

Exercice 4: Mécanique (5,25points)

Les deux parties sont indépendantes

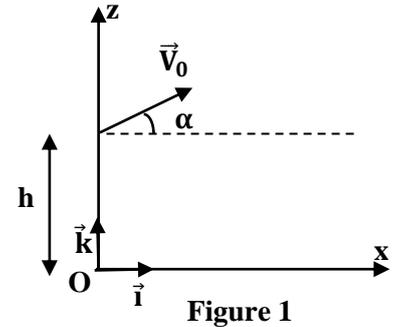
Partie 1 : Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

Le but de cette partie est de déterminer la valeur de l'intensité du champ de pesanteur g à une faible altitude. A un instant de date $t=0$, on lance d'un point situé à une hauteur h de la surface de la Terre, un projectile de masse m , avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{V}_0 fait un angle α

avec l'axe horizontal (O, \vec{i}) .

On néglige l'action de l'air et on étudie le mouvement du centre d'inertie G du projectile dans le repère d'espace (O, \vec{i}, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre supposé galiléen (figure 1).

La position de G est repérée, à un instant t , par ses coordonnées (x, z) .



1- Trouver, en appliquant la deuxième loi de Newton, les expressions des composantes $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} de G . (0,5pt)

2- Exprimer la norme v du vecteur vitesse en fonction de g, α, v_0 et t . (0,25pt)

3- La courbe de la figure 2 représente les variations de v en fonction du temps.

En exploitant la courbe, trouver :

3-1- La valeur V_0 de la vitesse initiale. (0,25pt)

3-2- Les valeurs des composantes V_{0x} et V_{0z} du vecteur vitesse \vec{V}_0 . (0,5pt)

4- Vérifier que : $\alpha \approx 30^\circ$. (0,25pt)

5- La courbe de la figure 3 représente la trajectoire du mouvement de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) .

Soient Δt_1 la durée de passage du projectile de la position M_1 à la position N_1 situées à la même altitude z_1 et Δt_2 la durée de passage du projectile de la position M_2 à la position N_2 situées à la même altitude z_2 telles que $z_2 > z_1$ (Figure 3).

5-1- En se basant sur l'équation horaire $z=f(t)$, vérifier

$$\text{que : } \Delta t_1 = t_{N_1} - t_{M_1} = \frac{2\sqrt{(V_0 \sin \alpha)^2 + 2g(h - z_1)}}{g} \text{ avec } t_{M_1}$$

l'instant de passage de G par la position M_1 et t_{N_1}

l'instant de son passage par N_1 . (0,5pt)

5-2- Soit $H = z_2 - z_1$, établir l'expression:

$$H = \frac{g}{8} ((\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2) \text{ et déduire la valeur de } g \text{ sachant}$$

que $\Delta t_1 = 0,7s$, $\Delta t_2 = 0,3s$ et $H = 0,49m$. (0,5pt)

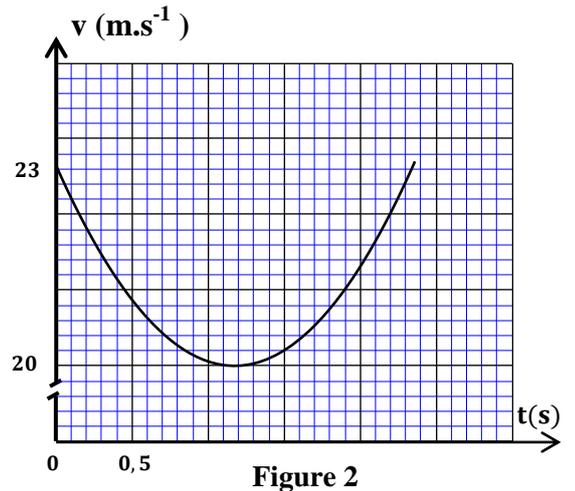


Figure 2

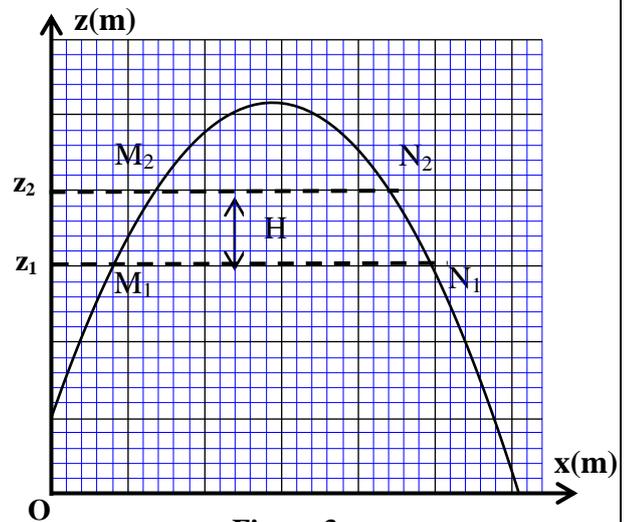


Figure 3