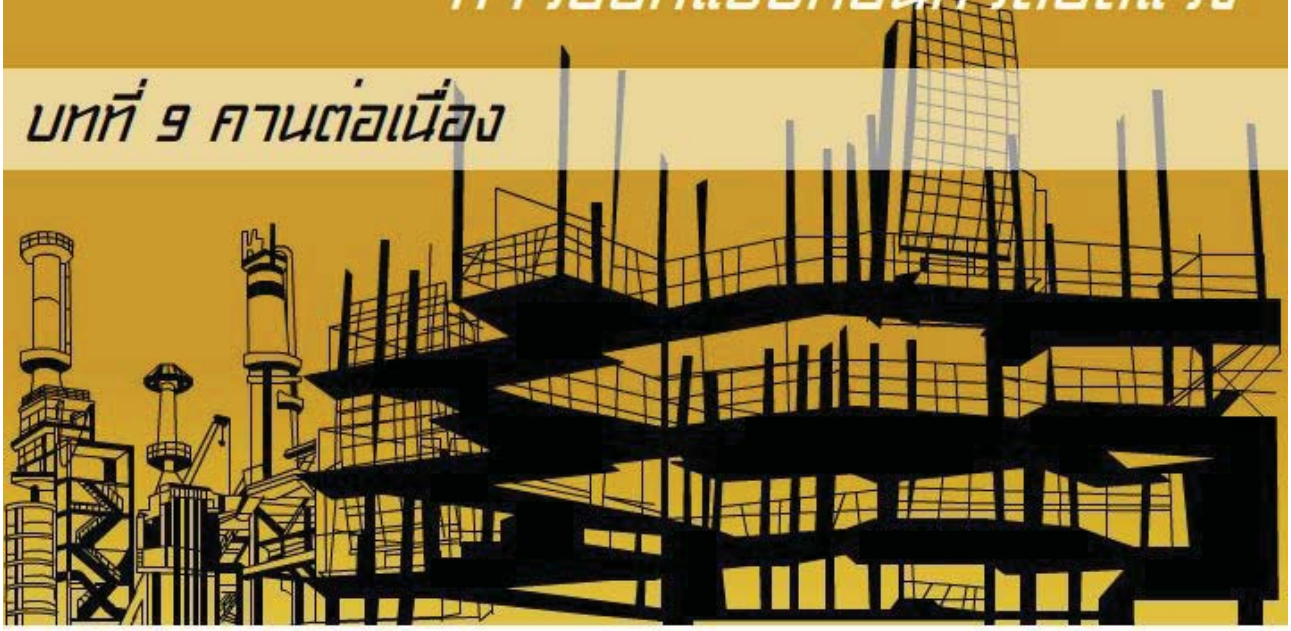
CEN 432
การออกแบบคอนกรีตอัดแรง

บทที่ 9 คานต่อเนื่อง



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

บทนำ

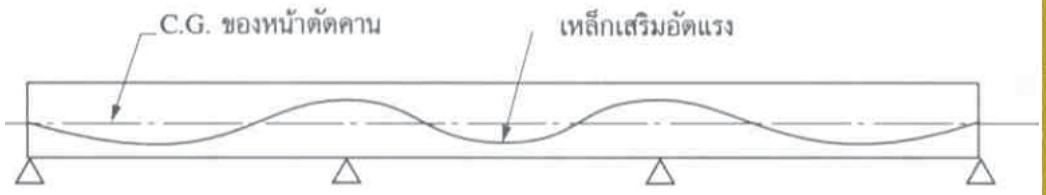
UNDER CONSTRUCTION

คานต่อเนื่องมีข้อดีเหนือคานช่วงเดียว คือค่าโมเมนต์และการโก่งตัวจะน้อยกว่าสามารถออกแบบขนาดของหน้าตัดให้เล็กลงได้ภายใต้สภาวะการใช้งานที่กำหนดให้ความต่อเนื่องของโครงสร้างช่วยลดการวิบัติต่อเนื่องได้ กล่าวคือในโครงสร้างต่อเนื่องการวิบัติที่จุดๆ หนึ่งในโครงสร้างไม่ได้หมายถึงการวิบุติของโครงสร้างทั้งหมดเพราะจะมีการกระจายของแรงภายในเกิดขึ้นใหม่โครงสร้างโครงสร้างจะยังมีความเสถียรภาพอยู่ได้ถ้าโครงสร้างออกแบบมาให้มีความเหนียวเพียงพอ

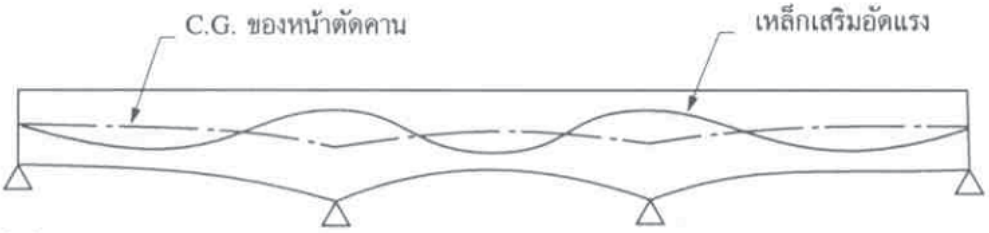
มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

รูปแบบของคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION



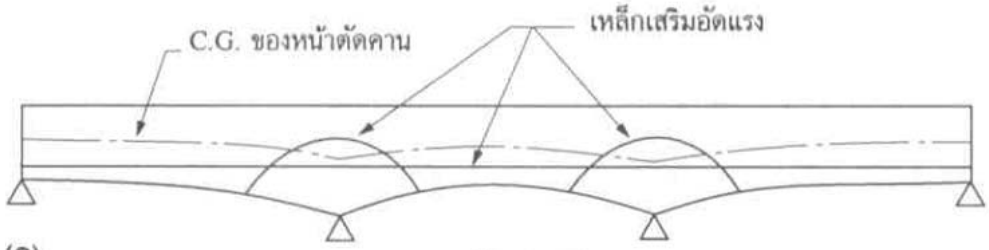
(ก)



(ข)

รูปแบบของคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION



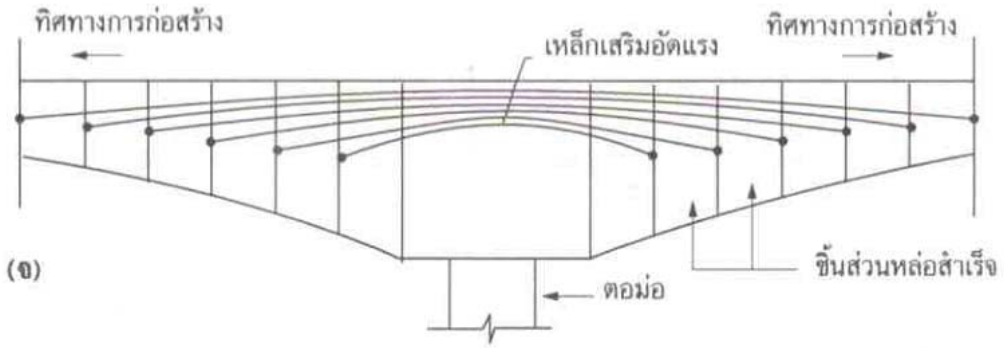
(ค)

(ง)

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

รูปแบบของคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION



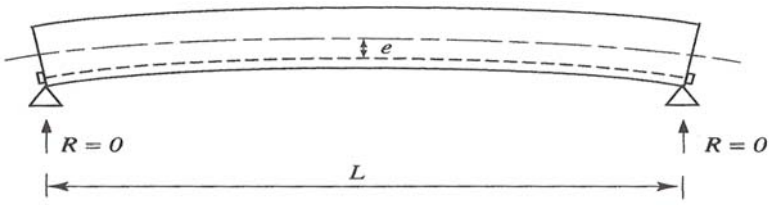
9.2 ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION

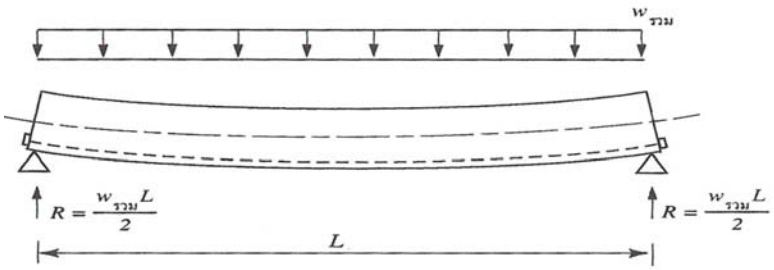
พฤติกรรมการโก่งและการเปลี่ยนรูปของหน้าตัดภายใต้แรงอัดของคานต่อเนื่องจะไม่เป็นอิสระเนื่องจากผลของการยึดรั้งที่จุดรองรับ จุดรองรับส่วนเกินในคานต่อศูนย์เงื่อนไขทางกายภาพนี้อาจก่อให้เกิดแรงปฏิกิริยาเพิ่มเติมที่จุดรองรับและแรงปฏิกิริยารองรับนี้จะมีขนาดมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของแรงอัดในเหล็กเสริมอัดแรง

9.2 ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION



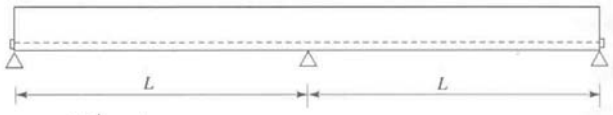
(ก) คานคอนกรีตอัดแรงช่วงเดียวที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุกใด ๆ กระทำ (สมมติว่าน้ำหนักคาน = 0 ด้วย)



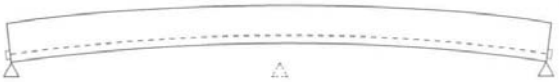
(ข) คานคอนกรีตอัดแรงช่วงเดียวที่มีน้ำหนักบรรทุก

ผลของการอัดแรงที่มีต่อแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับและการเกิดโมเมนต์รอง

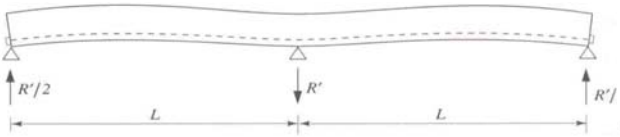
UNDER CONSTRUCTION



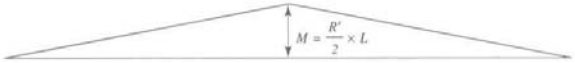
(ก) คานต่อเนื่อง 2 ช่วง



(ข) การโก่งตัวของคานเนื่องจากการอัดแรง ถ้าไม่มีที่รองรับภายใน



(ค) แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเนื่องจากการอัดแรง



(ง) โมเมนต์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงปฏิกิริยา R' เรียกว่าโมเมนต์รอง

