CEN 432

การออกแบบคอนกรีตอัดแรง

บทที่ 5 การออกแบบหน้าตัดเพื่อรับโมเมนต์ดัด

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

การออกแบบหน้าตัดเพื่อรับโมเมนต์ดัด

UNDER CONSTRUCTION

การออกแบบหน้าตัดเพื่อรับโมเมนต์ดัด สามารถออกแบบได้ 2 วิธี คือ

- การออกแบบโดยทฤษฎีอีลาสติก เป็นการออกแบบในสถานะใช้งาน หน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ในคอนกรีตและเหล็กเสริมจะไม่เกิดหน่วยแรงที่ยอมให้ การออกแบบเน้นคุณสมบัติทางด้านการใช้งาน
- การออกแบบโดยทฤษฎีโดยทฤษฎีกำลังประลัยซึ่งเป็นการออกเป็นที่จะป้องกันการวิบัติอันเนื่องมาจากการบรรทุกมากเกินไป

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

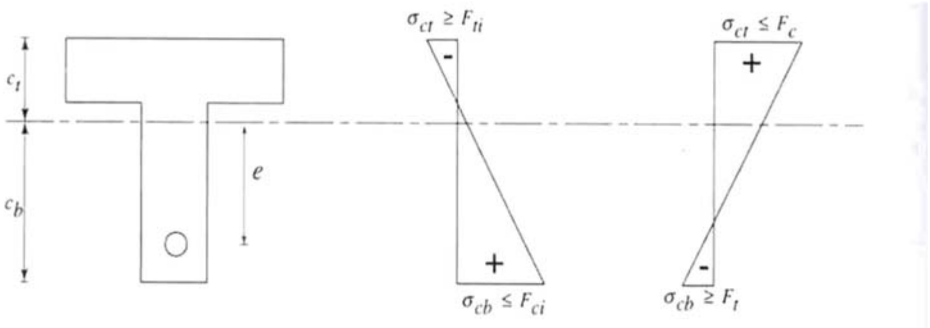
5.1 การออกแบบทฤษฎีอีลาสติก

UNDER CONSTRUCTION

การออกแบบโยวิธีนี้จะออกแบบโดยไม่ให้หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตเกิดหน่วยแรงที่ยอมให้ ทั้งในขณะการถ่ายแรงและขณะรับน้ำหนักบรรทุก

หน่วยแรงในคอนกรีต

UNDER CONSTRUCTION



(ก) หน้าตัดคาน

(ข) หน่วยแรงขณะถ่ายแรง

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{M_G y}{I}$$

(ค) หน่วยแรงขณะรับน้ำหนักบรรทุก

$$\sigma_c' = \frac{P_e}{A} \pm \frac{P_e ey}{I} \pm \frac{M_T y}{I}$$

ขณะถ่ายแรง

UNDER CONSTRUCTION

จากสมการ $\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{My}{I}$

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวบน $\sigma_{ct} = \frac{P_i}{A} - \frac{P_i e c_t}{I} + \frac{M_G c_t}{I} \geq F_{ti}$

$$\frac{P_i}{A}\left(1 - \frac{Aec_t}{I}\right) + \frac{M_G c_t}{I} \geq F_{ti}$$

จัดรูปใหม่ $F_{ti} \leq \frac{P_i}{A}\left(1 - \frac{Ae}{Z_t}\right) + \frac{M_G}{Z_t}$

โดยที่ I คือ โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดคาน

A คือ พื้นที่ของหน้าตัดคาน

P_i คือ แรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงทันทีหลังจากถ่ายแรง

e คือ ระยะเยื้องศูนย์

M_G คือ โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักคาน

Z_t คือ โมดูลัสของหน้าตัดสำหรับผิวบนสุดของคาน = $\frac{I}{c_t}$

ขณะถ่ายแรง

UNDER CONSTRUCTION

ในทำนองเดียวกัน หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวล่างขณะถ่ายแรง

$$\sigma_{cb} = \frac{P_i}{A} + \frac{P_i e c_b}{I} - \frac{M_G c_b}{I} \leq F_{ci}$$

