

Partie 2: Mouvement d'un pendule élastique

Dans cette partie, on étudie le mouvement d'un oscillateur mécanique modélisé par un système (solide-ressort) constitué d'un solide (S) de masse m , de centre d'inertie G , homogène de forme cubique d'arête $a=2\text{cm}$ et d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K .

On fixe l'une des extrémités du ressort à un support et on accroche à l'autre extrémité le solide (S) qui peut glisser sur le plan horizontal (P).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du solide (S) dans un repère $R(O, \vec{i})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

On repère la position de G à un instant t par son abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) . A l'équilibre, l'abscisse du centre d'inertie G du solide est nul (figure 1).

On écarte (S) de sa position d'équilibre et on le lâche.

L'origine des dates ($t = 0$) est choisie à un instant où l'abscisse x de G est positif.

On choisit le plan horizontal (P) comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp}=0$) et l'état du système à l'équilibre comme état de référence de l'énergie potentielle élastique ($E_{pe}=0$).

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p du système en fonction du temps t .

On néglige les frottements et on prend $g=10\text{m.s}^{-2}$ et $\pi^2=10$.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit :

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right). T_0 \text{ étant la période propre de}$$

cet oscillateur.

1- Etablir l'expression de l'énergie potentielle $E_p(t)$ du système en fonction de K , m , g , a et $x(t)$. (0,5pt)

2- Déduire, en utilisant la courbe de la figure 2, que l'expression de l'énergie potentielle du système

(exprimée en joule) s'écrit:

$$E_p(t) = 6 \cdot 10^{-3} \cos^2(4\pi t + \varphi) + 2 \cdot 10^{-3}. (0,75\text{pt})$$

3- Déterminer la valeur de m , de K et celle de φ . (0,75pt)

4- En utilisant la courbe de la figure 2, calculer la norme v du vecteur vitesse de G à l'instant $t=0,25\text{s}$. (0,5pt)

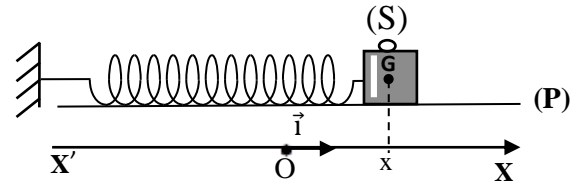


Figure 1

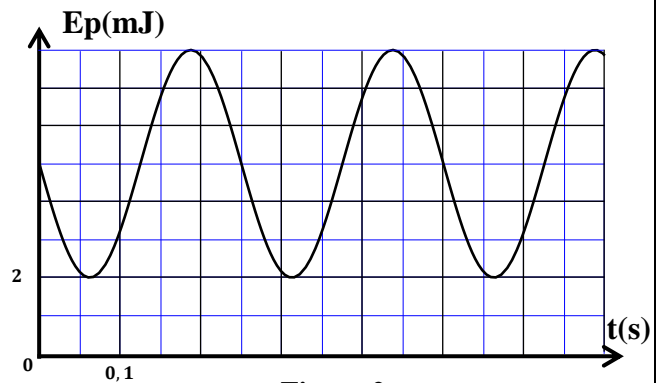


Figure 2