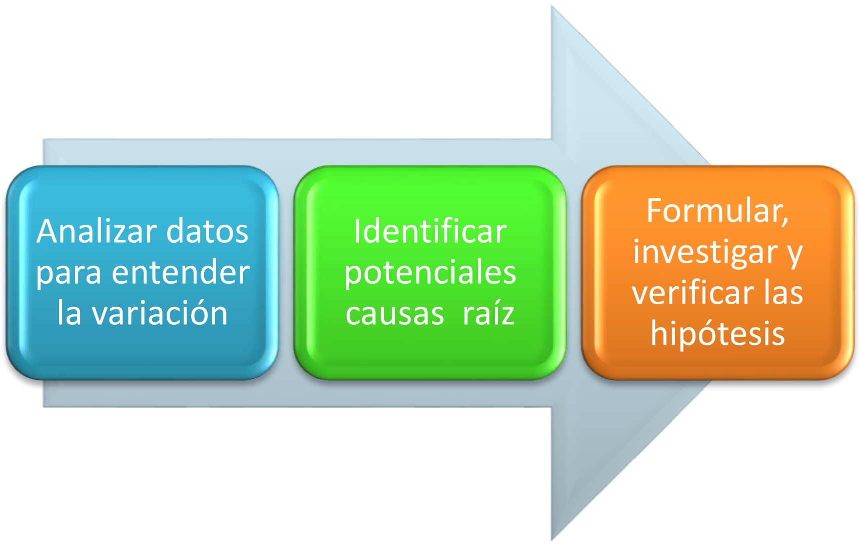
ANÁLISIS
Parte 1

KTD
CONSULTING GROUP

Proceso de la fase de Análisis

Entradas:

- Indicadores clave definidos
- Procedimiento de colección de datos definido
- Sistema de medición capaz
- Línea base del proceso cuantificada



Proceso

Salidas:

- Función de transferencia definida
- Causas raíz de las variaciones identificadas y confirmadas

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Prueba de hipótesis

Definición:

El proceso de usar la probabilidad y estadística para comprender una situación experimental y decider si se rechaza o no la hipóteis del “status quo”, basado en datos muestrales se llama “*prueba de hipótesis*”

Aseveración o conjetura respecto a una o más poblaciones.

Prueba de hipótesis

- Se debe tomar una muestra y con ello decidir, asumie
  si se rechaza o no la hipótesis
- Las pruebas de hipótesis proporcionan un enfoque "ir-no ir" para toma de decisiones
- En una prueba de hipótesis tratamos de mostrar con algo de certidumbre si un parámetro (típicamente μ ó σ^2) es igual o no a cierto valor.
- La verdad o falsedad de una hipótesis estadística nunca se sabe con absoluta certidumbre

Hipótesis nula vs. alternativa

Hipótesis nula(Ho)	**Hipótesis alternativa (H_1 or Ha)**
Se refiere al “status quo” o la “primer creencia”	Es la hipótesis opuesta a la Ho
Se assume que es verdadera hasta que se prueba lo contrario	Se rechaza la hipótesis nula en favo de la hipótesis alternative solo si existe evidencia estadísticamente convincente contra Ho
Asume que las poblaciones son iguales, por ello SIEMPRE se establece en términos de igualdad.	Representa la diferencia entre poblaciones que se prueban.

Hipótesis nula vs. alternativa (ejemplos)

Situación	Hipótesis nula (Ho)	Hipótesis alternativa (H1 or Ha)
Un juicio en la corte	El acusado se declara inocente	El acusado se declara culpable
Una compañía farmacéutica desarrolla un nuevo medicamento	El medicamento es inefectivo	El medicamento es efectivo
El contenido de una botella de refresco	La botella contiene 600 ml de refresco	La botella no contiene 600 ml de refresco La botella contiene menos que 600 ml de refresco La botella contiene más que 600 ml de refresco

Pasos requeridos para realizar una prueba de hipótesis

1. Definir el problema (cómo es y cómo debería ser)
2. Establecer la hipótesis nula (Ho) y la hipótesis alterna (Ha)
3. Decidir la prueba estadística apropiada de acuerdo a la información que se tiene.
4. Definir el nivel de confianza (riesgo de la prueba)
5. Recolectar los datos
6. Calcular el estadístico de prueba
7. Calcular la probabilidad de que ocurra el estadístico calculado
8. Decidir si la Ho se rechaza o se acepta la Ha

Ejemplo

- Existe un problema relacionado con la manufactura de un máquina reconocedora de voz. Se decidió realizar tres cambios de diseño de manera que se requiere probar si estos cambios han producido algún resultado.
- Se realizó un experimento en el que se hicieron 14 muestras de cada uno de los diseños (actual y nuevo) y los datos se muestran a continuación.
- ¿Existe evidencia para afirmar que los cambios de diseño han provocado resultados diferentes?

