

1
4
***** 1

الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع 14 -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والابتداء
الرياضة

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

SN F23

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

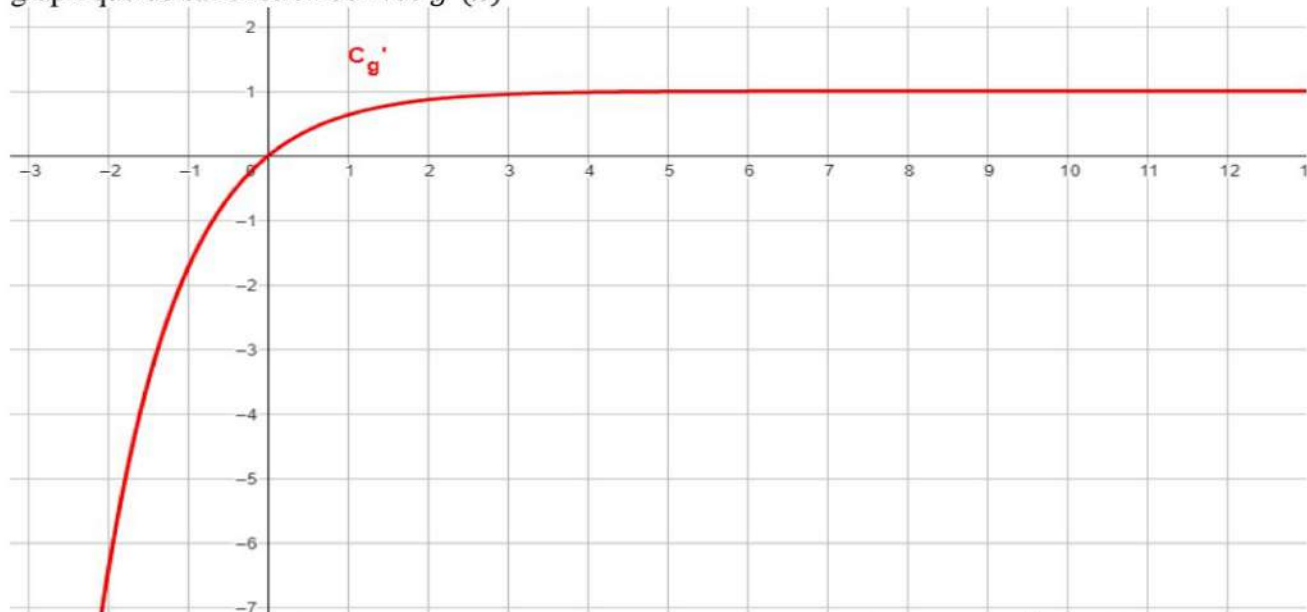
Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral Suites numériques	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.

	Exercice 1 : (3 points) On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points $A(1, 0, 1)$, $B(0, -4, 4)$ et $C(3, -4, 5)$ et la sphère (S) d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 6z + 8 = 0$ 0,25 1-montrer que la sphère (S) du centre $\Omega(2, -2, 3)$ et du rayon $R = 3$ 0,5 2)Vérifier que $A \in (S)$, puis déterminer l'équation cartésienne du plan (P) tangent à (S) en A 0,25 3) a) Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = -4\vec{i} + 10\vec{j} + 12\vec{k}$ et déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés 0,25 b) montrer que $2x - 5y - 6z + 4 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) 1 c) Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (C), dont on déterminera le centre et le rayon 0.25 4) a) montrer que le triangle ABC est rectangle en B 0.5 b) montrer que (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC
	Exercice 2 : (3 points) Une urne contient 3 boules portant le nombre a et 4 boules portant le nombre $(a + 1)$, et une seule boule portant le nombre $(a - 1)$, $a \in \mathbb{N}^*$, les boules sont indiscernables au toucher On tire simultanément et au hasard 2 boules de l'urne On considère les événements suivants : A : "obtenir 2 boules dont la somme des nombres portés est paire " B : "obtenir 2 boules différentes portent des nombres de même parité" 0.75pt 1) Calculer $P(A)$ et $P(B)$ 2) Soit X la variable aléatoire qui a chaque tirage associé la somme des nombres portés par les deux boules tirées 0.25 a) Vérifier que $X(\Omega) = \{2a - 1; 2a; 2a + 1; 2a + 2\}$ 1.5 b) Montrer que $P(X = 2a - 1) = \frac{3}{28}$ et $P(X = 2a + 2) = \frac{3}{14}$ puis déterminer la loi de probabilité de X. 0.5 c) Déterminer la valeur de a sachant que $E(X) = \frac{5}{4}$
	Exercice 3 : (3 points) Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les trois points A, B et C d'affixes respectifs $a = 2 + 3i$, $b = \bar{a}$, $c = 1$ et soit t la translation du vecteur $\vec{w}(-4 - 2i)$ 0.25 1) Soit d l'affixe du point D image de A par la translation t Montrer que $d = -2 + i$ 0.5 2) a) Montrer que $\frac{d-c}{a-c} = e^{i\frac{\pi}{2}}$, puis déduire que A est l'image de D par la rotation R du centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ 0.25 b) Montrer que e l'affixe du point E l'image de B par R est $e = \bar{d}$ 0.5 c) En déduire que les points A, B, D et E appartiennent au même cercle en déterminant le centre et le rayon 0.25 d) Montrer que la droite (AE) est la hauteur du triangle ABD 3) Soit f la transformation qui transforme $M(z)$ en $M'(z')$ tel que $f(M) = M' \Leftrightarrow z' = -3z - 4$ 0.5 a) Déterminer la nature de transformation f en déterminant ses éléments caractéristiques 0.5 b) Montrer que $f(E) = A$ et $f(D) = B$ 0.25 c) Déduire que le point Ω d'affixe $\omega = -1$ est le projeté orthogonal de A sur la droite (BD)

Problème (11points)

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-x} + x - 1$ et la courbe ci-dessous est la représentation graphique de sa fonction dérivée $g'(x)$



- 0.75 a) - A partir de la courbe de $C_{g'}$, montrer que g est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$ et strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$
- 0.25 b) Dresser le tableau de variation de g
- 0.5 c) Calculer $g(0)$, et montrer que, $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) \geq 0$
- 0.5 d) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^+, g(x) \leq x$
- 2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 + (x - 1)e^{2x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$
- 0.5 a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
- 0.25 b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 0.5 c) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- 0.5 d) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $-\infty$
- 0.5 e) Etudier la position relative de (C_f) et (D) sur $\mathbb{R}$
- 0.5 3) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(2x)e^{2x}$
- 0.5 b) Dresser le tableau de variation de f
- 0.5 4) Montrer que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion en déterminant son abscisse, puis étudier la concavité de (C_f)
- 1.25 5) a- Construire (C_f) et (D)
- 0.5 b-déterminer graphiquement, selon les valeurs de paramètre réel positif m , le nombre de solutions de l'équation $(f(x))^2 = \ln(m)$
- 0.5 6) a) Résoudre l'équation différentielle $y'' + 4y = 4y'$
- 0.75 b) En déduire alors la valeur de l'intégrale $\int_0^1 (x - 1)e^{2x} dx$
- 0.5 c) Calculer, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f) et la droite (D) , et la droite d'équation $x = 1$ et l'axe des ordonnées
- 7) On considère la suite numérique (u_n) définie par:
 $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = e^{-u_n} + u_n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 0.5 a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}): u_n \geq 0$
- 0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (On pourra utiliser la question 1)d.)
- 0.75 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente puis déterminer sa limite