

Chapter 3. 유클리드 벡터공간

3.1 2차원, 3차원, n차원 공간에서의 벡터

(1) 2차원, 3차원 공간에서의 벡터

① 기하학적 벡터

화살표와 꼬리로 나타낼 수 있으며 시점과 종점이 존재합니다. 크기와 방향이 같으면(평행하면) 두 벡터는 동등합니다

② 두 벡터 덧셈의 표시

㉠ 평행사변형 규칙 : 두 벡터의 시점을 일치시켰을 때 이 두 벡터를 이웃하는 두변으로 하는 평행사변형의 시점과 마주보는 꼭지점을 종점으로 하는 벡터로 표시됩니다

㉢ 삼각형 규칙 : 하나의 벡터의 종점과 다른 벡터의 시점을 일치시켰을 때, 하나의 벡터의 시점과 다른 벡터의 종점을 연결하는 벡터가 됩니다

③ 스칼라 곱셈

벡터의 길이와 방향을 바꾸고자 할 때 사용되며 스칼라 k 와 벡터 $\vec{v}$ 에 대하여 $k\vec{v}$ 는 길이가 $\vec{v}$ 의 $|k|$ 배이며 $k < 0$ 이면 $\vec{v}$ 와 반대방향 $k > 0$ 이면 $\vec{v}$ 와 같은방향입니다

④ 벡터의 뺄셈

$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w})$ 와 같으며 평행사변형 법 또는 삼각형 법으로 도식화 할 수 있습니다

Chapter 3. 유클리드 벡터공간

⑤ 벡터성분과 좌표계

2차원 좌표계 (a,b) 는 시점이 $(0,0)$ 이고 종점이 (a,b) 인 벡터로 나타낼 수 있으며 (a,b) 는 좌표계의 점이 될 수도 있으며 벡터가 될 수도 있습니다. 이와 같이 시점이 원점인 벡터를 위치벡터라고 합니다

3차원 좌표계 (a,b,c) 는 시점이 $(0,0,0)$ 이고 종점이 (a,b,c) 인 벡터로 나타낼 수 있으며 (a,b,c) 는 좌표계의 점이 될 수도 있으며 벡터가 될 수도 있습니다. 이와 같이 시점이 원점인 벡터를 위치벡터라고 합니다

⑥ 시점이 원점이 아닌 벡터

시점이 $P_1(x_1, y_1)$ 이고 종점이 $P_2(x_2, y_2)$ 인 벡터로 시점이 원점이 아닌 벡터의 경우 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 벡터는 아래의 2가지 방법으로 구할 수 있습니다

㉔ P_1 을 원점으로 평행이동 할 때 P_2 가 이동하는 점을 종점으로 하여 구할 수 있습니다

㉕ 삼각형 규칙을 사용하여 구할 수 있습니다

ex) $P_1(2, -1, 4)$ 이고 $P_2(7, 5, -8)$ 일 때, $\overrightarrow{P_1P_2}$ 를 구하시오

Chapter 3. 유클리드 벡터공간

(2) R^n 에서의 벡터연산

일반적인 경우 특히 $n > 3$ 인 경우 기하학적으로 벡터를 표현하기 어렵기 때문에 일반적인 벡터의 연산을 정의할 필요가 있습니다

① 벡터의 동등

모든 벡터의 각각의 성분이 같을 때 두 벡터는 동등합니다

$$R^n : \bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n), \quad \bar{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n) \\ v_1 = w_1, v_2 = w_2, \dots, v_n = w_n$$

② 벡터의 덧셈, 뺄셈, 스칼라곱

$$R^n : \bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n), \quad \bar{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

㉠ 벡터의 덧셈 $\bar{v} + \bar{w} = (v_1 + w_1, v_2 + w_2, \dots, v_n + w_n)$

㉡ 벡터의 뺄셈 $\bar{v} - \bar{w} = (v_1 - w_1, v_2 - w_2, \dots, v_n - w_n)$

㉢ 스칼라곱 $k\bar{v} = k(v_1, v_2, \dots, v_n) = (kv_1, kv_2, \dots, kv_n)$

③ 선형결합

R^n 의 벡터 $\bar{w}, \bar{v}$ 그리고 임의의 스칼라 $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ 에 대하여

$\bar{w} = k_1\bar{v}_1 + k_2\bar{v}_2 + k_3\bar{v}_3 + \dots + k_n\bar{v}_n$ 을 만족하는 $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ 이 존재할 때, $\bar{w}$ 를 $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \dots, \bar{v}_n$ 의 선형결합이라고 하고

$k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ 를 계수라고 합니다

Chapter 3. 유클리드 벡터공간

ex) 시점이 $P(-1, 3, -5)$ 이고 $(6, 7, -3)$ 과 같은 방향인 $\vec{u}$ 의 종점을 구하시오

ex) $\vec{u} = (-3, 2, 1, 0)$, $\vec{v} = (4, 7, -3, 2)$, $\vec{w} = (5, -2, 8, 1)$ 일 때,
 $(6\vec{v} - \vec{w}) - (4\vec{u} + \vec{v})$ 를 구하시오

ex) $\vec{w} = (-1, 1, 19)$, $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (3, 2, 1)$, $\vec{v}_3 = (0, 1, 4)$ 일 때 $\vec{w}$ 가 $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ 의 선형결합이 되기 위한 계수를 구하시오