Concours Ensam 2023 modifié

Question 1

L'équation $\ln(x)e^x - \cos(x) - 1 = 0$ sur $[1, \pi]$ admet :

A. Une seule solution

B. Deux solutions

C. Aucune solution

D. Une infinité de solutions

Question 2

Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} - \ldots - \frac{1}{3^n}$. Quelle est la limite de S_n quand n tend vers l'infini ?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 1

Question 3

Soit $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^2 + 2u_n}$. Sachant que la suite (u_n) est croissante, quelle est la limite de (u_n) quand n tend vers l'infini ?

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

Question 4

Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = \frac{1}{2}$. La limite $l = \lim_{x \to 0} \frac{x}{f(x) + 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 3f\left(\frac{x}{3}\right) + \ldots + nf\left(\frac{x}{n}\right)}$ est égale à :

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{2}{n}$

D. 2

Question 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos x}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$, et C_f sa courbe représentative. Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 ?

A. $y = x$

B. $y = \frac{1}{2}x$

C. $y = \frac{3}{2}x$

D. $y = 2x$

Question 6

Soit $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{1+x}$. La courbe représentative C_f de f admet en $+\infty$:

A. Une asymptote horizontale

B. Une asymptote verticale

C. Une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des ordonnées

D. Une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des abscisses

Question 7

Pour $z \in \mathbb{C}$, on note $M(z)$ le point d'affixe. L'ensemble $A = \{M(z) : 2z + 2\overline{z} + z\overline{z} = 0\}$ est :

A. Un cercle de centre $\Omega(0, 1)$ et de rayon 2

B. Un cercle de centre $\Omega(1, 0)$ et de rayon 1

C. Un cercle de centre $\Omega(-1, 0)$ et de rayon 1

D. Une droite passant par l'origine

Question 8

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère le plan (P) passant par O et normal à $\vec{n}(2, -1, 3)$. La distance du point $A(1, 0, -1)$ au plan (P) est :

A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

B. $\frac{2}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

Question 9

Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n}\,dx$ et $J_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n}\,dx$. Quelle est la somme de I_n et J_n ?

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. n

D. $n+1$

Question 10

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$, soit le polynôme $P = x^n + ax^{n-1} + ax^{n-2} + \cdots + ax + a$. Le nombre réel $P(1-a)$ est égal à :

A. 0

B. 1

C. a

D. $1-a$

Question 11

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^+$ telle que $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2; f(x-y) = f(x)f(y)$. Quelle est la forme de f ?

A. $f(x) = x$

B. $f(x) = 0$

C. $f(x) = 1$

D. $f(x) = x^2$

Question 12

L'équation $1 + \cos x + \cos 2x = 0$ admet :

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pi k$ où $k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ou $x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Question 13

Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :

A. Une infinité de solutions

B. Une solution unique

C. Aucune solution

D. Deux solutions

Question 14

Le reste r de la division euclidienne de 2022^{2023} par 2023 est :

A. 0

B. 1

C. 2022

D. 2023

Nouvelle Question 14

Le reste r de la division euclidienne de 2023^{2024} par 2024 est :

A. 0

B. 1

C. 2022

D. 2023

Question 15

Le chiffre des unités du nombre $N = 4444^{6666} + 6666^{4444}$ est :

A. 0

B. 2

C. 4

D. 6

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur 2pts)

