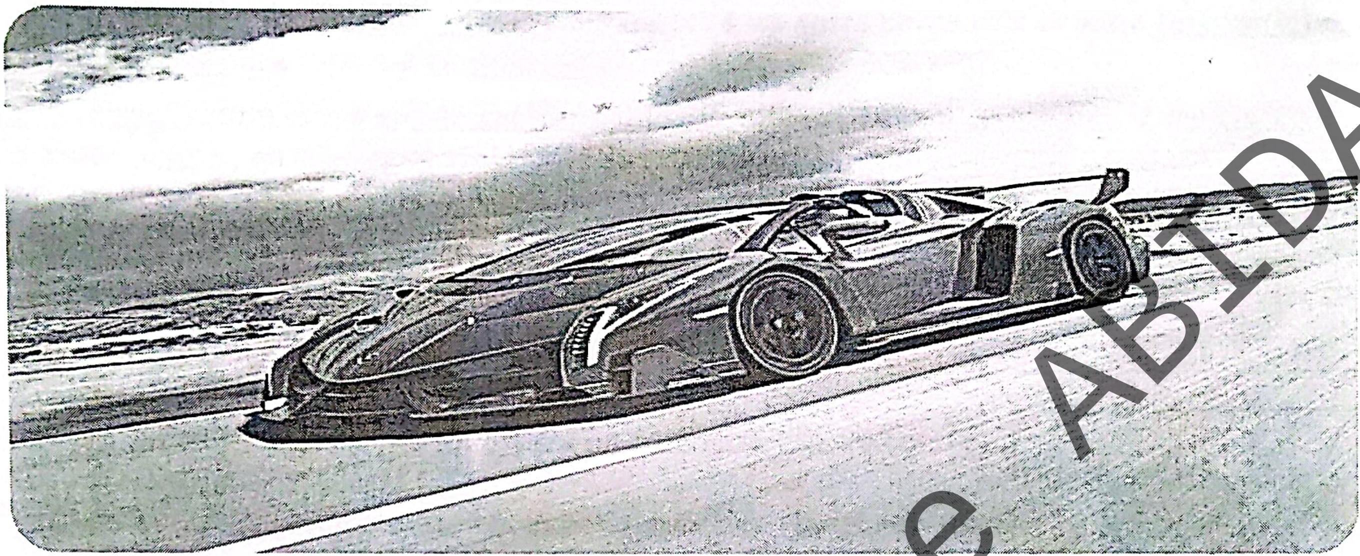
Unité 1

Les lois de Newton

Mécanique



Situation-problème

Lors du démarrage , la vitesse d'une voiture de cours atteint des certains de kilomètres au bout de quelques secondes ; le mouvement du voiture est dit très accélérée .

- Qu'est-ce que l'accélération?
- Quelle relation relie-t-elle aux forces exercées su la voiture?
- Quelles sont les lois de Newton ?

Objectifs

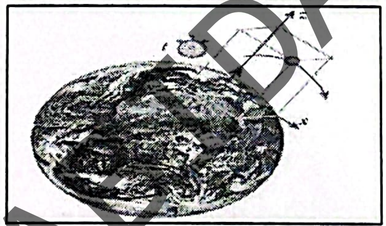
- Connaitre l'expression du vecteur vitesse .
- Connaitre l'expression du vecteur accélération .
- Savoir déterminer les coordonnées du vecteur accélération dans la base de Frenet .
- Connaitre les lois de Newton et leurs demains de validité.
- Connaitre les caractéristiques du mouvement rectiligne uniformément varié.

I Notions générales sur le mouvement

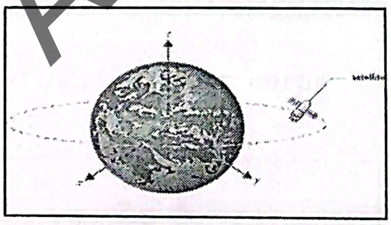
① Relativité du mouvement

On a vu précédemment que le mouvement et le repos sont des concepts relatifs c'est à dire le mouvement d'un corps ne peut être étudié que par rapport à un corps de référence (référentiel)
On dit qu'un corps est en mouvement par rapport à un autre corps pris comme référentiel si sa position change par rapport à ce référentiel .

