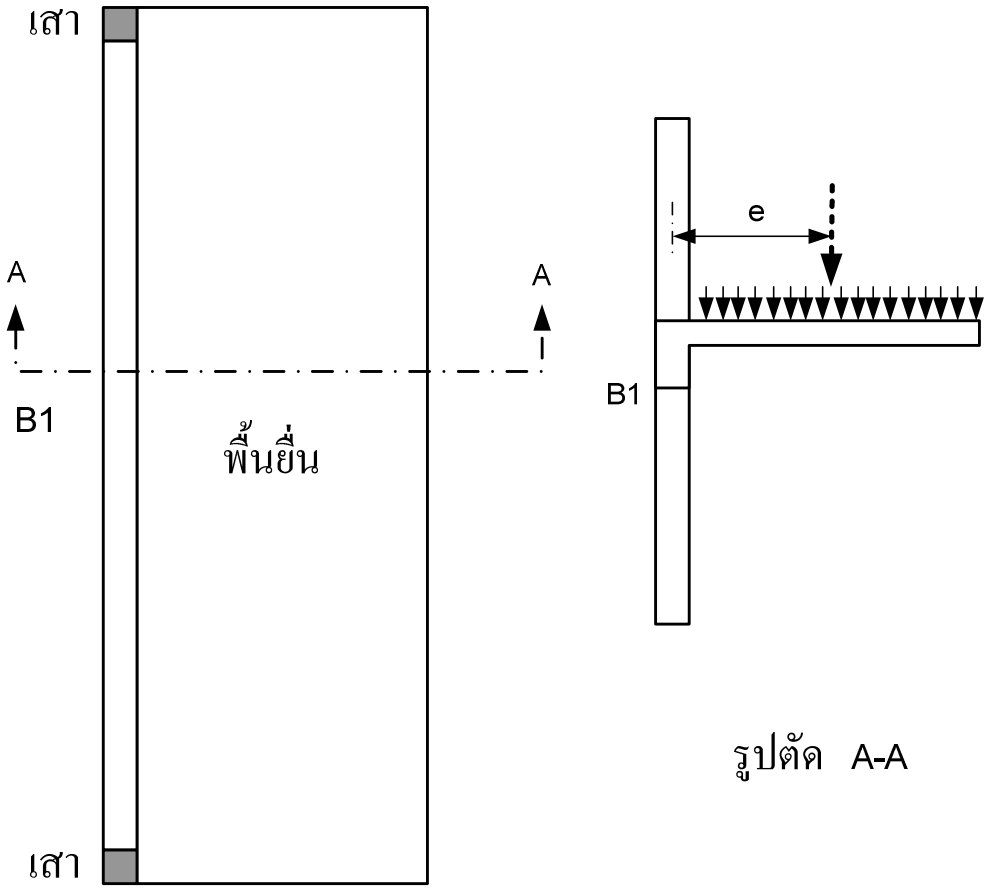
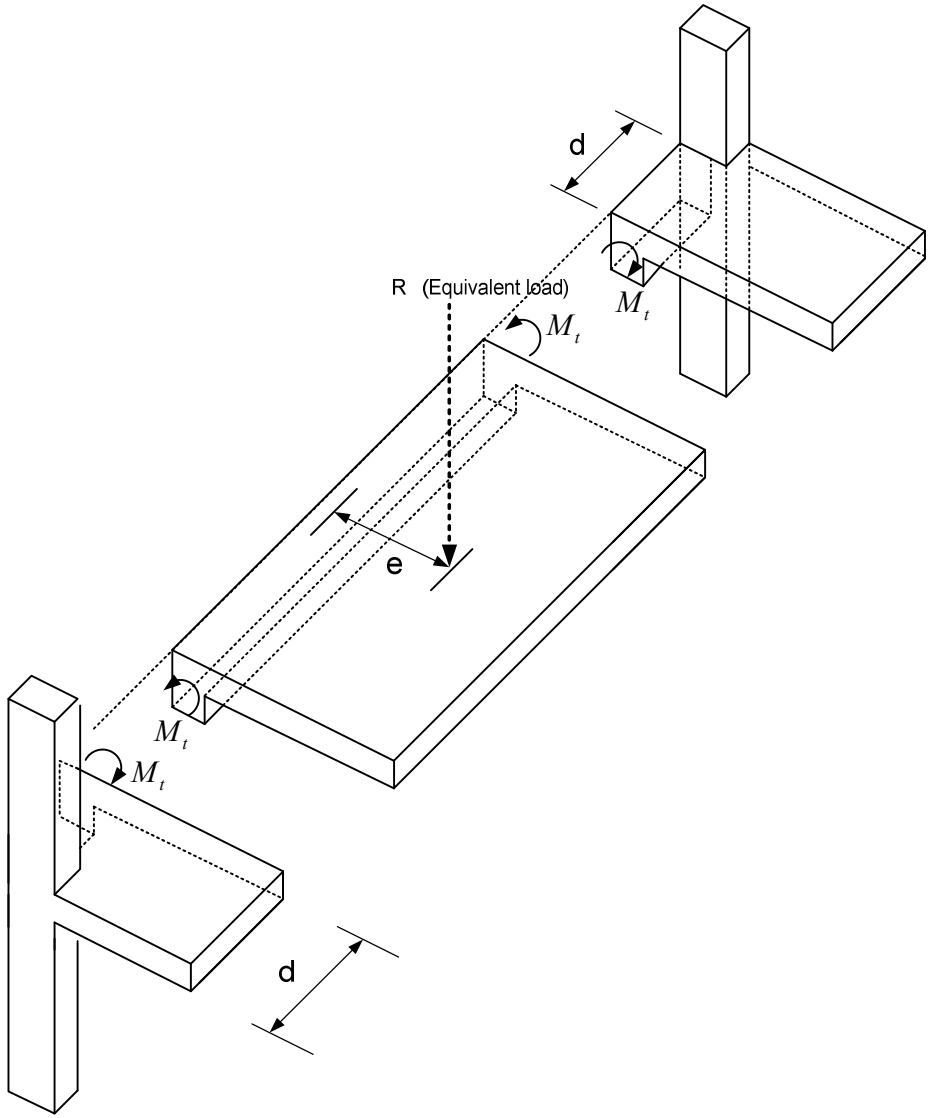
การออกแบบคานเพื่อต้านทานโมเมนต์บิด