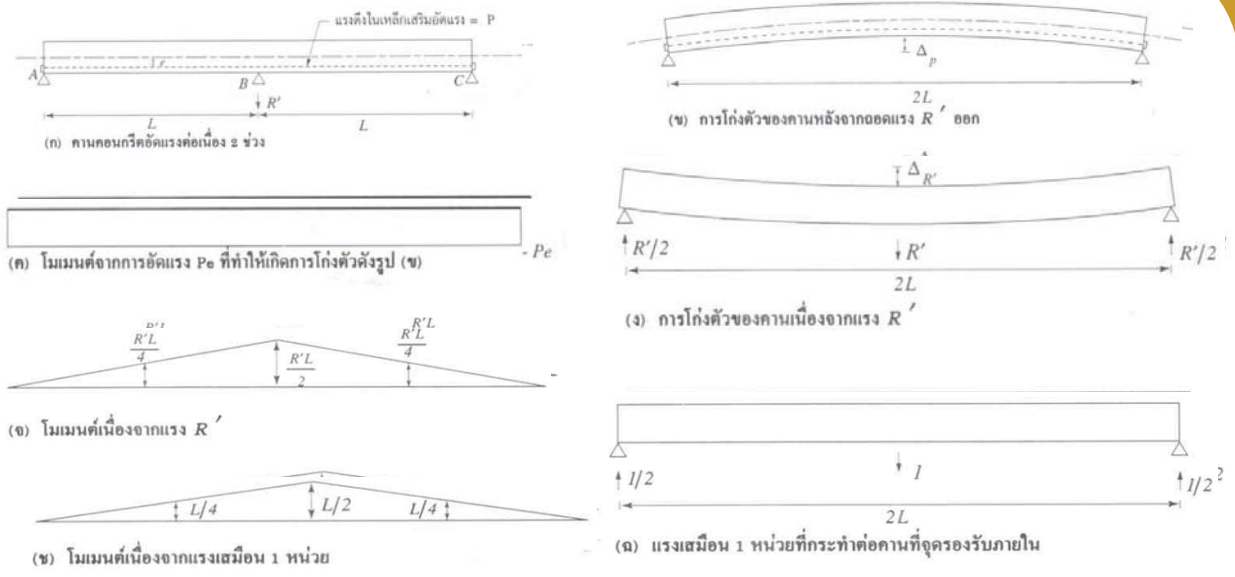
9.3 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีรวมผล

UNDER CONSTRUCTION

การใช้หลักการรวมผลสำหรับวิเคราะห์โครงสร้างเป็นวิธีการที่เข้าใจง่ายไม่ซับซ้อน เหมาะสำหรับโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนตที่มีดีกรีอินดีเทอร์มิเนตีน้อยๆเช่น คานต่อเนื่องสองช่วง การคำนวณจะแยกผลของแรงกระทำหลายแรงแบบพีชคณิตจะเป็นระยะโก่งที่แท้จริงของโครงสร้างเนื่องจากแรงหลายแรงนั้น หลักการรวมผลนี้ใช้ได้สำหรับโครงสร้างที่ใช้วัสดุที่มีคุณสมบัติตามกฎของฮุก คือ เป็นคุณสมบัติอีลาสติกเชิงเส้น

การคำนวณหาแรงปฏิกิริยาเพิ่มเติมที่จุดรองรับเนื่องจากการอัดแรงโดยวิธีรวมผล

UNDER CONSTRUCTION



9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

$$1 \times \Delta = \int m\frac{M}{EI}dx + \int n\frac{N}{EA}dx + \int v\frac{V}{GA}dx \qquad (9.1)$$

โดยที่ Δ คือ ค่าการโก่งตัวจริง ณ ตำแหน่งที่แรงเสมือน 1 หน่วยกระทำ

M, N, V คือ โมเมนต์ดัด แรงตามแนวแกน และแรงเฉือนที่หน้าตัดต่าง ๆ ตามลำดับ เนื่องจากแรงจริงภายนอก

m, n, v คือ โมเมนต์ดัด แรงตามแนวแกน และแรงเฉือนที่หน้าตัดต่าง ๆ ตามลำดับ เนื่องจากแรงเสมือน 1 หน่วยภายนอก

A, I คือ พื้นที่หน้าตัดและโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดคาน ตามลำดับ

E, G คือ โมดูลัสยืดหยุ่นและโมดูลัสเฉือนของคอนกรีต ตามลำดับ

9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

การคำนวณการโก่งตัวในคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่องนี้ งานเสมือนภายในจะคิดเฉพาะงานที่เกิดจากโมเมนต์เท่านั้น ดังนั้นสมการของงานเสมือนจึงเหลือเพียงดังสมการที่ 9.2

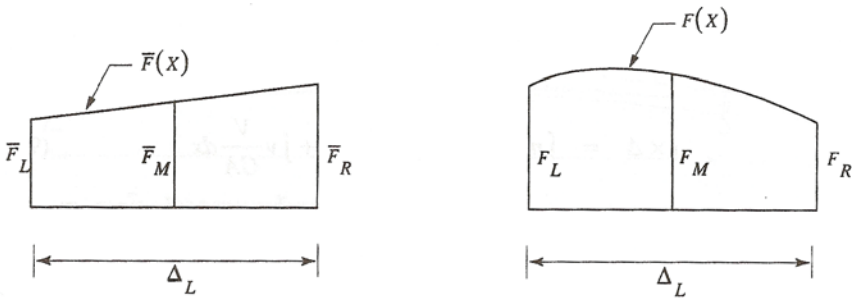
$$1 \times \Delta = \int m\frac{M}{EI}dx \qquad (9.2)$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

UNDER CONSTRUCTION

$$\int_0^{\Delta L} \overline{F}(x)\cdot F(x)\,dx = \frac{\Delta L}{6}\left(\overline{F}_L F_L + 4\overline{F}_M F_M + \overline{F}_R F_R\right) \qquad (9.3)$$