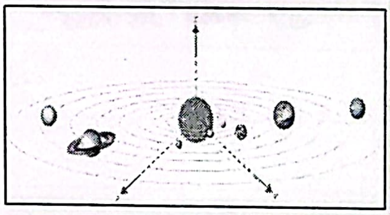
Le référentiel est un corps solide indéformable par rapport auquel en étudier le mouvement d'un autre corps , en distingue trois type de référentiel .



- ❑ Le référentiel terrestre : est construit à partir de n'importe quel solide de référence fixe par rapport à la surface de la Terre .
  Il est utilisé pour étudier les mouvements des objets à la surface de la Terre



- ❑ Le référentiel géocentrique : est un référentiel lié au centre de la Terre .
  Il est utilisé pour étudier les mouvements des objets autours de la Terre (satellites artificielles , avions , navette spatiale , la Lune)

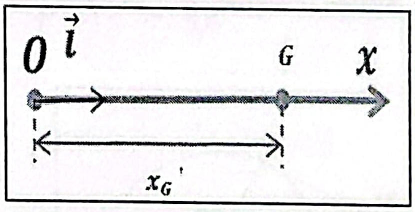


- ❑ Le référentiel héliocentrique : est un référentiel lié au centre du Soleil.
  Il est utilisé pour étudier les mouvements des planètes autours du Soleil .

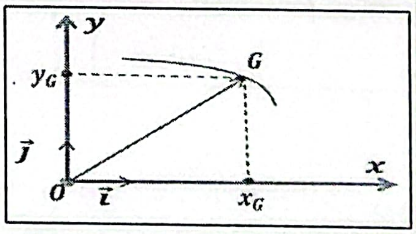
② Repérage du mouvement

Pour décrire avec précision le mouvement d'un corps on doit associer au référentiel un repère d'espace et un repère du temps

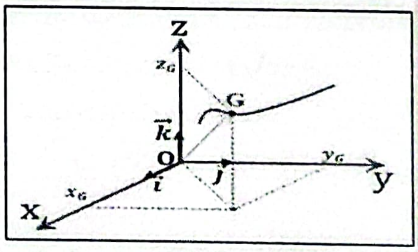
❖ Repère d'espace



1^er Cas : Mouvement rectiligne: Pour repérer les positions d'un mobile en mouvement rectiligne par rapport à un référentiel choisi , on utilise un repère d'espace $R(O,\vec{i})$ d'origine O d'axe (Ox) orienté dans le sens du mouvement
Dans ce cas le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i}$ où $\vec{i}$ est un vecteur unitaire et $OG = \sqrt{{x_G}^2} = |x_G|$



2^éme Cas : Mouvement plan: Pour repérer les positions d'un mobile en mouvement curviligne par rapport à un référentiel choisi , on utilise un repère d'espace $R(O,\vec{i},\vec{j})$ d'origine O d'axes (Ox) et (Oy) orientés dans le sens du mouvement
Dans ce cas le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont des vecteurs unitaires et $OG = \sqrt{{x_G}^2 + {y_G}^2}$



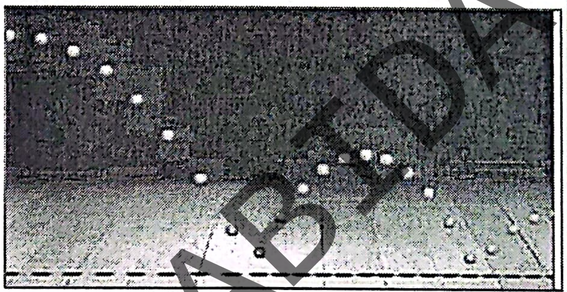
3^éme Cas : Mouvement dans l'espace : Pour repérer les positions d'un mobile en mouvement dans l'espace par rapport à un référentiel choisi , on utilise un repère d'espace $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ d'origine O d'axes (Ox) , (Oy) et (Oz) orientés dans le sens du mouvement , dans ce cas le vecteur position s'écrit :
$\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j} + z_G.\vec{k}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires , et $OG = \sqrt{{x_G}^2 + {y_G}^2 + {z_G}^2}$

