หน้าตัดเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด
(Doubly Reinforced Section)

การวิเคราะห์หน้าตัด

เมื่อทราบขนาดหน้าตัดคอนกรีตและปริมาณเหล็กเสริมแล้ว ต้องการคำนวณหาโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่คานรับได้

การออกแบบหน้าตัด

เมื่อทราบโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดคานต้องรับแล้วคำนวณออกแบบเพื่อหาขนาดหน้าตัดคานและเหล็กเสริมที่เหมาะสม

เหตุที่ต้องเสริมเหล็กรับแรงอัดเพราะ

1) ความลึกของคานถูกจำกัดอาจโดยกฎหมายหรือความต้องการของเจ้าของหรือสถาปนิก ทำให้โมเมนต์ดัดต้านทานของหน้าตัดลดลง แม้ว่าจะเสริมเหล็กรับแรงดึงมากขึ้นก็ตาม ทั้งนี้เป็นเพราะหน่วยแรงในคอนกรีตจะถึงค่าที่ยอมให้ในขณะที่เหล็กเสริมรับแรงดึงยังไม่ถึงค่าที่ยอมให้ (Over reinforce section) การเสริมเหล็กรับแรงอัดจะช่วยให้หน่วยแรงในคอนกรีตถึงค่าที่ยอมให้ช้าลง ในขณะที่หน่วยแรงในเหล็กเสริมรับแรงดึงสามารถเกิดหน่วยแรงได้มากขึ้นแต่ไม่เกินหน่วยแรงที่ยอมให้ หรืออาจกล่าวได้ง่ายๆว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดช่วยคอนกรีตส่วนที่รับแรงอัด ทำให้ความต้านทานโมเมนต์ดัดของหน้าตัดสูงขึ้นแม้ว่าจะถูกจำกัดความลึก

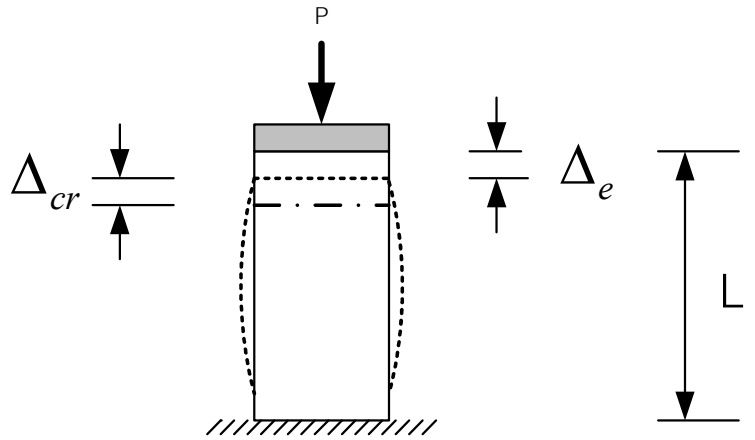
2) ช่วยให้เหล็กปลอกมีที่ยึดทำให้กลไกต้านแรงเฉือนเป็นไปโดยสมบูรณ์

3) เหล็กเสริมรับแรงอัดช่วยลดการแอ่นตัวของคานตามเวลาเนื่องจากผลของ Creep และ Shrinkage

การคืบของคอนกรีต (Creep) เนื่องจากคอนกรีตมีรูพรุน ถ้ามากกำลังรับแรงอัดจะต่ำ และมีการคืบตัวสูง