	Questions
Question 16	Une enquête faite auprès de la population étudiante d'un campus révèle : la population féminine représente 48% de la population totale, 60% des filles possèdent des compétences en soft skills et 20% des garçons sans compétences. Quelle est la probabilité P pour qu'un étudiant interrogé au hasard soit sans compétences ?
Question 17	Une société de voyage marocaine propose aux tourismes pressés une formule "Le Maroc en huit jours". Il s'agit de visiter 4 villes principales, en passant 2 jours dans chaque ville. Ces villes sont Meknès, Fès, Taza, Rabat, Marrakech et Agadir, suivant le goût de chaque client. Quel est le nombre N de formules possibles ?
Question 18	En donnant la forme géométrique et la forme algébrique du nombre complexe $\frac{1+i\sqrt{3}}{2-2i}$, déterminer la valeur de $\tan(\frac{7\pi}{12})$.
Question 19	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A,B,C et D d'affixes respectivement a,b,c et d. Sachant que $a+c=b+d$ et $\frac{c-a}{b-d}=i$, donner la nature du quadrilatère $ABCD$.
Question 20	Calculer la limite $\lim_{x\to 1^-} f(x)$; où $f(x)=\frac{e^{\frac{2}{Ln(x)}}}{\sqrt{x}-1}$.
Question 21	Calculer l'intégrale $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos(x)-\sin(x)}{\cos(x)+\sin(x)}dx$.
Question 22	Soit $f(x)=\frac{\sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}}{e^x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ tel que : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$. Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de C_f autour de l'axe des abscisses et délimité par les plans d'équations $x=0$ et $x=1$.
Question 23	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère la sphère S d'équation cartésienne : $x^2+y^2+z^2-2y-2z=0$. Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) tangent à la sphère S au point O.
Question 24	On considère l'équation différentielle $(E) : y''-2y'+2y=\cos(x)+2\sin(x)$. Sachant que la fonction $x\mapsto\cos(x)$ est une solution de (E), déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle sa courbe représentative passe par l'origine O et ayant une tangente en O de coefficient directeur -1.
Question 25	Une boite en carton parallélépipède rectangle ouverte sur le dessus a un volume de $32\,cm^3$ et une arête de la base de dessous de longueur 4cm. Quelles doivent être ses dimensions pour que sa surface totale soit minimale.

Question 1

L'équation $\ln(x)e^x - \cos(x) - 1 = 0$ sur $[1, \pi]$ admet :

A. Une seule solution

B. Deux solutions

C. Aucune solution

D. Une infinité de solutions

$$f(x) = \ln x \cdot e^x - \cos x - 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}e^x + e^x \ln x + \sin x \geq 0 \qquad \forall x \in [1;\pi]$$

x	1		π
f	$-\cos(1)-1$	$\nearrow$ 0	$\ln(\pi)e^{\pi}$

f s'annule une seule fois sur $[1;\pi]$

Question 2

Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} - \ldots - \frac{1}{3^n}$. Quelle est la limite de S_n quand n tend vers l'infini ?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 1

$$S_n = 1 - \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{3}\right)^k = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1+1}}{1-\frac{1}{3}}$$

$$= 1 - \cancel{\frac{1}{3}} \times \frac{\cancel{3}}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$$

$$\xrightarrow[n\to+\infty]{} 1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Question 3

Soit $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^2 + 2u_n}$. Sachant que la suite (u_n) est croissante, quelle est la limite de (u_n) quand n tend vers l'infini ?

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

$U_{n+1} = f(U_n)$ où $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2x}$

$U_0 = \frac{1}{2}$ et (U_n) est croissante $\rightarrow U_n \geq U_0 = \frac{1}{2}$

$\rightarrow U_n \geq \frac{1}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

$\rightarrow \lim U_n \geq \frac{1}{2}$

D'après les choix donnés, la suite est surement convergente.

- f continue sur $]\frac{1}{2}; +\infty[$
- $f(]\frac{1}{2}; +\infty[) \subset]\frac{1}{2}; +\infty[$
- $U_n \in]\frac{1}{2}; +\infty[$
- (U_n) est C.V.

Donc $\lim U_n = \ell$ avec $f(\ell) = \ell$

$f(\ell) = \ell \Leftrightarrow \sqrt[3]{\ell^2 + 2\ell} = \ell \Leftrightarrow \ell^2 + 2\ell = \ell^3$

$\Leftrightarrow \ell^3 - \ell^2 - 2\ell = 0$

$\Leftrightarrow \ell(\ell^2 - \ell - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \ell^2 - \ell - 2 = 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$\Leftrightarrow \ell = \frac{1-3}{2}$ ou $\ell = \frac{1+3}{2}$