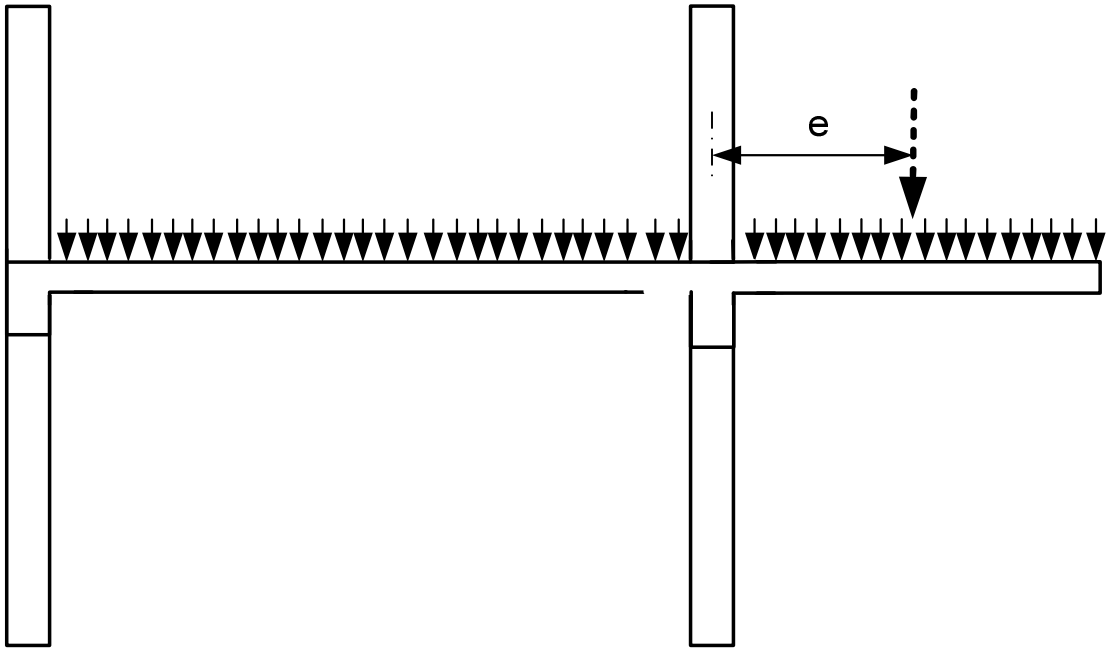
แปลน

รูปตัด A-A

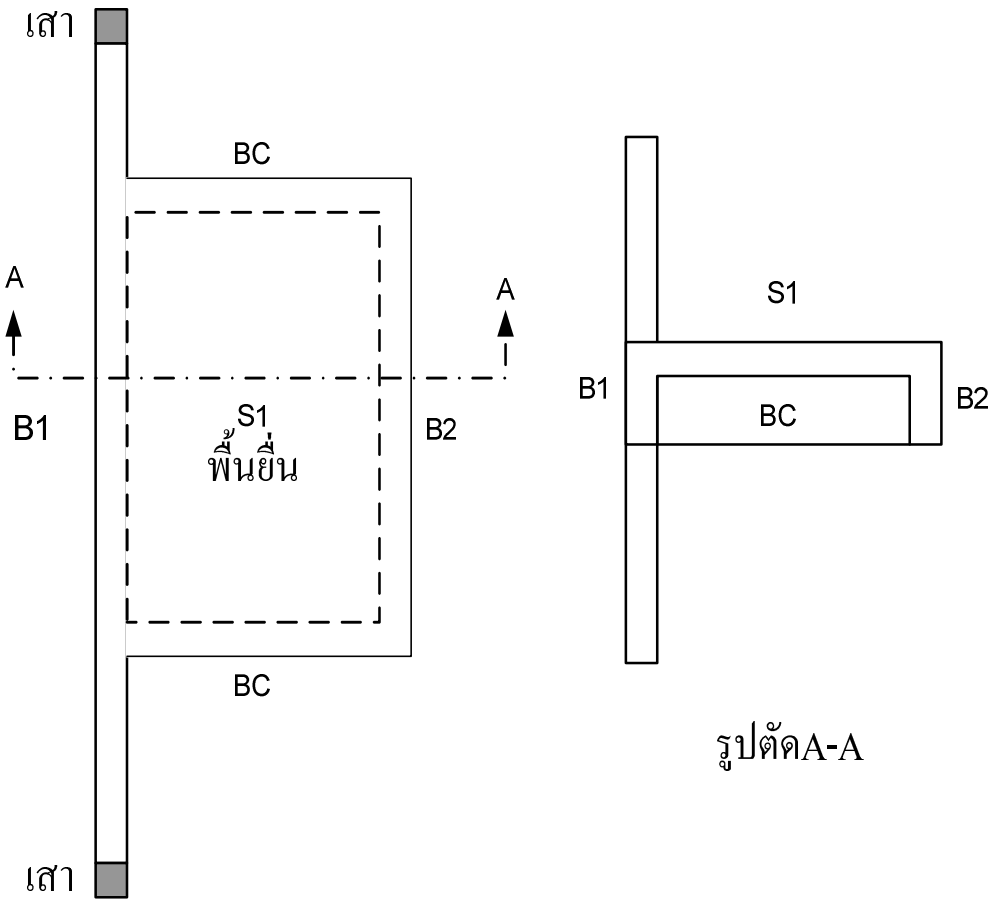


รูปที่ 3.27 การเยื้องศูนย์ของแรงลัพท์จากแนวศูนย์ถ่วงของคานทำให้เกิดโมเมนต์บิดที่คานB1

