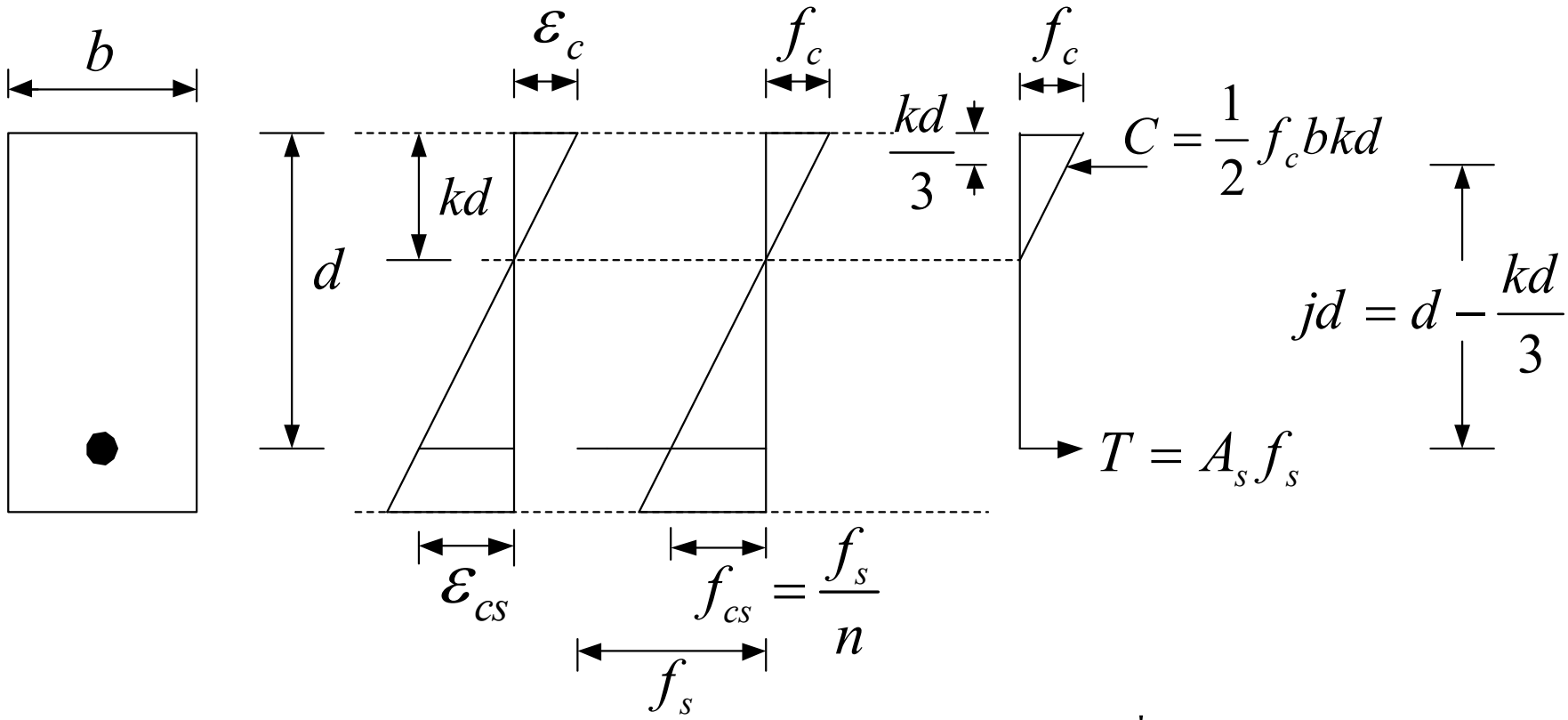
การออกแบบหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว

กรณีที่ทราบโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดคานต้องรับซึ่งได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างคานเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกใช้งาน แล้วต้องการออกแบบขนาดหน้าตัดคานและปริมาณการเสริมเหล็ก

ในการออกแบบโดยวิธีหน่วยแรงใช้งานหน้าตัดคานที่ต้องการคือหน้าตัดที่หน่วยแรงสูงสุดในคอนกรีต(f_c)และเหล็กเสริม (f_s) ถึงค่าที่ยอมให้พร้อมกันพอดี ขณะรับโมเมนต์ดัดใช้งาน

การกระจายความเครียด หน่วยแรง และแรงลัพท์ บนหน้าตัดคาน
เสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวเมื่อรับโมเมนต์ดัดกระทำภายนอก



จากความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงในคอนกรีตและเหล็กเสริม ซึ่งได้จากเงื่อนไขความสอดคล้อง(Compatibility)

$$n\frac{f_c}{f_s} = \frac{k}{1-k}$$

เมื่อหน่วยแรงสูงสุดในคอนกรีต(f_c)และเหล็กเสริม (f_s) ถึงค่าที่ยอมให้พร้อมกันพอดีจะหาค่าk ได้ว่า

$$k = \frac{1}{1+\frac{f_s}{nf_c}}$$

เมื่อทราบค่า k แล้วจะเลือกขนาดหน้าตัดคานจากสมการ

$M_c = Rbd^2$ เมื่อ $R = \frac{1}{2}f_c kj$ $j = 1-\frac{k}{3}$

เมื่อสมมติค่า b จะสามารถคำนวณหาค่า d ที่เมื่อรับโมเมนต์ดัดใช้งานแล้วหน่วยแรงสูงสุดในเหล็กเสริมรับแรงดึง และหน่วยแรงอัดสูงสุดในคอนกรีตจะเท่ากับค่าที่ยอมให้พอดี จากสมการ

$$d = \sqrt{\frac{M}{Rb}}$$

เมื่อ M เป็นโมเมนต์ดัดใช้งานที่หน้าตัดคานต้องรับ

เมื่อได้ค่า d แล้วเลือกว่าจะใช้เท่าใดโดย **ต้องไม่น้อยกว่าค่าที่คำนวณได้**

ถ้าเลือกเท่ากับ d ที่คำนวณได้แสดงว่าเมื่อคานรับโมเมนต์ดัด M แล้วหน่วยแรงดึงในคอนกรีตและเหล็กเสริมจะถึงหน่วยแรงที่ยอมให้พอดี

A_s จะคำนวณได้จากสมการ

$$M_s = A_s f_s jd = M$$

$$A_s = \frac{M}{f_s jd}$$

ถ้าเลือกมากกว่า d ที่คำนวณได้แล้วคำนวณปริมาณเหล็กเสริมจาก

$$A_s = \frac{M}{f_s jd}$$

เมื่อ M เป็นโมเมนต์ดัดปลอดภัยที่คานต้องรับ
แสดงว่าขณะที่คานรับ M เหล็กเสริมจะถึงหน่วยแรงดึงที่ยอมให้ขณะที่คอนกรีต จะยังไม่ถึงค่าที่ยอมให้ หน้าตัดจะเป็นแบบ Under reinforced ทั้งนี้เป็นเพราะ

$$M_c = Rbd^2$$

จะมีค่ามากกว่า M ที่คานต้องรับอันเป็นผลจากการเลือกค่า d มากกว่าที่คำนวณได้จากสมการ

$$d = \sqrt{\frac{M}{Rb}}$$

ขั้นตอนการออกแบบหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กแบบเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว

1) คำนวณน้ำหนักบรรทุกตายตัวและน้ำหนักบรรทุกจรลงบนคาน

2) วิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดวิกฤติ

3) คำนวณค่า n, k ,j ,R

4) คำนวณหาความลึกประสิทธิผลต่ำสุดที่คอนกรีตและเหล็กเสริมจะรับได้ โดยหน่วยแรงในคอนกรีตและเหล็กเสริมถึงหน่วยแรงที่ยอมให้พอดี (ไม่จำเป็นต้องเสริมเหล็กรับแรงอัด) จากสมการ

$$d = \sqrt{\frac{M}{Rb}}$$

โดยสมมติ b แล้วคำนวณหา d

5) เลือกd ที่เหมาะสมแต่ต้องไม่น้อยกว่า d ในข้อ 4 ขนาดความกว้าง b และความลึกคานทั้งหมด t