$\Leftrightarrow \ell = \frac{4}{2} = \boxed{2}$

Question 4

Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0)=0$ et $f'(0)=\frac{1}{2}$. La limite $l = \lim_{x\to 0} \frac{x}{f(x)+2f\left(\frac{x}{2}\right)+3f\left(\frac{x}{3}\right)+\ldots+nf\left(\frac{x}{n}\right)}$ est égale à :

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{2}{n}$

D. 2

$$\frac{x}{f(x)+2f\left(\frac{x}{2}\right)+3f\left(\frac{x}{3}\right)+\ldots+nf\left(\frac{x}{n}\right)} = \frac{1}{\frac{f(x)}{x}+2\frac{f\left(\frac{x}{2}\right)}{x}+3\frac{f\left(\frac{x}{3}\right)}{x}+\ldots+n\frac{f\left(\frac{x}{n}\right)}{x}}$$

$$= \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{k\, f\left(\frac{x}{k}\right)}{x}}$$

$$= \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{f\left(\frac{x}{k}\right)}{\frac{x}{k}}}$$

on a $\lim_{x\to 0} \frac{f\left(\frac{x}{k}\right)}{\frac{x}{k}} = \lim_{t\to 0} \frac{f(t)}{t} = \lim_{t\to 0} \frac{f(t)-f(0)}{t-0} = f'(0) = \frac{1}{2}$

$\left(t = \frac{x}{k}\right)$

donc $\lim_{x\to 0} \frac{x}{f(x)+2f\left(\frac{x}{2}\right)+3f\left(\frac{x}{3}\right)+\ldots+nf\left(\frac{x}{n}\right)} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\times\sum_{1}^{n} 1} = \boxed{\frac{2}{n}}$

$$\boxed{\sum_{k=p}^{n} 1 = n-p+1}$$

Question 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos x}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$, et C_f sa courbe représentative. Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 ?

A. $y = x$

B. $y = \frac{1}{2}x$

C. $y = \frac{3}{2}x$

D. $y = 2x$

$$y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{3}{2}x$$

$$e^x \underset{0}{\simeq} 1 + x$$

$$\cos x \underset{0}{\simeq} 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{1} + x^2 - \cancel{1} + \frac{x^2}{2}}{x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{3}{2}\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}$$

$$= \frac{3}{2}$$

2ème méthode :

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} + \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}$$

$$= 3/2$$

Question 6

Soit $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{1+x}$. La courbe représentative C_f de f admet en $+\infty$:

A. Une asymptote horizontale

B. Une asymptote verticale

C. Une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des ordonnées

D. Une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des abscisses

- On a : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^{3/2}} - \frac{\ln x}{x(1+x)}$

$= +\infty$

Question 7

Pour $z \in \mathbb{C}$, on note $M(z)$ le point d'affixe. L'ensemble $A = \{M(z) : 2z + 2\overline{z} + z\overline{z} = 0\}$ est :

A. Un cercle de centre $\Omega(0, 1)$ et de rayon 2

B. Un cercle de centre $\Omega(1, 0)$ et de rayon 1

C. Un cercle de centre $\Omega(-2, 0)$ et de rayon 2

D. Une droite passant par l'origine

$2z + 2\overline{z} + z\overline{z} = 0 \iff 2(z + \overline{z}) + |z|^2 = 0$

$\iff 2(2\,\mathrm{Re}(z)) + |z|^2 = 0$

$\iff 4x + x^2 + y^2 = 0 \qquad (z = x + iy)$

$x^2 + ax = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\iff (x+2)^2 - 2^2 + (y-0)^2 = 0$

$\iff (x-(-2))^2 + (y-0)^2 = 2^2$

$A = \{$ Cercle de Centre $\Omega(-2;0)$ et de rayon 2 $\}$.