❖ Repère du temps

Au cours de son mouvement le mobile occupe des différentes positions et ses coordonnées varient en fonctions du temps .
Pour déterminer la position du mobile à un instant donné on doit choisir une origine du temps $t = 0$ qui correspond à la position initiale du mobile et une horloge pour mesurer le temps ; c'est ce qu'on appelle repère du temps .

③ La trajectoire

La trajectoire d'un point matériel est l'ensembles des positions successives occupées par ce point au cours de son mouvement par rapport à un référentiel choisi
La trajectoire d'un point mobile est relatif au référentiel par rapport auquel en étudier le mouvement .



④Le vecteur vitesse

Dans un référentiel donné , le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie G d'un corps solide est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

On a , $\vec{V_G} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ avec $\vec{OG} = x_G\vec{i} + y_G\vec{j} + z_G\vec{k}$

Donc $\vec{V_G} = \frac{d(x_G\vec{i} + y_G\vec{j} + z_G\vec{k})}{dt}$

$\vec{V_G} = \frac{dx_G}{dt}\vec{i} + \frac{dy_G}{dt}\vec{j} + \frac{dz_G}{dt}\vec{k}$

Avec $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires constantes .

$\vec{V_G} = \dot{x}_G\vec{i} + \dot{y}_G\vec{j} + \dot{z}_G\vec{k}$

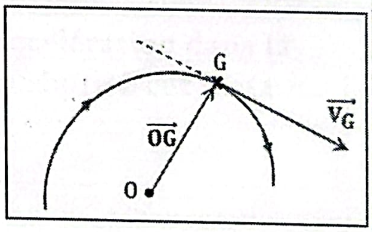
On générale le vecteur vitesse $\vec{V_G}$ a trois composantes :

$$\vec{V_G}\begin{cases} V_x = \dot{x}_G \\ V_y = \dot{y}_G \\ V_z = \dot{z}_G \end{cases}$$

Donc $V_G = \sqrt{\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2}$.

❖ Remarque

- **L'unité de la vitesse dans le (S.I) est : mètre par seconde $m.s^{-1}$**
- **Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire .**



⑤Le vecteur accélération

❖ Définition

Dans un référentiel donné , le vecteur accélération du centre d'inertie G d'un corps solide est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse :

on a $\vec{a_G} = \frac{d\vec{V_G}}{dt}$ avec $\vec{V_G} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

on a $\vec{a_G} = \frac{d(\dot{x}_G\vec{i} + \dot{y}_G\vec{j} + \dot{z}_G\vec{k})}{dt}$

Alors $\vec{a_G} = \frac{d\dot{x}_G}{dt}.\vec{i} + \frac{d\dot{y}_G}{dt}\vec{j} + \frac{d\dot{z}}{dt}.\vec{k}$

$\vec{a_G} = \ddot{x}_G\vec{i} + \ddot{y}_G\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

On générale le vecteur accélération $\vec{a_G}$ a trois composantes :

$$\vec{a_G}\begin{cases} a_x = \ddot{x}_G \\ a_y = \ddot{y}_G \\ a_z = \ddot{z}_G \end{cases}$$

Donc $a_G = \sqrt{\ddot{x}_G^2 + \ddot{y}_G^2 + \ddot{z}^2}$.