จัดรูปใหม่ $F_{ci} \geq \frac{P_i}{A}\left(1 + \frac{Ae}{Z_b}\right) - \frac{M_G}{Z_b}$ (5.2)

โดยที่ Z_b คือ โมดูลัสของหน้าตัดสำหรับผิวล่างสุดของคาน = $\frac{I}{c_b}$

ขณะรับน้ำหนักบรรทุก

UNDER CONSTRUCTION

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวบน $\sigma_{ct} = \frac{P_e}{A} - \frac{P_e e c_t}{I} + \frac{M_T c_t}{I} \leq F_c$

จัดรูปใหม่ $F_c \geq \frac{P_e}{A}\left(1 - \frac{Ae}{Z_t}\right) + \frac{M_T}{Z_t}$

ถ้าให้ $P_e = RP_i$ จะได้ว่า $F_c \geq \frac{RP_i}{A}\left(1 - \frac{Ae}{Z_t}\right) + \frac{M_T}{Z_t}$

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวล่าง $\sigma_{cb} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e c_b}{I} - \frac{M_T c_b}{I} \geq F_t$

จัดรูปใหม่ $F_t \leq \frac{P_e}{A}\left(1 + \frac{Ae}{Z_b}\right) - \frac{M_T}{Z_b}$

$$F_t \leq \frac{RP_i}{A}\left(1 + \frac{Ae}{Z_b}\right) - \frac{M_T}{Z_b}$$

ขณะรับน้ำหนักบรรทุก

UNDER CONSTRUCTION

จากสมการหน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวบนขณะถ่ายแรง

$$F_{ti} \leq \frac{P_i}{A}\left(1 - \frac{Ae}{Z_t}\right) + \frac{M_G}{Z_t}$$

$$A\left(F_{ti} - \frac{M_G}{Z_t}\right) \leq P_i\left(1 - \frac{Ae}{Z_t}\right)$$

หรือ $\frac{1}{P_i} \geq \frac{1 - Ae/Z_t}{A(F_{ti} - M_G/Z_t)}$

ถ้ากำหนดให้ $\alpha_t = A/Z_t$ จะได้

$$\frac{1}{P_i} \geq \frac{\alpha_t e - 1}{-AF_{ti} + \alpha_t M_G}$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

ขณะรับน้ำหนักบรรทุก

UNDER CONSTRUCTION

ในทำนองเดียวกัน จัดรูปสมการที่ 5.2-5.4 และกำหนดให้ $\alpha_b = A/Z_b$ ***จะได้สมการต่อไปนี้***

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวล่างขณะถ่ายแรง

$$\frac{1}{P_i} \geq \frac{\alpha_b e + 1}{AF_{ci} + \alpha_b M_G} \quad (5.6)$$

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวบนขณะรับน้ำหนักบรรทุก

$$\frac{1}{P_i} \leq \frac{R(\alpha_t e - 1)}{-AF_c + \alpha_t M_T} \quad \text{ถ้า } \frac{M_T}{Z_t} > F_c \quad (5.7.1)$$