การคืบตัวเป็นการหดตัวหลังจากการหดตัวอิลาสติกซึ่งจะมากขึ้นตามเวลา

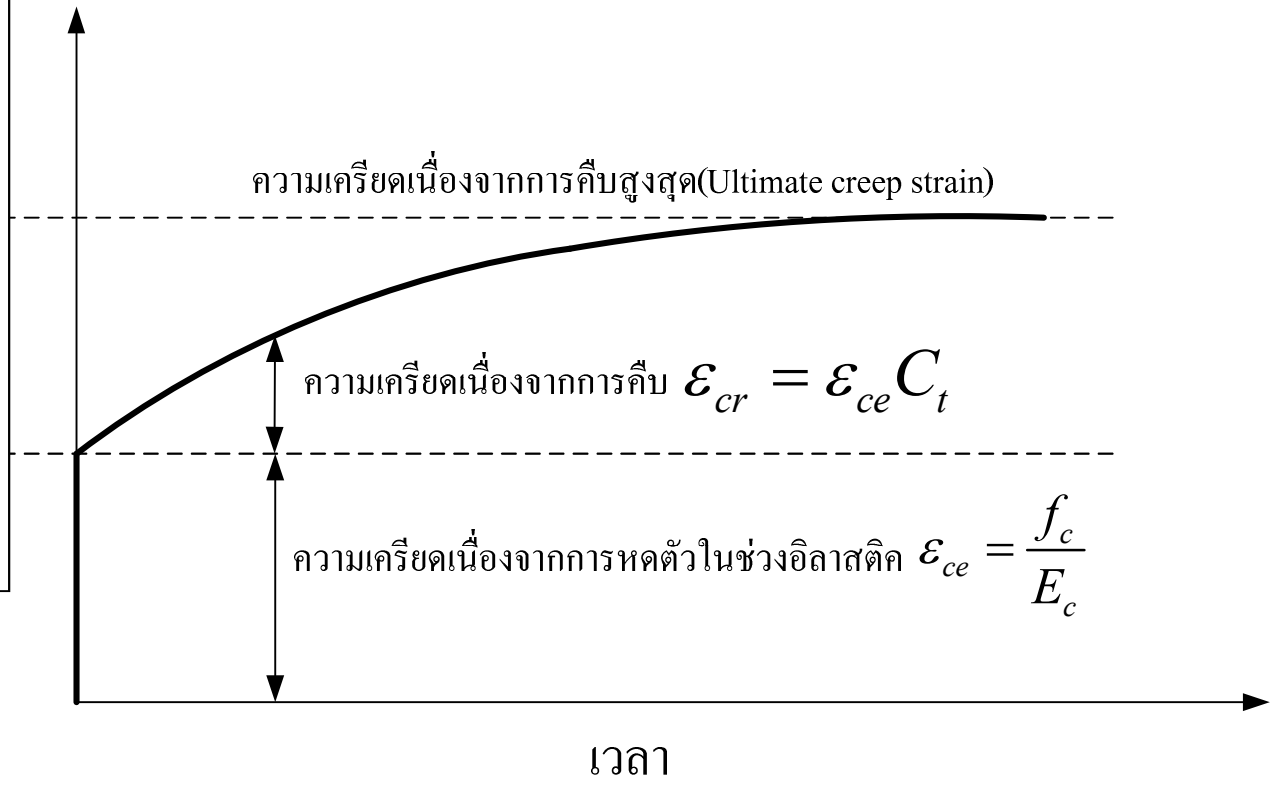
w/c มีผลต่อกำลังและความพรุนของคอนกรีต ถ้ามากจะมีน้ำเหลือจาก Hydration มาก ทำให้เกิดโพรงหรือรูพรุนในคอนกรีตมากกำลังอัดจึงต่ำและมีการคืบตัวสูง