Question 8

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère le plan (P) passant par O et normal à $\vec{n}(2,-1,3)$. La distance du point $A(1,0,-1)$ au plan (P) est :

A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

B. $\frac{2}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

Rappel :

$$d(A;(P)) = \frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$ $(P) : ax+by+cz+d=0$

∘ Déterminer l'équation de (P) :

$(P)\quad 2x-y+3z+d=0$ $\qquad \vec{n} \perp (P)$

∘ $O \in (P)$

$2\times 0 - 0 + 3\times 0 + d = 0 \longrightarrow d=0$

donc $\boxed{(P)\quad 2x-y+3z=0}$

∘ $$d(A;(P)) = \frac{|2\times 1 - 0 + 3\times(-1)|}{\sqrt{4+1+9}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$

Méthode 2 : $$d(A;(P)) = \frac{|\vec{AM}\cdot\vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$ $\forall M(x,y,z) \in (P)$

$$d(A;(P)) = \frac{|\vec{AO}\cdot\vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$ $\vec{AO}(-1,0;1)$

$\vec{n}(2,-1,3)$

$$= \frac{|-2+0+3|}{\sqrt{4+1+9}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$

Question 10

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$, soit le polynôme $P = x^n + ax^{n-1} + ax^{n-2} + \cdots + ax + a$. Le nombre réel $P(1-a)$ est égal à :

A. 0

B. 1

C. a

D. $1-a$

$$P(1-a) = (1-a)^n + a(1-a)^{n-1} + a(1-a)^{n-2} + \cdots + a(1-a) + a$$

$$= (1-a)^n + \left(a \cdot \sum_{k=1}^{n-1} (1-a)^k\right) + a$$

$$= (1-a)^n + \cancel{a} \times (1-a) \times \frac{1-(1-a)^{n-1-\cancel{1}+\cancel{1}}}{\cancel{1-(1-a)}} + a$$

$$= (1-a)^n + (1-a)\left(1-(1-a)^{n-1}\right) + a$$

$$= \cancel{(1-a)^n} + 1 - \cancel{a} - \cancel{(1-a)^n} + \cancel{a} = \boxed{1}$$

$$\sum_{k=p}^{n} q^k = q^p \times \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$$

Question 11

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^+$ telle que $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; f(x-y) = f(x)f(y)$. Quelle est la forme de f ?

A. $f(x) = x$

B. $f(x) = x^2 + 1$

C. $f(x) = 1$

D. $f(x) = x^2$

- Pour $x = 0$ et $y = 0$: $f(0) = f(0)^2 \Leftrightarrow f(0) = 0$ ou $f(0) = 1$
- Pour $x = 1$ et $y = 1$: $f(0) = f(1)^2 \longrightarrow f^2(1) = 0$ ou $f^2(1) = 1$

$f(1) = +1$

Pour s’inscrire à l’offre : wtsp 0617074062

$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$; $f(x-y) = f(x)f(y)$.

Pour $y=0$ $\quad f(x) = f(x) f(0) \Rightarrow f(x)(1-f(0)) = 0$

$\Rightarrow f(x) = 0$ ou $1 - f(0) = 0$

$\Rightarrow f(x) = 0$ ou $f(0) = 1$

- Si $f(0) = 1$, Alors $f(0) = f^2(x) \Rightarrow f^2(x) = 1$

$\Rightarrow f(x) = 1 \quad (f(x) \geq 0)$

Question 12

L'équation $1 + \cos x + \cos 2x = 0$ admet :

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pi k$ où $k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ou $x = \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

$1 + \cos x + \cos(2x) = 0$

$\Leftrightarrow \cancel{\sin^2 x} + \cos^2 x + \cos x + \cos^2 x - \cancel{\sin^2 x} = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0$

$\Leftrightarrow \cos(x)(2\cos x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x = 0$ ou $2\cos x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$ ou $\cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ou $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$ / $k \in \mathbb{Z}$

Rappel :