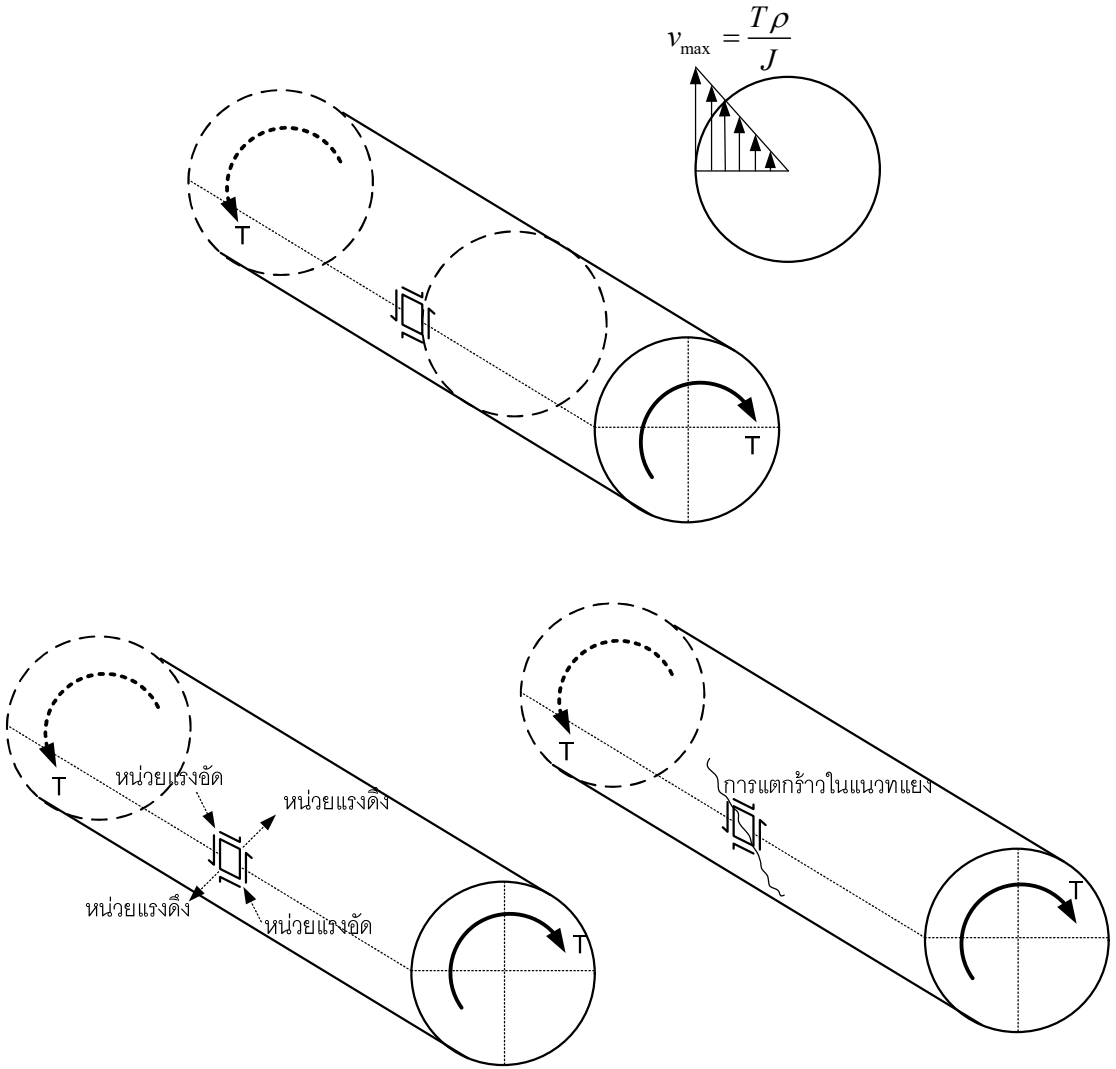
ในกรณีพื้นยื่น เช่น พื้นกันสาดที่ต่อเนื่องกับพื้นภายในอาคารดังรูปที่3.28 จะช่วยลดโมเมนต์บิดได้มากจนอาจไม่ต้องคิดผลดังกล่าวได้



