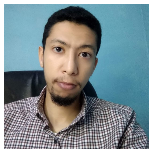
série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
les nombres complexes	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 1

national 2018 session normale

Soit m un nombre complexe .

I- On considère dans l'ensemble complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_m) d'inconnue z :

$$z^2+(im+2)z+im+2-m=0$$

0,25 1- a) Vérifier que $\Delta=(im-2i)^2$ est le discriminant de l'équation (E_m)

0,5 b) Donner, suivant les valeurs de m, l'ensemble des solutions de l'équation (E_m)

0,5 2- Pour $m=i\sqrt{2}$, écrire les deux racines de l'équation (E_m) sous la forme exponentielle.

II- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère les points A, Ω, M et M' d'affixes respectifs $a=-1-i$, $\omega=i$, m

et $m'=-im-1+i$

1- Soit R la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ qui transforme M en M'

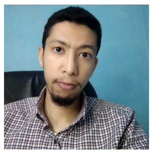
0,25 a) Vérifier que Ω est le centre de R

0,5 b) Déterminer l'affixe b de B, où B est le point tel que : $A=R(B)$

0,5 2- a) Vérifier que : $m'-a=\frac{\omega-a}{\omega-b}(m-b)$

0,5 b) En déduire que les points A, M et M' sont alignés si et seulement si les points A,
B, Ω et M sont cocycliques .

0,5 c) Montrer que l'ensemble des points M tel que les points A, M et M' soient alignés
Est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon .

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
les nombres complexes	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 2

national 2020 session normale

Soit m un nombre complexe non nul.

1ère Partie : On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z :

$$(E)\ :\ z^3 - 2mz^2 + 2m^2z - m^3 = 0$$

0,50 **1** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

(On remarque que m est une solution de l'équation (E))

2 On note $z_1\ et\ z_2$ les deux autres solutions de (E) autre que m .

0,25 **a** Vérifier que : $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{m}$

0,50 **b** Dans le cas où $m = 1 + e^{\frac{i\pi}{3}}$. Écrire sous la forme algébrique $z_1\ et\ z_2$

2ème Partie : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soient les points : $A(a)\ ;\ B(b)\quad avec\quad a = m\,e^{\frac{i\pi}{3}}\ \ et\ \ b = m\,e^{\frac{-i\pi}{3}}$.

Soient les points : $P(p)\ ;\ Q(q)\ ;\ R(r)$.

Soient : $r_1 = rotation\left(P\ ;\ \frac{\pi}{2}\right)\ ;\ r_2 = rotation\left(Q\ ;\ \frac{\pi}{2}\right)\ ;\ r_3 = rotation\left(R\ ;\ \frac{\pi}{2}\right)$

Soient : $r_1(O) = A\quad ;\quad r_2(A) = B\quad ;\quad r_3(B) = O$

0,50 **1** Montrer que les points $(O\ ;A\ ;B)$ ne sont pas alignés.

0,50 **2** **a** Montrer que : $p = \frac{m\sqrt{2}}{2}\,e^{\frac{i7\pi}{12}}\quad et\quad r = \frac{m\sqrt{2}}{2}\,e^{\frac{-i7\pi}{12}}$

0,25 **b** Montrer que : $q = m\sqrt{2}\ sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

0,50 **3** Montrer que : $OQ = PR\quad et\quad (OQ) \perp (PR)$.

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
les nombres complexes	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	

Exercice 3

national 2015 rattrapage

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1 Soit : (E) : $z^2-(1+i)z+2+2i=0$; $z \in \mathbb{C}$

0,25 **a** Vérifier que $(1-3i)^2$ est le discriminant de l'équation (E)

0,50 **b** Déterminer z_1 ; z_2 les solutions de l'équation (E).

On prendra la solution z_1 comme étant un nombre imaginaire pur

0,50 **c** Montrer que : $\frac{z_1}{z_2}=\sqrt{2}\,e^{\frac{i3\pi}{4}}$

2 Soient : $A(z_1)$; $B(z_2)$; $r=rotation\left(A;\frac{-\pi}{2}\right)$.

0,25 **a** Déterminer $e=aff(E)$; $E=milieu[AB]$.