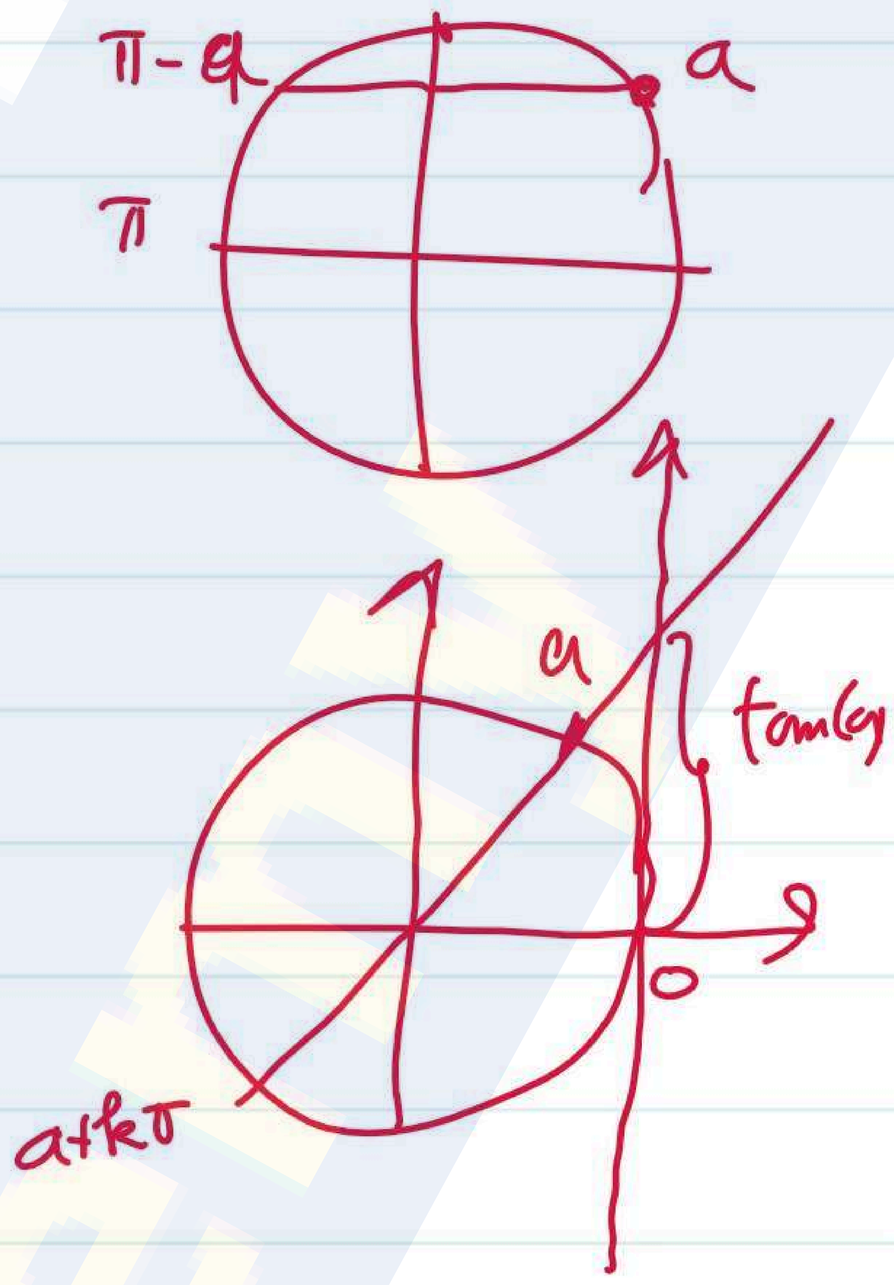
- $\cos x = \cos(a) \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$ $/ k \in \mathbb{Z}$

  $\cos x = \cos(\frac{\pi}{2}) \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

- $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$ $/ k \in \mathbb{Z}$

  $\sin x = \sin(0) \iff x = k\pi$ $/ k \in \mathbb{Z}$

- $\tan(x) = \tan(a) \iff x = a + k\pi$ $/ k \in \mathbb{Z}$



Question 13

Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :

A. Une infinité de solutions

B. Une solution unique

C. Aucune solution

D. Deux solutions

Rappel :

- $a \equiv b\ [n] \iff \exists k \in \mathbb{Z} \quad a = b + kn$

- Si la division euclidienne de a par b s'écrit :