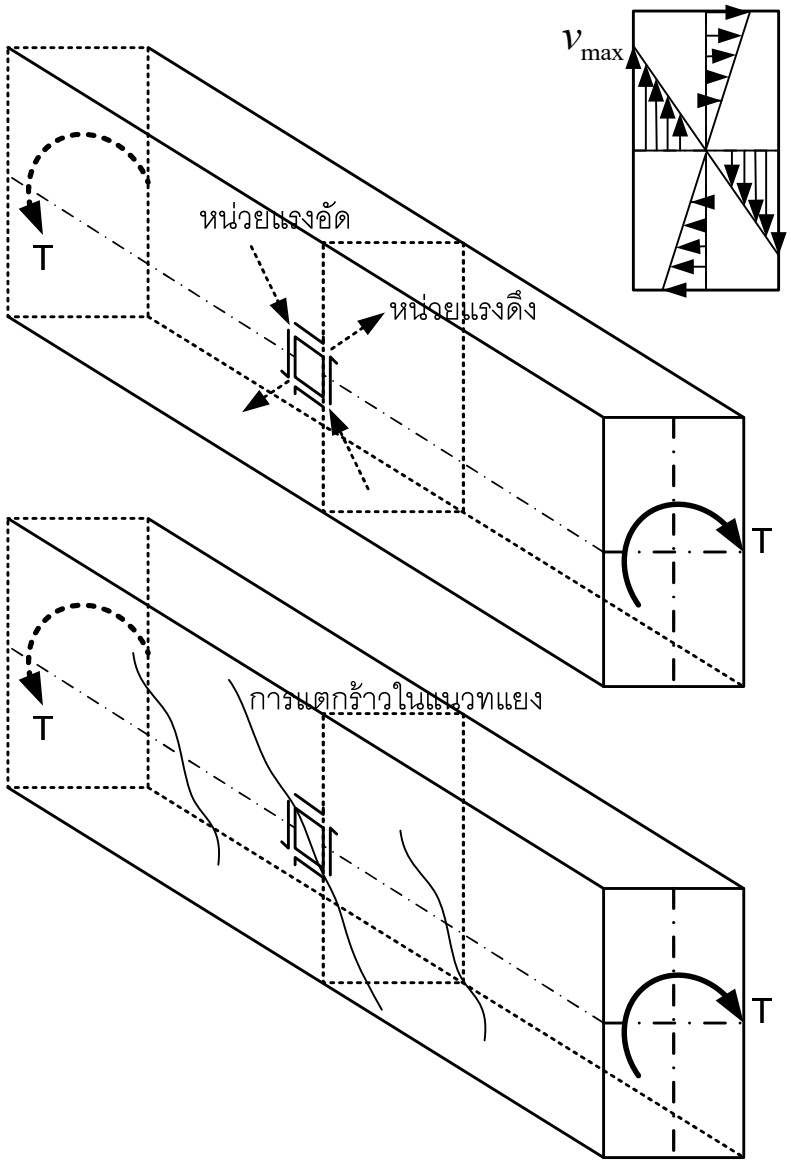
รูปที่ 3.28 พื้นยื่นต่อเนื่องกับพื้นภายในอาคาร



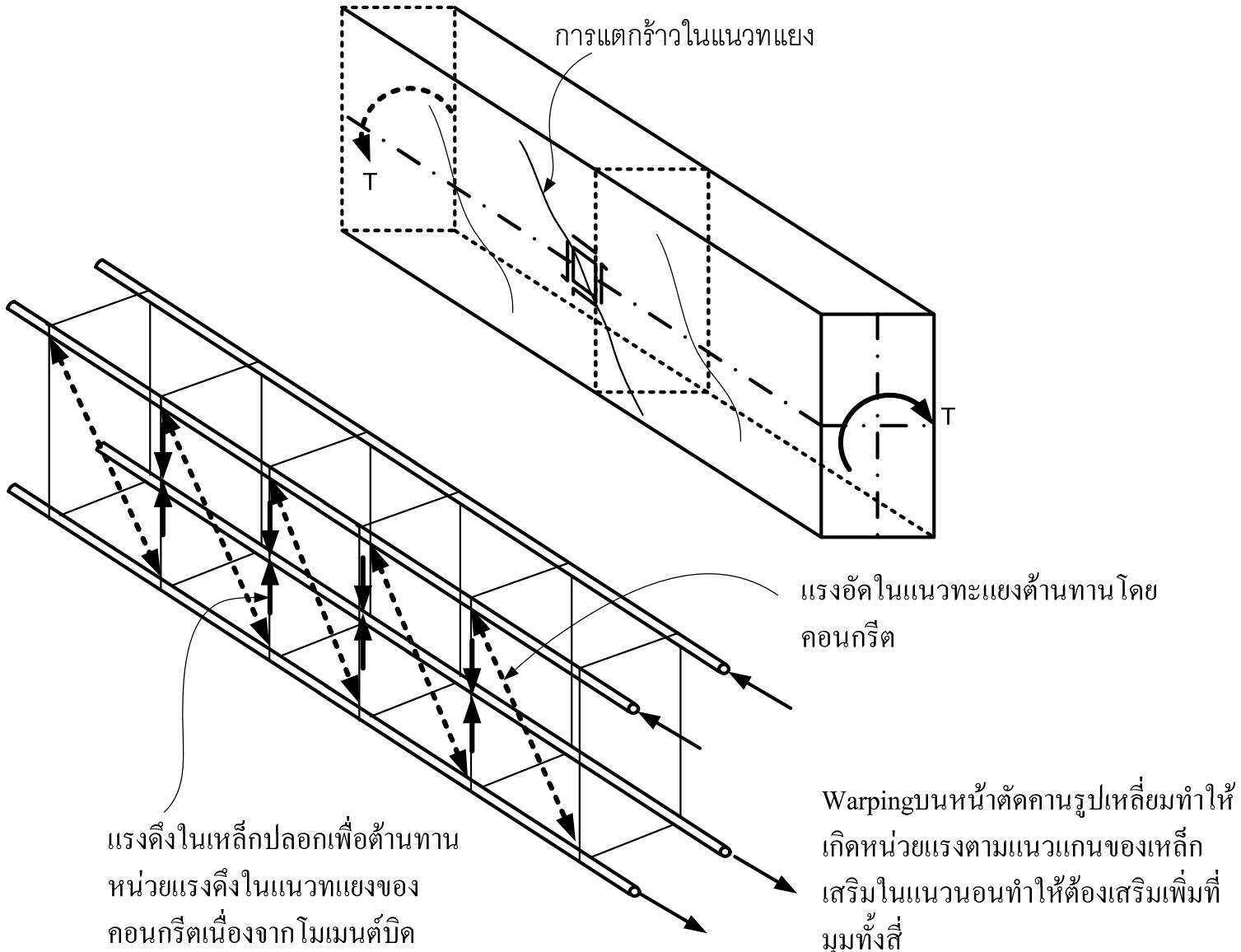
รูปที่ 3.29 พื้นและคานที่ยื่นจากคาน B1 ทำให้เกิดโมเมนต์บิดในคาน B1