โดยที่ $\overline{F}_L, F_L, \overline{F}_M, F_M, \overline{F}_R$ และ F_R เป็นค่าต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 9.5



รูปที่ 9.5 ความหมายของค่าต่าง ๆ ในกฎของซิมพ์สัน

9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

จากสมการที่ 9.2 สามารถหาค่า Δ_P ของคานในรูปที่ 9.4 ได้จาก

$$\Delta_P = \int_0^{2L} m\frac{M}{EI}\,dx$$

$$= 2\int_0^{L} m\frac{M}{EI}\,dx$$

โดยที่ m เป็นโมเมนต์ดัดจากแรงเสมือน 1 หน่วยซึ่งหาได้จากรูปที่ 9.4 (ช) และ M เป็นโมเมนต์ดัดเนื่องจากโมเมนต์หลักซึ่งหาได้จากรูปที่ 9.4 (ค) จากกฎของซิมพ์สัน (สมการที่ 9.3) จะได้ว่า

$$\Delta_P = 2\times\frac{L}{6}\times\left[\left(0\times\frac{-Pe}{EI}\right)+\left(4\times\frac{L}{4}\times\frac{-Pe}{EI}\right)+\left(\frac{L}{2}\times\frac{-Pe}{EI}\right)\right]$$

$$= \frac{-PeL^2}{2EI} \uparrow \text{(เครื่องหมายลบแสดงว่าทิศการโก่งตัวตรงข้ามกับแรงเสมือน 1 หน่วย)}$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

$$\Delta_{R'} = \int_0^{2L} m\frac{M}{EI}\,dx$$

$$= 2\times\frac{L}{6}\times\left[(0\times 0)+\left(4\times\frac{L}{4}\times\frac{R'L}{4EI}\right)+\left(\frac{L}{2}\times\frac{R'L}{2EI}\right)\right]$$

$$= \frac{R'L^3}{6EI} \quad \downarrow$$

เนื่องจากเงื่อนไขของการโก่งตัวที่จุดรองรับซึ่งจะต้องมีการโก่งตัวจริงเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$\Delta_P + \Delta_{R'} = 0$$

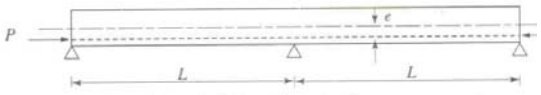
$$-\frac{PeL^2}{2EI}+\frac{R'L^3}{6EI} = 0$$

$$R' = \frac{3Pe}{L} \quad \downarrow$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

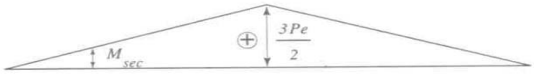
โมเมนต์หลัก โมเมนต์รอง โมเมนต์สุทธิ และแนวแรงอัดลัพธ์ของคอนกรีต เนื่องจากการอัดแรงในคานต่อเนื่อง 2 ช่วงที่มีค่าเยื้องศูนย์คงที่

UNDER CONSTRUCTION

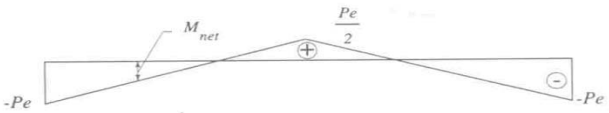


(ก) คานต่อเนื่อง 2 ช่วงที่มีระยะเยื้องศูนย์คงที่

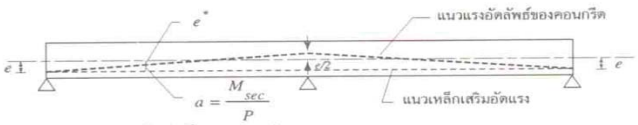
(ข) โมเมนต์หลัก



(ค) โมเมนต์รอง



(ง) โมเมนต์สุทธิเนื่องจากการอัดแรง



(จ) แนวแรงอัดลัพธ์ของคอนกรีต (C-Line)

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

$$a = \frac{M_{sec}}{C} = \frac{M_{sec}}{T} = \frac{M_{sec}}{P}$$

$$M_{net} = M_{pri} + M_{sec} = -Pe + Pa = P(-e + a)$$

$$M_{net} = P \cdot e^{*}$$

9.4 การวิเคราะห์ผลของการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีพยุง

UNDER CONSTRUCTION

การวิเคราะห์ผลการอัดแรงในคานต่อเนื่องโดยวิธีรวมผลในหัวข้อที่ผ่านมาจะเหมาะสำหรับโครงสร้างที่มีดีกรีอินดีเทอร์มิเนซีน้อยแต่กรณีการต่อเนื่องหลายช่วงซึ่งมีดีกรีอินเทอร์มิเนซีสูงๆ วิธีดังกล่าวจะยุ่งยากมากขึ้นและไม่เหมาะกับการวิเคราะห์อีกต่อไป

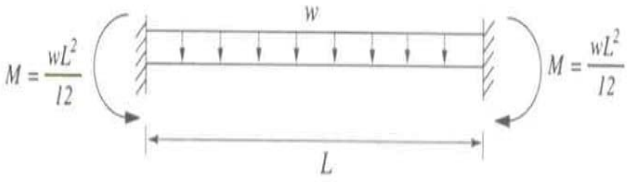
ในคานต่อเนื่องหลายช่วงการวิเคราะห์ของผลการอัดแรงจะนิยมใช้วิธีแรงพยุง