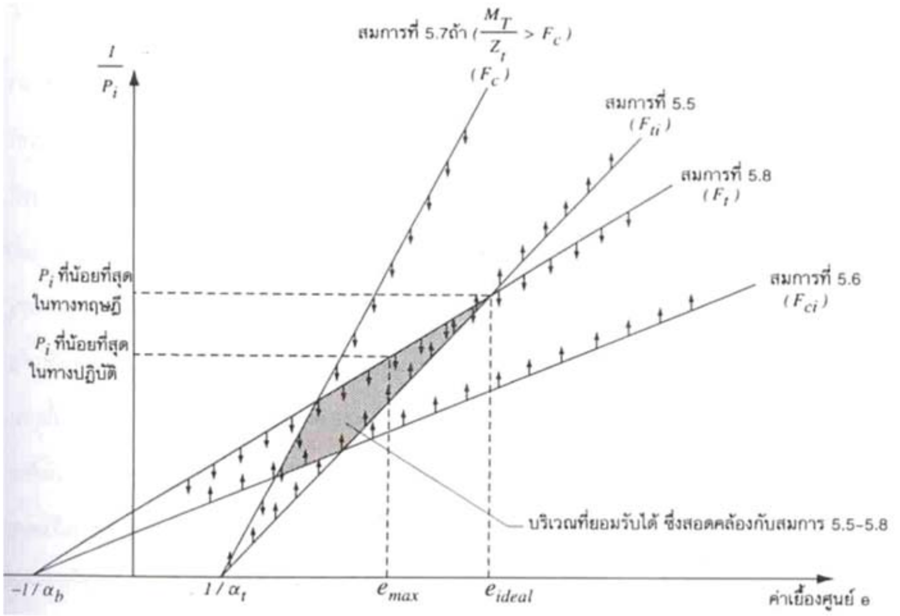
$$\frac{1}{P_i} \geq \frac{R(\alpha_t e - 1)}{-AF_c + \alpha_t M_T} \quad \text{ถ้า } \frac{M_T}{Z_t} < F_c \quad (5.7.2)$$

หน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวล่างขณะรับน้ำหนักบรรทุก

$$\frac{1}{P_i} \leq \frac{R(\alpha_b e + 1)}{AF_t + \alpha_b M_T} \quad (5.8)$$

แผนภาพของแมกเนล

UNDER CONSTRUCTION



แผนภาพของแมกเนล

UNDER CONSTRUCTION

จากสมการที่ 5.2 จะได้ $F_{ci} + \frac{M_G}{(Z_b)_{min}} = \frac{P_i}{A_{min}}\left(1 + \frac{A_{min}e}{(Z_b)_{min}}\right)$ (5.9)

จากสมการที่ 5.4 จะได้ $F_t + \frac{M_T}{(Z_b)_{min}} = \frac{RP_i}{A_{min}}\left(1 + \frac{A_{min}e}{(Z_b)_{min}}\right)$

หรือ $\frac{F_t}{R} + \frac{M_T}{R(Z_b)_{min}} = \frac{P_i}{A_{min}}\left(1 + \frac{A_{min}e}{(Z_b)_{min}}\right)$ (5.10)

จากสมการที่ 5.9 และสมการที่ 5.10 จะได้

$$(Z_b)_{min} = \frac{M_T - RM_G}{RF_{ci} - F_t} \quad (5.11)$$

ในทำนองเดียวกันค่า (Z_t) min หาได้จากการทำให้หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในสมการที่ 5.5 (หรือสมการที่ 5.1) และสมการที่ 5.7 (หรือสมการที่ 5.3) เท่ากับหน่วยแรงที่ยอมให้ซึ่งจะได้

$$(Z_t)_{min} = \frac{M_T - RM_G}{F_c - RF_{ti}} \quad (5.12)$$

5.2 แนวเหล็กเสริมอัดแรง (cable profile)

UNDER CONSTRUCTION

โดยปกติเมื่อออกแบบคอนกรีตอัดแรงจะเริ่มด้วยการคำนวณปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงระยะเยื้องศูนย์ที่ต้องการจากหน้าตัดที่โมเมนต์ภายนอกสุดหลังจากนั้นจะกำหนดาตำแหน่งเหล็กเสริมอัดแรงที่หน้าตัดต่างๆ ตามความยาวคาน

ซึ่งสมการจะให้คำตอบของค่าระยะเยื้องศูนย์ที่หน้าตัดใดๆ ซึ่งคำตอบนี้เป็นช่วงของระยะเยื้องศูนย์ที่ยอมรับได้

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

5.2 แนวเหล็กเสริมอัดแรง (cable profile)