6) คำนวณหาปริมาณเหล็กเสริมจากสมการ

$$A_s = \frac{M}{f_s jd}$$

$f_c^{'}(ksc)$	$f_y(ksc)$	$f_c(ksc)$	$f_s(ksc)$	$E_c(ksc)$	n	k	j	R(ksc)
145	2400	65	1200	183153	11	0.377	0.874	10.76
145	3000	65	1500	183153	11	0.326	0.891	9.49
145	4000	65	1700	183153	11	0.299	0.900	8.80
210	2400	95	1200	220414	9	0.422	0.859	17.12
210	3000	95	1500	220414	9	0.368	0.877	15.27
210	4000	95	1700	220414	9	0.340	0.887	14.23
240	2400	108	1200	235632	9	0.438	0.854	20.20
240	3000	108	1500	235632	9	0.384	0.872	18.08
240	4000	108	1700	235632	9	0.355	0.882	16.90
280	2400	126	1200	254512	8	0.457	0.848	24.41
280	3000	126	1500	254512	8	0.402	0.866	21.95
280	4000	126	1700	254512	8	0.373	0.876	20.56
300	2400	135	1200	263445	8	0.466	0.845	26.55
300	3000	135	1500	263445	8	0.411	0.863	23.93
300	4000	135	1700	263445	8	0.381	0.873	22.44

โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม $E_s = 2.04(10)^6(ksc)$

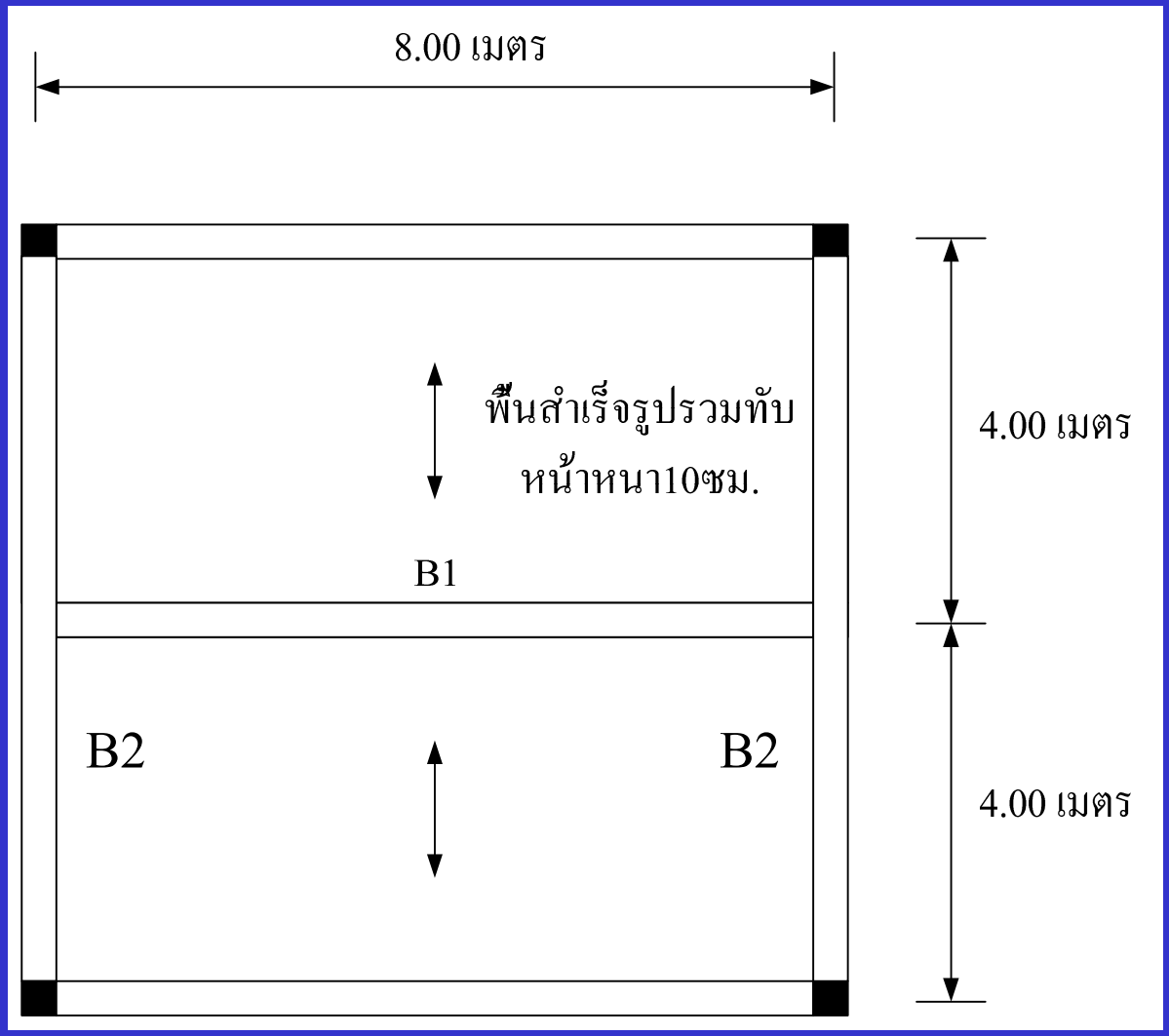
ตาราง ผ.2 พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเส้นกลม(ตารางเซ็นติเมตร)

เส้นผ่าศูนย์กลาง	จำนวน												
มิลลิเมตร	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83	3.11	3.39	3.68
9	0.64	1.27	1.91	2.54	3.18	3.82	4.45	5.09	5.73	6.36	7.00	7.63	8.27
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	12.44	13.57	14.70
15	1.77	3.53	5.30	7.07	8.84	10.60	12.37	14.14	15.90	17.67	19.44	21.21	22.97
19	2.84	5.67	8.51	11.34	14.18	17.01	19.85	22.68	25.52	28.35	31.19	34.02	36.86
22	3.80	7.60	11.40	15.21	19.01	22.81	26.61	30.41	34.21	38.01	41.81	45.62	49.42
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	49.09	54.00	58.90	63.81
28	6.16	12.32	18.47	24.63	30.79	36.95	43.10	49.26	55.42	61.58	67.73	73.89	80.05
34	9.08	18.16	27.24	36.32	45.40	54.48	63.55	72.63	81.71	90.79	99.87	108.95	118.03

ตาราง ผ.3 พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเส้นข้ออ้อย(ตารางเซ็นติเมตร)

เส้นผ่าศูนย์กลาง	จำนวน												
มิลลิเมตร	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
10	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85	8.64	9.42	10.21
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	12.44	13.57	14.70
16	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11	22.12	24.13	26.14
20	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	31.42	34.56	37.70	40.84
22	3.80	7.60	11.40	15.21	19.01	22.81	26.61	30.41	34.21	38.01	41.81	45.62	49.42
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	49.09	54.00	58.90	63.81
28	6.16	12.32	18.47	24.63	30.79	36.95	43.10	49.26	55.42	61.58	67.73	73.89	80.05
32	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	80.42	88.47	96.51	104.55

ตัวอย่าง ให้ออกแบบคาน B1 ให้เป็นแบบเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว เมื่อกำหนดน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ 200 กิโลกรัมต่อตารางเมตร



กำหนดให้

$$f_c^{'} = 210\ ksc$$

$$f_y = 3000\ ksc$$

$$f_c = 0.45(210) = 94.5\ ksc$$

$$f_s = 0.5(3000) = 1500\ ksc$$

$$n = \frac{135}{\sqrt{f_c'}} \frac{135}{\sqrt{210}} = 9.32$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{f_s}{nf_c}} = \frac{1}{1 + \frac{1500}{9.32(94.5)}} = 0.37$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.37}{3} = 0.877$$

$$R = \frac{1}{2} f_c kj = \frac{1}{2}(94.5)(0.37)(0.877) = 15.32$$

กก/ซม^2

น้ำหนักตายตัวของพื้น=0.1(1)(1)(2400)= 240 กก./ตรม.

