

# 補足アプリの使い方

この資料では Udemy コース「物理エンジンで学ぶ数学とプログラミング」を補足するアプリの使い方について解説します。アプリのダウンロード方法はメールから移動できるダウンロードページをご覧ください。

## 1. 実験メニュー

アプリを起動すると次の画面になります。



画面右のボタンで3種類の実験を開始できます。

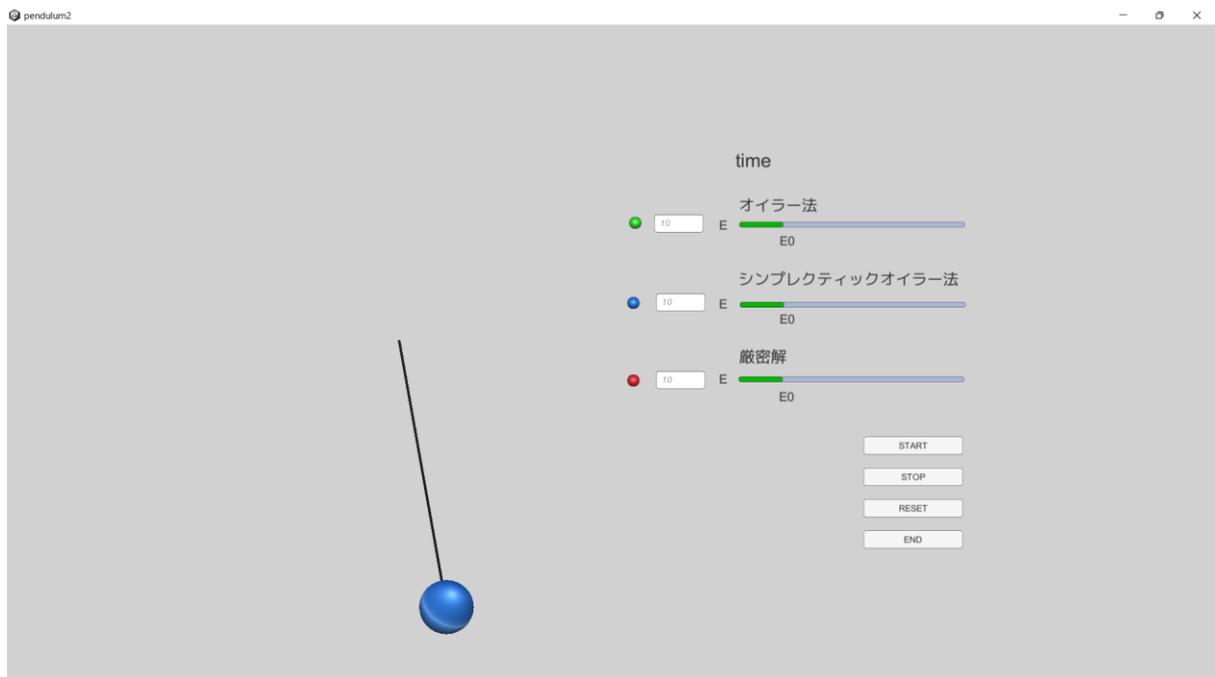
「アプリ終了」ボタンを押すと、アプリが終了して画面が閉じます。

## 2. 計算手法の比較 (単振り線形)

メニュー画面の「計算手法の比較 (単振り線形)」ボタンをクリックすると、コースの中で紹介した数値積分の精度を比較する実験の画面になります。四角いボックスに角度を入力すると初期条件を変えることができます。

オイラー法、シンプレクティックオイラー法、厳密解がどのような挙動をするか確かめてみましょう。

※ただし線形近似を使っているので、あまり角度を大きくしすぎるとおかしい挙動になります。不自然ですが、どんな動きになるか確かめてみるのも面白いでしょう。



### ボタンの説明

**START**：実験を開始します

**STOP**：実験を一時停止します

**RESET**：初期状態に戻します。設定した角度が反映されます。

**END**：実験を終了し、メニュー画面に戻ります。

**四角いボックス**：それぞれの色の球の初期角度を設定できます（何も入力しないと反時計回り  $10^\circ$  から始まります）

E と書いてあるバーは力学的エネルギーを表しています（E0 は初期の力学的エネルギー）。数値積分の方法によって、どれぐらい挙動が安定するかの目安になります。

### 3. 線形/非線形方程式（単振り子）

メニュー画面の「計算手法の比較（単振り子線形）」ボタンをクリックすると、振り子の方程式を線形近似する場合としない場合（非線形）の挙動の違いを比較する実験の画面になります。（コースでは説明していない発展的な内容です）