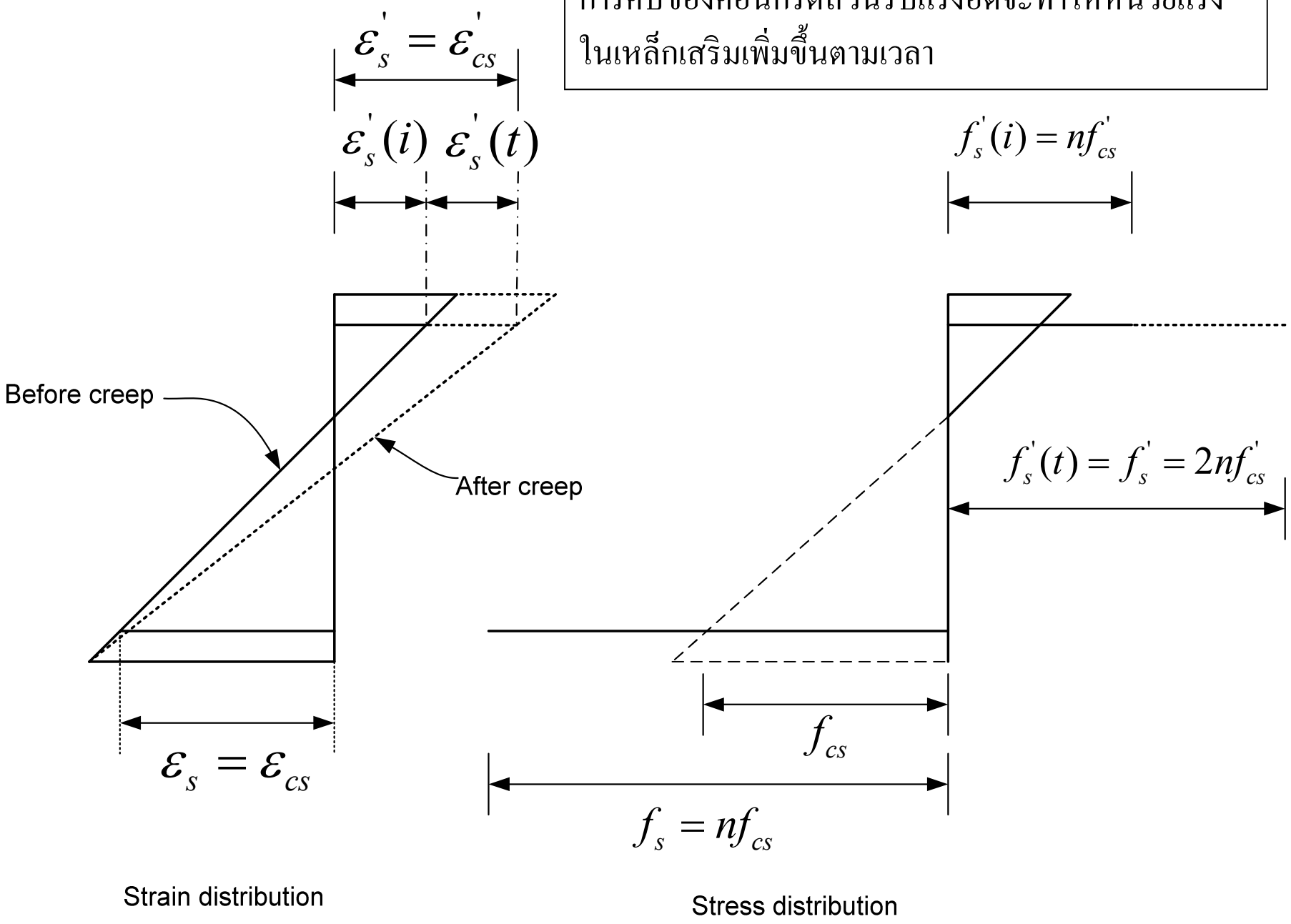
$$\varepsilon_{ce} = \frac{\Delta_{ce}}{L}$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\Delta_{cr}}{L - \Delta_{ce}}$$

