2- Etude d'un mouvement oscillatoire sur un plan incliné :

Le sportif tient le bout d'une corde dont l'autre extrémité est fixée au point A se trouvant au haut du plan incliné (π). Il commence à effectuer des petites oscillations autour de sa position d'équilibre AG_0 parallèle à l'axe $(O,\vec{j})$.

Pour étudier le mouvement du sportif tenant la corde, on le modélise par un pendule simple, constitué d'un solide de masse m et de centre d'inertie G, accroché à un fil inextensible, de masse négligeable, parallèle au plan (π) et de longueur ℓ = 12 m (Figure 2)

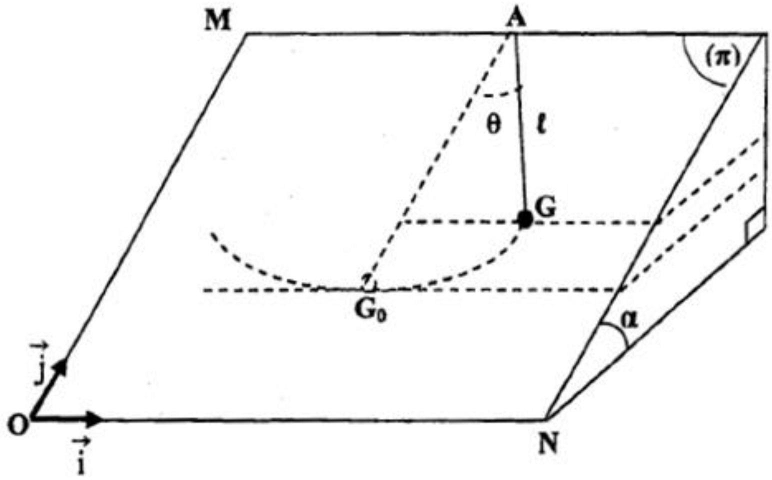

Figure 2

On repère, à chaque instant, la position de G par l'abscisse angulaire θ formé entre la corde et la droite (AG_0).

On prendra comme état de références de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$), le plan horizontal passant par G_0.

Le moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe de rotation (Δ) passant par A est : $J_\Delta = m\ell^2$.

On prendra dans le cas des petites oscillations : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ (avec θ en radians).

0,5 **2-1-** Montrer que l'énergie mécanique du pendule s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2} m\ell^2 \left[\frac{g\sin\alpha}{\ell}\theta^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]$$

0,5 **2-2-** En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ.

0,5 **2-3-** La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta = \theta_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ où T_0 est la période propre des oscillations du pendule.

Trouver, par utilisation de l'équation différentielle et de sa solution, l'expression de T_0. Calculer sa valeur.

0,5 **2-4-** Calculer, au passage du centre d'inertie G par G_0, l'intensité de la tension $\vec{T}$ appliquée par la corde sur le solide, dans le cas où $\theta_m = 12°$.