รูปที่ 3.30 การแตกร้าวในแนวทแยงในคอนกรีตที่เกิดจากโมเมนต์บิด



รูปที่ 3.31 การแตกร้าวในแนวทแยงเนื่องจากโมเมนต์บิดของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

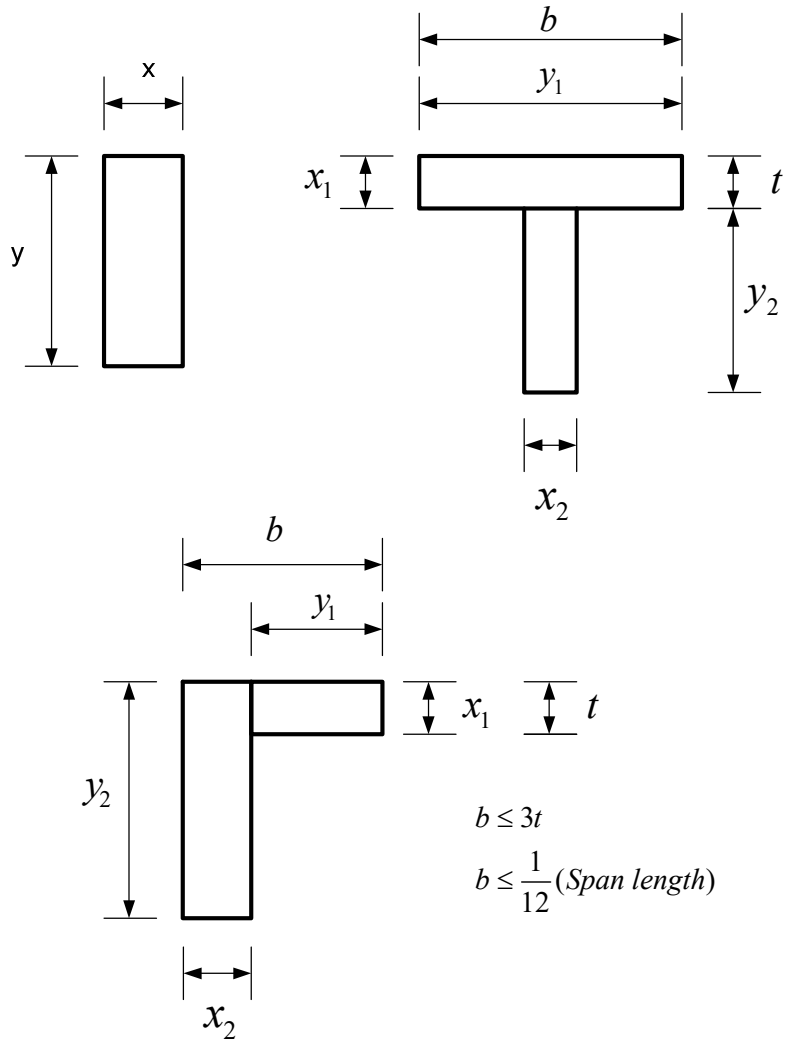


รูปที่ 3.32 แบบจำลองโครงข้อหมุนสามมิติ (Space truss analogy)

หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่เกิดจากโมเมนต์บิด M_t จะคำนวณได้จากสมการ

$$v_t = \frac{3.5M_t}{\sum x^2 y} \qquad (3.21)$$

เมื่อ x y คือด้านสั้นและด้านยาวของสี่เหลี่ยมที่ประกอบกันขึ้นเป็นหน้าตัดคานดังแสดงในรูปที่ 3.33



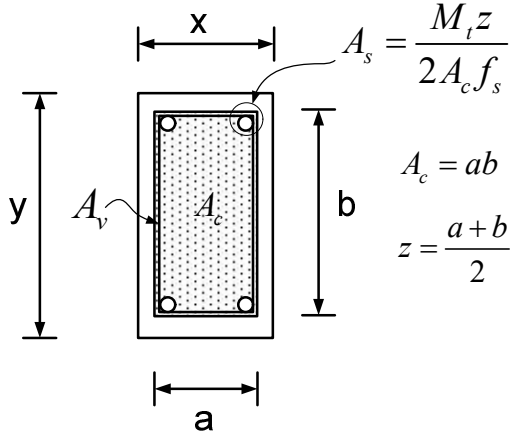
ในกรณีหน่วยแรงเฉือนเนื่องจากการเฉือนดัด $v = \frac{V}{bd}$ และหน่วยแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิด v_t รวมกันมีค่าเกินกว่าหน่วยแรงเฉือนที่ต้านทานด้วยคอนกรีต $v_c = 0.29\sqrt{f_c'}$ แล้วต้องทำการเสริมเหล็กปลอก

กรณีหน่วยแรงเฉือนดัดมีค่ามากกว่าหน่วยแรงเฉือนดัดปลอดภัยที่ต้านโดยคอนกรีต $v > v_c$ จะต้องเสริมเหล็กปลอกเท่ากับ $A_v = \frac{s(V - V_c)}{f_v d}$ (2ขา)

ส่วนเหล็กปลอกสำหรับโมเมนต์บิดจะเสริมให้มีระยะเรียงเท่ากันกับกรณีเหล็กปลอกสำหรับการเฉือนดัดโดยมีเนื้อที่หน้าตัดของเหล็กปลอก 1 ขาเท่ากับ (ดูรูปที่3.34)

$$A_v = \frac{M_t s}{2A_c f_v}$$ เมื่อเหล็กปลอกเป็นปลอกเดี่ยว (3.22)

$$A_v = \frac{M_t s}{2\sqrt{2}A_c f_v}$$ เมื่อเหล็กปลอกเป็นปลอกเกลียว (3.23)