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

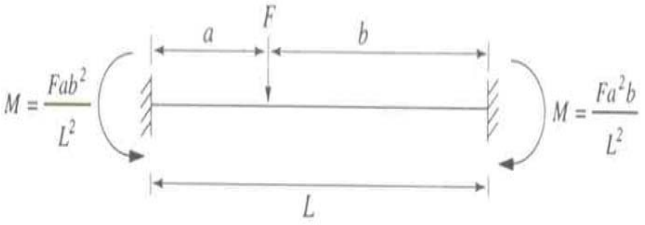
โมเมนต์ยึดปลายสำหรับน้ำหนักบรรทุกชนิดต่างๆ

UNDER CONSTRUCTION

(ก)



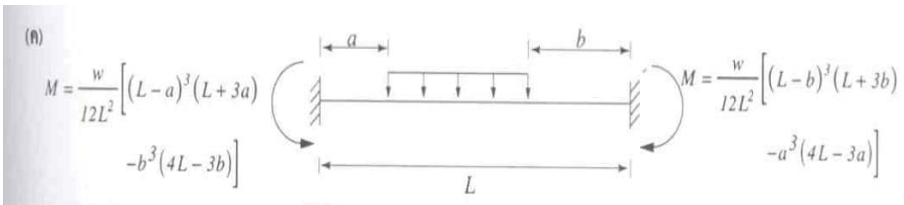
(ข)



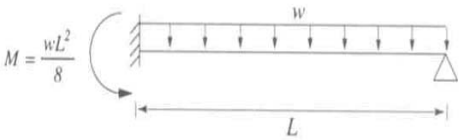
โมเมนต์ยึดปลายสำหรับน้ำหนักบรรทุกชนิดต่างๆ

UNDER CONSTRUCTION

(ค)



(ง)

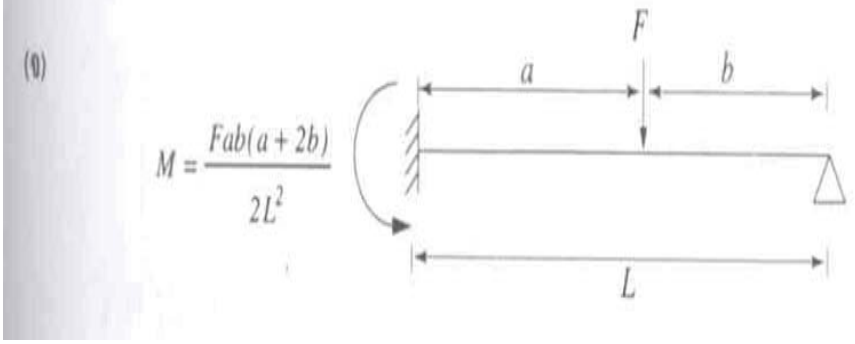


มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

โมเมนต์ยึดปลายสำหรับน้ำหนักบรรทุกชนิดต่างๆ

UNDER CONSTRUCTION

(0)



โมเมนต์ยึดปลายสำหรับน้ำหนักบรรทุกชนิดต่างๆ

UNDER CONSTRUCTION

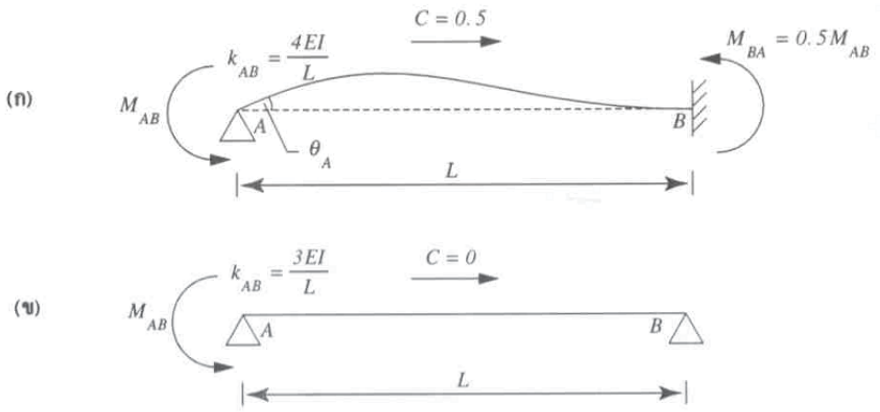
ค่าสัมประสิทธิ์การแจกแจงโมเมนต์ DF ของแต่ละชิ้นส่วนในจุดต่อ หาได้จากสติฟเนสของชิ้นส่วนนั้นหารด้วยผลรวมของสติฟเนสของชิ้นส่วนทั้งหมดที่ต่อเข้ากับจุดต่อนั้น ดังแสดงในสมการที่ 9.10

$$DF_{AB} = k_{AB} / \sum k \qquad (9.10)$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

ค่าสติฟเนสและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านโมเมนต์ของคานลักษณะต่างๆ

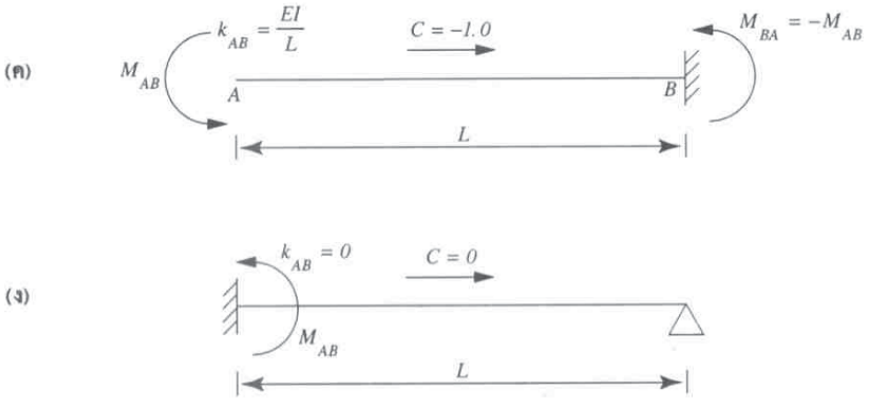
UNDER CONSTRUCTION



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

ค่าสติฟเนสและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านโมเมนต์ของคานลักษณะต่างๆ