  $a = bq + r \quad ; \ 0 \leq r < |b|$

  Alors $a \equiv r\ [b]$

- $a \equiv b\ [n] \implies a^m \equiv b^m\ [n] \quad m \in \mathbb{N}^*$

- $a \equiv b\ [n]$ et $b \equiv c\ [n] \implies a \equiv c\ [n]$

Question 13

Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :

Soit (x, y) une solution de l'équation, alors.

$$x^2 = 8 + 3y^2$$

$$\rightarrow \quad x^2 \equiv 8\ [3] \equiv 2\ [3]$$

$$\rightarrow \quad x^2 \equiv 2\ [3]$$

En général, $\forall x \in \mathbb{Z}$ $\quad x \equiv 0\ [3]$ ou $x \equiv 1\ [3]$ ou $x \equiv 2\ [3]$

$$\rightarrow \quad x^2 \equiv 0\ [3] \text{ ou } x^2 \equiv 1\ [3] \text{ ou } x^2 \equiv 4\ [3] \equiv 1\ [3]$$

$$\rightarrow \quad x^2 \equiv 0\ [3] \text{ ou } x^2 \equiv 1\ [3]$$

$$\rightarrow \quad x^2 \not\equiv 2\ [3]$$

Donc l'équation n'admet pas de solutions

Question 14

Le reste r de la division euclidienne de 2022^{2023} par 2023 est :

A. 0

B. 1

C. 2022

D. 2023

$$2022 \equiv -1\ [2023]$$

$$2022^{2023} \equiv -1\ [2023]$$

Alors $\quad 2022^{2023} \equiv 2022\ [2023]$

Nouvelle Question 14

Le reste r de la division euclidienne de 2023^{2024} par 2024 est :

A. 0

B. 1

C. 2022

D. 2023

$$2023 \equiv -1 \; [2024]$$
$$\Rightarrow 2023^{2024} \equiv 1 \; [2024]$$

Question 15

Le chiffre des unités du nombre $N = 4444^{6666} + 6666^{4444}$ est :

A. 0

B. 2

C. 4

D. 6

$$4444 \equiv 4 \; [10] \quad \text{et} \quad 6666 \equiv 6 \; [10] \equiv -4 \; [10]$$
$$\Rightarrow 4444^{6666} \equiv 4^{6666} \; [10] \quad \text{et} \quad 6666^{4444} \equiv 4^{4444} \; [10]$$
$$\Rightarrow N = 4444^{6666} + 6666^{4444} \equiv 4^{6666} + 4^{4444} \; [10]$$

Car a $\quad 4^2 \equiv 6 \; [10]$

$$\Rightarrow 4^3 \equiv 4 \; [10]$$
$$\Rightarrow 4^4 \equiv 6 \; [10]$$
$$\Rightarrow 4^5 \equiv 4 \; [10]$$
$$\Rightarrow 4^{2k} \equiv 6 \; [10] \quad \text{et} \quad 4^{2k+1} \equiv 4 \; [10]$$
$$\forall k \in \mathbb{N}^*$$

puisque 6666 et 4444 sont pairs Alors :