รูปที่ 3.34 สัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ในสมการที่3.22 และ3.23

เหล็กเสริมในแนวนอนที่มุมของหน้าตัดคานที่ต้องเสริมเพิ่มเมื่อคานรับโมเมนต์บิดจะคำนวณจากสมการ

$$A_s = \frac{M_t z}{2 A_c f_s}$$

$$z = \frac{a+b}{2}$$

แม้ว่าจะมีการออกแบบเสริมเหล็กปลอกอย่างเพียงพอเพื่อป้องกันการแตกร้าวในแนวทแยงเนื่องจากหน่วยแรงเฉือนที่เกิดจากโมเมนต์บิด และหน่วยแรงเฉือนดัด แล้วก็ตามหากหน้าตัดมีขนาดเล็กเกินไปหน่วยแรงอัดในแนวทแยง(Diagonal compression) อาจมีค่ามากเกินไป หรืออาจเกิดการอัดแตกเนื่องจากหน่วยแรงอัดในแนวทแยงที่สภาวะประลัยได้ ดังนั้นจึงต้องมีการควบคุมหน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้นไม่ให้มากจนไม่ปลอดภัยต่อการใช้งาน โดยหน่วยแรงเฉือนที่เกิดจากโมเมนต์บิดอย่างเดียวจะต้องไม่เกินกว่า

$$v_t \le 1.32\sqrt{f_c'}$$

และกรณีมีแรงเฉือนดัดร่วมด้วยหน่วยแรงรวมจะต้องไม่เกินกว่า

$$v_t + v_v \le 1.65\sqrt{f_c'}$$

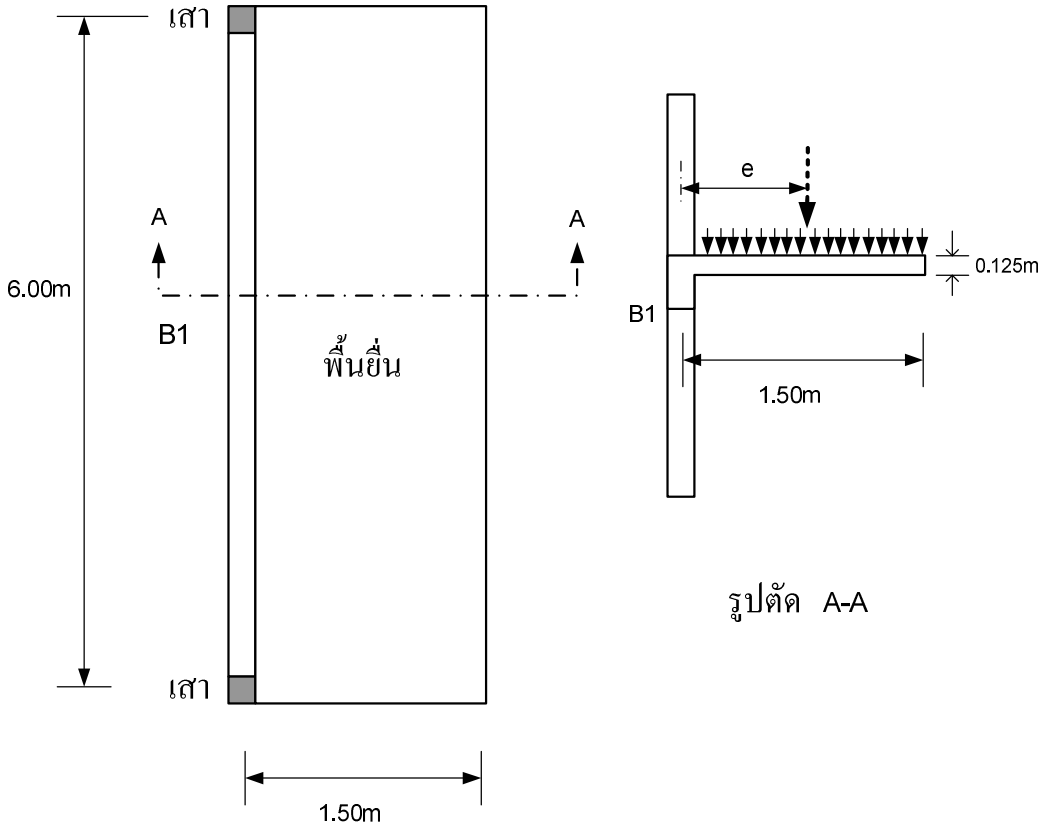
ตัวอย่างที่ 3.8 การออกแบบคานรับโมเมนต์ดัด แรงเฉือน และโมเมนต์บิด

แปลนพื้น คานและรูปตัดดังรูป พื้นเป็นพื้นยื่นหนา 12.5 ซม น้ำหนักจรที่กระทำกับกันสาด100 กิโลกรัมต่อตารางเมตร จงออกแบบคานB1 เมื่อกำหนดคุณสมบัติของวัสดุดังนี้

$f_c^{'} = 210\ ksc$ $\qquad$ $f_c = 0.45 f_c^{'} = 0.45(210) = 94.5\ ksc$

$f_y = 1500\ ksc$ $\qquad$ $f_s = 0.5 f_y = 0.5(3000) = 1500\ ksc$

$n = 9.32$ $\qquad$ $j = 0.877$ $\qquad$ $k = 0.37$ $\qquad$ $R = 15.32\ ksc$



แปลน

รูปตัด A-A

น้ำหนักบรรทุกตายตัวของพื้น $= 0.125(1)(1)(2400) = 300$ กก ต่อ ตารางเมตร

น้ำหนักบรรทุกจรตามข้อบัญญัติ กทม. 100 กก ต่อ ตารางเมตร

รวมน้ำหนักลงพื้นกันสาด $= 300+100 = 400$ กก ต่อ ตารางเมตร

ช่วงพื้นยื่น 1.5 เมตร

น้ำหนักจากพื้นลงคาน $= 400(1.5) = 600$ กก ต่อเมตร

สมมติขนาดหน้าตัดคาน ความกว้าง 0.25 เมตร ความลึก 0.45 เมตร สมมติระยะจากผิวนอกสุดของคานถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริม 5 ซม.