น้ำหนักบรรทุกจร= 200 กก./ตรม.

รวม = 240+200 = 440 กก./ตรม.

น้ำหนักจากพื้นลงคานในหน่วย กก./ม.

= 4(1)(440)=1760 กก./ม.

สมมติคานกว้าง 25ซม. ลึก 75 ซม.

จะคำนวณน้ำหนักบรรทุกตายตัวของคานในหน่วย กก./ม. ได้

=0.25(0.75)(2400) = 450 กก./ม.

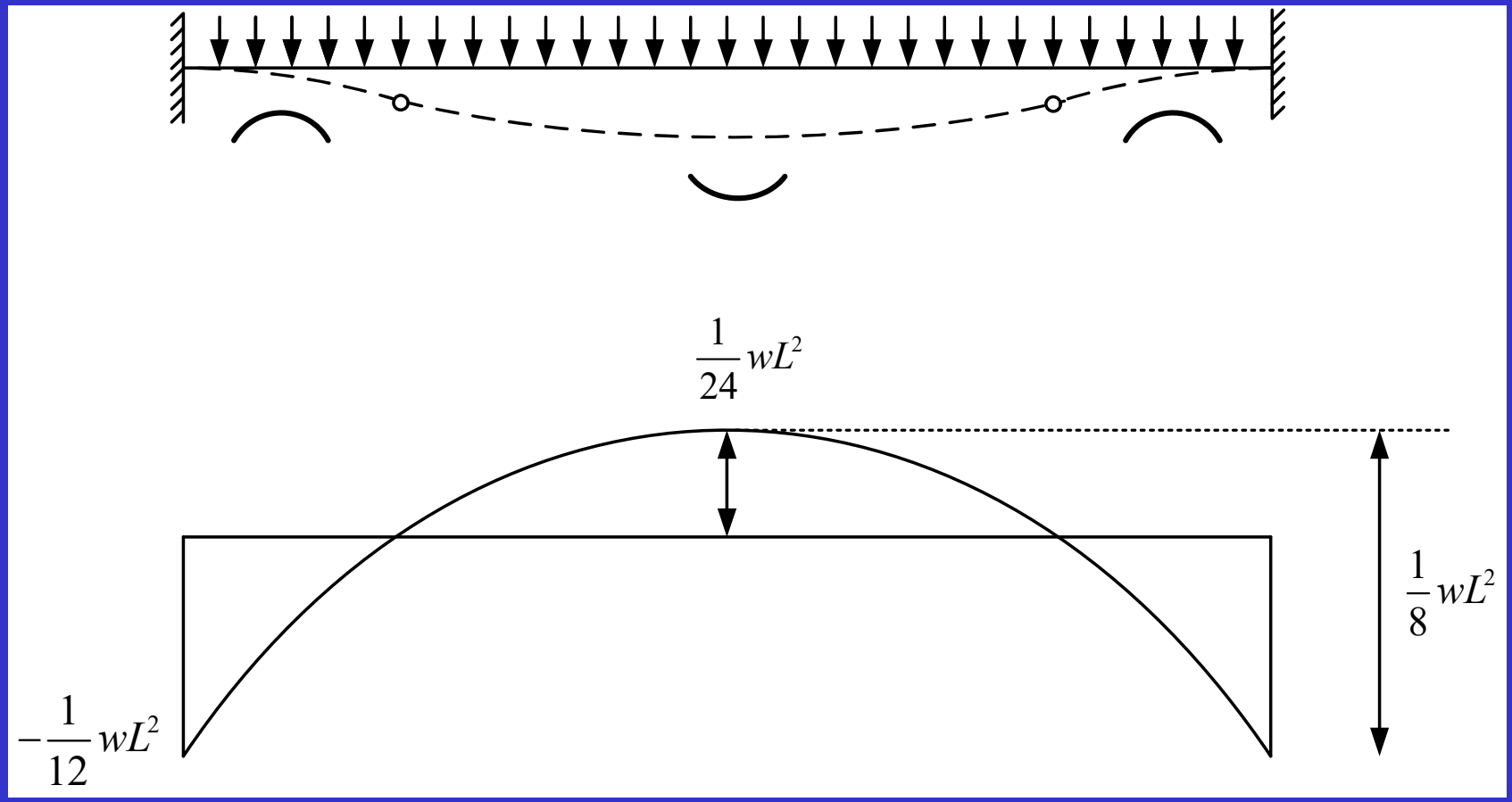
รวมน้ำหนักบรรทุก W ในหน่วย กก./ม. = 1760+450

=2210 กก./ม.

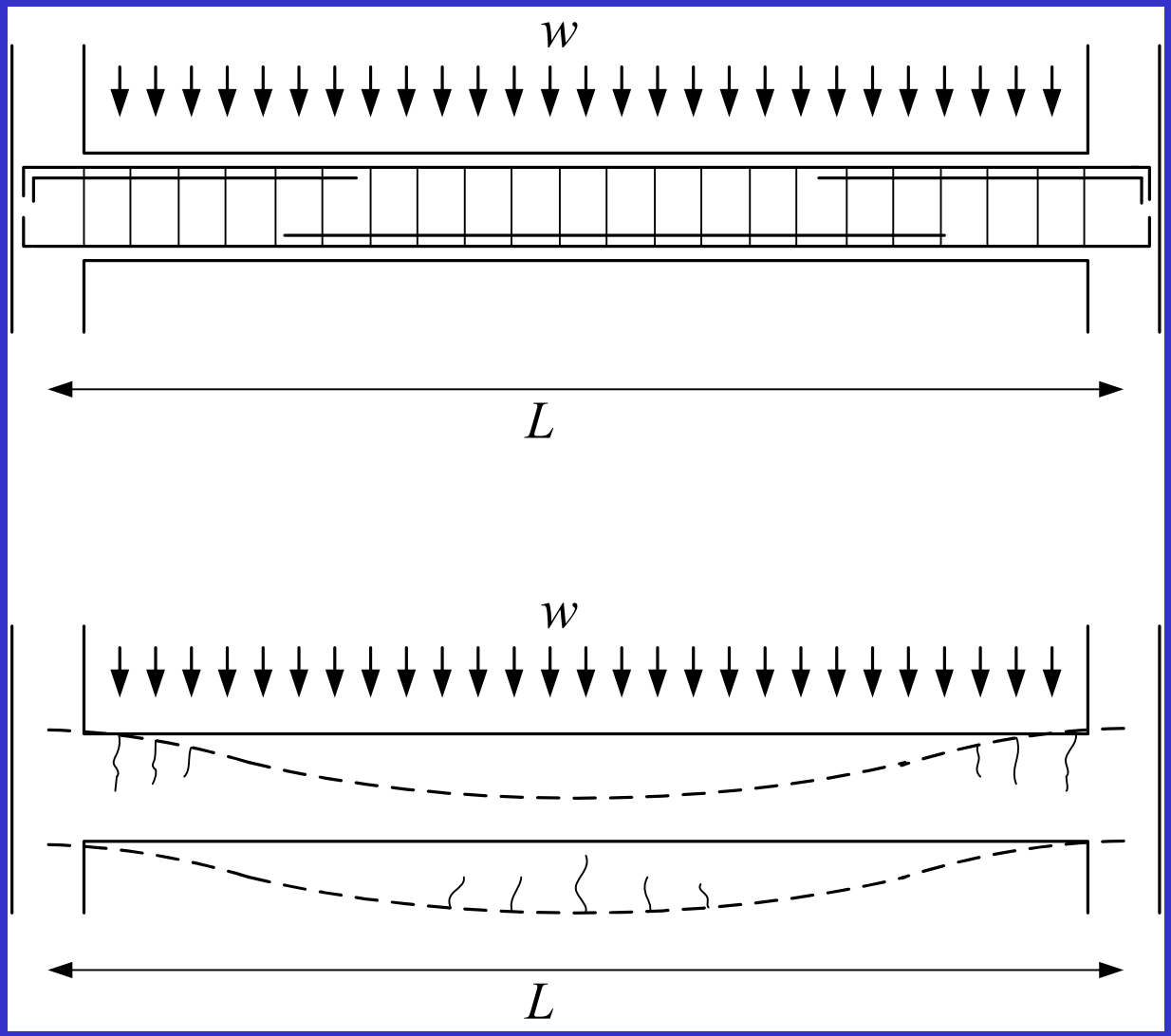
โมเมนต์ดัดสูงสุดที่กึ่งกลางคาน $= \frac{wL^2}{8} = \frac{2210(8)^2}{8} = 17680$ กก.-ม.