UNDER CONSTRUCTION



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

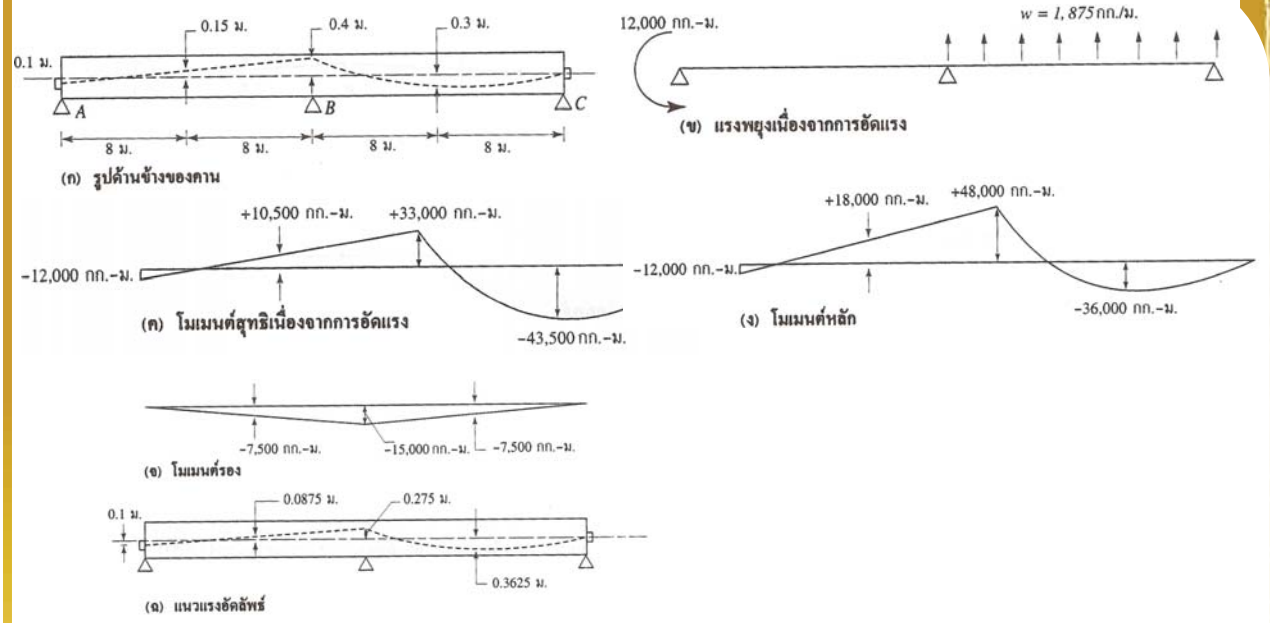
9.5 ลิเนียร์ทรานฟอร์เมชั่น (linear transformation) ของแนวเหล็กเสริม

UNDER CONSTRUCTION

โดยปกติโมเมนต์สุทธิที่เกิดขึ้นเนื่องจากการอัดแรงจะเปลี่ยนไปเมื่อแนวเหล็กเสริมอัดแรงเปลี่ยนไปแต่มีพฤติกรรมอย่างหนึ่งที่น่าสนใจของคานต่อเนื่อง คือ การเปลี่ยนไปในแนวเหล็กเสริมอัดแรงจะไม่ทำให้โมเมนต์สิทธิเนื่องจากการอัดแรงหรือแนวแรงอัดลัพธ์เปลี่ยนไป ตราบใดที่แนวเสริมอัดแรงในแต่ละช่วงคานนั้นยังมีรูปร่างเหมือนกันการขยับเหล็กเสริมอัดแรงเช่นนี้เรียกว่าลิเนียร์ทรานฟอร์เมชั่น