L'unité de l'accélération dans le (S.I) est : mètre par seconde carré $m.s^{-2}$

❖ Remarque

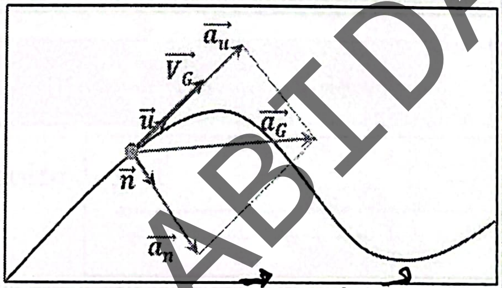
Si on revient au vecteur position , le vecteur accélération est la dérivée seconde du vecteur position en fonction du temps .

On a $\vec{a_G} = \frac{d\vec{V_G}}{dt}$ avec $\vec{V_G} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$

Donc $\vec{a_G} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$

⑥Le vecteur accélération dans la base de Frenet

Le repère de Frenet $R(G,\vec{u},\vec{n})$ est un repère local orthonormé lié au mobile G .
Le vecteur unitaire $\vec{u}$ est tangente à la trajectoire au point G et orienté dans le sens du mouvement .
Le vecteur unitaire $\vec{n}$ est normal et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire , il est perpendiculaire à $\vec{u}$.



- **Puisque le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire donc :** $\vec{V_G} = V_G \vec{u}$
- **Le vecteur accélération dans la base de Frenet est :** $\vec{a_G} = a_u \vec{u} + a_n \vec{n}$
  Avec $a_u = \frac{dV_G}{dt}$ **: est l'accélération tangentielle et** $a_n = \frac{V_G^2}{\rho}$ **: est l'accélération normale**
  ρ est le rayon de courbure .

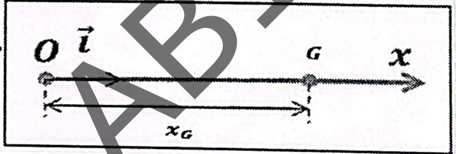
❖ Application

Les coordonnées du centre d'inertie G d'un mobile lors de son mouvement dans un repère cartésien
$R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **sont :** $x(t) = -5t$, $y(t) = 3t^2$, $z(t) = 10$.

❶ **Donner l'expression du vecteur position $\vec{OG}$, puis calculer sa norme à l'instant $t = 10s$.**
❷ **Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V_G}$ du centre d'inertie G , puis calculer sa norme à l'instant $t = 10s$.**
❸ **Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a_G}$ du centre d'inertie G , puis calculer sa norme à l'instant $t = 10s$.**
❹ **Calculer la composante tangentielle et la composante normale de l'accélération dans la base de Frenet à l'instant $t = 10s$. Déduire la valeur du rayon de courbure à cet instant .**

II Le mouvement rectiligne uniforme et le mouvement rectiligne uniformément varié

Le mouvement de G est rectiligne si sa trajectoire est une droite . On choisit un repère d'espace $R(O,\vec{i})$ d'origine O d'axe (Ox) orienté dans le sens du mouvement .



- **Le vecteur position est :** $\vec{OG} = x_G \vec{i}$
- **Le vecteur vitesse est :** $\vec{V_G} = V_x \vec{i}$
- **Le vecteur accélération est :** $\vec{a_G} = a_x \vec{i}$

① Le mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par :

- Une trajectoire rectiligne
- Un vecteur accélération nul : $\vec{a_G} = \vec{0}$
- Un vecteur vitesse constant $\vec{V_G} = \vec{cte}$ ou $V_x = V_{ox} = \pm V_0$ (V_0 est la vitesse initiale).
- L'éq. horaire du Mvt est

On a ; $\vec{V_G} = V_x \vec{i} = \vec{cte}$ Avec $V_x = \frac{dx_G}{dt}$

Par intégration on trouve : $x_G(t) = V_x(t) + x_0$

x_0 : étant l'abscisse initial.