FIXED END

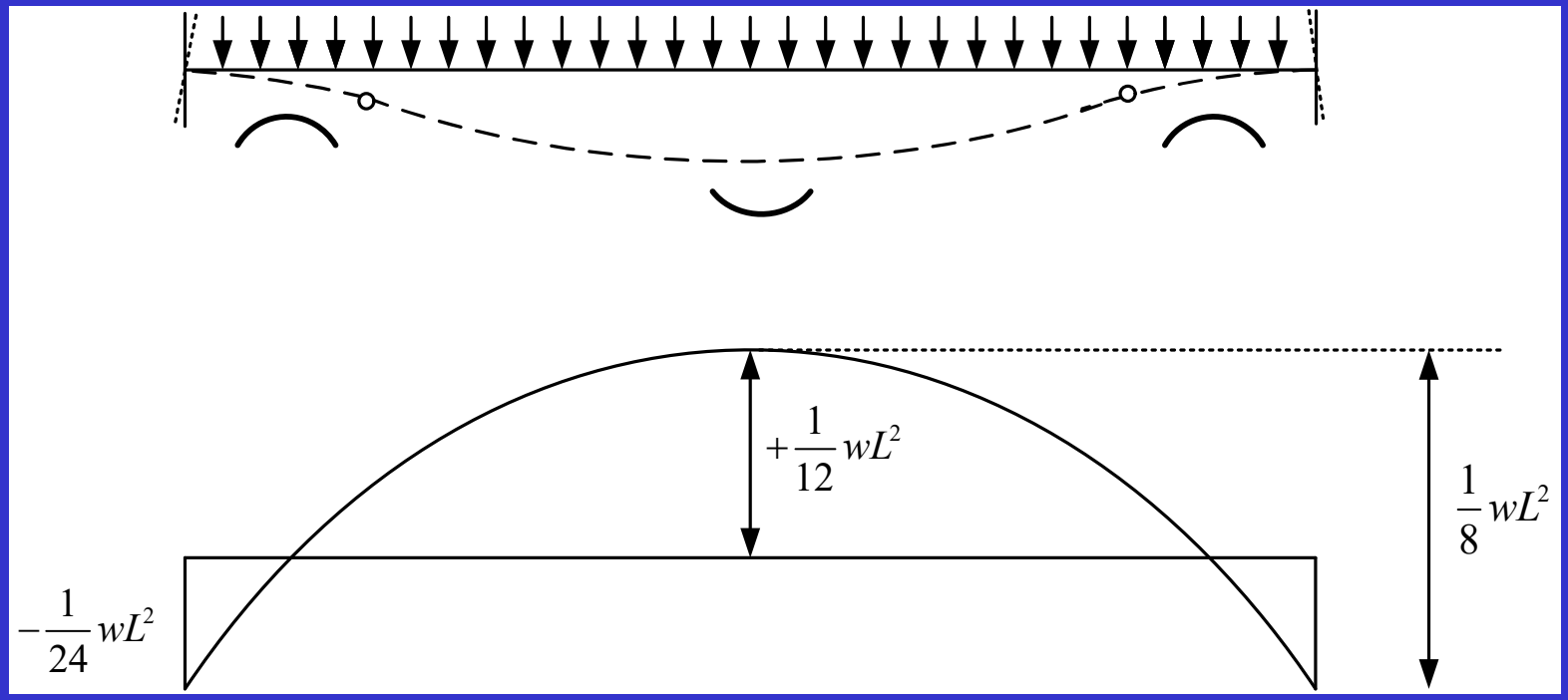
FIXED END



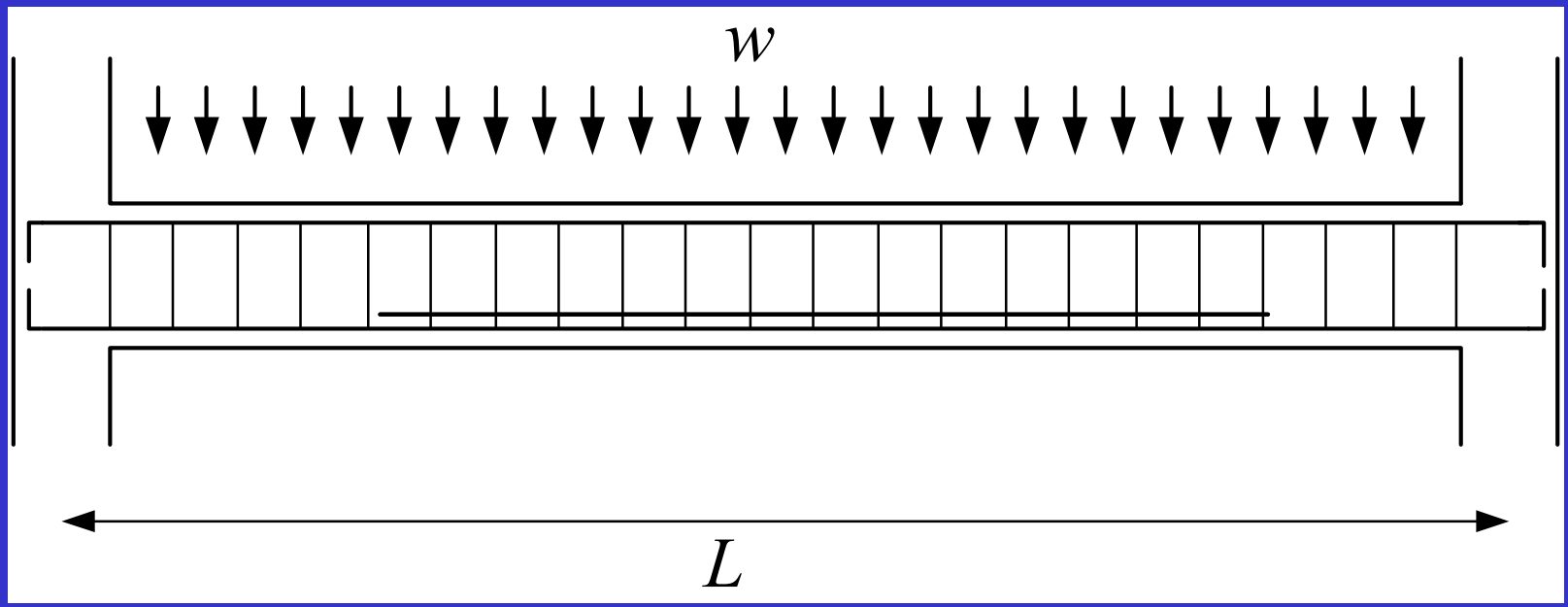
FIXED END



