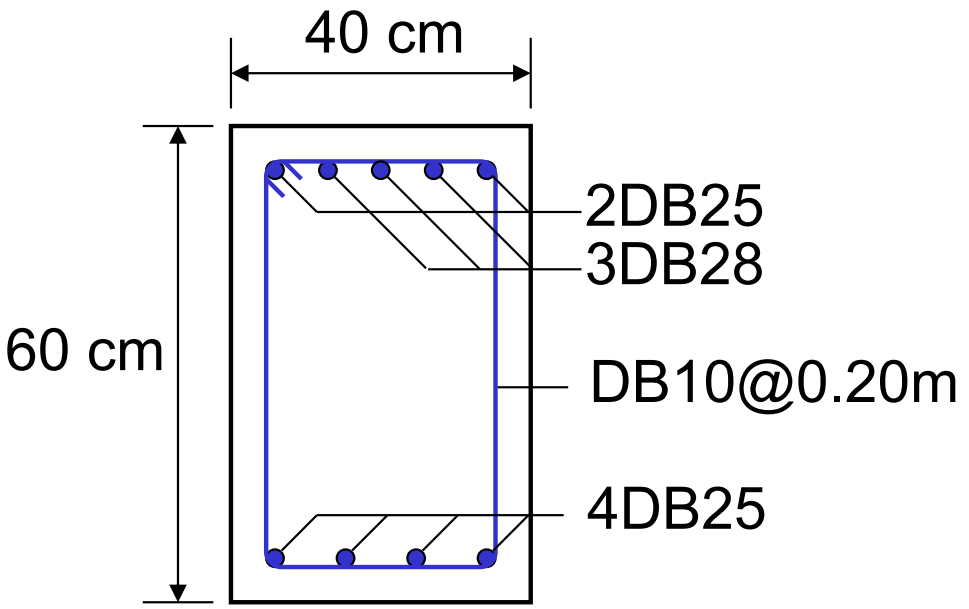
ข. พิจารณาเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด โดยใช้คอนกรีตหุ้ม 4 ซม. เหล็กปลอก DB10 และเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด DB25 หรือ DB28 ค่า d ≈ 60-4-1.0-1.4 ≈ 53.6 ซม.

M_u	A_s required	Bars	A_s provided
- 28.88 t-m	15.97 cm^2	4DB25	19.63 cm^2
+ 33.01 t-m	18.44 cm^2	4DB25	19.63 cm^2
- 46.21 t-m	26.76 cm^2	2DB25+3DB28	28.29 cm^2





Section A-A



Section B-B

ค. พิจารณาเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

V_u ที่ระยะ “d” จากผิวเสาที่รองรับ : $V_u = 34.96 - 8(0.536) = 30.67$ ตัน

$$V_c = 0.53\sqrt{280} \times 40 \times 53.6 / 1{,}000 = 19.01 \text{ ตัน}$$

โดยที่ $s_{max} = d/2 = 53.6/2 = 26.8$ ซม., เหล็กปลอก DB10 ($A_v = 1.57$ ซม.^{2})

V_s ที่ต้องการ $= V_u / \phi - V_c = 30.67/0.85 - 19.01 = 17.07$ ตัน

s ที่ต้องการ $= A_v f_y d / V_s = 1.57 \times 4.0 \times 53.6/17.07 = 19.72$ ซม.