0,50 **b** Montrer que : $c=\frac{-3}{2}+i\frac{3}{2}$; $avec$ $c:=aff(C)$ et $C=r(E)$

1,00 **c** Soit $D(d)$; $d=1+\frac{3}{2}i$ un point du plan complexe.

Montrer que : $\left(\frac{z_2-d}{c-d}\right)\times\left(\frac{c-z_1}{z_2-z_1}\right)\in\mathbb{R}$ puis interpréter le résultat.

Exercice 4

national 2017 normale

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

I Soit : (E) : $2z^2-2(m+1+i)z+m^2+(1+i)m+i=0$; $m\in\mathbb{C}^*$; $z\in\mathbb{C}$

0,50 **1** Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta=(2im)^2$.

0,50 **2** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) .

II On pose : $z_1=\left(\frac{1+i}{2}\right)(m+1)$; $z_2=\left(\frac{1-i}{2}\right)(m+i)$; $m\in\mathbb{C}\backslash\{0,1,i\}$

Soient : $A(1)$; $B(i)$; $M(m)$; $M_1(z_1)$; $M_2(z_2)$.

0,25 **1 a** Vérifier que : $z_1=iz_2+1$.

0,50 **b** Soit : $r=rotation\left(\Omega,\frac{\pi}{2}\right)$; $\Omega(\omega)$; $\omega=\frac{1+i}{2}$.

Montrer que : $r(M_2)=M_1$.

0,50 **2 a** Vérifier que : $\left(\frac{z_2-m}{z_1-m}\right)=i\left(\frac{m-1}{m-i}\right)$

0,50 **b** Soit (Γ) le cercle dont $[AB]$ est un diamètre.

Montrer que : M ; M_1 ; M_2 *alignés* $\Rightarrow$ $M\in(\Gamma)$.

0,75 **c** Déterminer l'ensemble des points M pour lesquels On ait :

$$\Omega\ ;\ M\ ;\ M_1\ ;\ M_2\quad soient\ \ cocycliques$$

Exercice 5

national 2018 rattrapage

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On pose : $h(z) = i\left(\frac{z-2i}{z-i}\right)$; $z \in \mathbb{C}\backslash\{i\}$

0,50 **1 a** Montrer l'équivalence suivante : $h(z) = z \Leftrightarrow z^2 - 2iz - 2 = 0$.

0,50 **b** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : (E) : $z^2 - 2iz - 2 = 0$.

---

2 Soients a et b les soluitons de l'équation (E) avec $\mathcal{Re}(a) = 1$.

Soients : $B(b)$; $A(a)$; $M'(h(z))$; $M(z)$; $z \in \mathbb{C}\backslash\{i,a,b\}$.

0,75 **a** Montrer que : $\left(\frac{h(z)-a}{h(z)-b}\right) = -\left(\frac{z-a}{z-b}\right)$

0,75 **b** En déduire que : $\left(\overrightarrow{M'B},\overrightarrow{M'A}\right) \equiv \pi + \left(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}\right)$ $[2\pi]$.

0,50 **3 a** Montrer que : $\{A,B,M\}$ *colinéaires* $\Rightarrow$ $\{A,B,M,M'\}$ *colinéaires*

0,50 **b** Montrer que : $\{A,B,M\}$ *non − alignés* $\Rightarrow$ $\{A,B,M,M'\}$ *cocycliques*

Exercice 6

Géométrie des triangles

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad \frac{1}{2}z^3-(1+i)z^2+2(1+i)z-4i=0$$

1) a/ Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 à déterminer.

b/ Résoudre l'équation (E).

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points :

$A(1+i\sqrt{3})$ $\quad B(1-i\sqrt{3})$ $\quad C(2i)$

a/ m.q : $OA=OB$

b/ Soit D le milieu du segment $[AC]$.
- Déterminer l'affixe de D et une mesure de l'angle $(\vec{u},\widehat{\vec{OD}})$

c/ En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

3) Soit O' ~~le Centre~~ l'image du point O par la rotation R_1 de Centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$, et $B'=R_2(B)$ où R_2 est la rotation de Centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a/ Déterminer l'affixe de O' et B'.

b/ Soit I le milieu du segment $[OB]$, Montrer que (AI) est une hauteur du triangle AO'B'

Partie 2 :

On considère les points A, B et C d'affixe respectives

$a=-2i$ $\quad ; \quad b=-1+i\sqrt{3}$ $\quad ; \quad c=\sqrt{3}+i$

1) a/ Vérifier que le point O est le Centre du cercle Circonscrit du triangle ABC.

b/ Soit G le Centre de gravité du triangle ABC. déterminer l'affixe g du point G.