ความเครียดในคอนกรีต ε_c

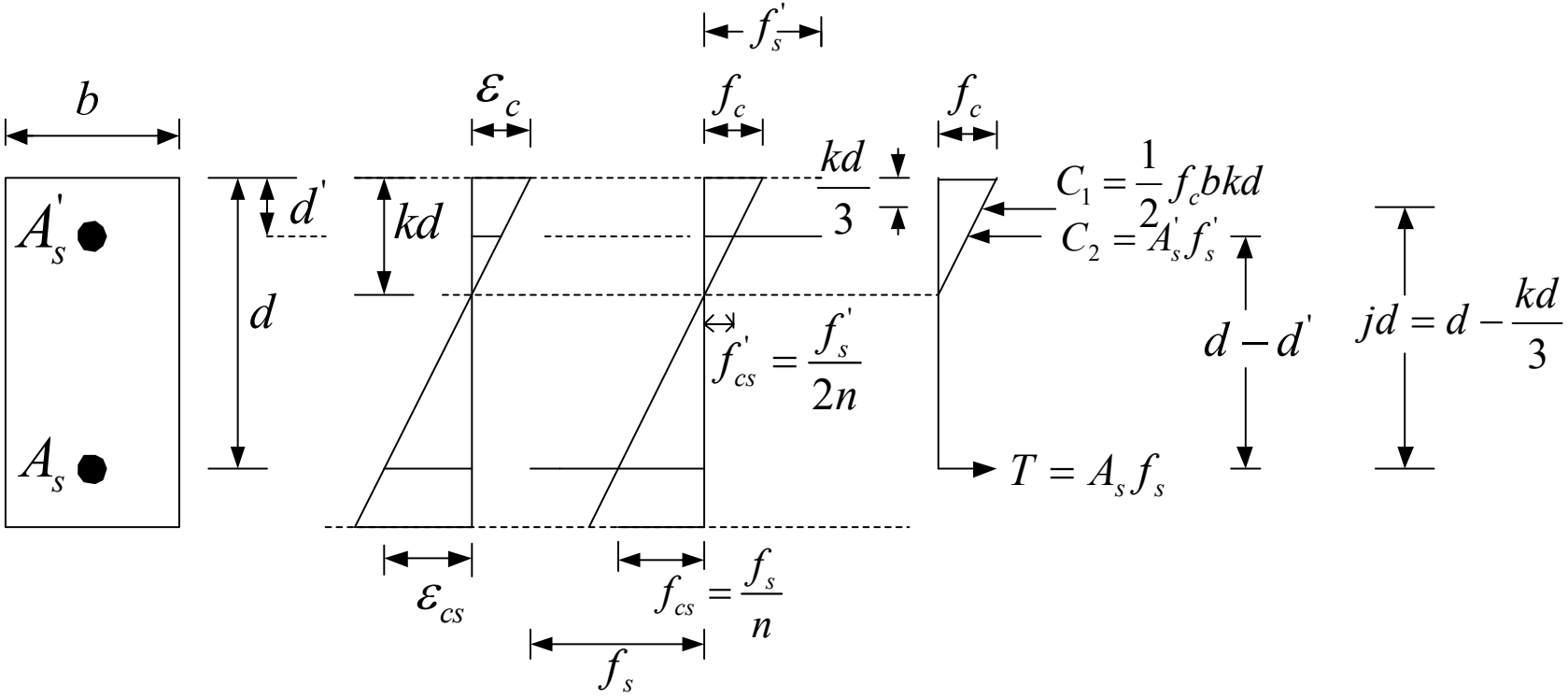


การคืบของคอนกรีตส่วนรับแรงอัดจะทำให้หน่วยแรงในเหล็กเสริมเพิ่มขึ้นตามเวลา



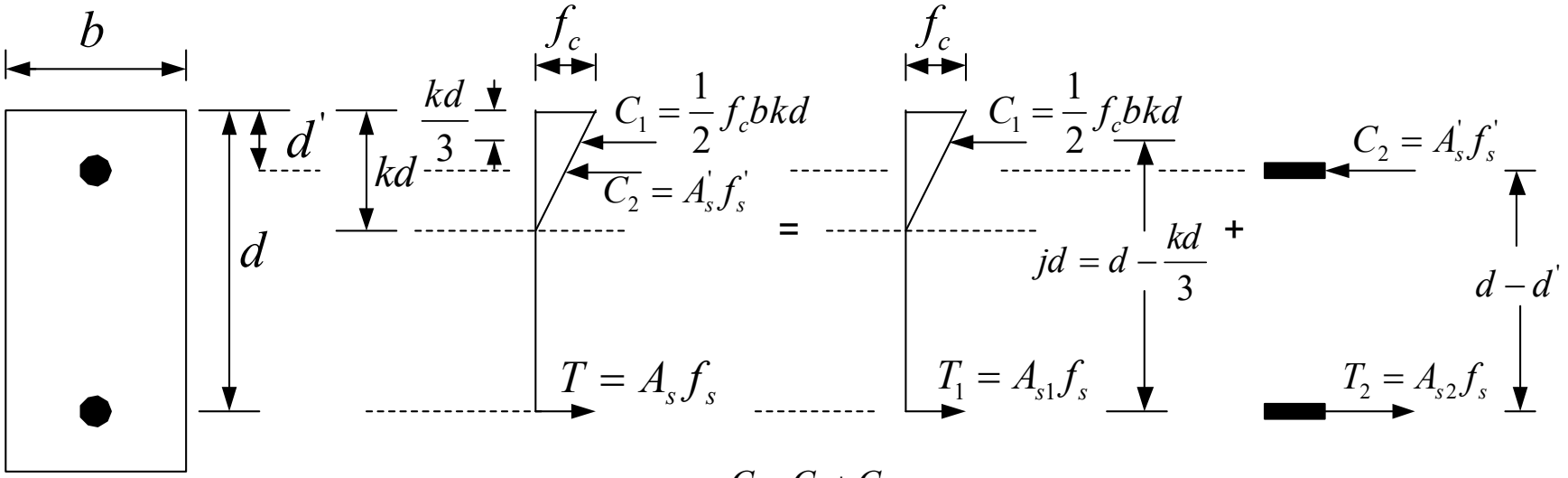
การวิเคราะห์หน้าตัดเพื่อคำนวณหาโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่คานรับได้