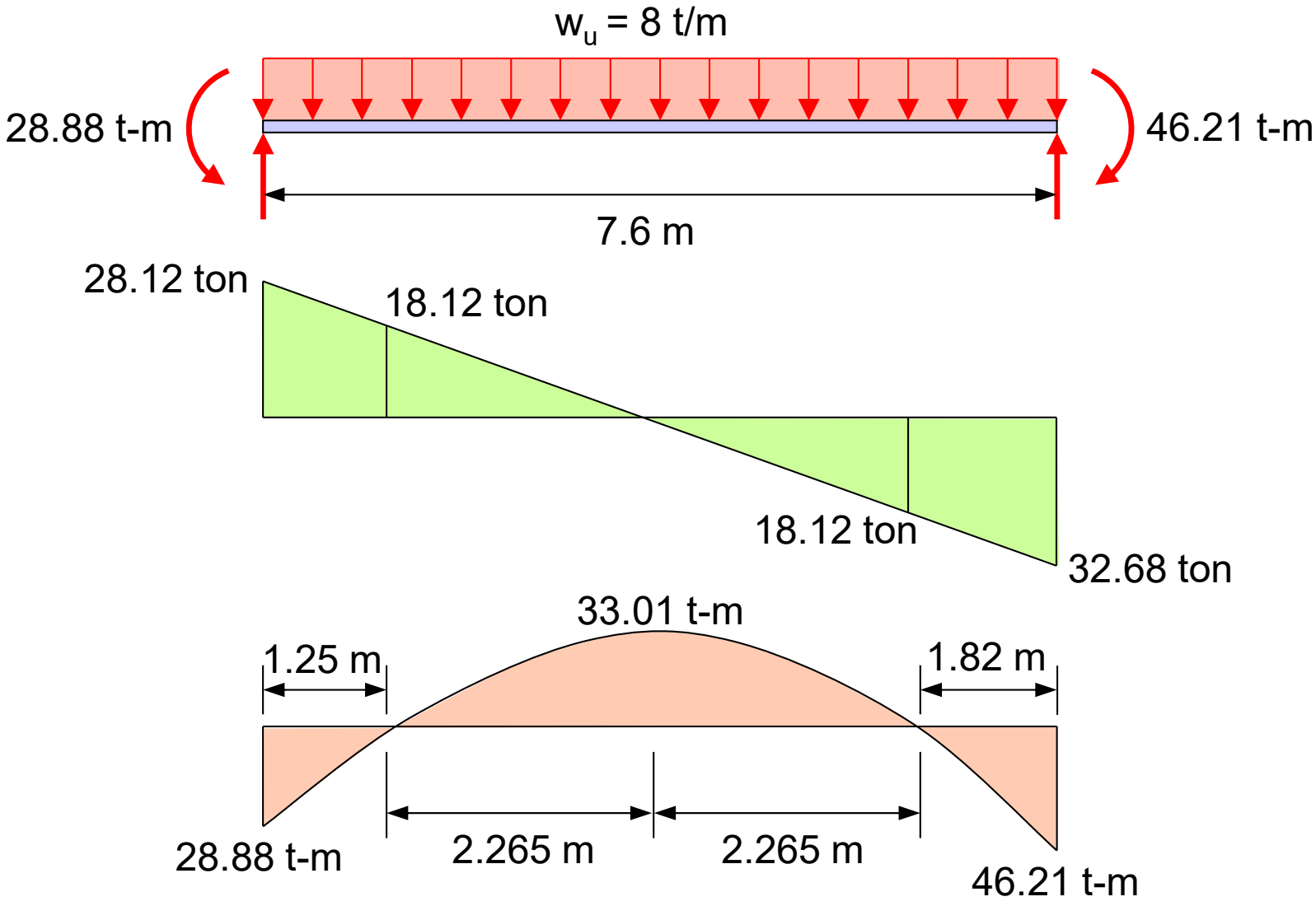
ใช้เหล็กปลอก DB10@0.18 ม.