2) On considère H d'affixe $h=(\sqrt{3}-1)(1+i)$

a/ Calculer $\arg\left(\frac{c-b}{h-a}\right)$ et $\arg\left(\frac{c-a}{h-b}\right)$

b/ En déduire que H est l'orthocentre de ABC.

3) Montrer que les point O, G et H sont alignés.

Exercice 7

devoir 2 al moufid

Les parties A) , B) et C) sont indépendantes.

Partie A :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $a = 2$; $b = 1-i$; $c = 1+i$.

1) Calculer $\dfrac{c-a}{b-a}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

2) Soit r la rotation de centre A et transformant le point B en C.

a) Déterminer l'angle de r puis montrer que $z' = -iz + 2 + 2i$ est l'écriture complexe de r.

b) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$.

Déterminer $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par la rotation r puis vérifier que $\mathscr{C}'$ passe par le point C.

3) Soit $M(z)$ un point du $\mathscr{C}$ différent de C, et $M'(z')$ son image par la rotation r.

a) Montrer qu'il existe $\theta \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$ tel que $z = 1 + e^{i\theta}$ puis en déduire que : $z' = 2 + i - ie^{i\theta}$

b) Montrer que : $\dfrac{z'-c}{z-c} = \dfrac{2\cos\theta}{\left|e^{i\theta} - i\right|^2}$ et en déduire que les points M, C et M' sont alignés.

c) Construire A, B, C, $\mathscr{C}$, $\mathscr{C}'$, M et M' dans le cas où $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$.

3

Partie B :

Pour tout $z \in \mathbb{C} - \{1\}$, on pose : $f(z) = \dfrac{iz}{z-1}$

1) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan pour lesquels $f(z) \in i\mathbb{R}$.

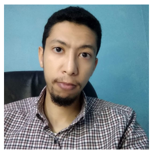
2) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $f(z) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (E)

a) Résoudre l'équation (E).

On note z_1 et z_2 les solutions de (E) avec $|z_1| = 1$.

b) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

c) Calculer $z_1^3 + z_2^6$.



Partie C :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $A(a)$ et $B(1)$ où $a \in \mathbb{C}-\{1\}$. Soit f l'application définie par :

$$f : \mathcal{P}-\{B\} \to \mathcal{P}$$
$$M(z) \mapsto M'(z')$$

telle que : $z' = \dfrac{z-a}{z-1}$

1) Montrer que : $z' = z \Leftrightarrow z^2 - 2z + a = 0$

2) On suppose que : $a = 1 + e^{i\theta \ln 2}$ avec $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3\pi}{2}$.

a) Résoudre l'équation : $z^2 - 2z + a = 0$.

b) Écrire le nombre $Z = 1 + e^{i\left(\frac{\theta}{2}\ln(2) - \frac{\pi}{2}\right)}$ sous forme trigonométrique. *On pourra remarquer que :*

$$1 + e^{iu} = e^{i\frac{u}{2}}\left(e^{i\frac{u}{2}} + e^{-i\frac{u}{2}}\right)$$

3) On suppose dans cette question que $a = -1$.

a) Montrer que pour tout point $M \in \mathcal{P}-\{B\}$:

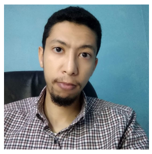
$$\left(\overline{\vec{u};\overrightarrow{BM}}\right) + \left(\overline{\vec{u};\overrightarrow{BM'}}\right) \equiv 0 \quad [2\pi]$$