② Le mouvement rectiligne uniformément varié

Le mouvement rectiligne uniformément varié est caractérisé par :

- Une trajectoire rectiligne
- Un vecteur accélération constant $\vec{a_G} = \vec{cte} \neq \vec{0}$ avec $a_x = a_{ox} = \pm a_0$
- Les équations horaires du mvt sont

On a $\vec{a_G} = a_x \vec{i} = \vec{cte}$ avec $a_x = \frac{dV_x}{dt}$

Par intégration on trouve $V_x(t) = a_x t + V_{ox}$ Avec $V_{ox} = \pm V_0$

Et puisque $V_x = \frac{dx_G}{dt}$ donc $\frac{dx_G}{dt} = a_x t + V_{ox}$

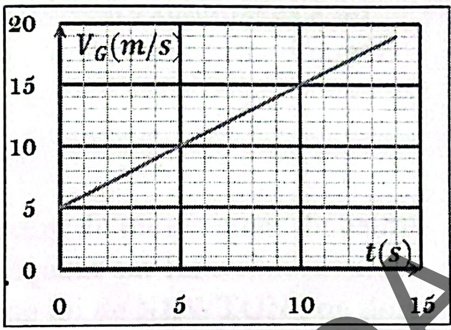
Par intégration on trouve : $x_G(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + V_x t + x_0$

x_0 étant l'abscisse initial ; V_0 étant la vitesse initiale.

❖ Remarque

- Si $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{V_G} > 0$ le mouvement est uniformément ~~retardé~~ accéléré
- Si $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{V_G} < 0$ le mouvement est uniformément .retardé.

❖ Application



La courbe ci-contre représente les variations de la vitesse d'un point mobile au cours de son mouvement rectiligne .

❶ Quelle est la nature du mouvement du point mobile M ?

❷ Déterminer les équations du mouvement du point mobile M . On donne $x(0) = -2m$.

II Les lois de NEWTON

① Forces intérieurs et forces extérieurs

Après avoir précisé le système étudié :

✓ Forces intérieurs : sont des forces qui s'exercent sur le système étudié par des corps qui appartiennent au système .

✓ Forces extérieurs : sont des forces qui s'exercent sur le système étudié par des corps qui n'appartiennent pas au système .

❖ Remarque

- Un système est dit isolé s'il n'est soumis à aucune force .
- Un système est dit pseudo-isolé si les forces auxquelles il est soumis se compense .

②Première loi de NEWTON « Principe d'inertie »

Dans un référentiel Galiléen , si la somme vectorielle des forces extérieurs appliquées à un corps solide est nulle($\sum \overrightarrow{F_{ex}} = \vec{0}$) , alors le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_G}$ de son centre d'inertie G est constant ($\overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{cte}$) c-à-d que G est au repos ou a un mouvement rectiligne uniforme .
La réciproque est vraie aussi . D'où $\sum \overrightarrow{F_{ex}} = \vec{0} \iff \overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{cte}$

❖ Remarque

- Le repère galiléen est un repère dans lequel le principe d'inertie est vérifié .
- On considère chaque repère en translation uniforme par rapport à un repère galiléen , est également galiléen .
- Le principe d'inertie n'est vérifié que dans les repères galiléens .

③ Deuxième loi de NEWTON « Relation fondamentale de la dynamique »

Dans un référentiel Galiléen , la somme vectorielle des forces extérieurs appliquées à un corps solide est égale au produit de sa masse m et l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie .

$\sum \overrightarrow{F_{ex}} = m.\overrightarrow{a_G}$

❖ Application de la deuxième loi de NEWTON

En général la deuxième loi de NEWTON sert à déterminer la nature du mouvement du centre d'inertie d'un mobile connaissant les forces extérieurs qui s'appliquent sur lui .

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la deuxième loi de NEWTON , on doit toujours suivre les étapes suivantes :

- Préciser le système étudié .
- Faire le bilan des forces extérieurs exercées sur le système .
- Représenter ses forces .
- Écrire la relation fondamentale de la dynamique « la deuxième loi de NEWTON »
- Projeter cette relation après avoir choisi un repère orthonormé convenable lié à un référentiel Galiléen

④ Troisième loi de NEWTON « Principe d'action et de la réaction »

Si un corps A exerce une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ sur un corps B , alors le corps B exerce une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ sur le corps A telle que : $\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$