2. ความยาวเหล็กเสริมล่าง

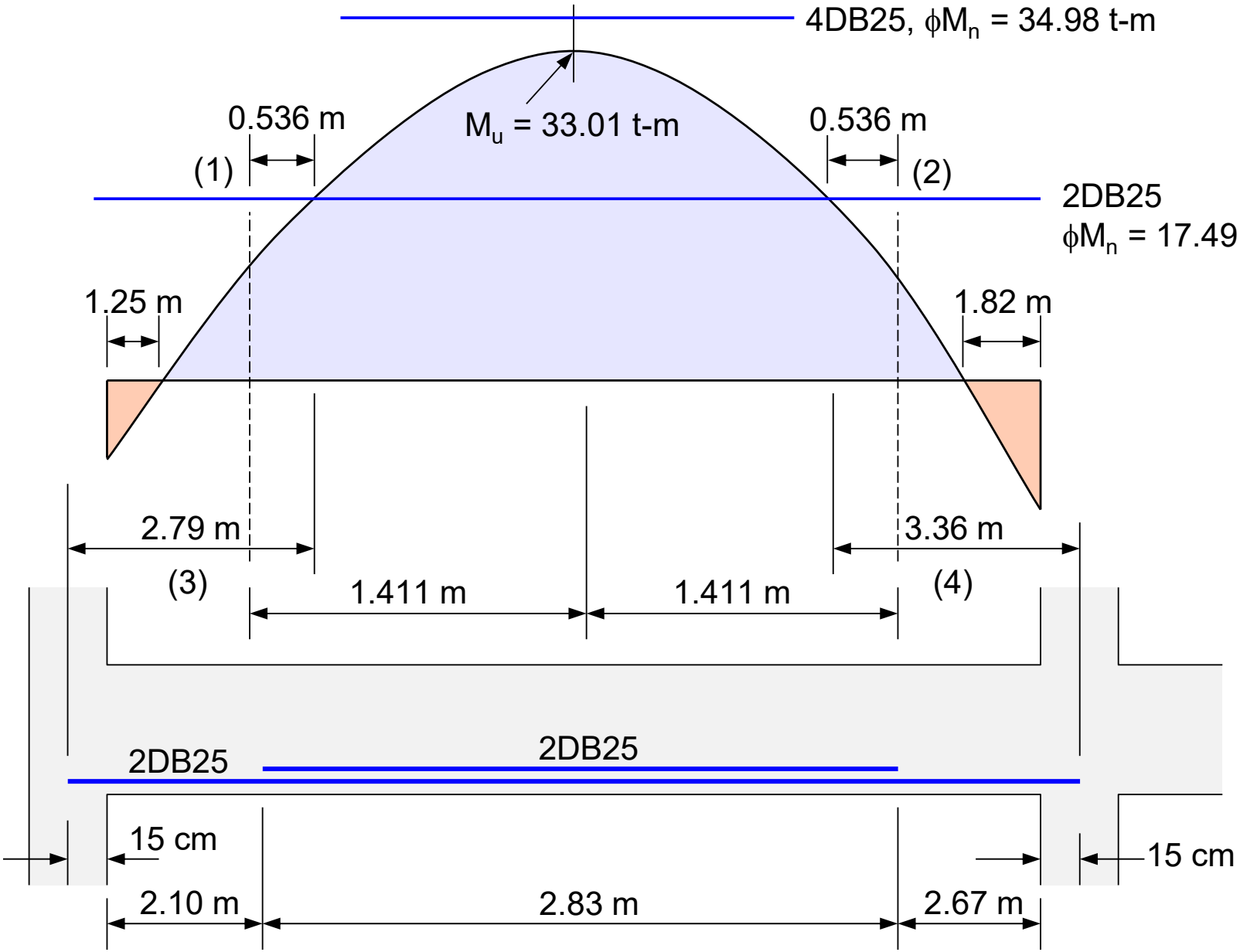
ก. จำนวนเหล็กเส้นที่ต้องยื่นเข้าไปในจุดรองรับ

หนึ่งในสี่ของ ($+A_s$) ต้องยื่นเข้าไปในที่รองรับอย่างน้อย 15 ซม. โดยที่ต้องมีเหล็กนอนที่แต่ละมุมของหน้าตัดคาน เหล็กเสริมอย่างน้อย 2 เส้นควรยาวตลอดช่วงคานโดยใช้ 2DB25 และหยุดเหล็กเสริม 2DB25 ภายในช่วงคาน

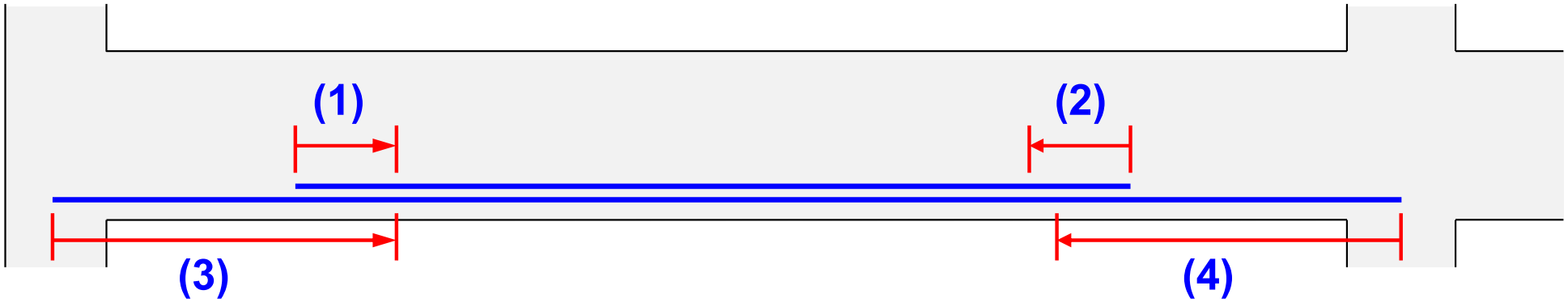
ข. พิจารณาตำแหน่งการหยุดเหล็ก 2DB25 ภายในช่วงคาน และตรวจสอบความต้องการความยาวยึดรั้งอื่นๆ โดยเขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของสภาวะน้ำหนักบรรทุกที่ให้ค่าโมเมนต์มากที่สุดเป็นดังในรูปข้างล่าง