สมมติฐานการคำนวณสำหรับกรณีนี้ยังคงเหมือนกันกับกรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว เมื่อคานรับโมเมนต์ดัดจะเกิดการกระจายหน่วยแรงและความเครียดดังรูป



การกระจายความเครียด การกระจายหน่วยแรง แรงลัพท์ที่กระทำต่อหน้าตัด

แรงลัพท์ที่กระทำต่อคอนกรีตและเหล็กเสริมสามารถแยกเป็นสองส่วนได้ดังรูป



$$C = C_1 + C_2$$

$$T = T_1 + T_2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

หลักการของความสมดุล

$$C_1 + C_2 = T$$

$$\frac{1}{2} f_c bkd + A_s' f_s' = A_s f_s$$

จากหลักการของ Compatibility

$$\frac{\frac{f_s}{n}}{d\text{-}kd} = \frac{f_c}{kd} \longrightarrow f_s = n f_c \frac{1\text{-}k}{k}$$

$$f_c = \frac{f_s}{n}\left(\frac{k}{1-k}\right)$$

$$\frac{\frac{f_s'}{2n}}{kd\text{-}d'} = \frac{f_c}{kd} \longrightarrow f_s' = 2n f_c \left(\frac{kd\text{-}d'}{kd}\right)$$

$$f_s^{'} = 2 f_s \frac{kd - d'}{d - kd} = 2 f_s \frac{k - \frac{d'}{d}}{1 - k}$$

ให้ $$\rho = \frac{A_s}{bd} \ , \ \rho' = \frac{A_s'}{bd}$$

แทนค่า

$$\rho, \rho', f_s, f_s'$$

ลงในสมการสมดุล แล้วจัดเทอมจะได้สมการกำลังสอง
จากนั้นแก้สมการจะได้ค่า k เท่ากับ

$$k = \sqrt{2n[\rho + 2\rho'(\frac{d'}{d})] + n^2(\rho + 2\rho')^2} - n(\rho + 2\rho')$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์หาโมเมนต์ดัดปลอดภัยของหน้าตัดเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด

1.หาค่า n, k, j ,R

2.ตรวจสอบว่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมและคอนกรีตเกินกว่าที่ยอมให้หรือไม่ อาจสมมติให้คอนกรีตถึงค่าที่ยอมให้ก่อนแล้วตรวจสอบว่าหน่วยแรงในเหล็กเสริม เกินกว่าค่าที่ยอมให้หรือไม่โดยตัวที่ถึงค่าที่ยอมให้ก่อนจะเป็นตัวควบคุม