UNDER CONSTRUCTION

จากสมการที่ 5.1 $\frac{P_i}{A} - \left(\frac{P_i e - M_G}{Z_t}\right) \geq F_{ti}$

จากสมการที่ 5.2 $\frac{P_i}{A} + \left(\frac{P_i e - M_G}{Z_b}\right) \leq F_{ci}$

จากสมการที่ 5.3 $\frac{P_e}{A} - \left(\frac{P_e e - M_T}{Z_t}\right) \leq F_c$

จากสมการที่ 5.4 $\frac{P_e}{A} + \left(\frac{P_e e - M_T}{Z_b}\right) \geq F_t$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อขอบเขตของค่าระยะเยื้องศูนย์ e จะได้

UNDER CONSTRUCTION

$$e \leq \frac{1}{P_i}\left[M_G - Z_t\left(F_{ti} - \frac{P_i}{A}\right)\right]$$

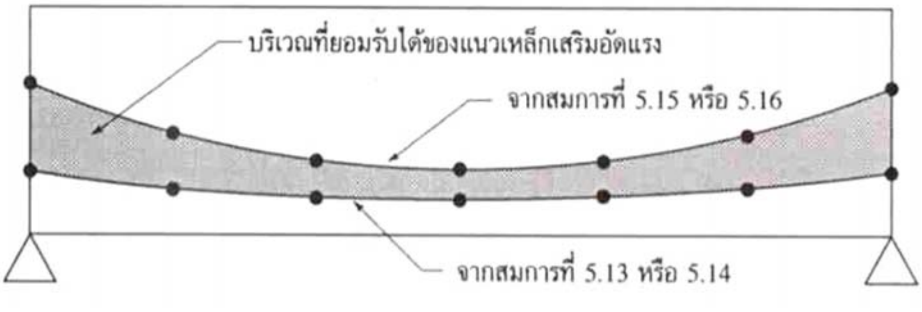
$$e \leq \frac{1}{P_i}\left[M_G + Z_b\left(F_{ci} - \frac{P_i}{A}\right)\right]$$