ส่วนโมเมนต์บวกของแผนภูมิ M_u ดังในรูปข้างล่าง พร้อมทั้งกำลังโมเมนต์ ϕM_n สำหรับ 4DB25, $\phi M_n = 34.98$ ตัน-เมตร และสำหรับ 2DB25, $\phi M_n = 17.49$ ตัน-เมตร



เหล็กล่าง 2DB25 ยื่นเข้าไปในที่รองรับ 15 ซม. และอีก 2DB25 ถูกหยุดที่ 2.10 ม. และ 2.67 ม. จากจุดรองรับภายนอกและภายในตามลำดับ ตำแหน่งหยุดเหล็กพิจารณาจากขั้นตอนดังนี้ :



ระยะ (1) และ (2) คือระยะที่เลยจากจุดที่ต้องการเหล็กเสริม จะใช้ค่าที่มากกว่าระหว่าง d และ $12d_b$: $d = 53.6$ ซม. $> 12d_b = 12(2.5) = 30$ ซม. **ระยะ 53.6 ซม. ควบคุม**

ระยะ **(3)** และ **(4)** คือระยะวัดจากปลายเหล็กเสริมจนถึงจุดที่ต้องการกำลังโมเมนต์ดัดเต็มที่ของเหล็ก 2DB25 ที่ยื่นเข้าที่รองรับ ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า ℓ_d :

จากตารางที่ ก.4 สำหรับ DB25 : $\ell_d = 114$ ซม.

ระยะ (3) ที่มียาว 279 ซม. > 114 ซม. **OK**

ระยะ (4) ที่มียาว 336 ซม. > 114 ซม. **OK**

ตรวจสอบความยาวฝังยึด ℓ_d สำหรับอีก 2DB25 ที่หยุดก่อนเข้าที่รองรับ

ระยะจากกลางช่วงคานคือ 141 ซม. > 114 ซม. **OK**

สำหรับ 2DB25 ที่ยื่นเข้าที่รองรับ ตรวจสอบระยะฝังที่ต้องการ

ณ จุดเปลี่ยนการดัด (Point of Inflection, PI) : $\ell_d \le \frac{M_n}{V_u} + \ell_a$

สำหรับ 2DB25, $M_n = 17.49/0.9 = 19.43$ ตัน-เมตร

ณ จุด PI ข้างซ้าย, $V_u = 28.12 - 8(1.25) = 18.12$ ตัน

ℓ_a = ค่าที่มากกว่าของ $12d_b = 12(2.5) = 30$ ซม. หรือ $d = 53.6$ ซม. **(ควบคุม)**