ความลึกประสิทธิผล d=45-5=40 ซม.

น้ำหนักตายตัวของคาน $=0.25(0.45)(1)(2400) = 270$ กก ต่อ เมตร

รวมน้ำหนักลงคาน $=600+270 = 870$ กก ต่อ เมตร

สมมติปลายคานมีการยึดรั้งน้อยมากจึงสมมติให้เป็นคานช่วงเดียวธรรมดา (ดูตัวอย่าง3.3ประกอบ)

โมเมนต์ดัดที่กึ่งกลางช่วงคาน $M = \frac{wL^2}{8} = \frac{870(6)^2}{8} = 3915$ กก- ม.

แรงเฉือนที่ระยะ d จากที่รองรับ $V_d = \frac{wL}{2} - wd = \frac{870(6)}{2} - 870(0.4) = 2262$ กก

โมเมนต์บิดที่ระยะ d จากที่รองรับ $M_t = 400\big(6-2(0.4)\big)(1.5)(\frac{1.5}{2})(\frac{1}{2}) = 1170$ กก.ม

หน่วยแรงเฉือนดัด

$$v = \frac{V}{bd} = \frac{2262}{(25)(40)} = \quad 2.26 \quad ksc$$

หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิด

$$v_t = \frac{3.5M_t}{\sum x^2 y}$$

$$\sum x^2 y = (25)(45)^2 = 28125\, cm^3$$

$$v_t = \frac{3.5(1170)(100)}{28125} = 14.56\ ksc$$

หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิด $v_t \quad = \quad 14.56\ ksc$

v_t ต้องน้อยกว่า $1.32\sqrt{f_c'} = 1.32\sqrt{210} = 19.13\, ksc$

หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิดและหน่วยแรงเฉือนดัด

$v_t + v = 14.56 + 2.26 = 16.82 ksc$

ต้องน้อยกว่า $1.65\sqrt{f_c'} = 1.65\sqrt{210} = 23.91 ksc$

หากไม่เป็นไปตามข้อกำหนดนี้ต้องเพิ่มขนาดของหน้าตัดจนกว่าจะผ่าน

ตรวจสอบว่าต้องการเหล็กปลอกหรือไม่จาก

$v_t + v$ ถ้ามากกว่า $0.29\sqrt{f_c'} = 0.29\sqrt{210} = 4.2ksc$ ต้องเสริมเหล็กปลอก

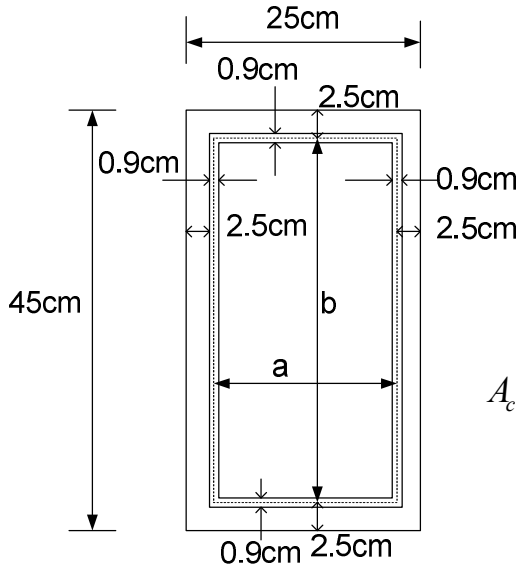
ตรวจสอบว่าสำหรับกรณีแรงเฉือนดัดต้องการเหล็กปลอกหรือไม่จาก

$$v = \frac{V}{bd} = \frac{2262}{(25)(40)} = \quad 2.26 \quad ksc$$ มีค่าน้อยกว่า $0.29\sqrt{f_c'} = 0.29\sqrt{210} = 4.2ksc$

จึงไม่ต้องการเหล็กปลอกสำหรับแรงเฉือนดัด

เหล็กปลอกสำหรับแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิดคำนวณจากสมการ

$$A_v = \frac{M_t s}{2A_c f_v}$$



a=25-2.5-2.5-0.9=19.1cm

b=45-2-5-2.5-0.9=39.1cm

$A_c = ab = (19.1)(39.1) = 746.81cm^2$

สมมติเลือกระยะเรียง s ของเหล็กปลอก 10cm หน่วยแรงดึงที่ยอมให้ของเหล็กปลอก $f_v = 1200ksc$

$$A_v = \frac{M_t s}{2A_c f_v} = \frac{1170(100)(10)}{2(746.81)(1200)} = 0.65cm^2$$ ใช้เหล็กปลอก $\phi 9mm \quad A_v = 0.63cm^2$