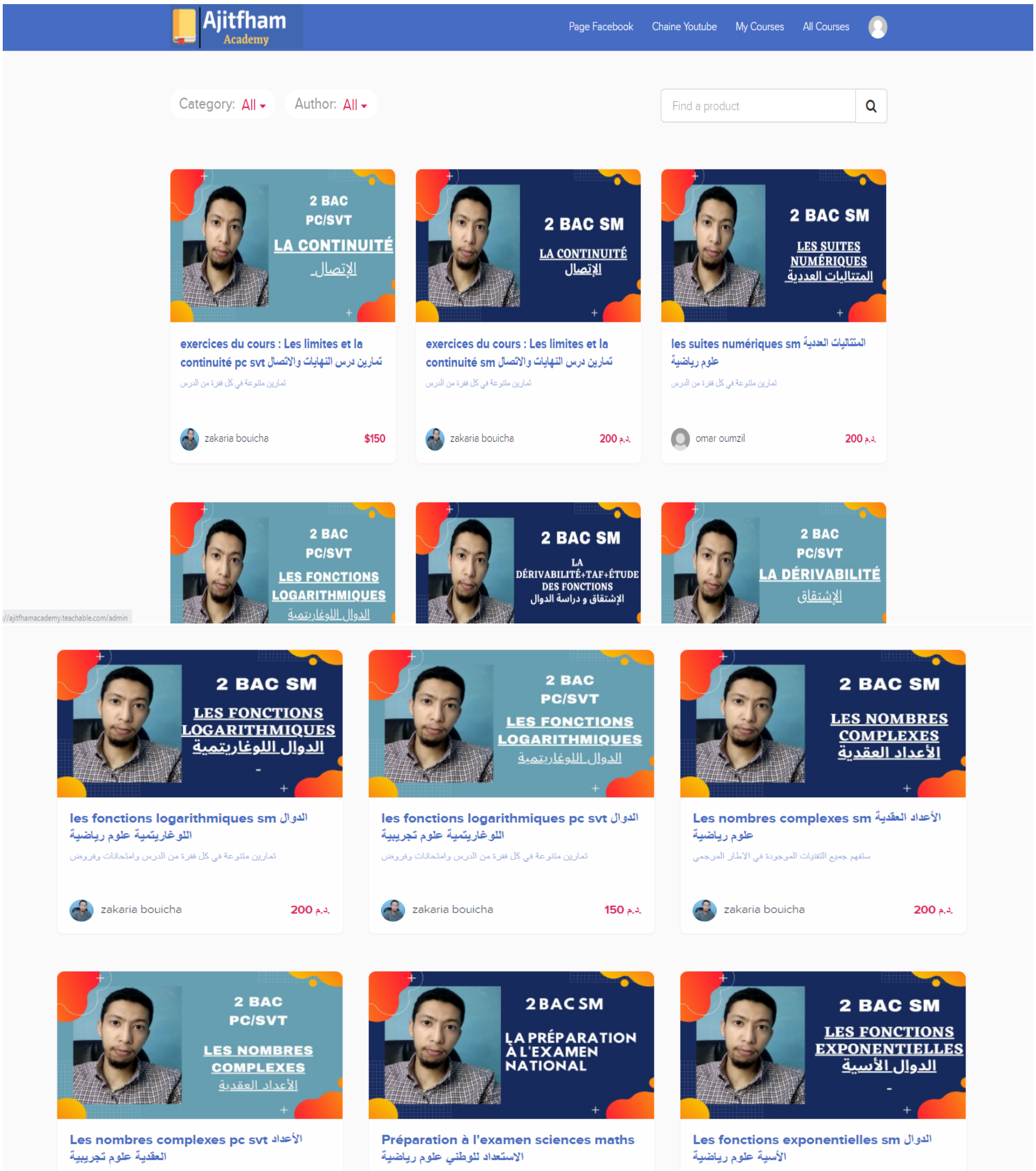
b) En déduire que $[BA)$ est une bissectrice de l'angle $\left(\overline{\overrightarrow{BM};\overrightarrow{BM'}}\right)$.

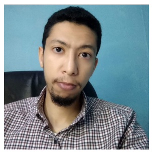
c) En déduire que : $z' \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow |z| = 1$

d) Soit M un point du cercle trigonométrique différent de B.
En déduire de ce qui précède une construction de M' image de M par l'application f.

Pour s'inscrire dans la plateforme et avoir la correction sous forme de videos il suffit de contacter 0617074062 sur wtsp

série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
les nombres complexes	Page facebook	
	Chaine Youtube	
2BACSM	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme	



série 2BSM	Pr Zakaria Bouicha	2-BAC SM
les nombres complexes 2BACSM	Page facebook	
	Chaine Youtube	
	Whatsapp : 0617074062	
	plateforme