$$e \geq \frac{1}{P_e}\left[M_T - Z_t\left(F_c - \frac{P_e}{A}\right)\right]$$

$$e \geq \frac{1}{P_e}\left[M_T + Z_b\left(F_t - \frac{P_e}{A}\right)\right]$$

บริเวณที่ยอมรับได้สำหรับการวางแนวเหล็กเสริมอัดแรง

UNDER CONSTRUCTION



5.3 การออกแบบสำหรับกำลังประลัยของหน้าตัด

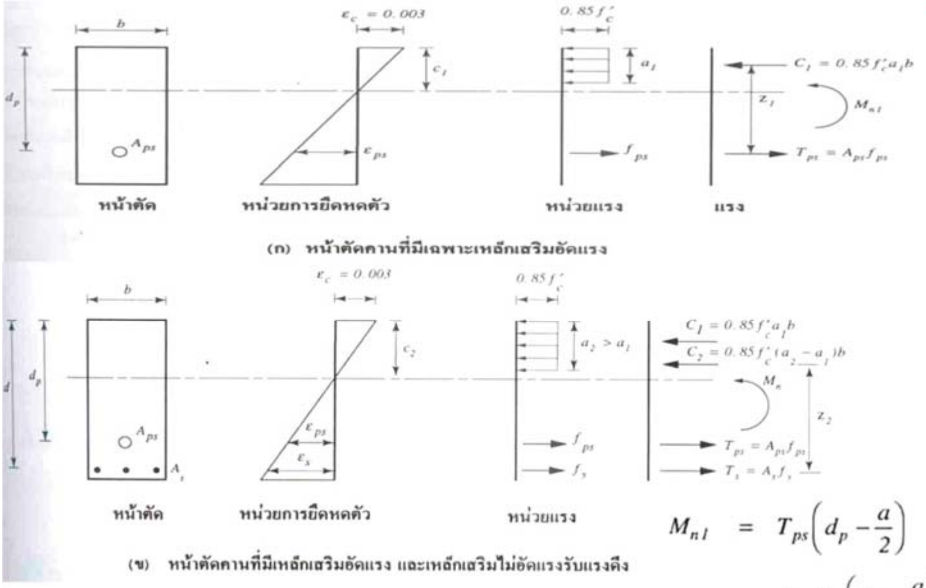
UNDER CONSTRUCTION

เมื่อออกแบบหน้าตัดโดยทฤษฎีอีลาสติก โดยปกติจะได้ขนาดพื้นที่หน้าตัดคาน A ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง A_{ps} ที่ต้องการ M_u หรือไม่ถ้า M_n มากกว่า M_u หน้าและระยะศูนย์ e หลังจากนี้จะต้องตรวจสอบกำลังของหน้าตัดว่ามากกว่ากำลังงานตัดก็ใช้ได้ แต่ถ้า M_n น้อยกว่า M_u จะต้องเพิ่มค่า M_n โดยการเสริมเหล็กเสริมไม่อัดแรงในหน้าตัดนั้นๆ

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

การเพิ่มโมเมนต์ดัดประลัยโดยเสริมเหล็กไม่อัดแรงรับแรงดึงเพียงอย่างเดียว

UNDER CONSTRUCTION



(ก) หน้าตัดคานที่มีเฉพาะเหล็กเสริมอัดแรง

(ข) หน้าตัดคานที่มีเหล็กเสริมอัดแรง และเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึง

$$M_{n1} = T_{ps}\left(d_p - \frac{a}{2}\right) = A_{ps} f_{ps}\left(d_p - \frac{a}{2}\right)$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

5.3.1 การเพิ่มเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงเพียงอย่างเดียว

UNDER CONSTRUCTION

$$M_{n2} = M_n - M_{n1}$$

$$= \frac{M_u}{\phi} - M_{n1} \qquad (5.17)$$

โดยที่ M_{n2} หาได้จาก $M_{n2} = T_s z_2 = A_s f_y z_2$ (5.18)

จากสมการที่ 5.17 และ 5.18 , $A_s = \dfrac{M_u/\phi - M_{n1}}{f_y z_2}$ (5.19)

โดยที่ A_s คือ ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงที่เพิ่มเข้าไปในหน้าตัดสำหรับการเพิ่มกำลังของหน้าตัด

M_{n1} คือ กำลังในการรับโมเมนต์ของหน้าตัด ก่อนที่จะเสริมเหล็กไม่อัดแรงรับแรงดึง

M_u คือ กำลังที่ต้องการของหน้าตัด

ϕ คือ ตัวคูณลดกำลังของหน้าตัดมีค่าเท่ากับ 0.9

z_2 คือ แขนของโมเมนต์คู่ควบของ C_2 และ T_s ที่เกิดจากการเสริมเหล็กไม่อัดแรงรับแรงดึงซึ่งอาจหาค่าได้โดยประมาณเท่ากับ $0.9(d - a_1)$

ω_p

$\omega_p + (\omega - \omega')\dfrac{d}{d_p}$ $\leq$ $0.36\beta_1$

$\omega_{pw} + (\omega_w - \omega_w')\dfrac{d}{d_w}$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