9.5 ลิเนียร์ทรานฟอร์เมชั่น (linear transformation) ของแนวเหล็กเสริม

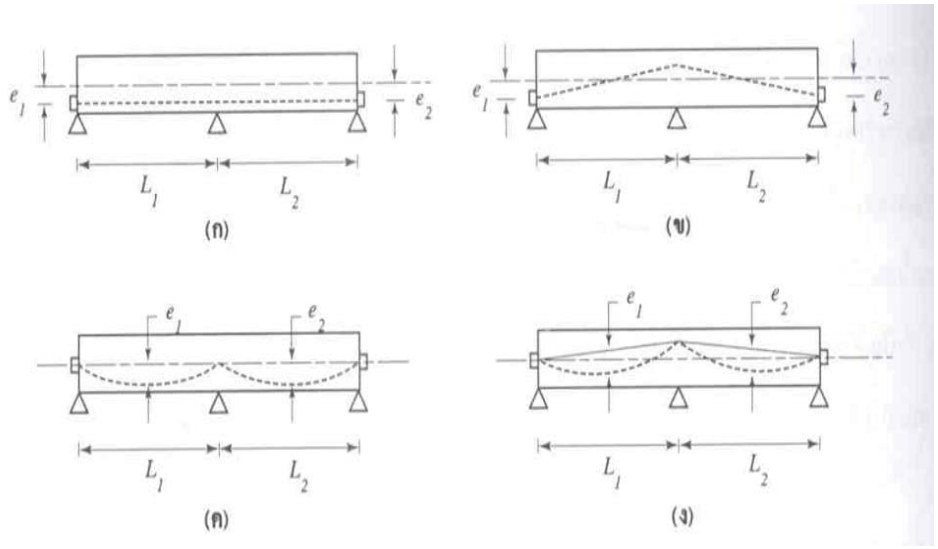
UNDER CONSTRUCTION



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

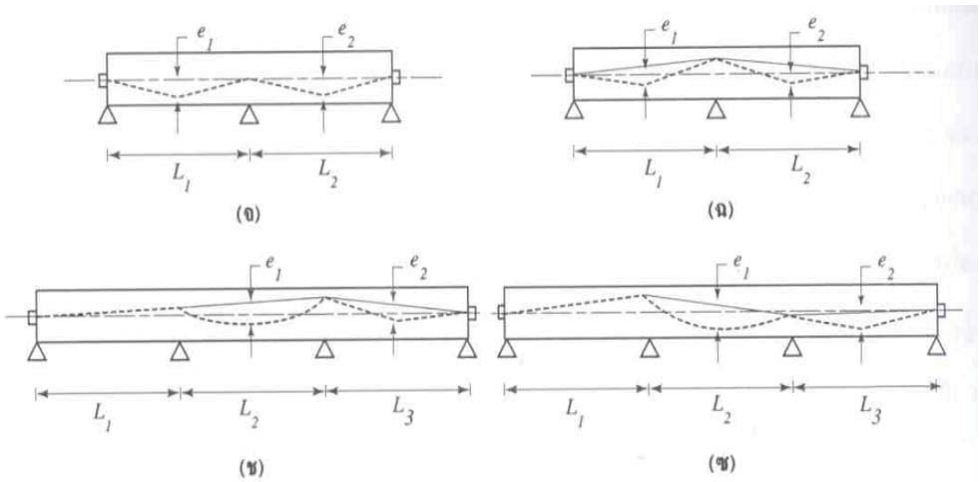
ตัวอย่างของคานที่มีลักษณะลิเนียร์ทรานฟอร์เมชั่น ของกันและกัน

UNDER CONSTRUCTION



ตัวอย่างของคานที่มีลักษณะลิเนียร์ทรานฟอร์เมชั่น ของกันและกัน

UNDER CONSTRUCTION



มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

9.6 แนวคอนคอร์แดนท์ (concordant profile) ของเหล็กเสริมอัดแรง

UNDER CONSTRUCTION

แนวคอนคอร์แดนท์มีประโยชน์เพียงแค่ทำให้การคำนวณในคานต่อเนื่อง เช่นการวิเคราะห์หาหน่วยแรงในคอนกรีตทำได้สะดวก แต่ในการออกแบบนั้นไม่จำเป็นต้องออกแบบแนวเหล็กเสริมอัดแรงเป็นแนวคอนคอร์แดนท์ แนวคอนคอร์แดนท์ของเหล็กเสริมอัดแรงในคอนกรีตต่อเนื่อง

9.7 การวิเคราะห์หน่วยแรงในคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION

ขณะถ่ายแรง $$\sigma_c = \frac{P_i}{A} \pm \frac{P_i e^* y}{I} \pm \frac{M_G y}{I} \quad (9.11)$$

ขณะรับน้ำหนักบรรทุก $$\sigma_c = \frac{P_e}{A} \pm \frac{P_e e^* y}{I} \pm \frac{M_T y}{I} \quad (9.12)$$

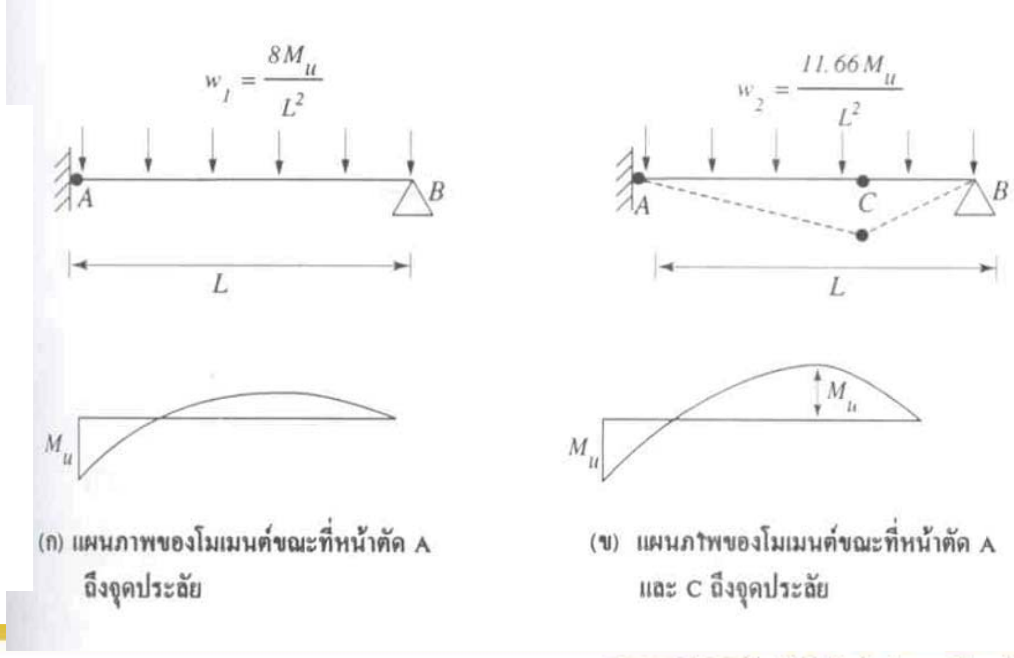
โมเมนต์ดัดประลัย

UNDER CONSTRUCTION

โมเมนต์ดัดประลัยของหน้าตัดในคานต่อเนื่อง จะคำนวณเหมือนกับโมเมนต์ดัดประลัยของคานดีเทอร์มิเนตสำหรับในคานดีเทอร์มิเนต เมื่อตัดคานมีค่าโมเมนต์เท่ากับโมเมนต์ประลัยของหน้าตัดจะถือว่าคานดีเทอร์มิเนตนั้นวิบัติแล้ว