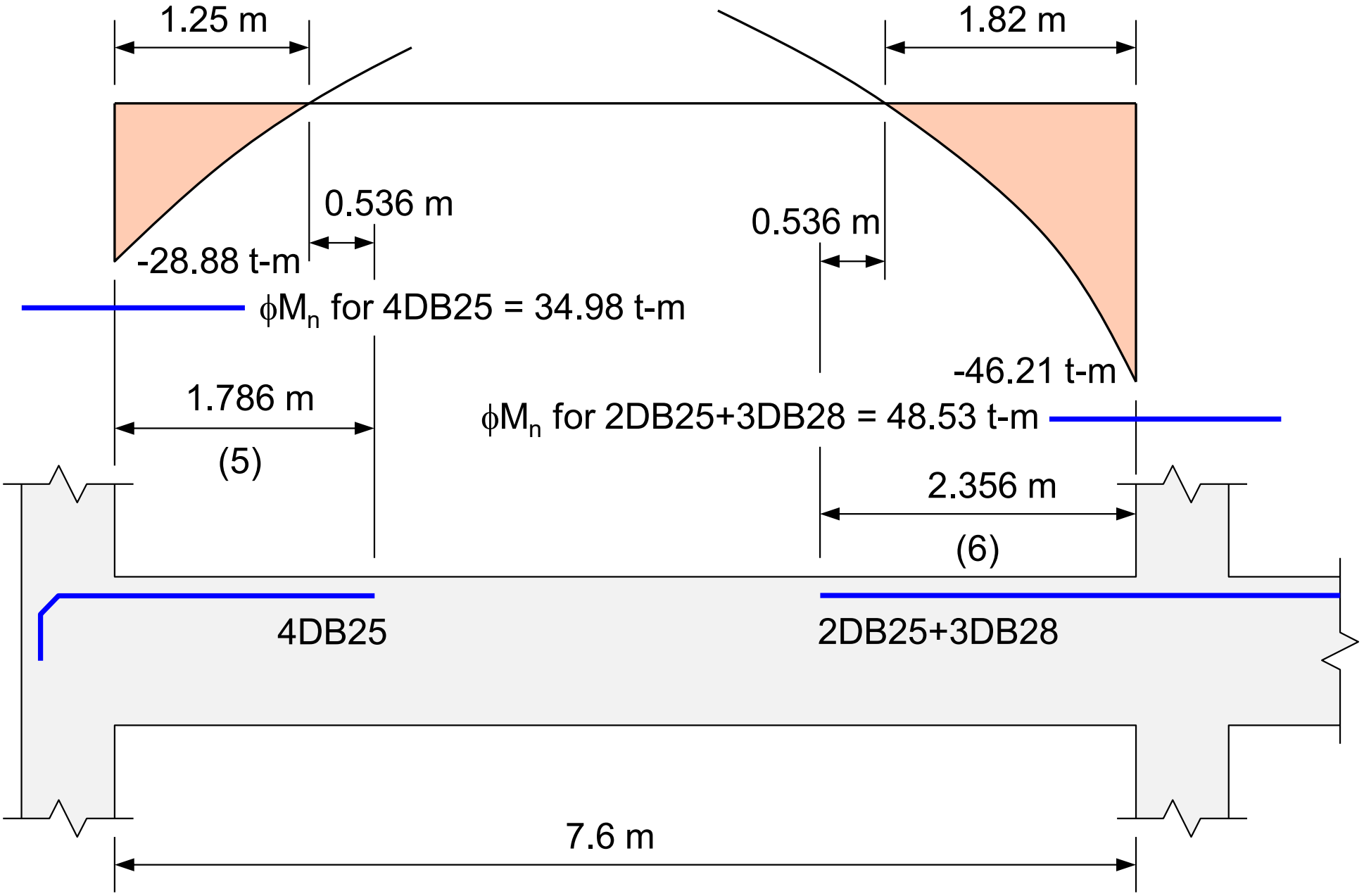
$$\ell_d \le \frac{19.43 \times 100}{18.12} + 53.6 = 160.83 \text{ ซม.}$$

สำหรับ DB25 : $\ell_a = 114$ ซม. < 160.83 ซม. **OK**

ณ จุด PI ข้างขวา, $V_u = 32.68 - 8(1.82) = 18.12$ ตัน จากการตรวจสอบ **OK**

3. ความยาวเหล็กเสริมบน

จากแผนภูมิโมเมนต์ลบ M_u ออกแบบเหล็กเสริมมีกำลัง ϕM_n ดังแสดงในรูปข้างล่าง



4. ระยะฝังยึดที่ต้องการสำหรับเหล็กบน **4DB25** ที่จุดรองรับภายนอก

ก. จำนวนเหล็กเส้นที่ต้องยื่นออกมาจากที่รองรับ

หนึ่งในสามของ ($-A_s$) เสริมที่จุดรองรับจะต้องยื่นออกมาเลยจุดดัดกลับเป็นระยะเท่ากับค่าที่มากกว่าของ d, $12d_b$ หรือ $L_n/16$

$d = 53.6$ ซม. (ควบคุม)

$12d_b = 12(2.5) = 30$ ซม.

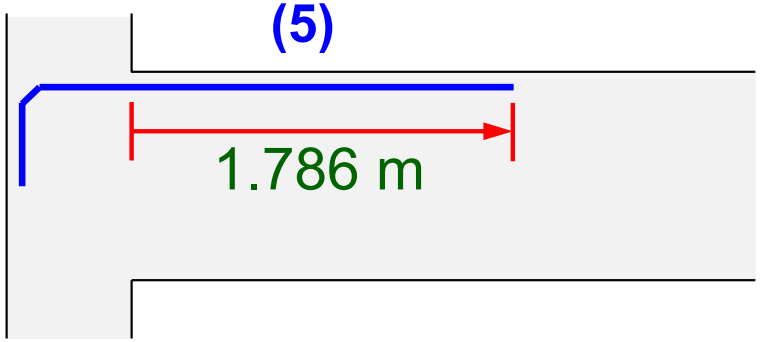
$L_n/16 = 760/16 = 47.5$ ซม.