初期条件の設定方法やボタンは2.の実験と同じです。

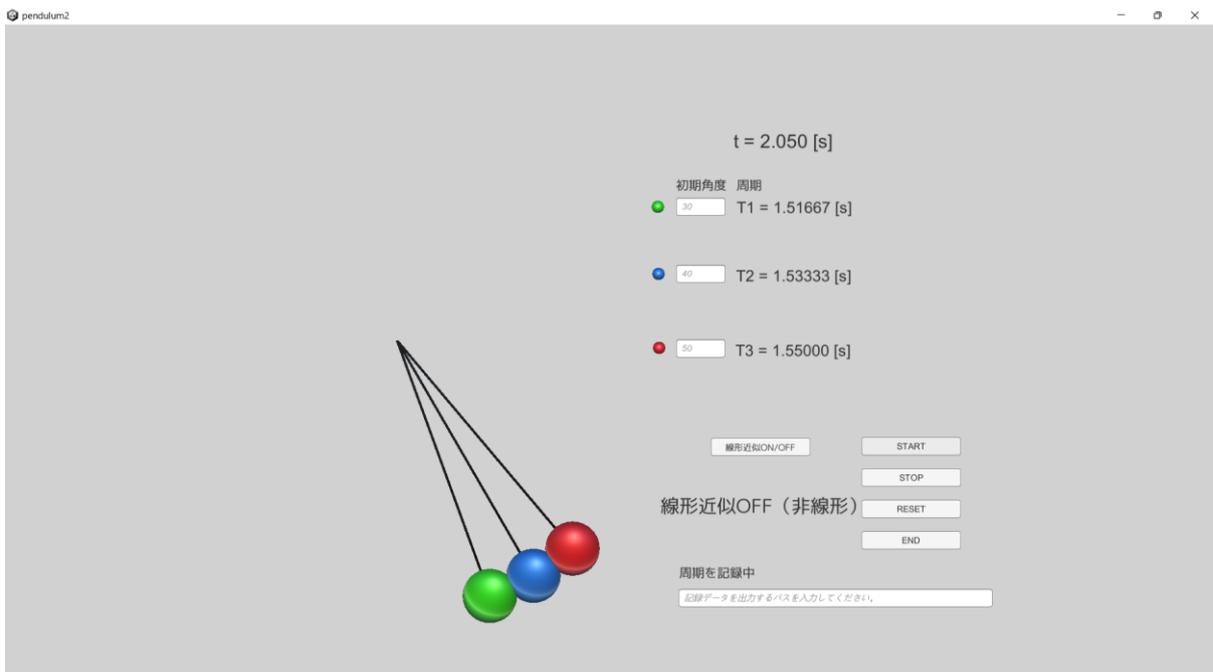
この実験では次の2つの方程式の挙動を比較します。（数値積分はシンプレクティックオイラー法）