เหล็กเสริมในแนวนอนที่มุมของหน้าตัดคานที่ต้องเสริมเพิ่มเมื่อคานรับโมเมนต์บิดจะคำนวณจากสมการ

$$A_s = \frac{M_t z}{2A_c f_s}$$

$$z = \frac{a+b}{2} = \frac{19.1+39.1}{2} = 29.1cm$$

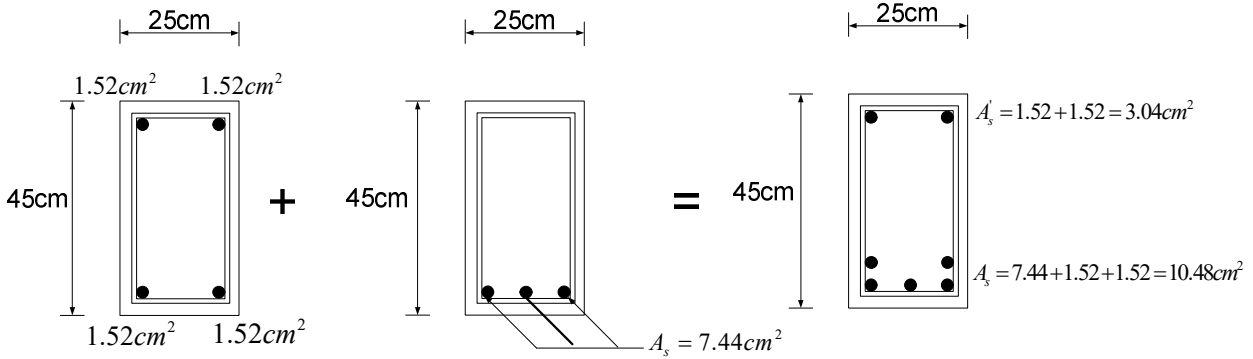
$$A_s = \frac{M_t z}{2A_c f_s} = \frac{1170(29.1)}{2(746.8)(1500)} = 1.52cm^2$$

ออกแบบเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{870(6)^2}{8} = 3915kg.m$$

$M_c = Rbd^2 = 15.32(25)(40)^2 = 621800kg.cm = 6218kg.m$ มากกว่า $3915kg.m$ จึงเป็นหน้าตัดแบบเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว

$$A_s = \frac{M}{f_s jd} \frac{3915(100)}{1500(0.877)(40)} = 7.44cm^2$$



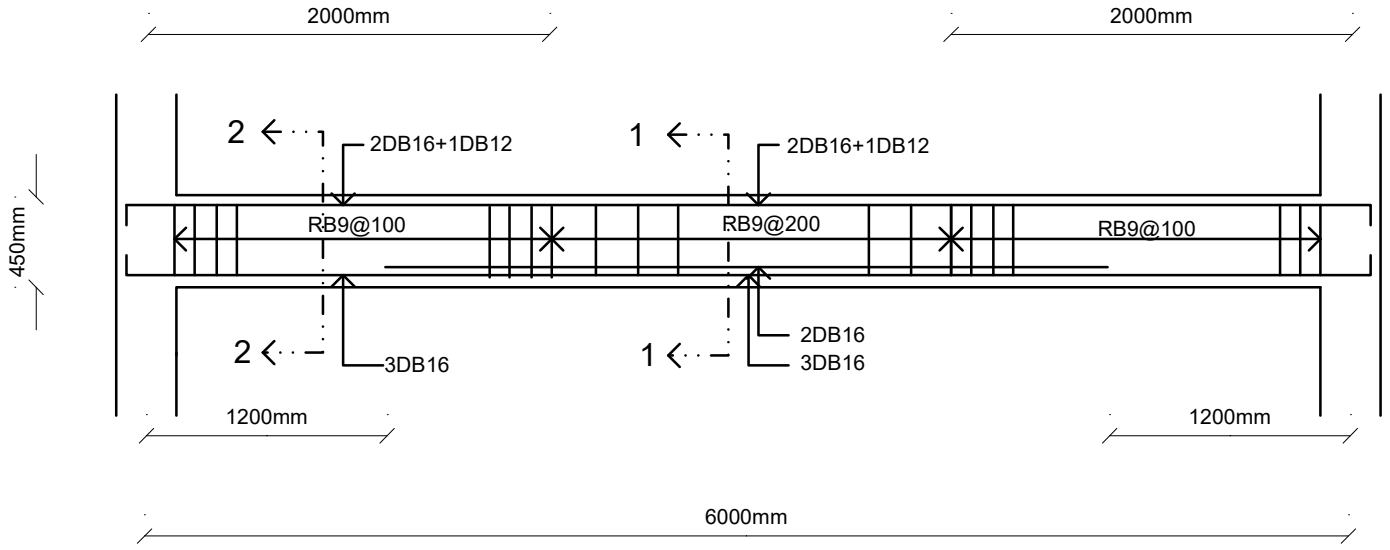
เหล็กเสริมที่มุมเพื่อรับโมเมนต์บิด เหล็กเสริมเพื่อต้านโมเมนต์ดัด เหล็กเสริมในแนวนอนทั้งหมด

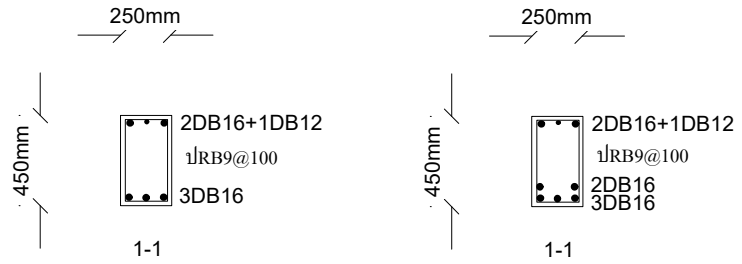
เหล็กเสริมสำหรับโมเมนต์ดัดและเหล็กเสริมในแนวนอนสำหรับโมเมนต์บิด

ปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุด $A_{s\min} = \frac{14}{f_y} bd = \frac{14}{3000}(25)(40) = 4.67 cm^2$ ดังนั้นในส่วนเหล็กเสริมรับแรงอัด

ต้องใส่เหล็กเสริมเท่ากับ $4.67 cm^2$ ใช้ 2DB16+1DB12 $A_s = 2.01(2) + 1.13 = 5.15 cm^2$

จากการออกแบบทั้งหมด สามารถเขียนรายละเอียดการเสริมเหล็กได้ ดังรูป





รายละเอียดการเสริมเหล็กของคาน B1