เนื่องจากจุดดัดกลับอยู่ที่ระยะเพียงแค่ 1.25 ม. จากจุดรองรับ ความยาวของ DB25 จึงค่อนข้างสั้นแม้ว่าจะต้องยื่นเลยจุดดัดกลับไปอีก 53.6 ซม. ตรวจสอบระยะฝังยึด ℓ_d ที่ต้องการที่ระยะ 1.786 ม. จากผิวจุดรองรับ

ระยะ (5) ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า ℓ_d

จากตาราง ก.6 สำหรับเหล็กบน DB25 :

$\ell_d = 1.3(114) = 148 < 178.6$ ซม. **OK**



ข. การฝังยึดในเสาต้นนอก

เหล็ก DB25 ถูกฝังยึดในเสาโดยใช้การงอขอมาตรฐาน จากตารางที่ ก.6 ค่า

ℓ_{hb} = 48 ซม. ซึ่งลดลงได้โดยพิจารณาการเสริมเหล็กส่วนเกินคือ :

$$\frac{(A_s \text{ required})}{(A_s \text{ provided})} = \frac{15.97}{19.63} = 0.81$$

$\ell_{dh} = 0.81 \times 48 = 38.9$ ซม.

ความกว้างเสาที่ต้องการคือ $38.9 + 4 + 1 + 2.5/2 = 45.2$ ซม.

ใช้ความลึกเสา **50** ซม.

5. ระยะฝังยึดที่ต้องการสำหรับ 2DB25+3DB28 ที่จุดรองรับภายใน

ก. จำนวนเหล็กเส้นที่ต้องยื่นออกมาคือหนึ่งในสามของ **($-A_s$)**

d = 53.6 ซม. (ควบคุม)

$12d_b = 12(2.8) = 33.6$ ซม.

$L_n/16 = 760/16 = 47.5$ ซม.

ระยะช่องว่าง s = [40 - 2(4) - 2(1) - 2(2.5) - 3(2.8)]/4

= 4.15 ซม. = $1.48d_b$ > d_b

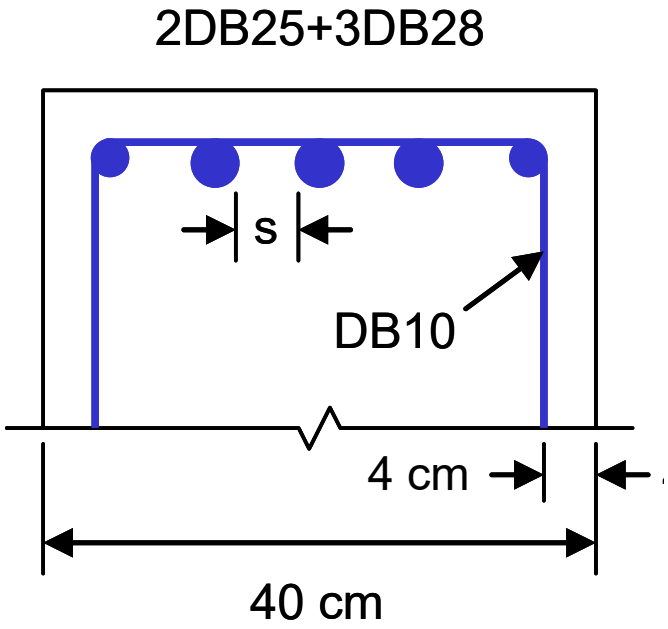
ระยะ c-c เหล็กเสริม = [40 – 2(4) – 2(1) – 2.5]/4

= 6.88 ซม. = $2.46d_b$

ระยะหุ้มคอนกรีต = 4 + 1 = 5 ซม. = $1.79d_b$ > d_b

ระยะฝังยึดที่ต้องการ, ℓ_d = 1.3(127) = 165 ซม.

ระยะ **(6)** = 182 + 53.6 = 235.6 ซม. > ℓ_d = 165 ซม. **OK**



6. สรุปผลการออกแบบ : ความยาวของเหล็กล่างและเหล็กบนเป็นดังแสดงในรูปข้างล่าง