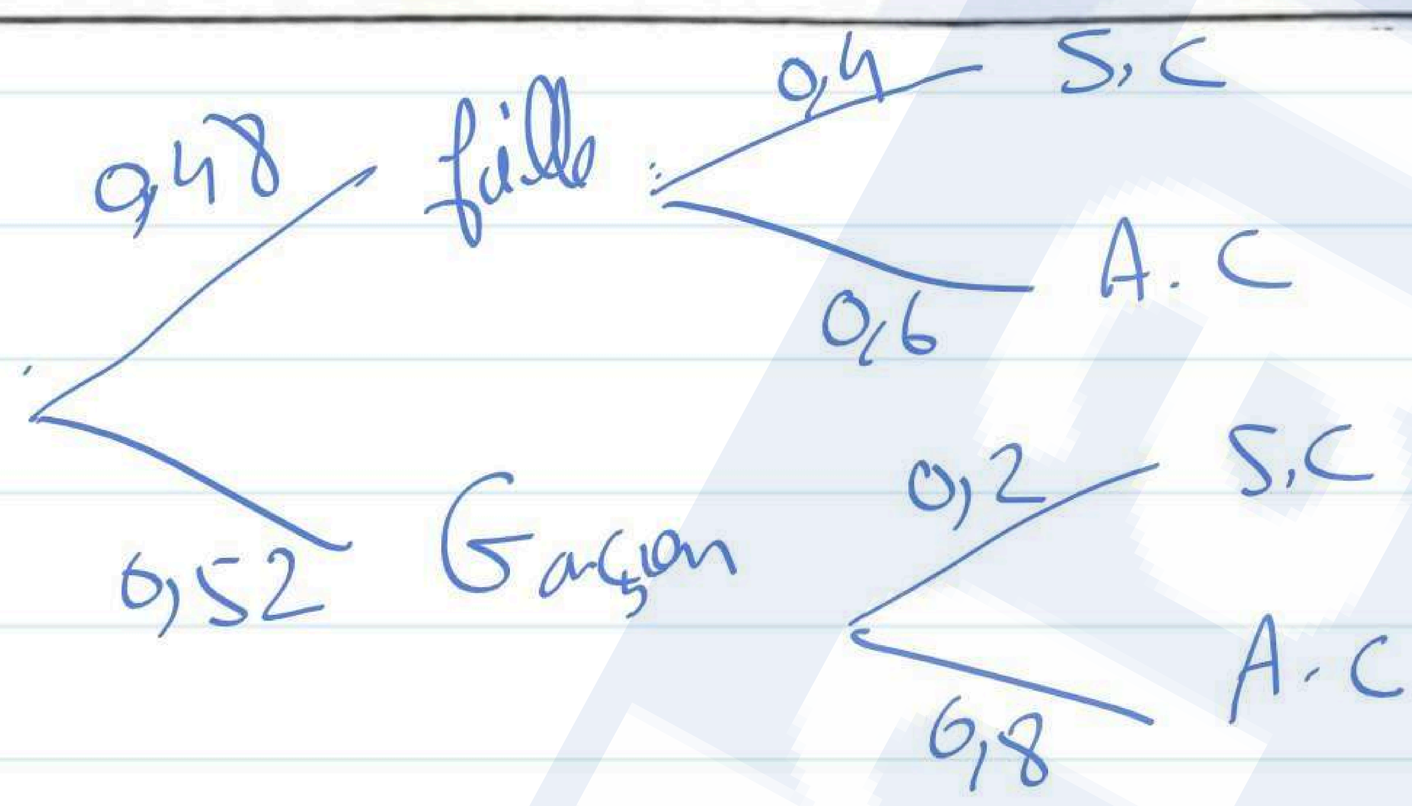
$$4^{6666} \equiv 6 \; [10] \quad \text{et} \quad 4^{4444} \equiv 6 \; [10]$$

Donc $N \equiv 6+6\ [10]$

$\rightarrow N \equiv 12\ [10] \equiv 2\ [10]$

$\rightarrow N \equiv 2\ [10]$

Question 16	Une enquête faite auprès de la population étudiante d'un campus révèle : la population féminine représente 48% de la population totale, 60% des filles possèdent des compétences en soft skills et 20% des garçons sans compétences. Quelle est la probabilité P pour qu'un étudiant interrogé au hasard soit sans compétences ?



$$P = 0{,}48 \times 0{,}4 + 0{,}52 \times 0{,}2 = 48\times10^{-2} \times 4\times10^{-1} + 52\times10^{-2}\times 2\times10^{-1}$$

$$= 192\times10^{-3} + 104\times10^{-3}$$

$$= 296\times10^{-3}$$

$$= 0{,}296$$

$$= 29{,}6\ \%$$

Question 17	Une société de voyage marocaine propose aux tourismes pressés une formule "Le Maroc en huit jours". Il s'agit de visiter 4 villes principales, en passant 2 jours dans chaque ville. Ces villes sont Meknès, Fès, Taza, Rabat, Marrakech et Agadir, suivant le goût de chaque client. Quel est le nombre N de formules possibles ?

$$N = C_6^4 = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6\times5\times\cancel{4!}}{\cancel{4!}\ 2!} = 15$$