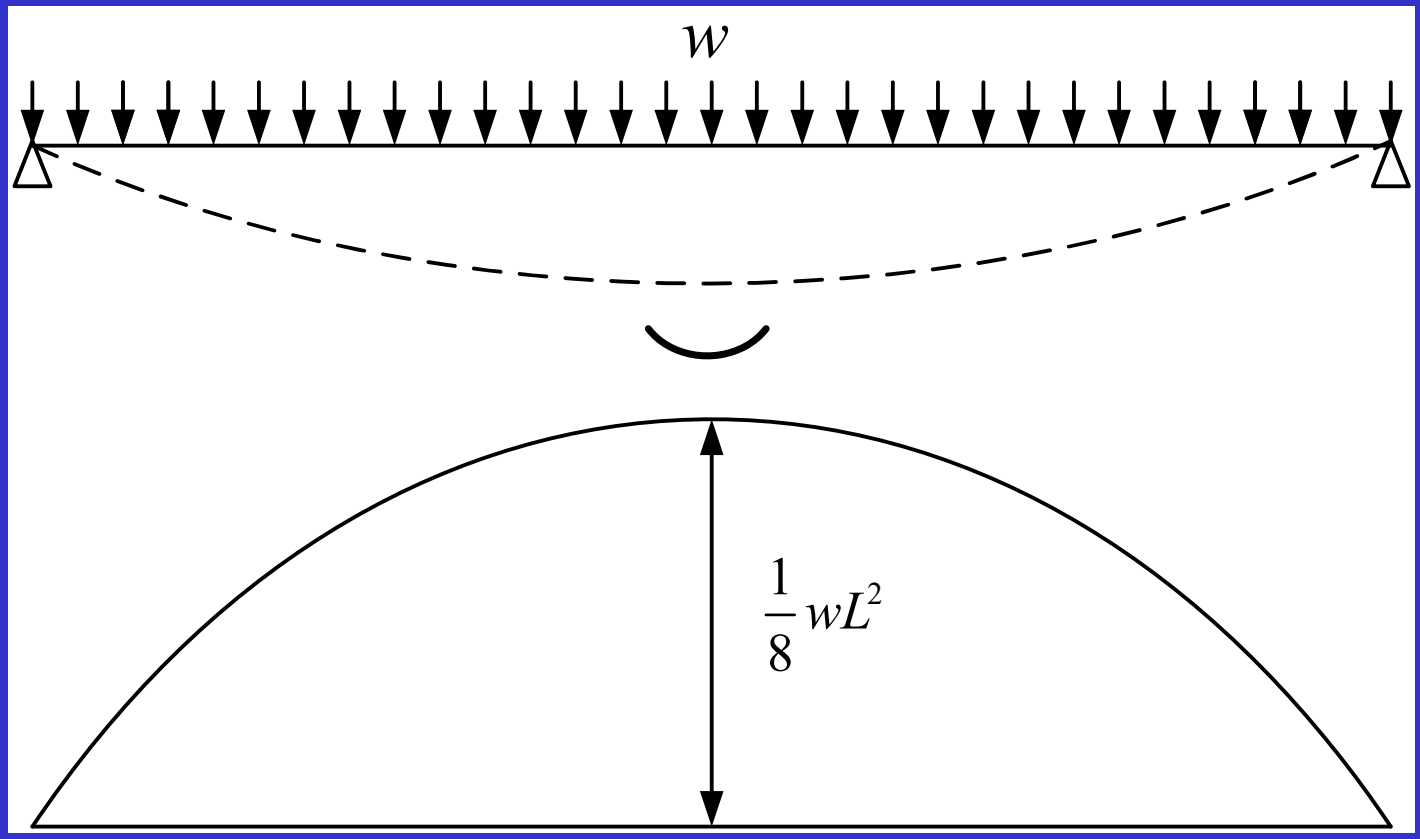
PARTIAL FIXED END

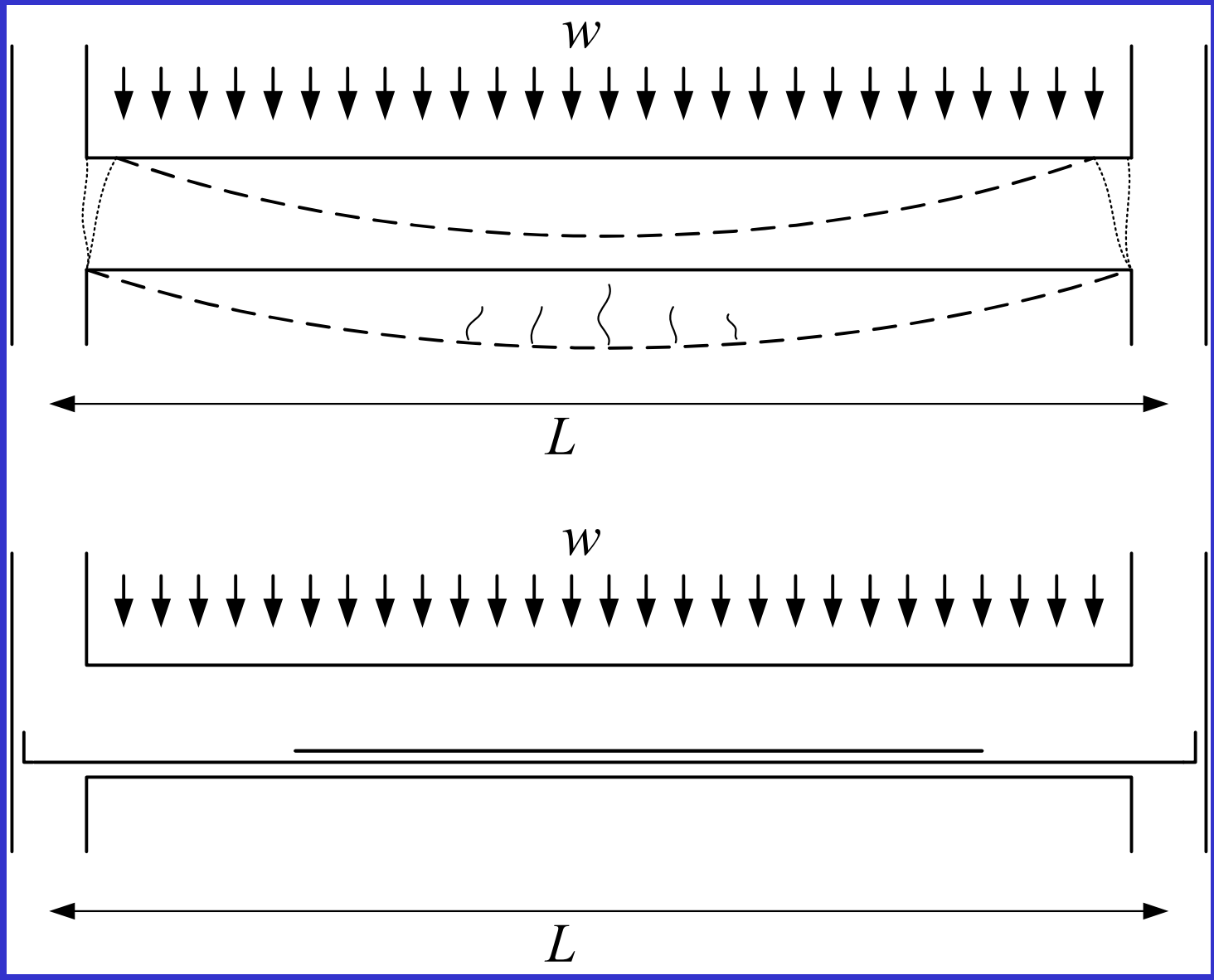


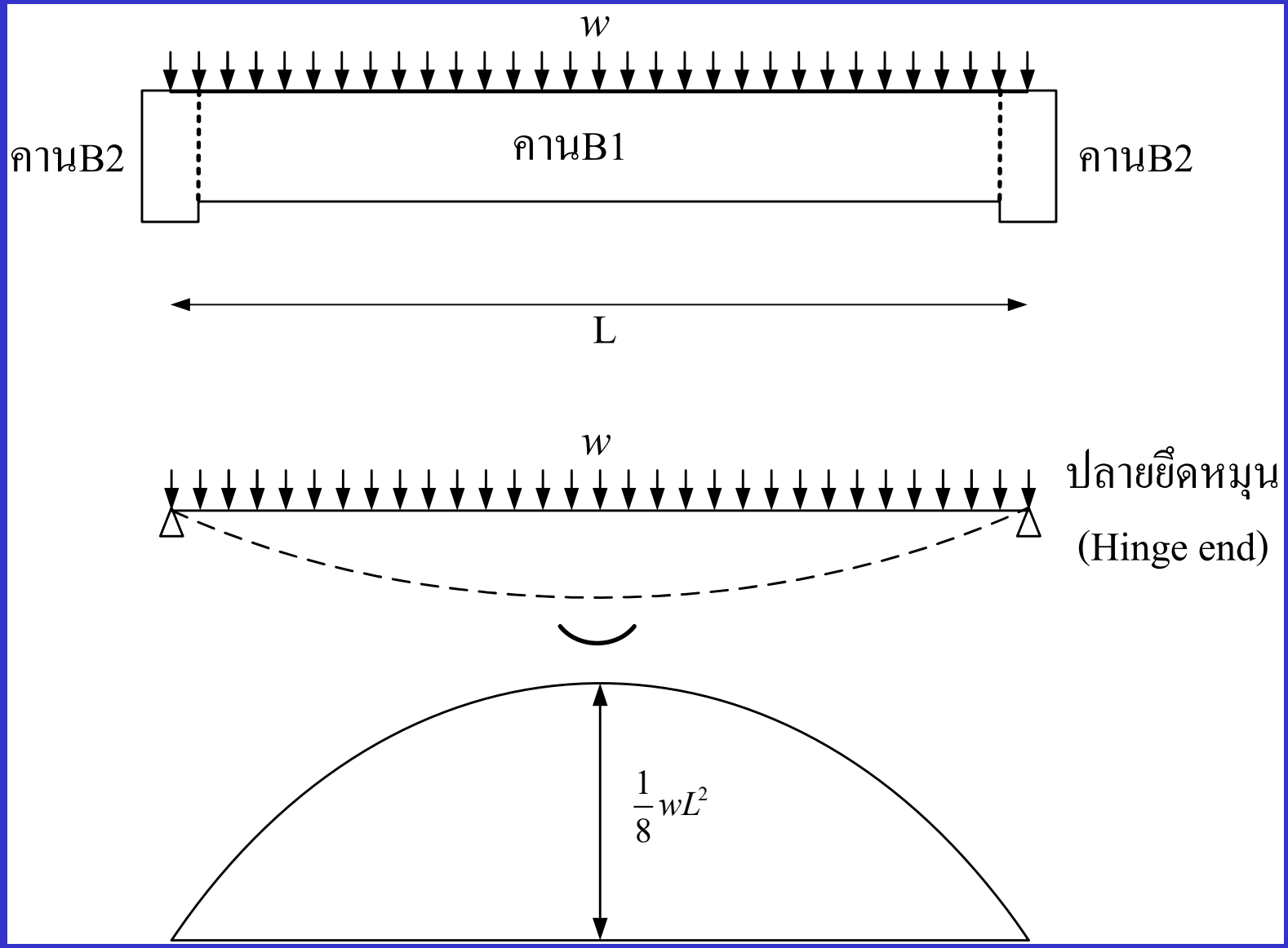