線形近似 OFF（非線形）

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2 \sin\theta$$

線形近似 ON

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2 \theta$$



## 画面の説明

**T1, T2, T3** : それぞれの振り子の 1 周期の時間

**線形近似 ON/OFF ボタン** : 計算に使う方程式を切り替えます。

高校では振り子の 1 周期は振幅によらず一定と習いますが、本当にそうでしょうか？線形と非線形の場合で比較してみてください。

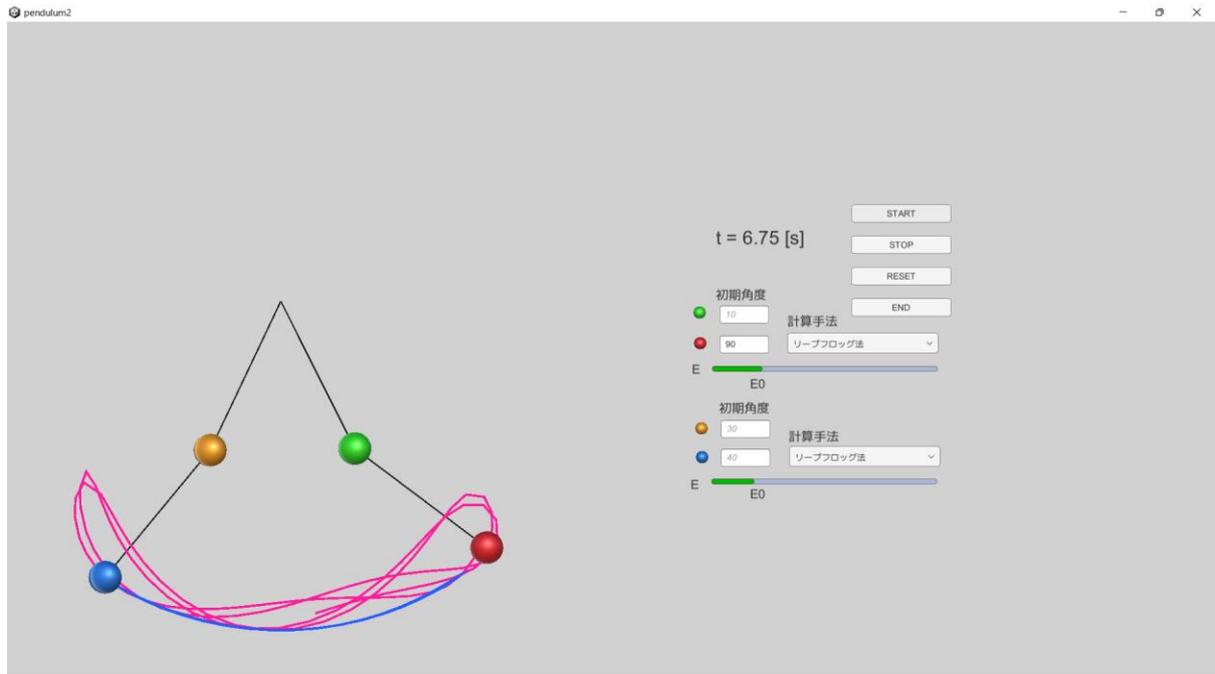
### **4. カオス現象（二重振り子）**

メニュー画面の「カオス現象（二重振り子）」ボタンをクリックすると、振り子の方程式を線形近似する場合としない場合（非線形）の挙動の違いを比較する実験の画面になります。（コースでは説明していない発展的な内容です）

初期条件の設定方法やボタンは 2. の実験と同じです。

球を 2 つぶら下げると、想像もできないような複雑な挙動を示すことがあります。この予測不可能な動きを「カオス」と言います。この実験では 2 つの球の質量は同じです。

また、初期条件の小さな違いが、時間が経つにつれ大きな挙動の違いとして現れる現象を「バタフライ効果」と言います。名前の由来は気象学者のエドワード・ローレンツが 1972 年にアメリカ科学振興協会で行った講演のタイトル Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?（予測可能性：ブラジルの 1 匹の蝶の羽ばたきはテキサスで竜巻を引き起こすか？）とされています。



計算手法（次の中から数値積分を選択できます）

**オイラー法**：誤差が発生しやすい計算法です（挙動が不正確なのであまり使わないかも・・・）

**シンプレクティックオイラー法**：シンプレクティック数値積分（コース内で説明）の一種でオイラー法よりも安定です。

**ルンゲ・クッタ法（RK4）**：数値積分の中でも有名な計算精度が高い方法です。（コース内で説明）

**リープ・フロッグ法**：シンプレクティック数値積分の一種で、力学的エネルギーが安定しやすい方法です。（コース中では説明していません）

カオス現象を見るときは、2個目の球（下側の球）を比較的大きな角度（90° とか）から始めてみるとよいでしょう。

バタフライ効果を見るには、2つの振り子の初期条件を少しだけずらしてみてください。（例）緑：30°、赤：80°、黄：30°、青：81°