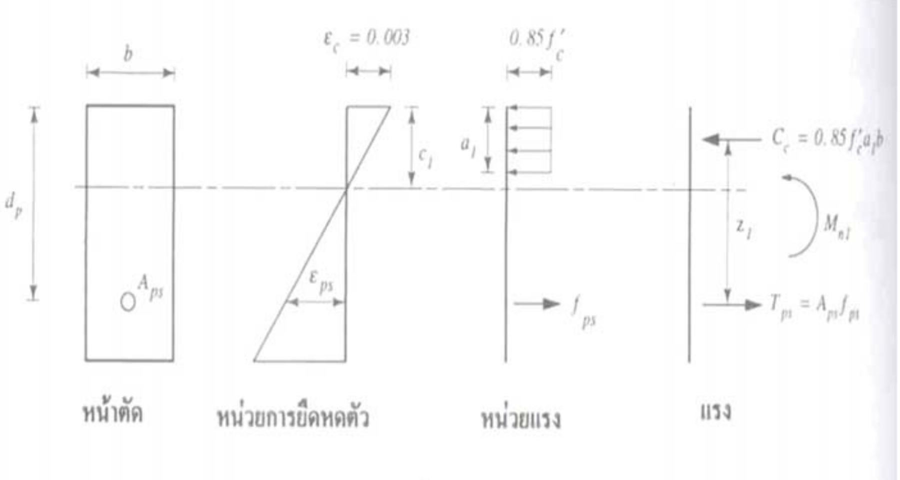
การเพิ่มทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงอัด

UNDER CONSTRUCTION

ในการเสริมเหล็กไม่อัดแรงบนหน้าตัดของคอนกรีตเพื่อเพิ่มกำลังประลัยของหน้าตัดนั้นบางครั้งถ้าเสริมเหล็กไม่อัดแรงรับแรงดึงเพียงอย่างเดียวอาจเกิดปัญหาของความเหนียวของหน้าตัดได้การเพิ่มกำลังประลัยของหน้าตัดต้องเพิ่มทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงและแรงอัดพร้อมกัน

การเพิ่มโมเมนต์ดัดประลัยโดยเสริมเหล็กทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงอัด

UNDER CONSTRUCTION



(ก) หน้าตัดคานที่มีเฉพาะเหล็กเสริมอัดแรง

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

การเพิ่มโมเมนต์ดัดประลัยโดยเสริมเหล็กทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงอัด

UNDER CONSTRUCTION

$$\varepsilon'_s = 0.003\left(\frac{c_2 - d'}{c_2}\right) = 0.003\left(\frac{c_1 - d'}{c_1}\right) \quad (5.20)$$

$$\varepsilon_s = 0.003\left(\frac{d - c_2}{c_2}\right) = 0.003\left(\frac{d - c_1}{c_1}\right) \quad (5.21)$$

ถ้าให้หน่วยการยืดหดตัวที่จุดคลากเท่ากับ ε_y ดังนั้น ค่าหน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมไม่อัดแรงที่รับแรงอัด σ'_s และค่าหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมไม่อัดแรงที่รับแรงดึง σ_s สามารถหาได้จาก

$$\sigma'_s = E_s\varepsilon'_s \quad \text{ถ้า} \quad \varepsilon'_s < \varepsilon_y$$
$$= f_y \quad \text{ถ้า} \quad \varepsilon'_s \geq \varepsilon_y \quad (5.22)$$

$$\sigma_s = E_s\varepsilon_s \quad \text{ถ้า} \quad \varepsilon_s < \varepsilon_y$$
$$= f_y \quad \text{ถ้า} \quad \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (5.23)$$

โดยที่ f_y คือ กำลังคลากของเหล็กเสริมไม่อัดแรง

การเพิ่มโมเมนต์ดัดประลัยโดยเสริมเหล็กทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงดึงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงรับแรงอัด

UNDER CONSTRUCTION

$$M_{n2} = M_n - M_{n1}$$
$$= \frac{M_u}{\phi} - M_{n1} \quad (5.24)$$

โดยที่ M_{n2} หาได้จาก

$$M_{n2} = C_s(d - d') = T_s(d - d')$$
$$= A'_s\sigma'_s(d - d') = A_s\sigma_s(d - d') \quad (5.25)$$

จากสมการที่ 5.24 และ 5.25 จะได้ว่า

$$A'_s = \frac{M_u/\phi - M_{n1}}{\sigma'_s(d - d')}$$

$$A_s = \frac{M_u/\phi - M_{n1}}{\sigma_s(d - d')}$$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000