Chapter 1. 복소수와 복소미분 및 복소함수

1.1 복소수와 복소평면

(1) 복소수의 표기와 연산

복소수는 실수부와 허수부로 구성되면 $z = x + iy$ 로 구성됩니다. 이 때, x 를 실수부, y 를 허수부라 하며, $i = \sqrt{-1}$ 입니다. 실수부와 허수부를 $Re(z) = x$, $Im(z) = y$ 로 나타내기도 합니다

복소수의 사칙연산은 아래와 같으며, 결과도 복소수가 됩니다.

$z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$ 라 하면

$$z_1 + z_2$$

$$z_1 - z_2$$

$$z_1 z_2$$

$$\frac{z_2}{z_1}$$

(2) 복소평면

가로축을 실수 세로축을 허수로 나타낸 평면을 복소평면이라고 합니다

따라서 가로축의 좌표는 복소수 $z = x + iy$ 의 실수부인 $Re(z) = x$ 이고 세로축의 좌표는 허수부인 $Im(z) = y$ 입니다

복소평면에서 두 복소수의 거리는 절대값으로 나타낼 수 있으며 $|z| = |z - 0|$ 는 복소수 z 와 원점사이의 거리가 되며 $(z\bar{z})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x^2 + y^2}$ 이 됩니다

Chapter 1. 복소수와 복소미분 및 복소함수

(3) 공액복소수

공액복소수는 허수부의 부호를 바꾼 복소수로 $\bar{z}$ 로 나타냅니다. $z = x + iy$ 이면 공액복소 $\bar{z} = x - iy$ 가 됩니다

공액복소수는 어떠한 복소수의 실수부나 허수부를 나타내거나 복잡한 연산을 간단하게 하는데 사용됩니다

$$\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \quad \operatorname{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$$

$$\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2, \quad \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2, \quad \overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} = \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1}$$

ex) $z = -2 + 5i$ 일 때, $\operatorname{Re}(z^2)$, $(\operatorname{Re}(z))^2$ 을 구하시오

ex) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ 와 원점과의 거리를 구하시오

ex) $|(1 + 3i)^{16}(2 + i)|$ 를 구하시오