PARTIAL FIXED END

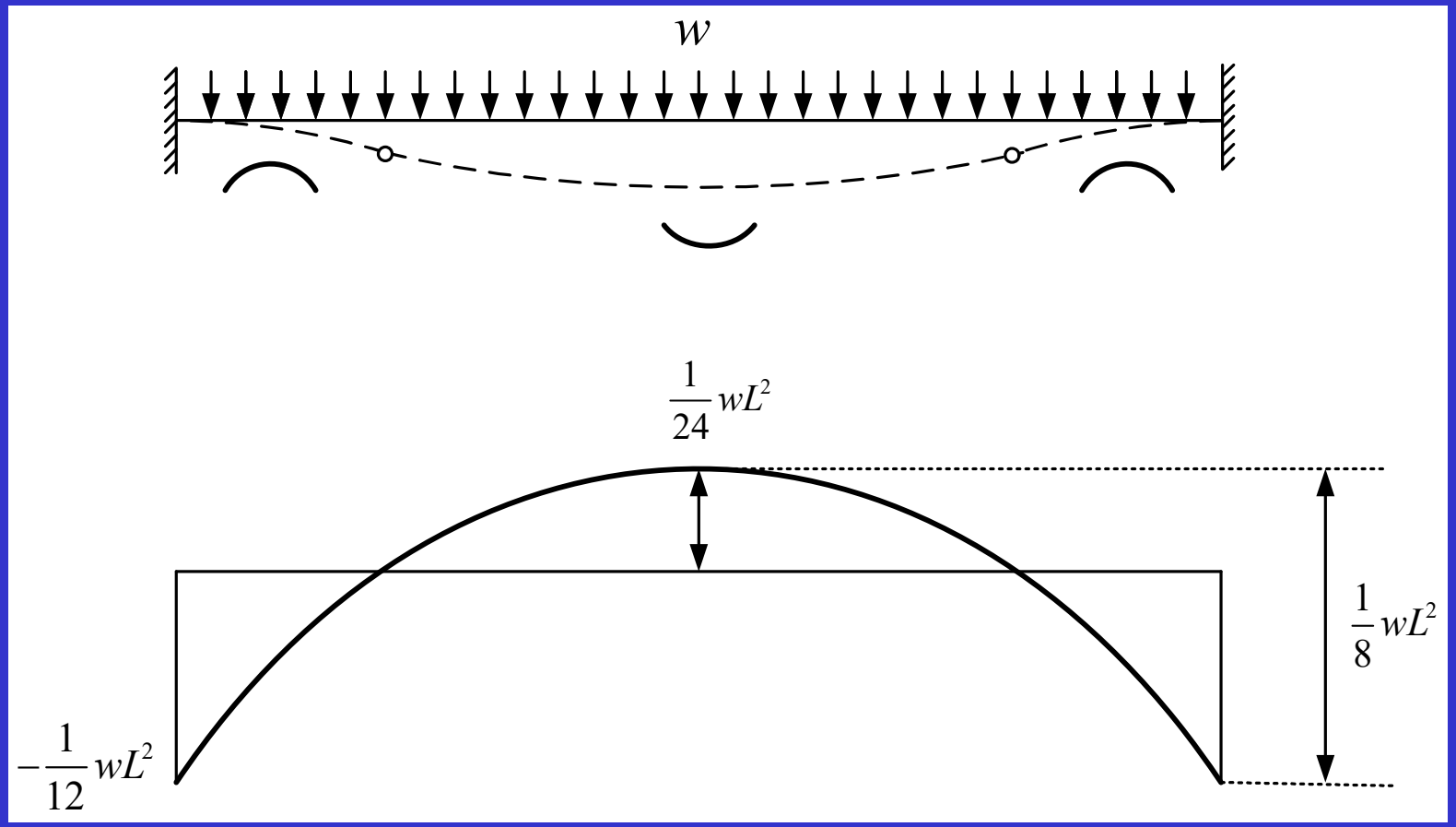


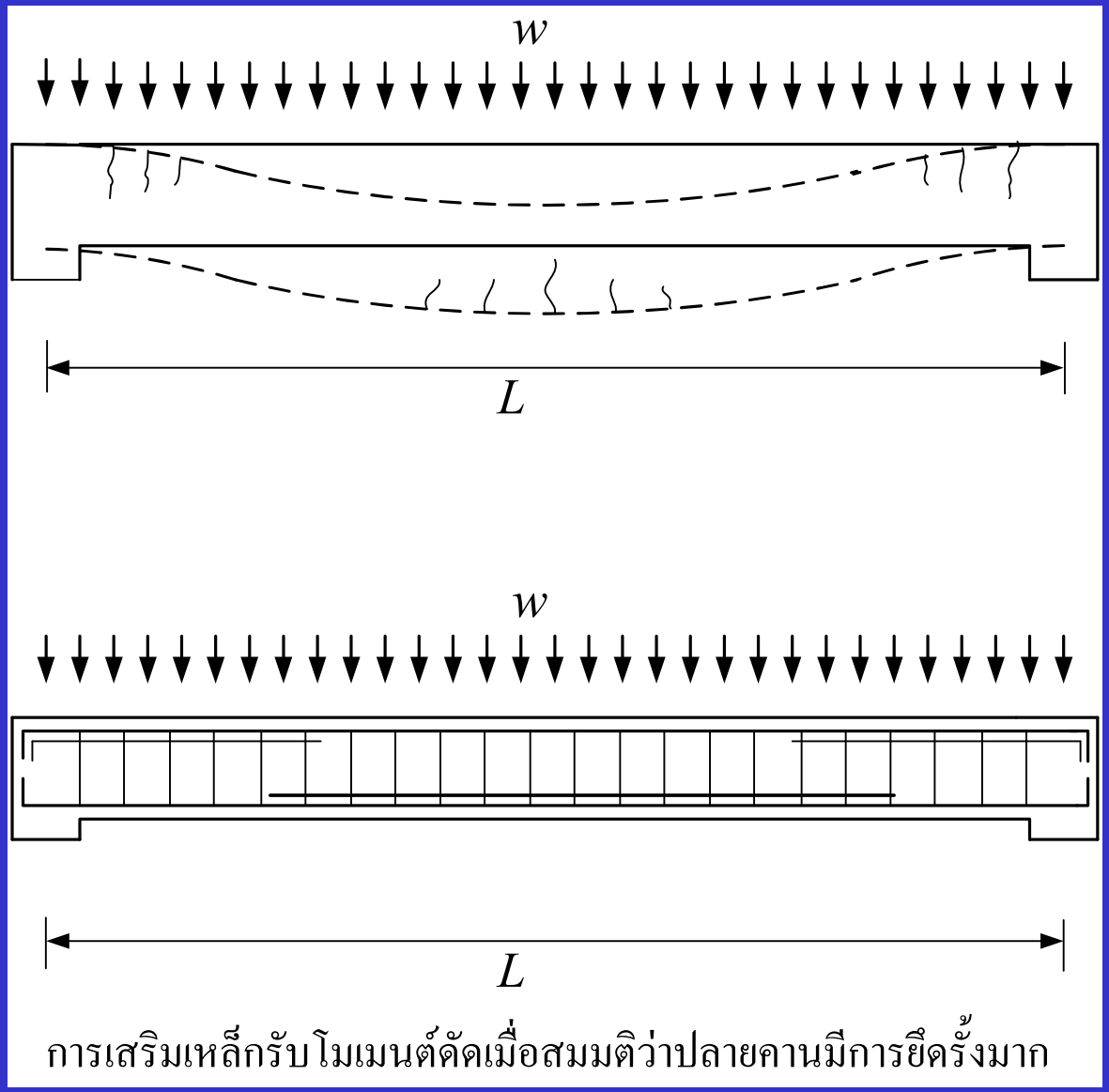
SIMPLY SUPPORTED BEAM (HINGED END)



