

Chapter 2. 편미분 방정식

2.1 편미분 방정식의 기본개념

(1) 편미분 방정식의 형태

- ① 편미분 방정식의 정의 : 1개이상의 독립변수를 가지는 함수(종속변수)와 그 미분을 포함하는 방정식입니다
- ② 편미분 방정식의 계 : 편미분 방정식에서 가장 높은 계를 의미합니다
- ③ 선형과 비선형 : 함수(종속변수)에 대한 합의성질과 동질성을 만족하면 선형 그렇지 않으면 비선형이 됩니다
- ④ 제차와 비제차 : 방정식의 각 항이 종속변수(함수) 및 그 편도함수만을 포함하면 제차 그렇지 않으면 비제차라고 합니다
- ⑤ 편미분 방정식의 표현 : 편미분 방정식은 여러 개의 독립변수를 포함한 방정식이므로 어떤 변수에 대하여 미분을 취하는지가 중요한 요소입니다. 기호는 ∂ 를 써서 나타내기도 하며, 아래 첨자를 써서 어떤 독립변수에 대한 편미분을 취하는지 나타내기도 합니다

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{또는} \quad u_t + u_{xx} = 0$$

Chapter 2. 편미분 방정식

ex) 다음 아래의 편미분 방정식은 어떤 형태의 편미분 방정식인지 나타내시오

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial t} = f(x, y)$$

(2) 편미분 방정식의 해

선형제차 편미분 방정식의 해를 u_1 , u_2 라 하면 일반해는 $u = c_1 u_1 + c_2 u_2$ (c_1, c_2 는 상수)

이며, c_1 , c_2 는 경계조건과 초기조건을 이용하여 구할 수 있습니다

Chapter 2. 편미분 방정식

- ① 경계조건 : 공간에 대한 조건으로서 1차원 편미분방정식인 경우 $u(0, t)$, $u(L, t)$ 의 조건이 주어집니다
- ② 초기조건 : 최초 시작 시($t = 0$)의 초기변위 $u(x, 0)$ 와 초기속도 $u_t(x, 0)$ 의 조건이 주어집니다

(3) 일반적인 편미분 방정식

- ① 파동방정식

$$u_{tt} = c^2 \nabla^2 u$$

- ② 열전도 방정식

$$u_t = c^2 \nabla^2 u$$

- ③ Laplace 방정식

$$\nabla^2 u = 0$$