การปรับกระจายโมเมนต์ในคานอินดีเทอร์มิเนต

UNDER CONSTRUCTION



(ก) แผนภาพของโมเมนต์ขณะที่หน้าตัด A ถึงจุดประลัย

(ข) แผนภาพของโมเมนต์ขณะที่หน้าตัด A และ C ถึงจุดประลัย

การปรับกระจายโมเมนต์ในคานอินดีเทอร์มิเนต

UNDER CONSTRUCTION

$$p = 20\left[1 - \frac{\omega_p + (\omega - \omega')d/d_p}{0.36\beta_1}\right] \qquad (9.13)$$

โดยที่ p คือ ร้อยละของโมเมนต์ลบที่สามารถปรับลดลงได้

$\omega = \rho f_y / f'_c$

$\omega' = \rho' f_y / f'_c$

$\omega_p = \rho_p f_{ps} / f'_c$

$\rho = A_s / bd$

$\rho' = A'_s / bd$

$\rho_p = A_{ps} / bd_p$

β_1 คือ ค่าตัวแปรขึ้นอยู่กับ f'_c ที่คำนวณได้จากสมการที่ 4.15 และ 4.16

การปรับกระจายโมเมนต์ในคานอินดีเทอร์มิเนต

UNDER CONSTRUCTION

การปรับกระจายของโมเมนต์ลบในสมการที่ 9.13 จะกระทำได้ที่เฉพาะหน้าตัดซึ่งค่าของ ω_p หรือ $\left[\omega_p + (\omega - \omega')d/d_p\right]$ หรือ $\left[\omega_{pw} + (\omega_w - \omega'_w)d/d_p\right]$ ตามแต่กรณีมีค่าไม่เกิน $0.24\beta_1$

ในการคำนวณหาค่าโมเมนต์ที่ต้องการ M_u จะต้องคำนึงถึงผลของโมเมนต์รองที่เกิดจากการอัดแรงในคานต่อเนื่องด้วย มาตรฐาน ACI ได้กำหนดไว้ว่าโมเมนต์ที่ต้องการ M_u หาได้จากผลรวมของโมเมนต์เพิ่มส่วน $(1.4M_D + 1.7M_L)$ และโมเมนต์รองที่เกิดจากการอัดแรง

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

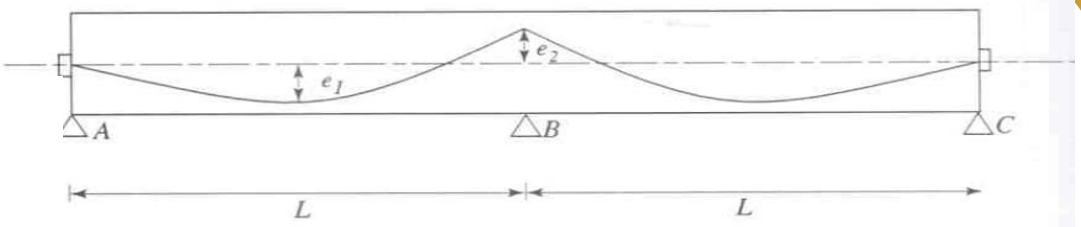
การออกแบบคานต่อเนื่อง

UNDER CONSTRUCTION

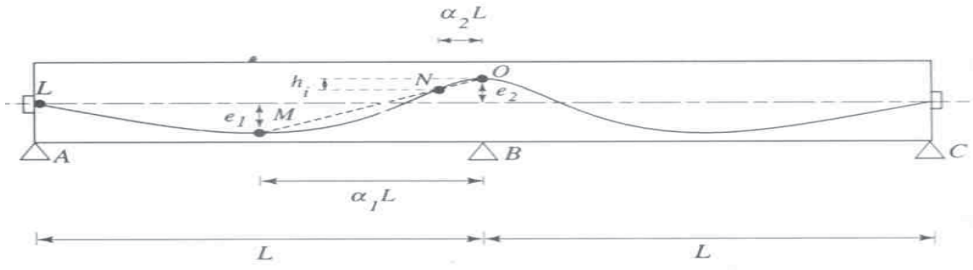
คานอินเทอร์เนตมีวิธีการออกแบบคล้ายกับคานดีเทอร์มิเนต การออกแบบจะเริ่มต้นโดยวิธีอีลาสติหลังจากตรวจสอบกำลังปะลัยของหน้าตัดสำหรับรับน้ำหนักบรรทุก การออกแบบโดยวิธีอีลาสติกจะใช้หลักการแรงพยุงเพื่อต้านทานน้ำหนักบรรทุกภายนอกเพื่อคำนวณหาค่าประมาณเริ่มต้นสำหรับการออกแบบ เช่น การหาแรงโดยประมาณและหน่วยเหล็กเสริมอัดแรง

แนวเหล็กเสริมอัดแรงในอุดมคติและในทางปฏิบัติ

UNDER CONSTRUCTION



(ก) แนวเหล็กเสริมในอุดมคติ



(ข) แนวเหล็กเสริมอัดแรงในทางปฏิบัติ

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

แนวเหล็กเสริมอัดแรงในอุดมคติและในทางปฏิบัติ

UNDER CONSTRUCTION

$$\frac{h_i}{\alpha_2 L} = \frac{e_1 + e_2}{\alpha_1 L}$$

$$h_i = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}(e_1 + e_2)$$