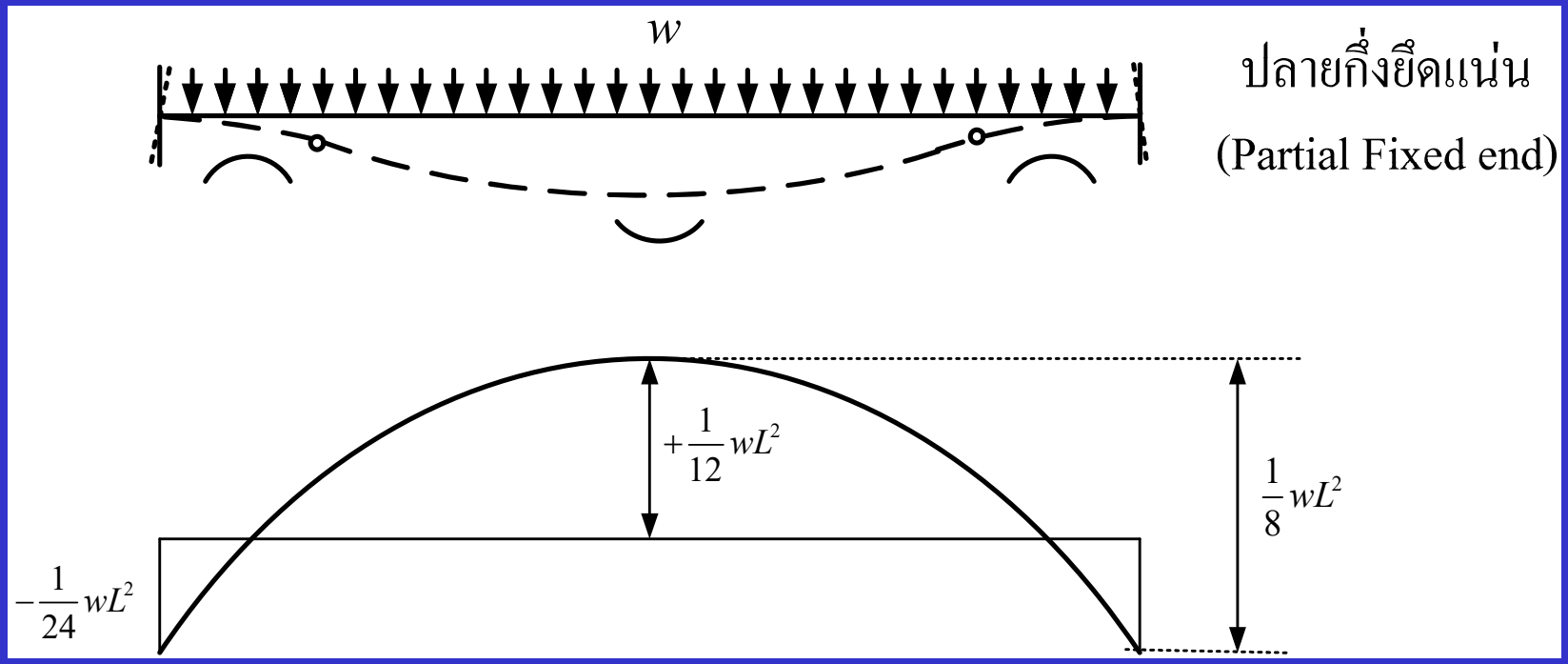

w
L
w
L

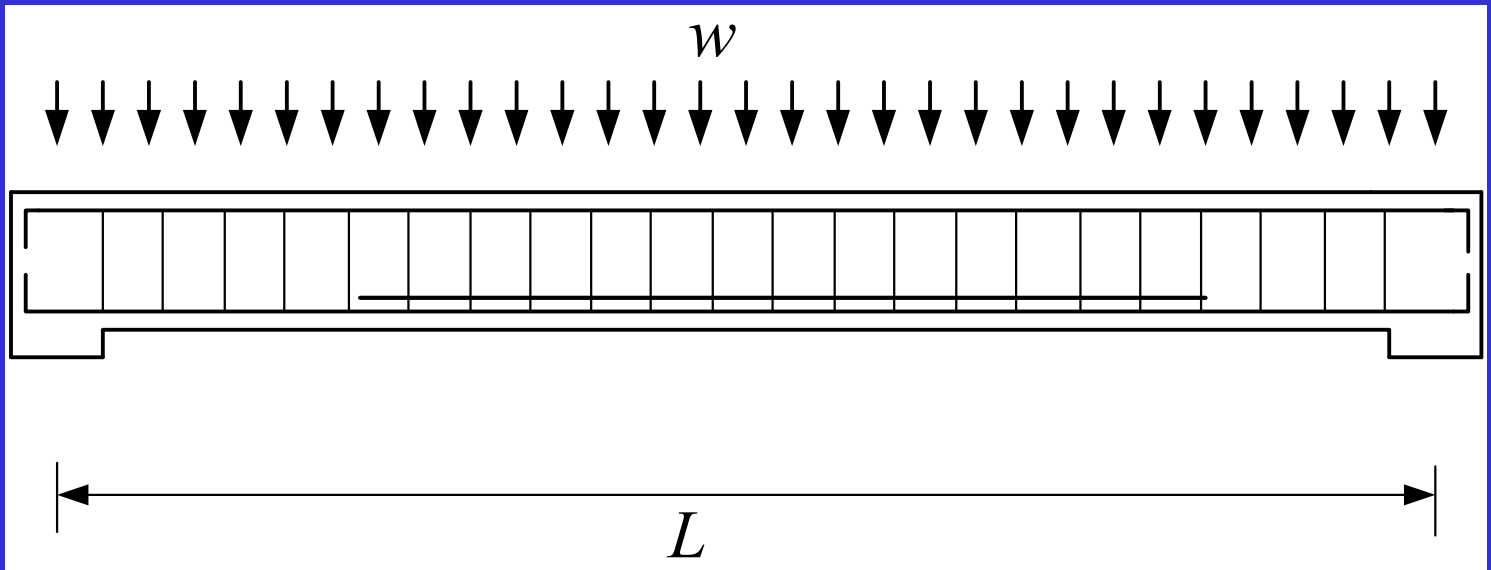

w
คานB2
คานB1
คานB2
L
w
ปลายยึดหมุน
(Hinge end)
$\frac{1}{8}wL^2$


w
$\frac{1}{24}wL^2$
$\frac{1}{8}wL^2$
$-\frac{1}{12}wL^2$



การเสริมเหล็กรับโมเมนต์ดัดเมื่อสมมติว่าปลายคานมีการยึดรั้งมาก


w
ปลายกึ่งยึดแน่น
(Partial Fixed end)
$+\frac{1}{12}wL^2$
$\frac{1}{8}wL^2$
$-\frac{1}{24}wL^2$



การเสริมเหล็กรับโมเมนต์ดัดเมื่อสมมติว่าปลายคานมีการยึดรั้งน้อย

คำนวณหาความลึกประสิทธิผลต่ำสุดที่ไม่ต้องเสริมเหล็กรับแรงอัดเมื่อสมมติให้ b = 25 ซม. จากสมการ

$$d = \sqrt{\frac{M}{Rb}} = \sqrt{\frac{17680(100)kg-cm}{15.32(\frac{kg}{cm^2})(25cm)}} = 67.95$$ ซม.

เลือกใช้ d = 70 ซม.

สมมติระยะจากผิวล่างสุดของหน้าตัดคานถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมประมาณ 5 ซม. จะได้ว่าความลึกของ คานจะเท่ากับ 70+5= 75 ซม.

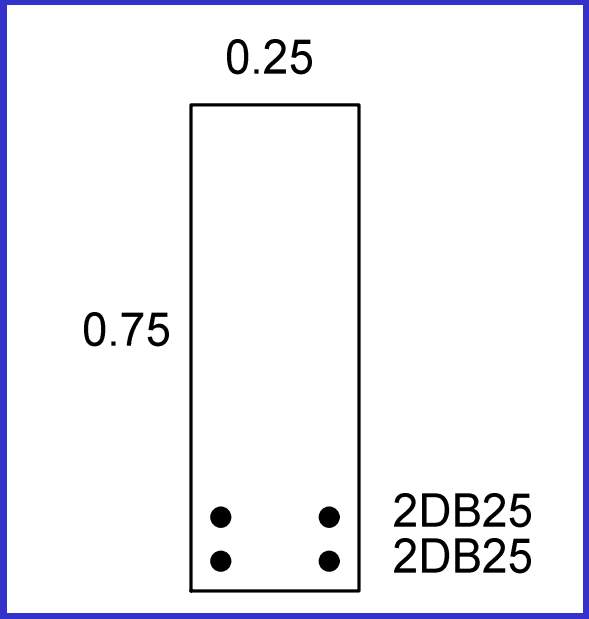
คำนวณหาปริมาณเหล็กเสริมได้จาก

$$A_s = \frac{M}{f_s jd} = \frac{17680(100)kg-cm}{1500\frac{kg}{cm^2}(0.877)(70cm)} = 19.78$$ ตารางเซนติเมตร