Ejemplo

Numero de muestra	Diseño actual	Diseño nuevo
1	1.034	0.556
2	0.913	0.874
3	0.881	0.673
4	1.185	0.632
5	0.930	0.543
6	0.880	0.748
7	1.132	0.532
8	0.745	0.53
9	0.737	0.678
10	1.043	0.676
11	0.778	0.558
12	1.122	0.6
13	0.746	0.713
14	0.852	0.525

Tests on Means with Variance Known

Hypothesis	Test Statistic	Fixed Significance Level Criteria for Rejection	*P*-Value
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$		$\lvert Z_0 \rvert > Z_{\alpha/2}$	$P = 2[1 - \Phi(\lvert Z_0 \rvert)]$
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$Z_0 = \dfrac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z_0 < -Z_\alpha$	$P = \Phi(Z_0)$
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$		$Z_0 > Z_\alpha$	$P = 1 - \Phi(Z_0)$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$		$\lvert Z_0 \rvert > Z_{\alpha/2}$	$P = 2[1 - \Phi(\lvert Z_0 \rvert)]$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$Z_0 = \dfrac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$Z_0 < -Z_\alpha$	$P = \Phi(Z_0)$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$		$Z_0 > Z_\alpha$	$P = 1 - \Phi(Z_0)$

Tomado de: Montgomery, Douglas C. "Design and Analysis of Experiments 8th Ed. Wiley

Tests on Means of Normal Distributions, Variance Unknown

Hypothesis	Test Statistic	Fixed Significance Level Criteria for Rejection	*P*-Value
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$		$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2,n-1}$	sum of the probability above t_0 and below $-t_0$
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$t_0 = \dfrac{\bar{y} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$t_0 < -t_{\alpha,n-1}$	probability below t_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$		$t_0 > t_{\alpha,n-1}$	probability above t_0
	if $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$		
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$t_0 = \dfrac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ $v = n_1 + n_2 - 2$	$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2,v}$	sum of the probability above t_0 and below $-t_0$
	if $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$t_0 = \dfrac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$	$t_0 < -t_{\alpha,v}$	probability below t_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$v = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$	$t_0 > t_{\alpha,v}$	probability above t_0

Tomado de: Montgomery, Douglas C. "Design and Analysis of Experiments 8th Ed. Wiley

Tests on Variances of Normal Distributions

Hypothesis	Test Statistic	Fixed Significance Level Criteria for Rejection
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$		$\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ or $\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,n-1}$
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$		$\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha,n-1}$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_0 = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$	$F_0 > F_{\alpha/2,n_1-1,n_2-1}$ or $F_0 < F_{1-\alpha/2,n_1-1,n_2-1}$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_0 = \dfrac{S_2^2}{S_1^2}$	$F_0 > F_{\alpha,n_2-1,n_1-1}$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_0 = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$	$F_0 > F_{\alpha,n_1-1,n_2-1}$

Tomado de: Montgomery, Douglas C. "Design and Analysis of Experiments 8th Ed. Wiley

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Intervalos de confianza

- En algunas ocasiones ya es conocido por el experimentador que μ_1 y μ_2 son diferentes, pero se puede estar interesado en estimar esta diferencia y para ello se define el intervalo de confianza como:

$$P\ (L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha$$

Donde θ es el parámetro desconocido (estadístico de prueba) del que se desea calcular su intervalo

Intervalo de confianza para la diferencia de medias

$$\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2$$

$$\leq \bar{y}_1 - \bar{y}_2 + t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Al (1-α) % de confianza

Ejemplo

Un ingeniero especialista en cementos desea comprobar la eficacia de una nueva formulación del Cemento Portland. Para ello, desarrolla un experimento en el cual prepara 10 muestras con la formulación actual y 10 muestras con la nueva formulación. En la tabla siguiente se muestran los valores de resistencia a la compresión de cada una de las formulaciones.

Estime el valor puntual y el intervalo de confianza para las diferencias entre medias.

Ejemplo

Formulación actual	Formulación Nueva
16.85	17.50
16.40	17.63
17.21	18.25
16.35	18.00
16.52	17.86
17.04	17.75
16.06	18.22
17.15	17.90
16.59	17.96
16.57	18.15

Ejercicio

1. Realiza 15 lanzamientos con la catapulta fijando el ángulo inicial de lanzamiento en la parte intermedia del rango y mide las longitudes de lanzamiento utilizando el método de medición validado.
2. Realiza nuevamente 15 lanzamientos con la catapulta fijando el ángulo inicial de lanzamiento en la parte inicial del rango y mide las longitudes.
3. ¿Podemos afirmar que el ángulo de lanzamiento influye en la longitud del disparo? Sustenta tu respuesta con un análisis estadístico
4. ¿Cuál es la diferencia estimada entre las longitudes de disparo de ambas condiciones? Sustenta tu respuesta con un intervalo de confianza.