3.หาโมเมนต์ต้านทานจาก

$$M_1 = Rbd^2 \qquad R = \frac{1}{2} f_c kj$$

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_s jd} \qquad A_{s2} = A_s - A_{s1}$$

$$M_2 = A_{s2} f_s (d - d') \qquad \text{หรือ}$$

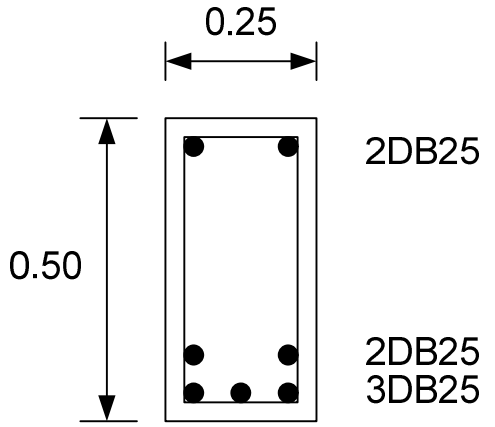
$$M_2 = A_s' f_s' (d - d')$$

$$M = M_1 + M_2$$

ตัวอย่าง คานมีขนาดหน้าตัดและการเสริมเหล็กดังรูป ให้หาโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่หน้าตัดคานจะรับได้ กำหนดให้

$$f_c' = 210 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{fy} = 3000 \ \frac{kg}{cm^2}$$



หน่วยแรงที่ยอมให้ของคอนกรีตและเหล็กเสริม

$$f_c = 0.45 f_c' = 0.45(210) = 94.50 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_s = 0.5 f_y = 0.5(3000) = 1500 \frac{kg}{cm^2}$$

$$n = \frac{135}{\sqrt{f_c'}} = \frac{135}{\sqrt{210}} = 9.32$$

สมมติว่าระยะจากจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริม
ถึงผิวนอกสุดของคานเท่ากับ 5 cm

$d' = 5\ cm$

d = 50-5= 45 cm

$A_s = 5(4.91) = 24.55\ cm^2$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{24.55}{25\,(45)} = 0.0218$$

$A_s' = 2(4.91) = 9.82\ cm^2$

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd} = \frac{9.82}{25\,(45)} = 0.0087$$

$$\frac{d'}{d} = \frac{5}{45} = 0.11$$

$$k = \sqrt{2n[\rho + 2\rho'(\frac{d'}{d})] + n^2(\rho + 2\rho')^2} - n(\rho + 2\rho')$$

$$k = \sqrt{2(9.32)[0.0218 + 2(0.0087)(0.11)] + 9.32^2(0.0218 + 2(0.0087))^2}$$
$$- 9.32(0.0218 + 2(0.0087))$$

$k = 0.39$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.39}{3} = 0.87$$

$kd = 17.70\ cm$

สมมติให้หน่วยแรงอัดในคอนกรีตถึงค่าที่ยอมให้

$$f_c = 94.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_s = nf_c \frac{1\text{-}k}{k} = 9.32(94.5)\frac{1\text{-}0.39}{0.39} = 1357 \ \frac{kg}{cm^2}$$

น้อยกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้แสดงว่าหน้าตัดเป็น Over reinforced

$$f_s' = 2nf_c\left(\frac{kd\text{-}d'}{kd}\right) = 2(9.32)(94.5)\left(\frac{17.7\text{-}5}{17.7}\right) = 1263.46 \ \frac{kg}{cm^2}$$

น้อยกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้

$$M_1 = Rbd^2$$

$$R = \frac{1}{2} f_c kj = \frac{1}{2}(94.5)(0.39)(0.87) = 16.15 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_1 = 16.15(25)(45)^2 = 817,685.73 \ \ kg - cm$$

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_s jd} = \frac{817,685.73}{1357(0.87)(45)} = 15.41 \ \ cm^2$$

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} = 24.55 - 15.41 = 9.14 \ \ cm^2$$