สมมติเลือกใช้เหล็กข้ออ้อย DB25 พื้นที่หน้าตัดต่อ1เส้นเท่ากับ 4.91 ตารางเซนติเมตร จะต้องการจำนวนของเหล็กเสริมเท่ากับ

$$\frac{19.78}{4.91} = 4.03$$

เส้น เลือกใช้ 4 เส้น



การเสริมเหล็กตามทฤษฎี

ในทางปฏิบัติต้องมีการเสริมเหล็กปลอกอย่างน้อยเท่ากับปริมาณต่ำสุดที่กำหนดโดยมาตรฐานการออกแบบแม้ว่าในการคำนวณกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคอนกรีตจะเพียงพอและไม่ต้องการเสริมเหล็กปลอกก็ตาม

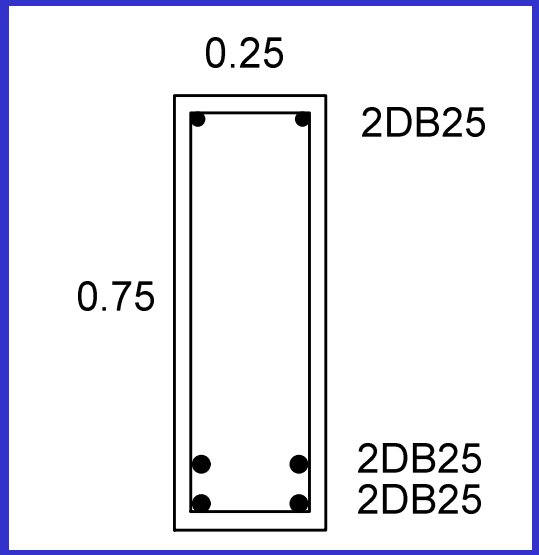
ส่วนเหล็กเสริมรับแรงอัดแม้ว่าจากการคำนวณจะไม่ต้องการก็ตามแต่ต้องเสริมเพื่อให้เหล็กปลอกยึดได้ซึ่งอาจเสริมเท่ากับปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ำสุดที่กำหนดโดยมาตรฐานการออกแบบ วสท

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \geq \frac{14}{f_y}$$

$$A_{\min} = \frac{14bd}{f_y} = \frac{14(25)(70)}{3000} = 8.17$$ ตารางเซนติเมตร

เลือกใช้เหล็กเสริมDB25 ต้องการจำนวนเหล็กเสริมเท่ากับ

$$\frac{8.17}{4.91} = 1.67$$ เลือกใช้ 2 เส้น



การเสริมเหล็กในทางปฏิบัติ