$$M_2 = 9.14(1357)(45-5) = 496,285.63 \ \ kg - cm$$

$$M = M_1 + M_2 = 817,685.73 + 496,285.63$$

$$= 1,313,971.37 \ \ kg - cm$$

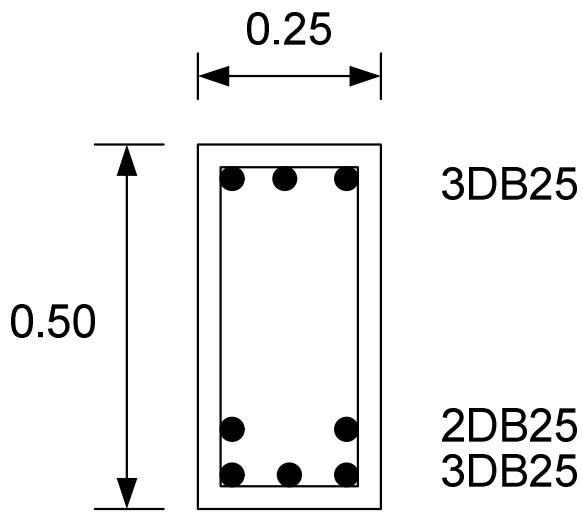
M=13.14 ton-m

ตัวอย่าง คานมีขนาดหน้าตัดและการเสริมเหล็กดังรูป ให้หาโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่หน้าตัดคานจะรับได้

กำหนด

$$f_c' = 210 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_s = 3000 \ \frac{kg}{cm^2}$$



$$f_c = 0.45 f_c' = 0.45(210) = 94.50 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_s = 0.5 f_y = 0.5(3000) = 1500 \frac{kg}{cm^2}$$

$$n = \frac{135}{\sqrt{f_c'}} = \frac{135}{\sqrt{210}} = 9.32$$

สมมติว่าระยะจากจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริม

ถึงผิวนอกสุดของคานเท่ากับ 5 cm

$$d' = 5 \ cm$$

$$\mathrm{d} = 50\text{-}5 = 45 \, cm$$

$$A_s = 5(4.91) = 24.55 \ cm^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{24.55}{25\,(45)} = 0.0218$$

$$A_s' = 3(4.91) = 14.73 \quad cm^2$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd} = \frac{14.73}{25\,(45)} = 0.0131$$

$$\frac{d'}{d} = \frac{5}{45} = 0.11$$

$$k = \sqrt{2n[\rho + 2\rho'(\frac{d'}{d})] + n^2(\rho + 2\rho')^2} - n(\rho + 2\rho')$$

$$k = \sqrt{2(9.32)[0.0218 + 2(0.0131)(0.11)] + 9.32^2(0.0218 + 2(0.0131))^2}$$

$$- 9.32[0.0218 + 2(0.0131)]$$

$k=0.37$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.37}{3} = \ 0.88$$

$kd = 16.46\ cm$

สมมติให้หน่วยแรงอัดในคอนกรีตถึงค่าที่ยอมให้

$$f_c = = 94.50 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_s = nf_c \frac{1-k}{k} = 9.32(94.5)\frac{1-0.37}{0.37} = 1527 \frac{kg}{cm^2}$$

มากกว่าค่าที่ยอมให้ $1500 \frac{kg}{cm^2}$ หน้าตัดเป็นแบบ under reinforced

$$f_s^{'} = 2nf_c(\frac{kd-d'}{kd}) = 2(9.32)(94.5)(\frac{16.46-5}{16.46}) = 1203.89 \frac{kg}{cm^2}$$

น้อยกว่าค่าที่ยอมให้ $1500 \frac{kg}{cm^2}$

ดังนั้นหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมรับแรงดึงจะไม่เกินกว่า

หน่วยแรงที่ยอมให้หน่วยแรงอัดในคอนกรีตจึงต้องคำนวณใหม่

$$f_c = \frac{f_s}{n}\left(\frac{k}{1-k}\right) = \frac{1500}{9.32}\left(\frac{0.37}{1-0.37}\right) = 92.82\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$R = \frac{1}{2} f_c kj = \frac{1}{2}(92.82)(0.37)(0.88) = 14.9\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$M_1 = 14.9(25)(45)^2 = 754,\,407.63\ \ kg-cm$$

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_s jd} = \frac{754,\,407.63}{1500(0.88)(45)} = 12.73\ cm^2$$

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} = 24.55 - 12.73 = 11.82\ \ cm^2$$

$$M_2 = 11.82(1500)(45-5) = 709,\,332.79\ \ kg-cm$$

$$M = M_1 + M_2 = 754,\,407.63 + 709,\,332.79 = 1,463,740.42\ \ kg-cm$$

M=14.64 ton-m